



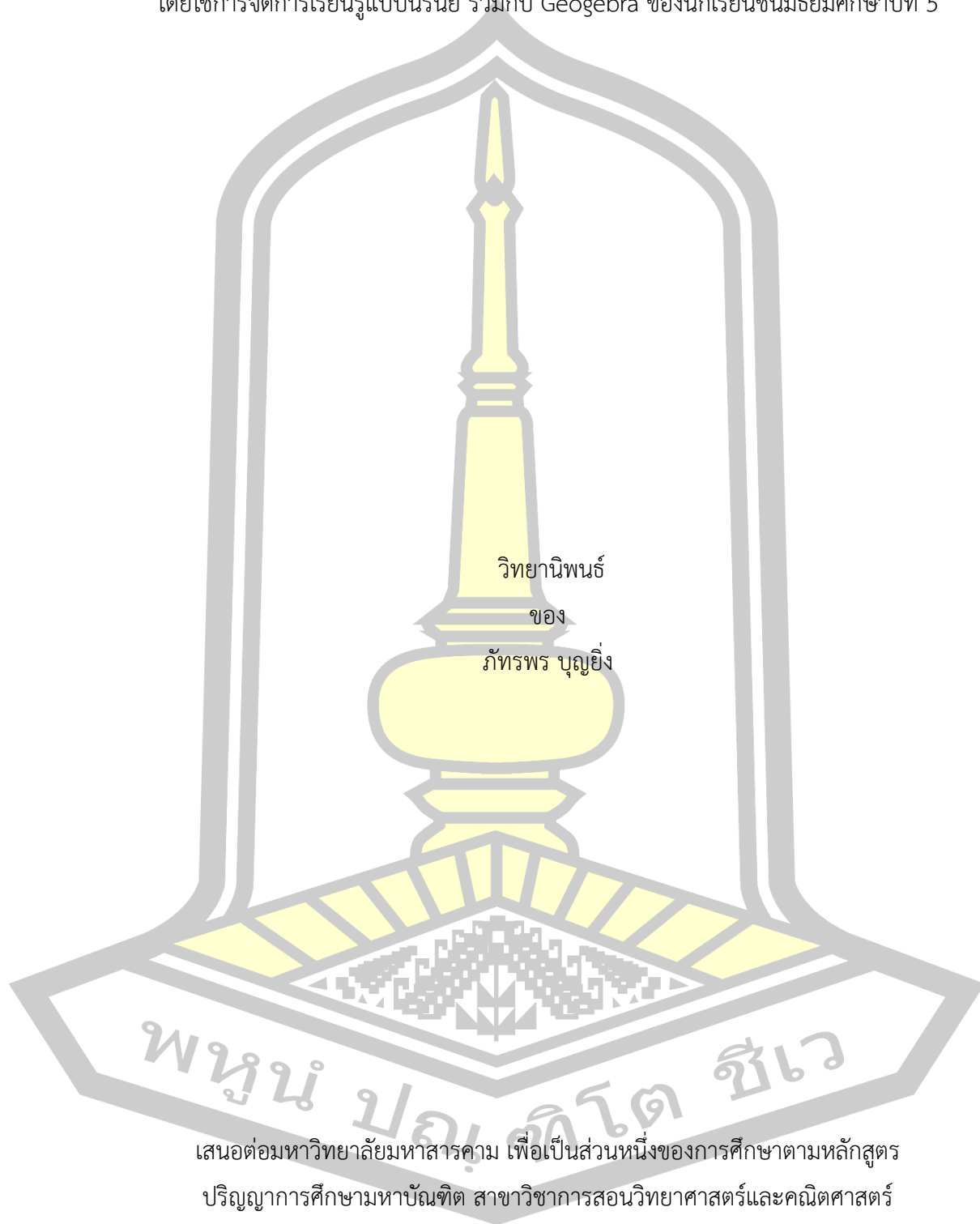
การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิทยานิพนธ์  
ของ  
ภัทรพร บุญยิ่ง

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์  
มิถุนายน 2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



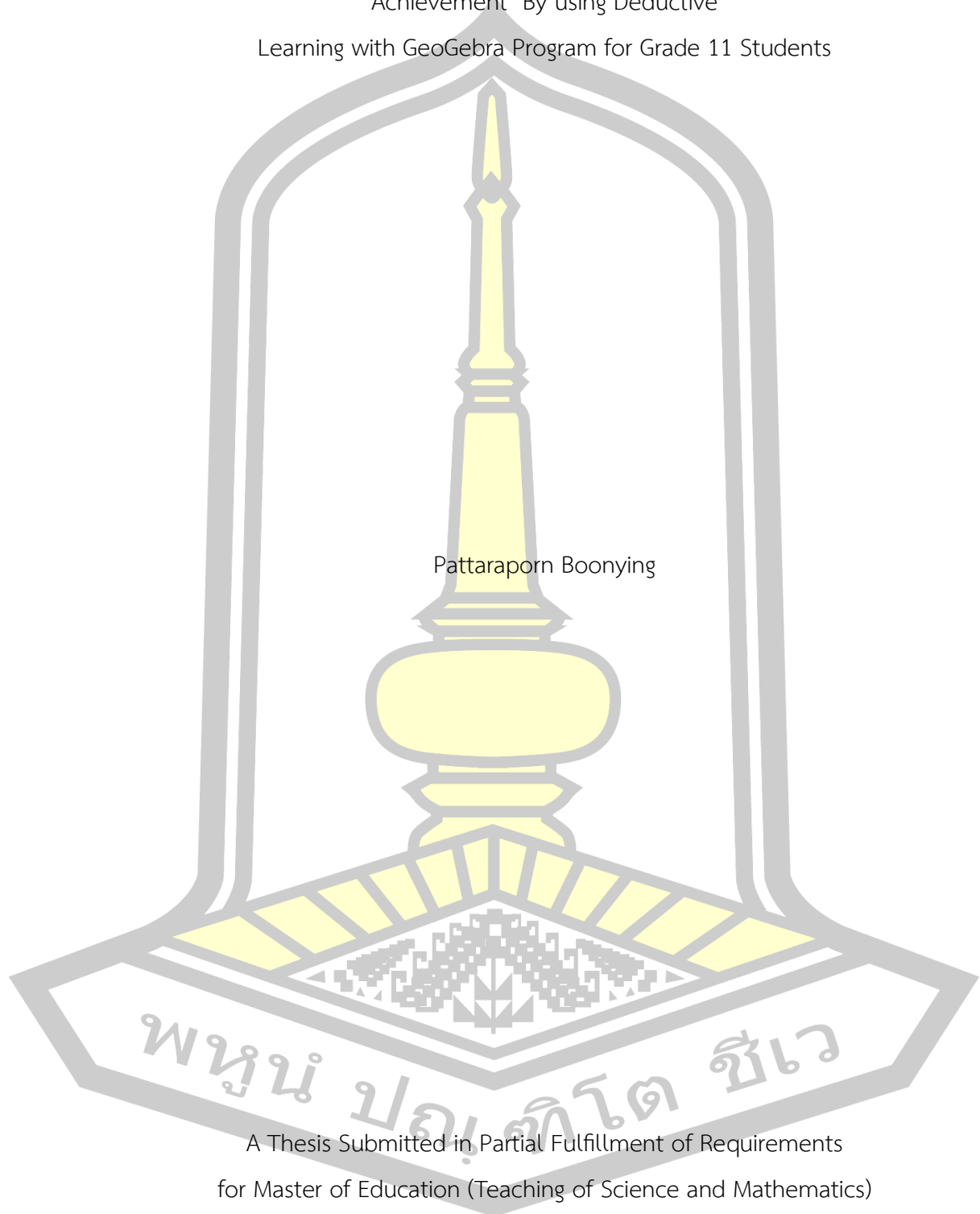
เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์  
มิถุนายน 2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

The Development of Mathematical Problem-Solving Ability and Mathematics

Achievement By using Deductive

Learning with GeoGebra Program for Grade 11 Students



Pattaraporn Boonying

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements  
for Master of Education (Teaching of Science and Mathematics)

June 2025

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนางสาวภัทรพร บุญยิ่ง  
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา  
การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(รศ. ดร. ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. มนตรี ทองมูล )

กรรมการ

(รศ. ดร. มนตรี วงษ์สะพาน )

กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

(รศ. ดร. ปิยะธิดา ปัญญา )

มหาวิทยาลัยขอนแก่นให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย  
มหาสารคาม

(รศ. ดร. ขวลิต ชูกำแหง )

(ผศ. ดร. พลเดช เชาว์รัตน์ )

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

<b>ชื่อเรื่อง</b>	การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5		
<b>ผู้วิจัย</b>	ภัทรพร บุญยิ่ง		
<b>อาจารย์ที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนตรี ทองมูล		
<b>ปริญญา</b>	การศึกษามหาบัณฑิต	<b>สาขาวิชา</b>	การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
<b>มหาวิทยาลัย</b>	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	<b>ปีที่พิมพ์</b>	2568

### บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized Control-group Pretest- Posttest Design กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 8 ห้องเรียน สุ่มมา 2 ห้องเรียน จากนั้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยวิธีการจับฉลากเพื่อเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 จำนวน 40 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 จำนวน 39 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra จำนวน 10 ชั่วโมง และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 10 ชั่วโมง 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐานโดย Dependent samples t-test และ Hotelling's  $T^2$

ผลการวิจัยปรากฏ ดังนี้

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำสำคัญ : การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย, Geogebra, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



<b>TITLE</b>	The Development of Mathematical Problem-Solving Ability and Mathematics Achievement By using Deductive Learning with GeoGebra Program for Grade 11 Students		
<b>AUTHOR</b>	Pattaraporn Boonying		
<b>ADVISORS</b>	Assistant Professor Montri Thongmoon , Ph.D.		
<b>DEGREE</b>	Master of Education	<b>MAJOR</b>	Teaching of Science and Mathematics
<b>UNIVERSITY</b>	Maharakham University	<b>YEAR</b>	2025

### ABSTRACT

This study aimed to 1) compare the mathematical problem-solving ability and mathematics learning achievement of Grade 11 students before and after receiving deductive instruction integrated with GeoGebra, and 2) compare the post-instruction mathematical problem-solving ability and mathematics learning achievement in the topic of complex numbers between students taught using deductive instruction with GeoGebra and those taught using traditional instruction. The study employed an experimental research design using a randomized control-group pretest-posttest design. The sample consisted of Grade 11 students from Sarakhampittayakhom School in the second semester of the 2024 academic year. Cluster random sampling was used to select two out of eight classrooms, followed by simple random sampling through a lottery to assign the experimental and control groups. The experimental group comprised 40 students from class 5/8, who received deductive instruction integrated with GeoGebra, while the control group comprised 39 students from class 5/5, who received traditional instruction. The research instruments included: 1) a 10-hour deductive instructional plan integrated with GeoGebra and a 10-hour traditional instructional plan; 2) pretest and posttest mathematics achievement tests; and 3) pretest and posttest mathematical problem-

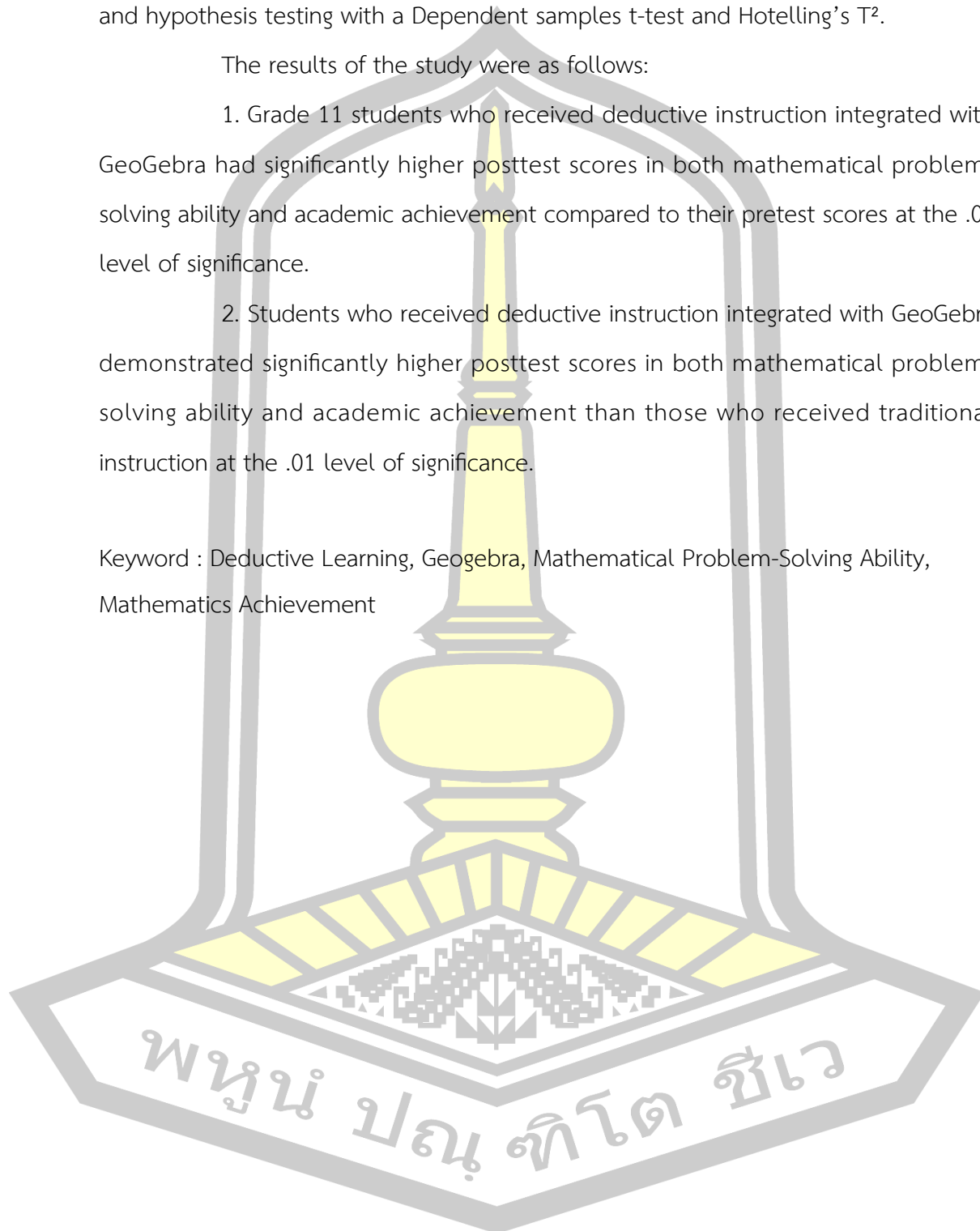
solving ability tests. Data were analyzed using percentage, mean, standard deviation, and hypothesis testing with a Dependent samples t-test and Hotelling's  $T^2$ .

The results of the study were as follows:

1. Grade 11 students who received deductive instruction integrated with GeoGebra had significantly higher posttest scores in both mathematical problem-solving ability and academic achievement compared to their pretest scores at the .05 level of significance.

2. Students who received deductive instruction integrated with GeoGebra demonstrated significantly higher posttest scores in both mathematical problem-solving ability and academic achievement than those who received traditional instruction at the .01 level of significance.

Keyword : Deductive Learning, Geogebra, Mathematical Problem-Solving Ability, Mathematics Achievement



## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่เสียสละเวลาอันมีค่าในการตรวจทาน และให้คำปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงษ์สะพาน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยะธิดา ปัญญา กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิ ที่ให้คำแนะนำและข้อปรับปรุงเพื่อให้เกิดการพัฒนาแก้ไขให้แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด รวมทั้งทำให้ผู้วิจัยรู้ถึงคุณค่าของที่จะนำไปใช้ในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในอนาคตต่อไป

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์สาขาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคามที่ให้ความรู้คำแนะนำตลอดช่วงเวลาในการศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งนี้ ขอกราบขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ตรวจและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการทำการวิจัย ตลอดจนคำแนะนำต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำการวิจัยในครั้งนี้ และขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้สนับสนุนทุนการศึกษาในโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) เป็นอย่างสูงที่ให้การสนับสนุนในการเรียนระดับปริญญาโทจนทำให้เกิดงานวิจัยชิ้นนี้ขึ้น และขอขอบพระคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ให้การช่วยเหลือประสานงานในโครงการจนสำเร็จลุล่วงด้วยดี และทำให้การดำเนินงานวิจัยเป็นไปด้วยความราบรื่น

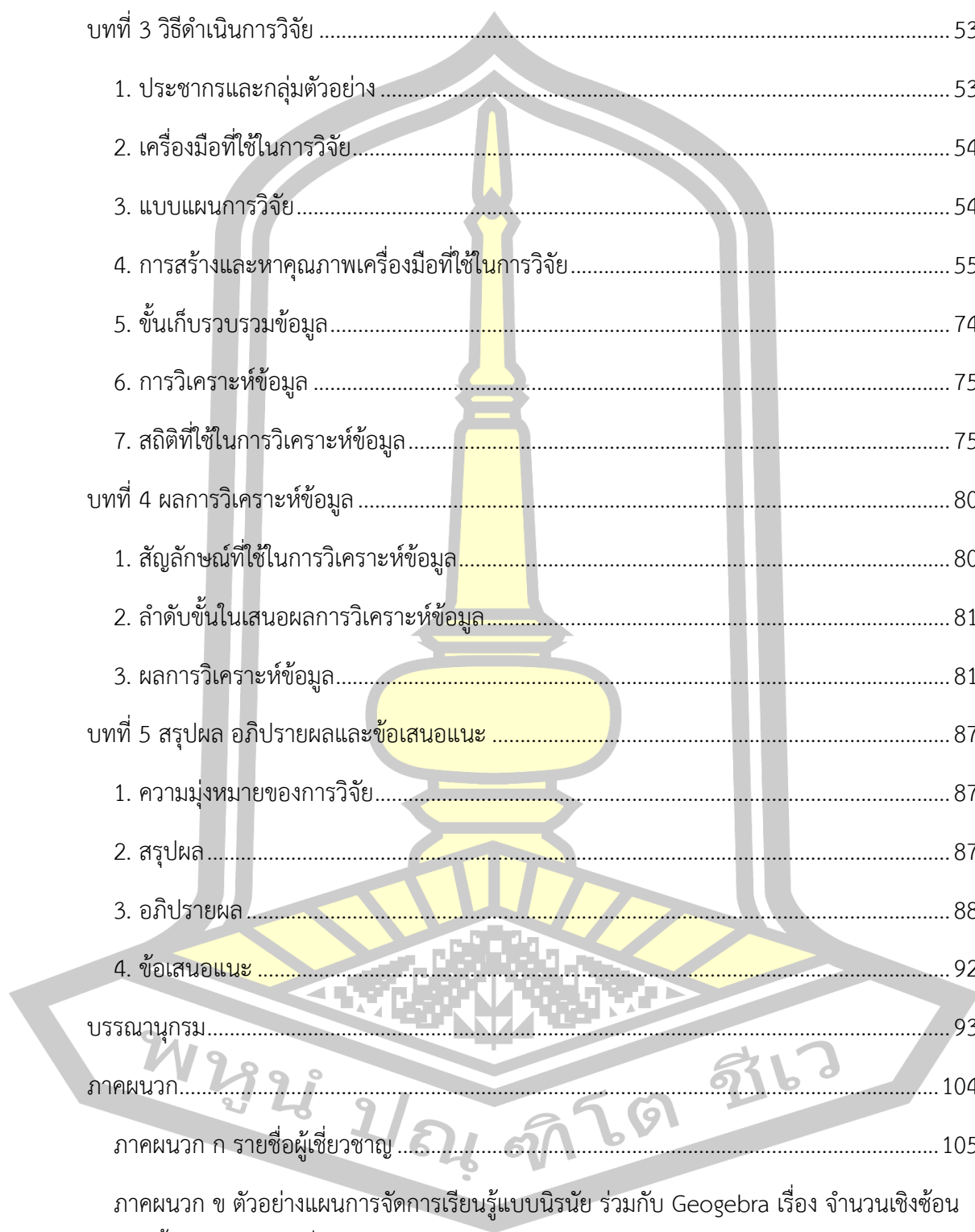
ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และนักเรียนโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการใช้โรงเรียนเป็นสถานที่เก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยและคอยอำนวยความสะดวกต่างๆ ทำให้การทำการวิจัยในครั้งนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ครอบครัว และเพื่อนๆ ของผู้วิจัย ที่ให้การสนับสนุนและคอยให้กำลังใจ ให้การช่วยเหลือตลอดมา ซึ่งเป็นแรงผลักดันที่มีส่วนให้ทำให้การทำการวิจัยในครั้งนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์จากการทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ที่ได้อบรมสั่งสอน ชี้นำให้เกิดการเรียนรู้ตลอดจนมีคุณธรรม จริยธรรม เพื่อนำทางชีวิตให้ไปสู่ความสำเร็จในอนาคต

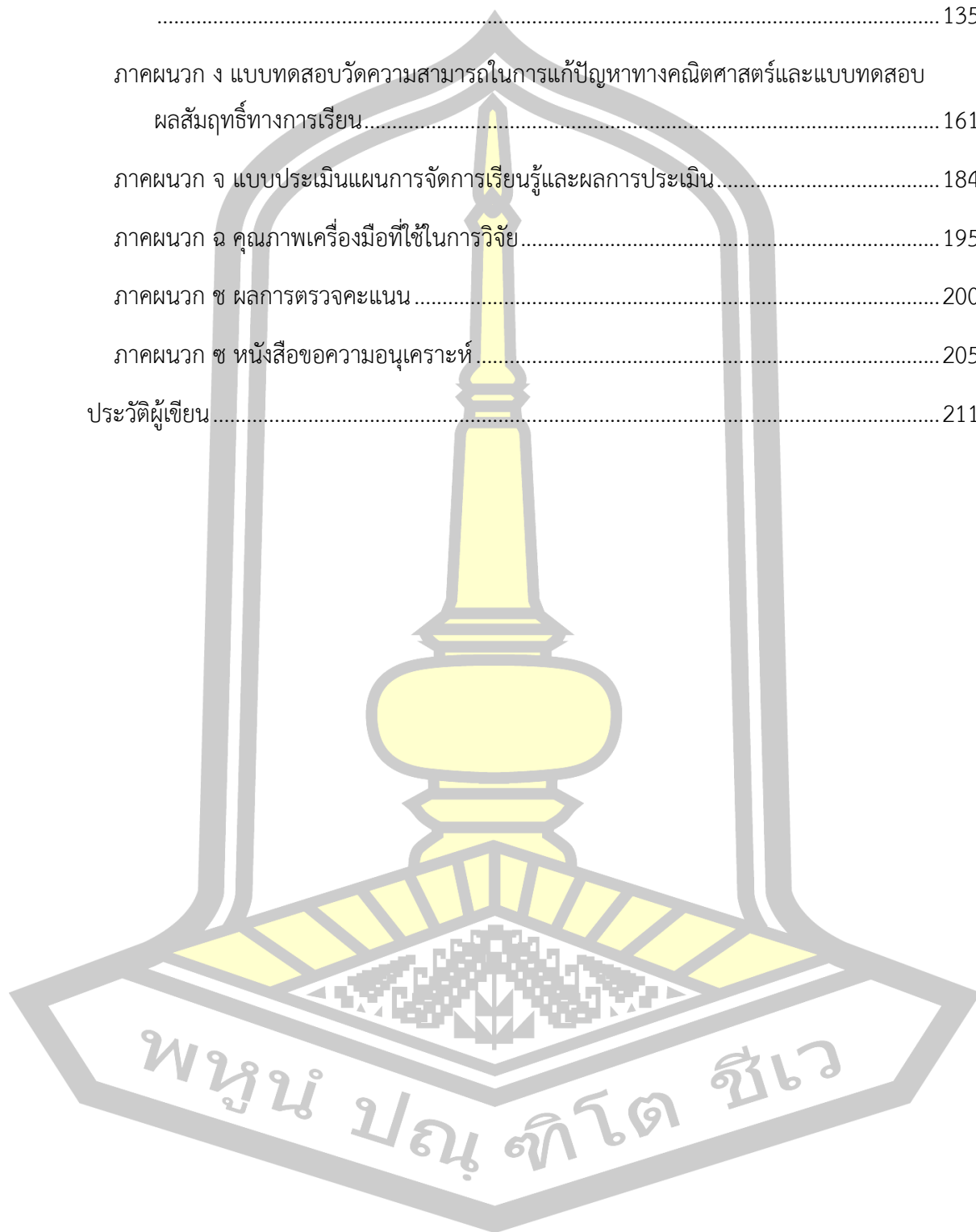
## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ.....	ช
สารบัญ.....	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูปภาพ.....	ฅ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1. ภูมิหลัง.....	1
2. ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
3. สมมติฐานของงานวิจัย.....	4
4. ขอบเขตของการวิจัย.....	5
5. นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
6. กรอบแนวคิดการวิจัย.....	9
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560).....	10
2. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย.....	15
3. โปรแกรม Geogebra.....	22
4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	23
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	28
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	40

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	45
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	53
1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	53
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	54
3. แบบแผนการวิจัย.....	54
4. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	55
5. ขั้นตอนเก็บรวบรวมข้อมูล.....	74
6. การวิเคราะห์ข้อมูล .....	75
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	75
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	80
1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	80
2. ลำดับขั้นในเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ .....	87
1. ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	87
2. สรุปผล .....	87
3. อภิปรายผล.....	88
4. ข้อเสนอแนะ .....	92
บรรณานุกรม.....	93
ภาคผนวก.....	104
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ .....	105
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 .....	107



ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 .....	135
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	161
ภาคผนวก จ แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้และผลการประเมิน.....	184
ภาคผนวก ฉ คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	195
ภาคผนวก ช ผลการตรวจคะแนน.....	200
ภาคผนวก ซ หนังสือขอความอนุเคราะห์.....	205
ประวัติผู้เขียน.....	211

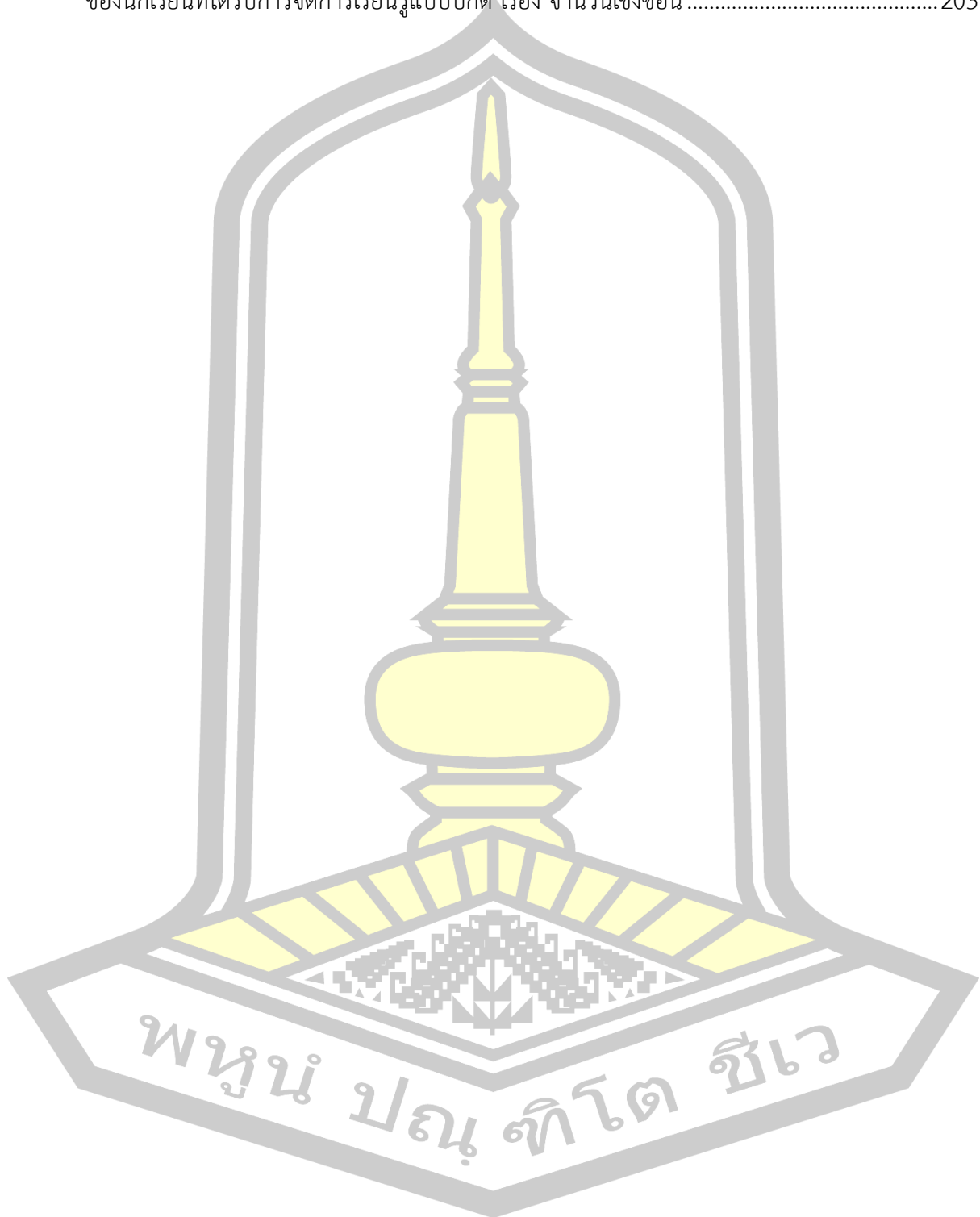


## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32202).....	13
ตารางที่ 2 การให้คะแนนแบบภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหา.....	36
ตารางที่ 3 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา.....	36
ตารางที่ 4 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
ตารางที่ 5 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	38
ตารางที่ 6 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	39
ตารางที่ 7 ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน.....	44
ตารางที่ 8 แบบแผนการวิจัย.....	54
ตารางที่ 9 วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน.....	56
ตารางที่ 10 แสดงการวิเคราะห์และกำหนดจำนวนข้อสอบที่ต้องการให้สอดคล้องกับเนื้อหา และ จุดประสงค์การเรียนรู้.....	67
ตารางที่ 11 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	70
ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์และกำหนดจำนวนข้อสอบที่ต้องการให้สอดคล้องกับเนื้อหา และ จุดประสงค์การเรียนรู้.....	72
ตารางที่ 13 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยใช้สถิติ Dependent samples t-test.....	82
ตารางที่ 14 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra.....	83
ตารางที่ 15 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	83

ตารางที่ 16 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	84
ตารางที่ 17 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ .....	85
ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Univariate Test) .....	85
ตารางที่ 19 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra จำนวน 10 แผนการเรียนรู้ โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน .....	187
ตารางที่ 20 สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน โดยแยกตามรายด้าน.....	189
ตารางที่ 21 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 10 แผนการเรียนรู้ โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน.....	192
ตารางที่ 22 สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ของผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน โดยแยกตามรายด้าน.....	194
ตารางที่ 23 แสดงผลการประเมินความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน .....	196
ตารางที่ 24 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	196
ตารางที่ 25 แสดงผลการประเมินความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน.....	197
ตารางที่ 26 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 .....	198
ตารางที่ 27 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน.....	201

ตารางที่ 28 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ..... 203



## สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบที่ 1 แสดงการสอนแบบนิรนัยทำให้นักเรียนได้เรียนรู้กฎหรือทฤษฎีทั่วไปที่จะนำไปสู่การประยุกต์ด้วยตัวอย่าง และเรียนรู้ผ่านการฝึกฝนด้วยแบบฝึกหัด .....	17
ภาพประกอบที่ 2 แบบจำลองของการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง .....	32
ภาพประกอบที่ 3 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 2 คะแนน .....	173
ภาพประกอบที่ 4 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 1 คะแนน .....	174
ภาพประกอบที่ 5 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 0 คะแนน .....	174
ภาพประกอบที่ 6 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นแก้ปัญหาที่ได้ 3 คะแนน .....	175
ภาพประกอบที่ 7 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นแก้ปัญหาที่ได้ 2 คะแนน .....	176
ภาพประกอบที่ 8 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นแก้ปัญหาที่ได้ 1 คะแนน .....	176
ภาพประกอบที่ 9 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นแก้ปัญหาที่ได้ 0 คะแนน .....	177
ภาพประกอบที่ 10 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นสรุปคำตอบที่ได้ 2 คะแนน .....	177
ภาพประกอบที่ 11 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นสรุปคำตอบที่ได้ 1 คะแนน .....	178
ภาพประกอบที่ 12 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นสรุปคำตอบที่ได้ 0 คะแนน .....	178

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ แบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) อีกทั้งกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้มีแนวคิดที่หลากหลาย มีทักษะพื้นฐานที่สามารถติดตัวไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้เกิดความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มุ่งเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พร้อมทักษะพื้นฐานที่เพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ นอกจากนี้

การแก้ปัญหาเป็นจุดประสงค์หลักของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นกระบวนการหลักที่เน้นในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ([NCTM], 1991: 225-250) การจัดการเรียนรู้อย่างเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยในการพัฒนาศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ นักเรียนจะได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลายและมีความหลากหลายที่จะช่วยในการเกิดความเข้าใจผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ที่ตนเองมีส่วนร่วมในการดำเนินการ (วัชรา เล่าเรียนดี, 2548) แต่ในปัจจุบันยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากรายงานการศึกษาความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในปีที่ผ่านมา พบว่านักเรียนยังคงประสบปัญหาในการเรียน โดยสะท้อนจากผลการทดสอบทางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ปีการศึกษา 2566 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลคะแนนเฉลี่ย (MEAN) ระดับโรงเรียนอยู่ที่ 39.17 (สถาบันการทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2566) ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 นอกจากนี้ รายงานผลการทดสอบ O-NET ของโรงเรียนสารคามพิทยาคม จังหวัดมหาสารคาม ระบุว่า ปีการศึกษา 2565 มีคะแนนเฉลี่ย 35.90 คะแนน และปีการศึกษา 2564 มีคะแนนเฉลี่ย 37.90

คะแนน (โรงเรียนสารคามพิทยาคม, 2567) การวิเคราะห์ภาพรวมพบว่าคะแนน ในวิชาคณิตศาสตร์ ยังอยู่ในเกณฑ์ต่ำ เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทาง การศึกษา แห่งชาติ, 2560) สาเหตุที่สำคัญประการหนึ่งคือ นักเรียนบกพร่องในการอ่านและการวิเคราะห์โจทย์ ปัญหา ไม่สามารถคิดคำนวณได้ถูกต้องแม่นยำ และนักเรียนขาดความเข้าใจกระบวนการหรือวิธีแก้ โจทย์ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556: 6-11) ดังนั้นในการจัดการ เรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ควรให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งถือว่าเป็น ทักษะกระบวนการหนึ่งตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจ ปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) นอกจากนี้ การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ยังช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น และมีความมั่นใจในการ แก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้ยังเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียน สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันตลอดชีวิตด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546)

จากความสำคัญดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่เป็นหัวใจของการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์ ([NCTM], 1991: 225-250) แต่ในสภาพปัจจุบันพบว่าความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังอยู่ในระดับต่ำ ดังเห็นได้จากการสอบถามพูดคุยกับ ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนไม่สามารถแสดง แนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ ขาดความรู้พื้นฐาน ไม่ทบทวนบทเรียน ซึ่งโรงเรียนสารคามพิทยาคม จัดการศึกษา ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และจากการสังเกตการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน ปัญหาที่พบคือนักเรียนส่วนมากไม่เข้าใจเนื้อหา อ่านโจทย์หรือข้อความปัญหาไม่เข้าใจ วิเคราะห์ปัญหาโจทย์ไม่เป็น ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้มีการนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รมี ดา จันพูน (รมิดา จันพูน, 2562) ซึ่งศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 มาทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 โรงเรียนสารคามพิทยาคมที่กำลัง ศึกษาในปีการศึกษา 1/2567 จำนวน 37 คน พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 7.78 จากคะแนนเต็ม 21 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 37.05 ซึ่งจะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยนี้นั้นมีระดับคะแนนที่ต่ำมากเมื่อเทียบกับ คะแนนเต็ม และพบว่า 76.58% ของนักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้อย่าง ถูกต้องและสมบูรณ์ นอกจากนี้ 83.78% ของนักเรียนไม่สามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและ สมบูรณ์ เนื่องจากไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

จากข้างต้นที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่านักเรียนประสบปัญหาในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการหรือวิธีการแก้โจทย์ปัญหาและไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นในการจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงควรจัดกิจกรรมที่เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกปฏิบัติในการทำกิจกรรม ซึ่งต้องอาศัยแนวคิดในการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาค้นคว้ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหามหาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เพื่อสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่ทำนายผู้เรียนให้มีความตื่นตัวอยู่ตลอดเวลา ซึ่งการสอนแบบนิรนัยเป็นรูปแบบการสอนที่ผู้สอนสามารถยกประเด็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของนักเรียนขึ้นมา เช่น การสร้างสถานการณ์ปัญหาที่จะให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหา หรือสถานการณ์ที่มีผลต่อนักเรียนมาเป็นประเด็นศึกษา เพื่อให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดโดยใช้กฎ ทฤษฎี และหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ 1) ขั้นตอนกำหนดขอบเขตของปัญหา 2) ขั้นตอนแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ 3) ขั้นตอนใช้ทฤษฎี หลักการ 4) ขั้นตอนตรวจสอบและสรุป และ 5) ขั้นตอนฝึกปฏิบัติ (สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ, 2547) ซึ่งวิธีการนี้จะช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ทั้งในห้องเรียนและชีวิตประจำวัน อันจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาที่ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาในยุคปัจจุบันเป็นยุคที่เทคโนโลยีพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว การนำเทคโนโลยีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเป็นกลยุทธ์ที่สำคัญที่ควรได้รับการสนับสนุนอย่างมาก เนื่องจากทุกคนสามารถเข้าถึงระบบอินเทอร์เน็ตได้อย่างง่ายดายผ่านการใช้โทรศัพท์มือถือ แท็บเล็ต หรืออุปกรณ์อื่น ๆ แนวคิดนี้ช่วยให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างเรียบง่ายและมีประสิทธิภาพมากขึ้น การใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนช่วยสร้างให้เป็นรูปธรรมที่ชัดเจน โดยเลือกใช้สื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่มีอยู่ให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ซึ่งมีประโยชน์คือการเพิ่มความสะดวกสบายในการเรียนรู้ การเสริมสร้างความสนใจในการเรียน และการเพิ่มประสิทธิภาพในการสอน ทั้งนี้โปรแกรมจีโอจีบรา (Geogebra) เป็นซอฟต์แวร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการสร้างสื่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาไปจนถึงระดับอุดมศึกษา เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางอย่างมีประสิทธิภาพ โปรแกรมจีโอจีบรา มีความสามารถในการสร้างและทดลองทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสร้างกราฟ การปรับเปลี่ยนรูปร่าง การดำเนินการทางเรขาคณิต แสดงพิกัด เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถสร้างกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพและการสำรวจทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สิ่งที่ทำให้โปรแกรมจีโอจีบรา มีความพิเศษ คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างเรขาคณิต พีชคณิต และ

สเปรดชีตเข้าด้วยกันอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นประโยชน์มากในการทำงานและการสร้างสื่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ รูปแบบ (Hohenwarter et al., 2018)

จากสภาพปัญหาที่นักเรียนขาดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบกับการพัฒนาทางเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ทันสมัยและมีประสิทธิภาพ การสอนแบบนิรนัยร่วมกับการใช้เทคโนโลยีดิจิทัล โดยเฉพาะโปรแกรม Geogebra จะเป็นแนวทางที่ช่วยแก้ปัญหาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ เนื่องจากสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ชีวิตและน่าสนใจ ผ่านเครื่องมือทางเทคโนโลยีที่นักเรียนสามารถเข้าถึงได้ง่าย อีกทั้งยังช่วยกระตุ้นความสนใจเพิ่มความเข้าใจ และพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นจากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เพื่อสังเคราะห์เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยอธิบายเนื้อหาจากนามธรรมเป็นรูปธรรม เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้อย่างรวดเร็ว และช่วยสร้างจินตนาการให้ผู้เรียนเกิดภาพมากขึ้น อีกทั้งช่วยในการตรวจคำตอบ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจ รวมถึงความกระตือรือร้นในการหาคำตอบ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองและกล้าตัดสินใจแก้ปัญหาได้

## 2. ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

## 3. สมมติฐานของงานวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

#### 4. ขอบเขตของการวิจัย

##### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 8 ห้องเรียน ประกอบด้วยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 5/6 5/7 5/8 5/9 5/10 5/11 และ 5/12 รวมจำนวนนักเรียน 317 คน ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ โดยมีนักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน และทั้ง 8 ห้อง นักเรียนมีความสามารถไม่แตกต่างกัน

1.2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 8 ห้องเรียน สุ่มมา 2 ห้องเรียน จากนั้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยวิธีการจับฉลากเพื่อเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1.2.1 กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 จำนวน 40 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

1.2.2 กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 จำนวน 39 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

##### 2. ตัวแปรในการวิจัย

2.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ 2 รูปแบบ คือ

2.1.1 การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

2.1.2 การจัดการเรียนรู้แบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

2.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

##### 3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 10 แผนการเรียนรู้ เวลา 10 ชั่วโมง

##### 4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

## 5. นวัตกรรมเฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นวิธีการสอนที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์หรือข้อสรุปต่าง ๆ ก่อนจึงยกตัวอย่างการนำทฤษฎี กฎเกณฑ์ หลักการ ข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบข้อสรุป กฎเกณฑ์ ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ใหม่จากการแก้สถานการณ์ที่หลากหลาย ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาหรือสิ่งที่ จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อโน้มน้าวให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบของปัญหา ที่ นำเสนอควร เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎข้อสรุปที่ ต้องการสอนมาให้ผู้เรียนเกิดเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น

ขั้นที่ 3 ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้รับ จากการเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามที่ใช้ว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่โดยอาจปรึกษาผู้สอนหรือคนคว่ำจากตำรา ต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์เพื่อตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกปฏิบัติเมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควร แล้วผู้สอนเสนอสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ หลากหลาย

2. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ทาง คณิตศาสตร์ตามแนวทาง สสวท. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสามารถสืบค้นหาความรู้ด้วย วิธีการต่าง ๆ และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และการสืบค้นข้อมูลที่ต้องการ จากแหล่งต่าง ๆ ที่หลากหลาย เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นในการพัฒนาผู้เรียนด้านทักษะการเรียนรู้ มากกว่าความรู้ที่จะได้มา โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้กำหนดขั้นตอน การจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานใน การเรียนเนื้อหาใหม่ โดยยกสถานการณ์ปัญหา ให้ตัวอย่าง หรือสนทนาถามตอบในสิ่งที่เรียน แล้ว ร่วมกันอภิปราย เพื่อเตรียมพร้อมในการเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่ เป็นขั้นจัดกิจกรรมในชั้นเรียนไม่ว่าจะเป็นการสอนเนื้อหาใหม่ การจัดประสบการณ์ต่างๆ ผ่านการใช้สื่อ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหา และการแก้ปัญหาพร้อมให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในหลายรูปแบบ โดยครูจะนำเอาโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้นักเรียนได้ เรียนรู้และแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอรูปแบบการแก้ปัญหา พร้อมทั้งให้เหตุผลที่เลือกวิธีดังกล่าว และครูร่วมกับนักเรียนสรุปทั้งหมดอีกครั้ง

ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนนำสูตร หรือทฤษฎีบทที่ได้จากขั้นสอนเนื้อหาใหม่หรือขั้นสรุปนำมาใช้ให้เกิดความชำนาญ คล่องแคล่วมากขึ้นจนเกิดเป็นทักษะ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะท้ายเรื่องในบทเรียนโดยตรง หรือโจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์อื่นที่แตกต่างจากตัวอย่างที่กำหนดให้

ขั้นที่ 5 ขั้นนำความรู้ไปใช้ เมื่อนักเรียนเข้าใจดีแล้ว ในขั้นนี้จะนำเอาความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันและใช้ในวิชาอื่น ๆ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ถูกต้อง โดยการให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาหรือแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริง

ขั้นที่ 6 ขั้นประเมินผล เป็นการตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้บรรลุจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยการใช้แบบฝึกทักษะ หรือใบงานโดยใช้คำถามในเนื้อหาที่สอน และประเมินแบบสังเกต

3. โปรแกรม Geogebra เป็นโปรแกรมที่ใช้สำหรับสร้างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในรูปภาพ 3 มิติ ที่เกี่ยวกับความรู้และองค์ประกอบต่าง ๆ เชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ กราฟ เวกเตอร์ สถิติ และแคลคูลัส รวมถึงการใช้สูตรคำนวณหาค่าต่าง ๆ และกระบวนการประยุกต์ใช้ของคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ

4. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจในทฤษฎี หลักการและกฎ ของเนื้อหา และนำ Geogebra มาใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน โดยครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นความสนใจและสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ โดยใช้ GeoGebra เป็นเครื่องมือช่วยสร้างภาพจำลอง สื่อกราฟิก หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมองเห็นปัญหาได้อย่างเป็นรูปธรรม และเข้าใจสถานการณ์ของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ครูนำเสนอทฤษฎี หลักการ หรือกฎที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ผ่านการสาธิตโดยใช้ GeoGebra เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาได้อย่างเป็นระบบ มองเห็นความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และเกิดการเรียนรู้ด้วยความหมาย

ขั้นที่ 3 ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้จากทฤษฎีหรือหลักการที่ได้เรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ โดยฝึกฝนการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสามารถอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิด วิธีการ และคำตอบ ทั้งของตนเองและเพื่อนร่วมชั้น จากนั้นครูใช้ GeoGebra ช่วยตรวจสอบและยืนยันความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง เพื่อสรุปความรู้ที่ถูกต้องร่วมกันในชั้นเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกปฏิบัติ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกประยุกต์ใช้ความรู้ที่เรียนมาในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่มีลักษณะแตกต่างจากเดิม โดยครูออกแบบสถานการณ์ให้หลากหลายและท้าทาย เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยงความรู้ และการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ โดยมี GeoGebra เป็นเครื่องมือสนับสนุนในการเรียนรู้และตรวจสอบแนวคิดอย่างเหมาะสม

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การดำเนินการของนักเรียนในการใช้ความรู้ กระบวนการต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใด ในการแก้ปัญหาให้ได้มาซึ่งคำตอบ และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยแบ่งขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องเขียนได้ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ถามหา และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด และแก้ปัญหาอย่างไร แล้วดำเนินการแก้ปัญหานั้นจนกระทั่งได้มาซึ่งคำตอบ

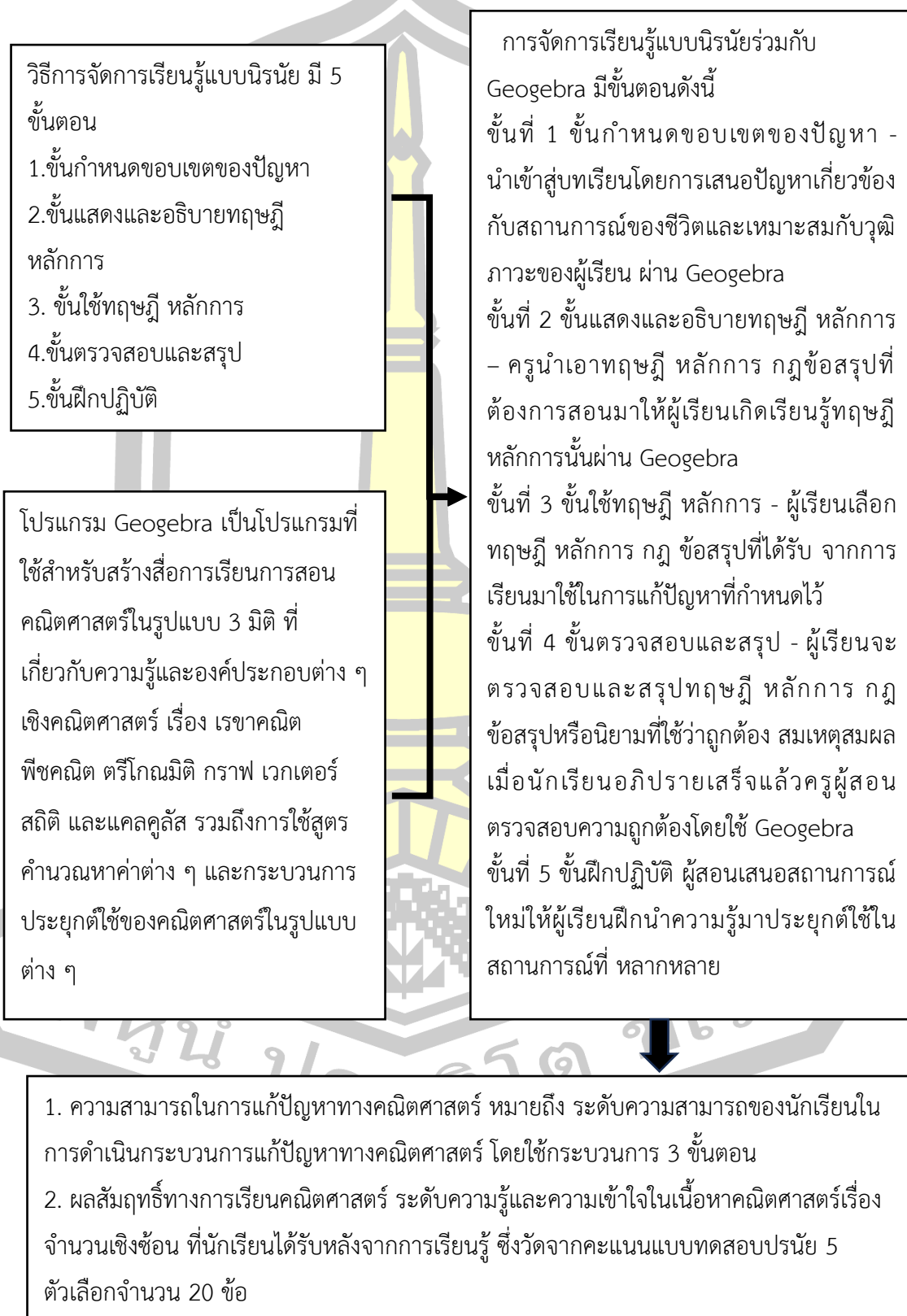
ขั้นที่ 3 การสรุปคำตอบ นักเรียนสามารถสรุปคำตอบจากการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหามathematics นี้ วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ซึ่งเป็นแบบวัดก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยแบบวัดความสามารถนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่พัฒนาขึ้นจากผลของการเรียนการสอน การฝึกฝน และประสบความสำเร็จในด้านความรู้ และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของสมอง ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความสามารถที่ผู้เรียนได้รับหลังจากการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยพฤติกรรมความสามารถในด้านความรู้ความจำ และการคิดคำนวณ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์ สามารถวัดได้จากการแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

## 6. กรอบแนวคิดการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เขียนกรอบแนวคิดการวิจัย ดังภาพ



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560)
2. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย
3. โปรแกรม Geogebra
4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560)

#### 1.1 เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เป้าหมายของการพัฒนาผู้เรียนในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มี ๒ ลักษณะ คือ เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้สาระนั้นอย่างลึกซึ้งได้แก่ สาระจำนวนและพีชคณิต และสาระสถิติและความน่าจะเป็น และไม่ได้เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน ได้แก่ สาระการวัดและเรขาคณิต และสาระแคลคูลัส

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งหวังให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในด้านต่าง ๆ อย่างรอบด้าน โดยมีเนื้อหาสาระสำคัญที่ผู้เรียนจะได้ศึกษา ดังนี้

- จำนวนและพีชคณิต ศึกษาเกี่ยวกับเซต ตรรกศาสตร์ จำนวนจริง พหุนาม จำนวนเชิงซ้อน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
- การวัดและเรขาคณิต ศึกษาเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ในสามมิติ และการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง
- สถิติและความน่าจะเป็น ศึกษาเรื่องหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น และการใช้สถิติเพื่ออธิบายเหตุการณ์หรือใช้ในการตัดสินใจ
- แคลคูลัส ศึกษาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต รวมทั้งการประยุกต์ใช้แคลคูลัสในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระเหล่านี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมความสามารถของผู้เรียนในการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ การเชื่อมโยงความรู้เพื่อการแก้ปัญหา และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในบริบทจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 1.2 คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202 เวลา 60 ชั่วโมง 1.5 หน่วยกิต ได้กำหนดคำอธิบายรายวิชาและผลการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ศึกษาเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน สมบัติพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว รากที่  $n$  ของจำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม กฎเกณฑ์การนับเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด การจัดหมู่กรณีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ทฤษฎีบททวินาม การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ฝึกทักษะ โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

#### ผลการเรียนรู้

1. เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา
2. ทหารากที่  $n$  ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1
3. แก้มสมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
4. เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา
5. เข้าใจและใช้หลักการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และทฤษฎีบททวินาม

รวมทั้งหมด 5 ผลการเรียนรู้

จากการศึกษาผลการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมผู้วิจัยได้นำเนื้อหาเรื่อง จำนวนเชิงซ้อน มาใช้ในการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Gegebra เนื่องจากเนื้อหาดังกล่าวมีลักษณะเป็นแนวคิดเชิงนามธรรมที่ยากต่อการทำความเข้าใจของผู้เรียน โดยเฉพาะการแสดงจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบต่าง ๆ การดำเนินการทางพีชคณิต และการเชื่อมโยงกับการนำเสนอทางเรขาคณิต ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยทั้งการอธิบายเชิงตรรกะและการสร้างภาพทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน



## 1.3 โครงสร้างรายวิชา

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32202)

	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
1	จำนวน เชิงซ้อน	- เข้าใจจำนวน เชิงซ้อนและใช้ สมบัติของ จำนวน เชิงซ้อนในการ แก้ปัญหา - หารากที่ $n$ ของจำนวน เชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวน นับที่มากกว่า 1 - แก้สมการ พหุนามตัว แปรเดียวดีกรี ไม่เกินสี่ที่มี สัมประสิทธิ์ เป็นจำนวน เต็ม และ นำไปใช้ในการ แก้ปัญหา	- สมบัติเชิงพีชคณิต ของจำนวนเชิงซ้อน - กราฟและค่า สัมบูรณ์ของจำนวน เชิงซ้อน - รากที่สองของ จำนวนเชิงซ้อน - จำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้ว - รากที่ $n$ ของ จำนวนเชิงซ้อน - สมการพหุนาม	ศึกษาเกี่ยวกับ จำนวนเชิงซ้อน สมบัติพีชคณิตของ จำนวนเชิงซ้อน กราฟและค่า สัมบูรณ์ของจำนวน เชิงซ้อน รากที่สอง ของจำนวนเชิงซ้อน จำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้ว รากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน และสมการพหุนาม	27	25
			การวัดผลกลางภาคเรียน		3	20

	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
2	ความ น่าจะเป็น	- เข้าใจและใช้ หลักการบวก และการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการ แก้ปัญหา - หาความ น่าจะเป็นและ นำความรู้ เกี่ยวกับความ น่าจะเป็นไปใช้	- หลักการนับ เบื้องต้น - การเรียงสับเปลี่ยน - การจัดหมู่ - การทดลองสุ่มและ เหตุการณ์ - ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์ - ทฤษฎีบททวินาม	ศึกษาเกี่ยวกับ กฎเกณฑ์การนับ เบื้องต้นเกี่ยวกับ การนับ การเรียง สับเปลี่ยนเชิงเส้น การเรียงสับเปลี่ยน เชิงวงกลม กรณีที่ สิ่งของแตกต่างกัน ทั้งหมด การจัดหมู่ กรณีที่สิ่งของ แตกต่างกันทั้งหมด ทฤษฎีบททวินาม การทดลองสุ่มและ เหตุการณ์ และ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์	27	25
การวัดผลปลายภาคเรียน					3	30
รวมตลอดภาคเรียน					60	100

(ที่มา: โรงเรียนสารคามพิทยาคม)

จากการศึกษาเป้าหมายหลักสูตร คำอธิบายรายวิชา ผลการเรียนรู้ และโครงสร้างรายวิชา  
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสารคามพิทยาคม สามารถสรุปได้ว่า รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202 จำนวน  
1.5 หน่วยกิต เวลา 60 ชั่วโมง ประกอบด้วย 2 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวน  
เชิงซ้อน และหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็น โดยเฉพาะหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องจำนวน  
เชิงซ้อน เป็นเนื้อหาที่มีความซับซ้อนสูง ประกอบด้วยแนวคิดเชิงนามธรรม เช่น การดำเนินการกับ  
จำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบของการบวก ลบ คูณ หาร การเปรียบเทียบจำนวนเชิงซ้อน และการแสดง  
จำนวนเชิงซ้อนในเชิงเรขาคณิต ซึ่งมักก่อให้เกิดความสับสนแก่ผู้เรียน หากขาดความเข้าใจที่ชัดเจนใน

ทั้งเชิงแนวคิดและการประยุกต์ใช้งาน ผู้วิจัยจึงเลือกใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์ที่สามารถจำลองและแสดงภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้อย่างชัดเจน เพื่อช่วยเสริมสร้างความเข้าใจแนวคิดเชิงนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ตลอดจนส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

## 2. การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของนักการศึกษาที่ได้กล่าวถึงการสอน วิธีการสอน รูปแบบการสอนของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยด้วยคำที่แตกต่างกัน แต่มีความหมายเดียวกัน ผู้วิจัยจึงขอใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย แทนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ดังนี้

### 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนนำข้อสรุป ข้อค้นพบ ไปใช้ในการแก้ปัญหาและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Lardizabal et al. (1970) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการสอนแบบอุปนัย โดยการสอนแบบอุปนัยเริ่มต้นด้วยการเรียนรู้จากตัวอย่างแล้วนำไปสู่ข้อสรุปหรือหลักเกณฑ์ ส่วนการสอนแบบนิรนัยจะเริ่มจากข้อสรุปทั่วไปแล้วจึงนำไปประยุกต์ใช้กับตัวอย่างเฉพาะ กระบวนการสอนแบบนิรนัย คือ การให้เหตุผลจากสิ่งทั่วไปไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง การสอนแบบนิรนัยแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบทำนายและแบบอธิบายชี้แจง นิรนัยแบบทำนายจะเกี่ยวข้องกับการคาดคะเนรายละเอียดในสถานการณ์ต่าง ๆ ในขณะที่นิรนัยแบบอธิบายหรือชี้แจงจะเชื่อมโยงข้อเท็จจริงกับหลักการเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิด ซึ่งวิธีการนิรนัยแบบอธิบายชี้แจงนี้มักถูกนำมาใช้บ่อยในห้องเรียน

Good (1973) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า เป็นกระบวนการเรียนการสอนหรือการโต้แย้งที่อาศัยหลักการกว้าง ๆ หรือหลักการทั่วไป และนำมาประยุกต์ใช้กับส่วนย่อย ๆ เป็นวิธีที่เน้นการแสดงถึงความถูกต้องของข้อสรุปผ่านการประยุกต์จากกฎทั่วไปไปสู่รายละเอียดเฉพาะ

Atta et al. (2015) ระบุว่าวิธีการสอนแบบนิรนัยนั้นอิงตามหลักการนิรนัย โดยเริ่มต้นด้วยการนำเสนอหลักการ กฎ หรือทฤษฎีทั่วไป จากนั้นจึงให้ตัวอย่างเฉพาะเพื่อให้นักเรียนประยุกต์ใช้หลักการเหล่านั้นในการแก้ปัญหาหรือทำความเข้าใจเนื้อหา วิธีการนี้เรียกว่า "ตรรกะจากบนลงล่าง" หรือ "top-down logic" ซึ่งเน้นการให้ความรู้ที่แน่นอนแก่ผู้เรียนก่อน จากนั้นให้ผู้เรียนฝึกฝนและนำ

ความรู้ที่นำไปประยุกต์ใช้ วิธีการสอนแบบนิรนัยนิยมใช้มากในวิชาต่าง ๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต เลขคณิต และตรีโกณมิติ โดยเฉพาะในระดับมัธยมปลายหรือระดับที่สูงกว่า ซึ่งเน้นการใช้สมมติฐาน และการคาดเดาต่าง ๆ ในการสอนคณิตศาสตร์

ชนัท ธาตุทอง (2551) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยว่า เป็นการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้และความเข้าใจในหลักเกณฑ์ กฎ กติกา แนวคิด ทฤษฎี ข้อเท็จจริง หรือ ข้อสรุป จากนั้นผู้เรียนจึงนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ

ธีรรัตน์ สังหรณ์ (2556) ได้สรุปความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้ว่าเป็นวิธีการสอนที่ ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ทั่วไป กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วจึงศึกษาค้นคว้า ข้อมูลรายละเอียด เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ หรือหลักการ เหล่านั้นเพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการ เหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

ทิตนา แคมมณี (2564) ได้อธิบายว่า การสอนโดยใช้นิรนัยคือกระบวนการที่ผู้สอนใช้เพื่อ ช่วยให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ โดยเริ่มจากการทำความเข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ หรือ ข้อสรุปที่เกี่ยวข้อง จากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในการใช้ทฤษฎี หลักการ หรือกฎนั้น ๆ นอกจากนี้ ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ หรือกฎไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง สรุปได้ว่าเป็นการสอนจากหลักการสู่การ ประยุกต์ใช้ในตัวอย่างย่อย ๆ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นวิธีการสอนที่มุ่งให้ ผู้เรียนเริ่มต้นจากการเรียนรู้แนวคิด หลักการ กฎ หรือข้อสรุปทั่วไปที่เป็นนามธรรม จากนั้นจึงนำไป ประยุกต์ใช้กับตัวอย่างหรือสถานการณ์เฉพาะ เพื่อสร้างความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและสามารถนำความรู้ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยอาศัยเหตุผลจากสิ่งทั่วไปไปสู่สิ่งเฉพาะเจาะจง ลักษณะ สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยคือ การนำเสนอเนื้อหาหลักหรือกฎก่อน แล้วจึงตามด้วยการ อธิบายหรือแสดงตัวอย่างประกอบ และให้นักเรียนฝึกฝนการใช้ความรู้ที่เรียนในสถานการณ์ต่าง ๆ วิธีการสอนลักษณะนี้เหมาะกับเนื้อหาที่มีโครงสร้างชัดเจน เช่น คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในระดับ มัธยมศึกษาตอนปลายที่เน้นความเข้าใจหลักการและการประยุกต์ใช้

## 2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

ในการศึกษาการวิจัยครั้งนี้ได้มีนักวิจัยและนักวิชาการ ได้ศึกษาและค้นคว้าวัตถุประสงค์ การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ไว้ดังนี้

Hird (2015) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การสอนแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการที่เริ่มจากความรู้ทั่วไปไปสู่ความรู้ที่จำเพาะ หรือในอีกความหมายหนึ่ง คือ เริ่มด้วยแนวคิด หรือทฤษฎีที่ทำให้แคบลง กลายเป็นสมมติฐานแบบจำเพาะที่ได้รับการทดสอบแล้ว



**ภาพประกอบที่ 1** แสดงการสอนแบบนิรนัยทำให้นักเรียนได้เรียนรู้กฎหรือทฤษฎีทั่วไปที่จะนำไปสู่การประยุกต์ด้วยตัวอย่าง และเรียนรู้ผ่านการฝึกฝนด้วยแบบฝึกหัด

สุวิทย์ มูลคำ และอรนัย มูลคำ (2547) ได้ระบุว่าวัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัยคือการช่วยให้นักเรียนเข้าใจทฤษฎี หลักการ หรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ อย่างลึกซึ้ง และสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เวชฤทธิ์ อังกะภทธรขจร (2555) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัย ดังนี้

1. ใช้ในการสอนเมื่อจำเป็นต้องแก้ไขปัญหายาก โดยอาศัยทฤษฎี กฎ สูตร หรือข้อสรุปที่ได้เรียนมาก่อน
2. เพื่อให้นักเรียนสามารถนำทฤษฎี กฎ สูตร หรือข้อสรุปเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้อย่างถูกต้อง

ไพศาล แผลงทับทอง (2558) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในหลักการและทฤษฎีต่าง ๆ และยังช่วยให้นักเรียนรู้จักใช้ทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม และหลักการต่าง ๆ ที่ผ่านการพิสูจน์การวิเคราะห์ยอมรับว่าเป็นจริงแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

ทิตนา แชนมณี (2564) ได้อธิบายว่าวัตถุประสงค์ของการสอนแบบนิรนัยคือการมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเข้าใจหลักการและสามารถนำหลักการเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ได้

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยได้ว่า เป็นวิธีการที่เริ่มจากภาพรวมก่อนแล้วค่อยแยกย่อยเพื่อพัฒนาความคิดของผู้เรียน โดยมีวัตถุประสงค์หลักในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจทฤษฎี กฎ หรือหลักการต่าง ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาซับซ้อนในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการสอนแบบนิรนัยช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ พิสูจน์ข้อเท็จจริง และตัดสินใจได้อย่างถูกต้องบนพื้นฐานของความรู้ที่ได้เรียนมา

### 2.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

จากการศึกษาพบว่านักการศึกษาหลายท่านได้จัดองค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ ดังนี้

Eggen et al. (1979) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน เป็นขั้นที่กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนและจัดเตรียมตัวอย่างที่จะนำมาใช้ประกอบในการเรียนการสอน

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอน แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ครูเสนอปัญหาและหลักการในการแก้ปัญหา
- 2) ครูอภิปรายปัญหาต่าง ๆ ร่วมกับนักเรียน
- 3) ครูแสดงตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับหลักการและตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้อง เพื่อให้

นักเรียนอภิปรายและวิเคราะห์ในห้องเรียน

- 4) ครูให้นักเรียนค้นหาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวและนำเสนอในห้องเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นประเมินผล ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

Sidhu (2006) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย โดยสามารถจำแนกได้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ครูแจ้งหัวข้อการสอนในวันนั้นให้นักเรียนทราบ
2. หลังจากแจ้งหัวข้อแล้ว ครูจะนำเสนอสูตรที่เกี่ยวข้องให้นักเรียนในทันที
3. ครูอธิบายวิธีการใช้หรือการประยุกต์ใช้สูตรด้วยการนำสูตรนั้นไปแก้ปัญหาลำดับ

หนึ่ง

4. เมื่อมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจวิธีการใช้สูตรแล้ว ครูจะให้นักเรียนฝึกใช้สูตรแก้ปัญหาลำดับหนึ่งตามวิธีที่อธิบายไว้

Atta et al. (2015) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การรับรู้ปัญหาที่ชัดเจน (Clear recognition of the problem) นักเรียนต้องระบุปัญหาหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 2 การค้นหาสมมติฐานเบื้องต้น (Search for a tentative hypothesis) นักเรียนจะค้นหาสมมติฐานที่อาจเป็นคำตอบสำหรับปัญหาที่ระบุ

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐานเบื้องต้น (Formulating of a tentative hypothesis) นักเรียนจะตั้งสมมติฐานเบื้องต้นอย่างชัดเจน ซึ่งสามารถทดลองและพิสูจน์ได้

ขั้นที่ 4 การทดสอบและการพิสูจน์ (Verification) นักเรียนจะทดสอบและพิสูจน์สมมติฐานเบื้องต้นโดยใช้ตัวอย่างและการทดลองที่เหมาะสม

พลวิสันต์ สิงหาอาจ (2555). กล่าวไว้ว่า วิธีการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นกำหนดปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาหรือระบุสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อโน้มน้าวให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบของปัญหา ที่นำเสนอควรเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน
2. ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการสอนมาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น
3. ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ได้รับจากการเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้
4. ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามที่ใช้ว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาผู้สอนหรือค้นคว้าจากตำราต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์เพื่อตรวจสอบว่าเป็นจริงของกฎ ทฤษฎีหรือหลักการ
5. ขั้นฝึกปฏิบัติเมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควรแล้วผู้สอนเสนอสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลาย

พงศกร สุวรรณะ (2562) กล่าวไว้ว่า การสอนแบบนิรนัย ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน โดยการเสนอปัญหาถึงสิ่งที่จะสอนเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ
2. ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการสอนมาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น
3. ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ได้จากการเรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้ได้

4. ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป หรือนิยามที่เชื่อว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาผู้สอน หรือค้นคว้าจาก ตำรา ต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์หรือตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ ที่ถูกต้อง

5. ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควร แล้ว ผู้สอนเสนอสถานการณ์ ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ หลากหลาย

ทิศนา แคมมณี (2564) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผู้สอนนำเสนอความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์ และข้อสรุปที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ผ่านวิธีการที่เหมาะสม

ขั้นที่ 2 ผู้สอนให้ตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆ ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนไป ประยุกต์ใช้ได้

ขั้นที่ 3 ผู้สอนให้ผู้เรียนฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจในสถานการณ์ใหม่ ๆ

ขั้นที่ 4 ผู้สอนให้ผู้เรียนวิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 5 ผู้สอนทำการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนแบบนิรนัยเป็นรูปแบบการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจในทฤษฎี หลักการและกฎของ เนื้อหานั้น ๆ ก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างการนำทฤษฎี หลักการและกฎ เหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น มีขั้นตอนการสอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหา หรือสิ่งที่ จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อโน้มน้าวให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบของปัญหา ที่ นำเสนอควร เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ ต้องการสอนมาให้ผู้เรียนเกิดเรียนรู้ทฤษฎี หลักการนั้น

ขั้นที่ 3 ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ ได้รับ จากการเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามที่เชื่อว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่โดยอาจปรึกษาผู้สอนหรือค้นคว้าจากตำรา ต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์เพื่อตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกปฏิบัติเมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควร แล้วผู้สอนเสนอสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ หลากหลาย

## 2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย

จากการศึกษาได้มีนักการศึกษากล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ดังนี้

วิภาดา พินลา (2558) กล่าวถึงข้อดีและข้อเสียของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

### ข้อดี

การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยใช้เวลาน้อย เพราะผู้เรียนสามารถนำกฎเกณฑ์หรือหลักการที่เคยเรียนมาแล้ว มาใช้ได้ ทำให้ผู้เรียนจำ กฎเกณฑ์หรือหลักการได้แม่นยำช่วยฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มี การตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริงทำให้สามารถเรียนด้วยตนเองได้ และตัดสินใจแก้ปัญหาได้ ด้วยตนเอง และช่วยทำให้การแก้ปัญหาของผู้เรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

### ข้อเสีย

วิธีสอนแบบนิรนัยเป็นวิธีสอนที่ไม่ส่งเสริมให้ ผู้เรียนเกิดความคิดด้วยตนเอง ผู้เรียนต้องจำสูตร กฎ ทฤษฎีมาใช้ ซึ่งบางครั้งผู้เรียนไม่เข้าใจ ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่ายต่อการเรียนได้

ไพศาล แมลงทับทอง (2558) ได้กล่าวถึง ข้อดีและข้อเสียของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

### ข้อดี

1. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนที่มีความสามารถ เรียนรู้ได้เร็ว สามารถพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองได้
2. เหมาะสำหรับใช้สอนเนื้อหาวิชาง่าย ๆ หรือสอนเกี่ยวกับหลักเกณฑ์ต่าง ๆ
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการนำทฤษฎี/ หลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ

### ข้อเสีย

1. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนไม่ได้เกิดความคิดรวบยอดด้วยตนเอง
2. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ขึ้นกับความเข้าใจและความสามารถของผู้สอนในการนำเสนอทฤษฎี หลักการ อาจส่งผลให้นักเรียนบางกลุ่มหรือบางคนตามไม่ทัน อาจเกิดปัญหาในการเรียนรู้ได้

ทศนา แชมมณี (2564) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้  
ดังนี้

### ข้อดี

- 1) เป็นวิธีการสอนที่สามารถถ่ายทอดเนื้อหาสาระได้อย่างรวดเร็วและไม่ซับซ้อน
- 2) นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการนำทฤษฎีและหลักการไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่
- 3) อำนวยให้นักเรียนที่มีความสามารถหรือเรียนรู้ได้รวดเร็วสามารถพัฒนาตนเองได้

โดยไม่ต้องรอเพื่อนที่เรียนรู้ช้ากว่า

### ข้อจำกัด

- 1) ครูต้องเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ และปัญหาที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกฝน
- 2) ความสำเร็จของการสอนขึ้นอยู่กับความเข้าใจและความสามารถของครูในการนำเสนอทฤษฎีและหลักการ
- 3) นักเรียนที่เรียนรู้ช้าอาจตามไม่ทันเพื่อน ซึ่งอาจก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้

จากการศึกษาข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยจากนักการศึกษาสามารถสรุปได้ดังนี้ ข้อดี คือ ใช้เวลาในการสอนน้อย ช่วยให้นักเรียนจดจำและนำกฎหรือสูตรไปประยุกต์ใช้ได้ทันที รวมถึงส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล โดยไม่เชื่อสิ่งใดโดยไม่มี การพิสูจน์ ข้อดีอื่น ๆ ได้แก่ ความง่ายและรวดเร็วในการถ่ายทอดเนื้อหา การฝึกการประยุกต์ใช้ทฤษฎี และเหมาะสมกับวิชาคณิตศาสตร์ และข้อจำกัด คือ สามารถใช้ได้กับบางเนื้อหาเท่านั้น อาจยากสำหรับผู้เรียนใหม่ และเสี่ยงต่อการพึ่งพาการท่องจำมากกว่าความเข้าใจ อย่างไรก็ตาม ความสำเร็จของการสอนขึ้นอยู่กับความเข้าใจและความสามารถของครูในการนำเสนอทฤษฎี นักเรียนที่เรียนรู้ช้าอาจตามไม่ทันเพื่อน ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพการเรียนรู้โดยรวม

## 3. โปรแกรม Geogebra

### 3.1 ลักษณะของโปรแกรม Geogebra

Geogebra เป็นซอฟต์แวร์คณิตศาสตร์แบบไดนามิกที่รวมความรู้จากหลายสาขาทางคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส และอื่น ๆ ไว้ในแพลตฟอร์มเดียว ซอฟต์แวร์นี้ช่วยให้ผู้ใช้สามารถมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทำการคำนวณ และสร้างการจำลองต่าง ๆ ทำให้ Geogebra เป็นเครื่องมือที่ทรงคุณค่าสำหรับการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (โฮเฮินวาร์เตอร์ และคณะ, 2008)

Geogebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์เชิงพลวัตที่รวมเอาเรขาคณิต พีชคณิต และ แคลคูลัสไว้ในที่เดียว สามารถใช้ในการสร้างชิ้นงานที่สามารถเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตได้ในภายหลัง การนำ Geogebra มาบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างและพัฒนาศักยภาพของครูผู้สอน และยังเป็นแนวทางสำหรับการค้นคว้าเพิ่มเติม เพื่อนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในห้องเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ โปรแกรมนี้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองตามศักยภาพของแต่ละคน ส่งผลให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดสร้างสรรค์ มีจินตนาการ และพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562)

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า Geogebra เป็นโปรแกรมซอฟต์แวร์คณิตศาสตร์แบบโต้ตอบสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ประถมจนถึงระดับมหาวิทยาลัย เนื่องจาก Geogebra มีเครื่องมือที่หลากหลายที่สามารถนำไปใช้ในการสร้างบทเรียน อาทิเช่น จุด เวกเตอร์ ส่วนของเส้นตรง เส้น รูปหลายเหลี่ยม ภาคตัดกรวย อสมการ พหุนาม และฟังก์ชัน โดยที่เราสามารถป้อนและแก้ไขวัตถุจากการที่สร้างขึ้นได้โดยตรง นอกจากนี้ Geogebra มีความสามารถในการใช้ตัวแปรสำหรับตัวเลข การใช้ Array และคำสั่งแบบมีเงื่อนไขที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมภาษาระดับสูง เช่น C, Java ดังนั้น Geogebra จึงเป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับครูและนักเรียนในการใช้ทำความเข้าใจวิธีพิสูจน์ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

### 3.2 การติดตั้งโปรแกรม Geogebra

โปรแกรม Geogebra เป็นโปรแกรมประเภท Freeware ซึ่งผู้ใช้งานสามารถดาวน์โหลด โดยไม่ต้องเสียค่าใช้จ่าย โดยดาวน์โหลดได้ที่ <https://www.geogebra.org/download> หรือสามารถใช้งานได้บนหน้าเว็บไซต์นี้ <https://www.geogebra.org/calculator>

## 4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 4.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

Cruikshank et al. (1992) กล่าวว่า ปัญหาคือคำถามหรือสถานการณ์ที่สร้างความสับสนหรือทำให้ผู้แก้ปัญหาต้องคิดหนัก ปัญหาควรเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหาโดยทันที ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวน

เสมอไป บางปัญหาอาจเกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนเลย

Stephen et al. (1993) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสถานการณ์ที่นำเสนอในรูปแบบของประโยคภาษา ซึ่งคำตอบของปัญหาจะต้องเชื่อมโยงกับปริมาณที่กล่าวถึง แม้ว่าในปัญหาจะไม่ได้ระบุวิธีการแก้ไขไว้อย่างชัดเจน แต่ผู้แก้ปัญหาก็ต้องสืบค้นและหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

Adam et al. (1997) ได้อธิบายถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่นำเสนอในรูปแบบของประโยคภาษา ซึ่งคำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในปัญหานั้น ๆ แม้ว่าปัญหานั้นจะไม่ได้ระบุวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาก็จำเป็นต้องค้นหาวิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบ ซึ่งกระบวนการนี้เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจว่าจะอะไรต้องทำ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ให้คำจำกัดความของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหามust ต้องเผชิญและต้องค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่ทราบวิธีการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบทันที

สิริพร ทิพย์คง (2552) ได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า คือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ โดยปัญหาสำหรับคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่ง เนื่องจากความแตกต่างกันทั้งในด้านความรู้และประสบการณ์ ซึ่งส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ๆ

เวชฤทธิ์ อังกะภทธรชจร (2555) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการหาคำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่ท้าทายและต้องการการวิเคราะห์อย่างรอบคอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ผู้แก้ปัญหาก็จำเป็นต้องสืบค้นและเลือกวิธีการที่เหมาะสมในการหาคำตอบ ปัญหานี้ อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณ สมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลเชิงตรรกะ และต้องใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ไข ความสามารถในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์ของแต่ละบุคคล

## 4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1985) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติอาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมุติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

Ray et al. (1995) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สลับซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างสลับซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามust ประมวลผลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

Hartfield (1993) ได้แบ่งปัญหาตามลักษณะของปัญหาไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open - Ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ไขปัญหาคือสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550) ได้แบ่งประเภทของปัญหา โดยแบ่งตามลักษณะของปัญหาสามารถสรุปได้ ดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่ใช้สำหรับฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ออกแบบมาเพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้วิธีการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยมักเป็นปัญหาที่คล้ายคลึงกับเนื้อหาในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อนมาก และมุ่งเน้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคำนวณและฝึกปฏิบัติตามขั้นตอนวิธี เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ ปัญหานี้อาจอยู่ในรูปแบบของประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติหรือมีหลายขั้นตอน ซึ่งผู้แก้ปัญหามักไม่เคยพบเจอมาก่อน ในการแก้ปัญหานี้ จำเป็นต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงต้องมีการคิดวางแผนและใช้วิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกการใช้ความรู้ วิธีแก้ปัญหา และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาสามารถพบว่าการแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายวิธี เช่น การแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหาเป็นปัญหาที่ให้คั่นหาคำตอบและปัญหาที่ให้พิสูจน์ความจริง หรือการแบ่งตามความซับซ้อนของปัญหาเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างง่ายและโครงสร้างซับซ้อน นอกจากนี้ยังมีการแบ่งเป็นปัญหาปกติที่พบได้ทั่วไป และปัญหาที่ไม่ปกติที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์อย่างลึกซึ้ง รวมถึงการแบ่งเป็นปัญหาที่ใช้สำหรับฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์และปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคับซ้อน

#### 4.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

จากการศึกษาได้มีนักการศึกษาได้ให้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

Stephen et al. (1993) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีว่า ควรมีคุณสมบัติพื้นฐาน 3 ประการ ได้แก่

1. การยอมรับ ผู้เรียนต้องยอมรับและมีแรงจูงใจภายในที่จะแก้ปัญหานั้น
2. การขัดขวาง ความพยายามครั้งแรกของผู้เรียนไม่ควรได้คำตอบง่ายตาย ต้องเป็นปัญหาที่ไม่สามารถแก้ไขด้วยวิธีการที่คุ้นเคยจากการทำแบบฝึกหัดทั่วไป
3. การสำรวจตรวจสอบ ควรเป็นปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจและค้นหาวิธีการใหม่ ๆ เพื่อหาคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอลักษณะที่ดีของ ปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถ ปัญหาควรมีระดับความยากที่เหมาะสม ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนไม่ท้อถอยและคงความสนใจในการแก้ปัญหา
2. ปัญหาที่แปลกใหม่และไม่คุ้นเคย ปัญหาควรเป็นสิ่งที่ผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อน หรือสามารถดัดแปลงจากปัญหาเดิมให้มีความแปลกใหม่
3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ที่หลากหลาย ปัญหาควรเชื่อมโยงแนวคิดคณิตศาสตร์กับบริบทอื่น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้
4. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหา ปัญหาควรช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง
5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
6. ปัญหาที่มีหลายกลยุทธ์แก้ปัญหา ปัญหาควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายและเหมาะสม
7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจและสืบสวน ปัญหาควรกระตุ้นให้ผู้เรียนสำรวจ รวบรวมข้อมูล และสร้างข้อความคาดการณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป
8. ปัญหาที่ส่งเสริมพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ปัญหาควรช่วยพัฒนาการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ผ่านกระบวนการวิเคราะห์และตัดสินใจอย่างรอบคอบ
9. เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็น ปัญหาควรให้ผู้เรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเองและนำเสนออย่างอิสระ
10. ใช้ภาษาที่เหมาะสม ภาษาที่ใช้ควรสอดคล้องกับวัยและพัฒนาการของผู้เรียน เพื่อให้ไม่ให้ผู้เรียนเกิดความสับสน
11. ข้อมูลที่ท้าทายการคิด ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย เกิน หรือขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และพิจารณาข้อมูลอย่างรอบคอบ

จากการศึกษาลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีที่สามารถสรุปได้ดังนี้ ลักษณะของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีคุณสมบัติที่ช่วยกระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน โดย ปัญหาควรเป็นสิ่งที่ไม่คุ้นเคยและมีหลายวิธีในการแก้ไข อีกทั้งควรใช้ภาษาที่กระชับและเหมาะสมกับ

วัยของผู้เรียน ปัญหาที่ต้องสร้างแรงจูงใจในการแก้ไข มีความซับซ้อนพอที่จะไม่สามารถแก้ด้วยวิธีการที่คุ้นเคย ส่งเสริมการสำรวจค้นหาวิธีการใหม่ ๆ และเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน ทั้งนี้ ปัญหาควรมีข้อมูลที่เพียงพอ ทันท่วงที และไม่ยากหรือง่ายเกินไป รวมถึงควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนวิเคราะห์และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมพัฒนาการคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาที่เป็นเหตุเป็นผล

## 5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 5.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ จึงได้มีนักการศึกษาเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1980) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ ในปัญหาเป็นการหาวิธีการที่จําแนงสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่มีความชัดเจนแต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันที

Kutz (1991) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้น เมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนี้จะต้องถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหา
2. ในการบรรลุเป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค โดยที่ผู้แก้ปัญหาไม่ทราบวิธีการที่แน่ชัดในการไปถึงเป้าหมาย
3. ผู้แก้ปัญหาถูกกระตุ้นให้พยายามบรรลุเป้าหมายดังกล่าว

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือการเผชิญกับโจทย์ที่ยังไม่รู้วิธีการหาคำตอบในทันที นักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าสู่กระบวนการที่จะสร้างความรู้ใหม่ การแก้ปัญหาไม่ได้เน้นเพียงการหาคำตอบเท่านั้น แต่เน้นกระบวนการในการหาคำตอบ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนด้วยโจทย์ที่ซับซ้อนและมีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ระบุว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือกระบวนการที่นักเรียนประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน ยุทธวิธี และประสบการณ์เดิมในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องใช้วิธีการที่ไม่เคยทราบมาก่อนในการหาคำตอบ ซึ่งการแก้ปัญหานี้ถือเป็นทั้งทักษะและกระบวนการที่ผสมผสานกับทักษะสำคัญอื่น ๆ นอกจากนี้ กระบวนการแก้ปัญหายังมีความซับซ้อน เพราะเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ ความสามารถ ประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาเอง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556) ได้ระบุว่า การแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์คือกระบวนการที่นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีต่าง ๆ และประสบการณ์ที่มีอยู่มาประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มุ่งค้นหาวิธีจัดการกับอุปสรรคและความไม่แน่นอน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและชัดเจน โดยมีเป้าหมายในการทำ ความเข้าใจและหาวิธีการแก้ไขโจทย์ที่ไม่เคยทราบมาก่อน การแก้ปัญหาวไม่ได้มุ่งเน้นแค่การหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ยังรวมถึงการสะท้อนความคิด การคิดวิเคราะห์ และการพัฒนาทักษะในการจัดการกับโจทย์ที่ซับซ้อน ปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาวประกอบด้วยความซับซ้อนของปัญหา วิธีการนำเสนอ ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาว ความเพียงพอของข้อมูล รวมถึงเจตคติและประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาว ดังนั้น การแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์จึงเป็นทักษะที่ต้องใช้การประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่หลากหลายร่วมกันในการแก้ไขปัญหาวอย่างมีประสิทธิภาพ

## 5.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาพบว่าได้มีนักการศึกษาจำนวนมากได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1973) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวความคิดการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาว ซึ่งวัดความสามารถใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหาว ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาว และความสามารถในการตรวจสอบผล

1. ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาที่กำหนดให้ โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้

2. วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการประยุกต์ใช้แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีการดำเนินการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ได้แก่ การเขียนวิธีหรือขั้นตอน หรือแผนผังแสดงการแก้ปัญหา หรือประโยคทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3. ดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นลงมือการคิดคำนวณตาม ยุทธวิธีหรือแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่วางแผนไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาก่อนการตรวจสอบ

4. การตรวจสอบ (Looking Back) เป็นขั้นการวิเคราะห์ความถูกต้องสมบูรณ์ของ ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา รวมถึงการประเมินความสมเหตุสมผลของวิธีการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์และตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่

Gagne (1985) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อน มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Scheme) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้ รวมถึงคำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating Answer) หมายถึง ความสามารถในการ ตรวจสอบย้อนกลับเพื่อประเมินความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดอด กระบวนการ

Ray et al. (1990) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการ แยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการเลือกใช้อุปกรณ์และวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

Stephen et al. (1993) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะและความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้ประยุกต์กับสถานการณ์ปัญหาที่แตกต่างออกไปจากเดิม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้อธิบายความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนกลวิธีและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา รวมถึงประสบการณ์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ปัญหาทางคณิตศาสตร์เหล่านี้มักต้องการการคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดเชื่อมโยง และการคิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล โดยครอบคลุม 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการดำเนินการพร้อมตรวจสอบผลลัพธ์ โดยผู้เรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม วิเคราะห์ข้อมูลอย่างมีตรรกะ และพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบอย่างรอบคอบ เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 5.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหามust ใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1973) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้

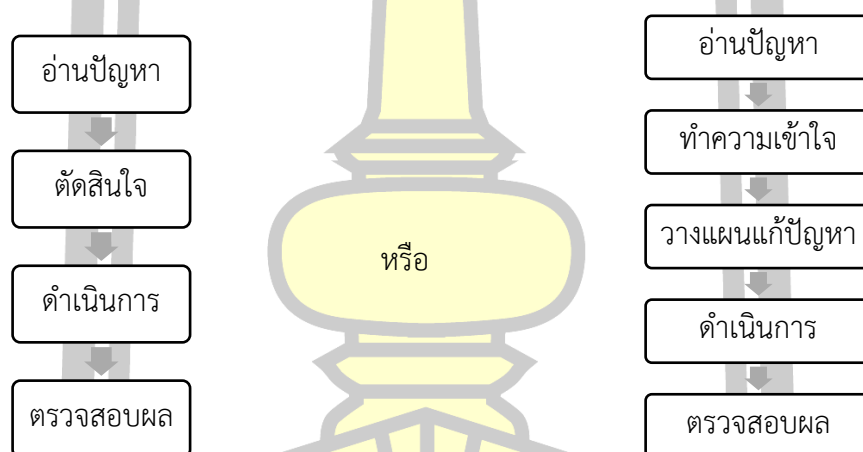
1. การทำความเข้าใจปัญหา ขั้นแรกคือนักเรียนต้องเข้าใจสัญลักษณ์และข้อมูลที่โจทย์ให้มา สามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาของตนเอง เข้าใจว่าโจทย์ถามหาอะไร มีข้อมูลอะไรบ้าง และต้องเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา นักเรียนควรพิจารณาปัญหาในหลายมุมมองจนสามารถสรุปเนื้อหาหลักได้

2. การวางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ และเข้าใจว่าสิ่งที่ต้องการหามีความเชื่อมโยงกับข้อมูลที่มีอย่างไร ควรแบ่งแผนการแก้ปัญหาออกเป็นขั้นตอนใหญ่และย่อย เพื่อช่วยในการดำเนินการอย่างมีระบบ

3. การดำเนินการตามแผน นักเรียนลงมือคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ โดยใช้ทักษะการคำนวณและการเลือกวิธีการที่เหมาะสมเพื่อหาคำตอบของปัญหา

4. การตรวจสอบ ขั้นสุดท้ายคือนักเรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องและความสมบูรณ์ของผลลัพธ์ รวมถึงตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องและปรับปรุงได้ตามความเหมาะสม

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง เช่น หนังสือเรียน แบบฝึกหัด และตำราต่าง ๆ เกี่ยวกับการแก้ปัญหามักเน้นการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ และใช้กรอบของการแก้ปัญหาเป็นแนวเส้นตรง ดังภาพประกอบ



ที่มา : Rungfa Janjaruporn (2005)

ภาพประกอบที่ 2 แบบจำลองของการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้ทักษะการคิดรวบยอด ทักษะการคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่าง ๆ อย่างไรก็ตาม ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบผลสำเร็จ เนื่องจากขาดทักษะในการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ และวิเคราะห์โจทย์ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนควรสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือการวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตารางแผนภาพช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ เป็นการตรวจสอบว่ามีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของกระบวนการแก้ปัญหาที่ต้องการให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับปัญหาและตัดสินใจว่าจะอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งประกอบด้วย ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ เพื่อให้เข้าใจปัญหาอย่างแท้จริง นักเรียนอาจต้องพิจารณาส่วนสำคัญเหล่านี้อย่างถี่ถ้วน ซ้ำไปซ้ำมา และพิจารณาในมุมมองที่หลากหลาย นอกจากนี้ การใช้วิธีต่าง ๆ เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการถ่ายทอดสาระของปัญหาด้วยคำพูดของตนเองก็เป็นวิธีที่ช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้มุ่งให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีและตัวไม่ทราบค่า แล้วนำความสัมพันธ์นี้มาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อสร้างแผนในการแก้ไข นักเรียนต้องเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นการใช้หลักการ ทฤษฎี หรือวิธีการที่เคยเรียนรู้มาเพื่อเสนอทางแก้ไขที่ดีที่สุด

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือทำตามแผนที่วางไว้ โดยมีเป้าหมายให้ได้ผลลัพธ์ที่คาดหวัง ในขั้นนี้ นักเรียนต้องดำเนินการอย่างละเอียดและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อแก้ปัญหา หากพบว่าผลลัพธ์หรือข้อมูลไม่เป็นไปตามคาดการณ์ นักเรียนอาจต้องกลับไปพิจารณาและปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้สอดคล้องกับแนวทางที่วางไว้ตั้งแต่ต้น

ขั้นที่ 4 ได้มาซึ่งการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้ โดยใช้การคาดการณ์ หรือยุทธวิธีแก้ปัญหายาอื่นที่อาจยังไม่สำเร็จหรือล้มเหลว การ

แก้ปัญหาต้องตอบข้อจำกัดโดยมีนักเรียนสามารถเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์ตามแนวทางสมควรของคำตอบที่คาดคะเนและคำตอบจริงในแนวดังนี้ได้

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ดังนี้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพเน้นกระบวนการที่เป็นขั้นตอน เริ่มจากการทำความเข้าใจโจทย์ วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ กระบวนการนี้ช่วยพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา โดยการฝึกฝนและสะท้อนวิธีการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่องจะช่วยให้ให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูล คิดวางแผนอย่างเป็นระบบ และมีทักษะในการปรับปรุงแก้ไขคำตอบให้เหมาะสม ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจกับปัญหา การวางแผน การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบคำตอบ เป็นที่นิยมใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตาม ในการปฏิบัติจริงอาจดำเนินการเพียงบางขั้นตอนเนื่องจากข้อจำกัดของเวลาและปัจจัยอื่น ๆ ทำให้ครูมักเน้นขั้นตอนที่สำคัญ เช่น การวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อให้การแก้ปัญหาเป็นไปอย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ กระบวนการนี้ยังช่วยประเมินความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาด้วยการสังเกตว่าพวกเขาสามารถปฏิบัติตามขั้นตอนต่าง ๆ ได้ครบถ้วนหรือไม่ และจากงานวิจัยของรมิดา จันพูน (2562) ที่ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่าการบูรรวมขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการของ Polya เข้าด้วยกัน ซึ่งผลการวิจัยชี้ว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ามาตรฐานและดัชนีประสิทธิผลที่สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ทำให้เห็นว่าการปรับกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya สามารถช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพในบริบทการสอนจริง ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหา 3 ขั้นตอนตามงานวิจัยของรมิดา จันพูน และผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยให้นักเรียนแสดงวิธีการทำงาน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนพิจารณาปัญหาและตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา และระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีการใด และแก้ได้อย่างไร แล้วดำเนินการแก้ปัญหานั้นจนกระทั่งสามารถสรุปคำตอบได้

ขั้นที่ 3 การสรุปคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบและขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

#### 5.4 การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในอดีตมักใช้แบบทดสอบที่ คล้ายกับการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมักเป็นข้อสอบปรนัยที่เน้นการวัดระดับการนำ ความรู้ไปใช้ คะแนนรวมที่ได้สะท้อนเพียงภาพรวมของความสามารถของนักเรียน แต่การที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาลักษณะเป็นระบบหรือมีความสามารถที่แตกต่างกันทำให้การประเมินประเภทนี้ไม่สามารถสะท้อนความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน ดังนั้น การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาควรใช้แบบทดสอบแบบเปิดที่มีความหลากหลายทั้งในระดับความยากง่ายและรูปแบบของ ปัญหา การให้คะแนนควรเป็นการประเมินเชิงคุณภาพที่แยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนรู้หรือ คุณภาพการทำงานของนักเรียนได้อย่างชัดเจน โดยพิจารณาทั้งคำตอบสุดท้ายและขั้นตอนการคิดและการดำเนินการของนักเรียน การกำหนดระดับคะแนนควรมีรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของ นักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม (ชานนท์ จันทรา, 2550) ซึ่งมีผู้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการ ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2555) รูบริค (Rubric) คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของ เกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้ คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดย ภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น ตัวอย่างของการให้คะแนนแบบภาพรวมทักษะการแก้ปัญหาดัง ตารางที่ 2

พหุ ประทีป ชีวะ

ตารางที่ 2 การให้คะแนนแบบภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหา

ทักษะ/ กระบวนการ	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การ แก้ปัญหา	4 (ดีมาก)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมดและอธิบายถึง เหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
	3 (ดี)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมด แต่อธิบายถึง เหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน ยังไม่ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วนและพยายาม อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว แต่ไม่ถูกต้อง
	1 (ปรับปรุง)	- มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้บางส่วน แต่ไม่มีการ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว - ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา หรือมีร่องรอยการแก้ปัญหาแต่ไม่ ถูกต้อง
	0 (ไม่พยายาม)	- มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้บางส่วน แต่ไม่มีการ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว

(ที่มา: เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555))

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เป็นการวิเคราะห์งาน  
ออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย ตัวอย่างของการให้  
คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็นการทำความเข้าใจปัญหา การ  
วางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปและตรวจคำตอบ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

องค์ประกอบของทักษะ การแก้ปัญหา	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การทำความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาถูกต้องบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่เข้าใจปัญหา
การวางแผนการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้บางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- วางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
การดำเนินการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

องค์ประกอบของทักษะ การแก้ปัญหา	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
	2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน - ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปและตรวจ คำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- มีการสรุปและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ - มีการสรุปคำตอบแต่ไม่มีการตรวจคำตอบ - ไม่มีการสรุปและไม่มีการตรวจคำตอบ

(ที่มา: เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555))

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556) ได้เสนอแนวความคิดการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ให้พิจารณาจากรายการประเมิน 4 ประเด็น คือ

1. ความเข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ

ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมที่พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหของผู้เรียนในภาพรวม โดยกำหนดระดับคุณภาพเป็น 4 ระดับ ดังตารางที่ 4

**ตารางที่ 4** ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญห นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับ ขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับปัญห นำวิธีแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการ แก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
2 (พอใช้)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง</li> <li>- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน</li> <li>- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน</li> </ul>
1 (ต้องปรับปรุง)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง</li> <li>- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา</li> <li>- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง</li> </ul>

(ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556))

การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในแต่ละครั้งผู้ประเมินอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของการแก้ปัญหาแตกต่างกันได้ตามความสำคัญของปัญหา และจะต้องนำผลการประเมินที่ได้แต่ละครั้งมาพิจารณา เพื่อสรุปผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยอาจใช้ค่าร้อยละของคะแนนรวมที่ได้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ใช้สรุปผลการประเมิน

ในกรณีที่ผู้ประเมินต้องการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1 2 และ 3 ดังตารางที่ 5

**ตารางที่ 5** ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี)	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือก ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมกับประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3. การใช้ยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี)	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดง การแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุป คำตอบ	3 (ดี)	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	ไม่มีการสรุปคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

(ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556))

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งแบบเกณฑ์รวมและแบบเกณฑ์ย่อย ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 6

**ตารางที่ 6** เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ทำความเข้าใจ ปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้ ครบถ้วน ชัดเจน และถูกต้อง
	1	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือมีความคลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบ หรือไม่มีการแสดงการวิเคราะห์โจทย์
การแก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและถูกต้อง แสดงวิธีทำ ได้อย่างครบถ้วน เป็นขั้นตอน และเข้าใจง่าย ไม่มีข้อผิดพลาดใน กระบวนการคำนวณ แม้จะมีการลัดขั้นตอนบางส่วน แต่ยังคงสื่อสาร แนวคิดที่ชัดเจนและถูกต้อง
	2	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่แสดงวิธีทำไม่ ครบถ้วน หรือมีจุดที่ขาดความชัดเจน อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยใน

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
		กระบวนการคำนวณ หรือตอบไม่ครบทุกคำถาม แต่คำตอบที่มีถูกต้อง และแสดงแนวคิดได้ดี
	1	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่แสดงวิธีทำได้ไม่สมบูรณ์ หรือ ข้ามขั้นตอนสำคัญจนทำให้แนวคิดคลุมเครือ อาจมีข้อผิดพลาดสำคัญ ในการคำนวณ ส่งผลให้คำตอบสุดท้ายผิดพลาด หรือตอบได้เพียง บางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอย ของความพยายามในการแก้ปัญหา หรือคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์
การสรุปคำตอบ	2	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และสอดคล้องกับโจทย์
	1	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ชัดเจน
	0	นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบผิด

## 6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### 6.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

Good (1973) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นความรู้หรือทักษะที่ นักเรียนได้รับหรือพัฒนาขึ้นจากการเรียนในสถานศึกษา โดยทั่วไปวัดผลจากคะแนนที่ครูให้หรือจาก แบบทดสอบ หรืออาจรวมคะแนนจากทั้งสองแหล่ง

Mehrens (1976) อธิบายว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึงความรู้ ทักษะ และ สมรรถภาพทางปัญญา

บุญชม ศรีสะอาด (2545) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ และสมรรถภาพทางปัญญาที่นักเรียนได้รับจากการเรียน การค้นคว้า การอบรม การสั่งสอน หรือประสบการณ์จากโรงเรียน บ้าน และแหล่งอื่น ๆ

ฐิติยา เกตุคำ (2551) อธิบายว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นความสามารถ ทางสติปัญญาที่เกิดจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบหรือผลงานที่ ได้รับมอบหมาย

วิลล อยูพิพัฒน์ (2551) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสำเร็จในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน เช่น ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้รับจากการเรียนรู้ ซึ่งวัดผลได้จากแบบทดสอบที่สร้างขึ้น

จากการศึกษาความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ และสมรรถภาพทางปัญญาที่นักเรียนได้รับจากการเรียนรู้ ซึ่งสามารถประเมินได้จากผลคะแนนแบบทดสอบหลังเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ โดยสะท้อนถึงระดับความสำเร็จของนักเรียนในการเรียนรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามวัตถุประสงค์ของรายวิชา

## 6.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### 6.2.1 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Ross and Stanley (1967) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์คือแบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินความสามารถทางวิชาการ เช่น วิชาคณิตศาสตร์

Gronlund (1993) อธิบายว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นกระบวนการเชิงระบบที่ออกแบบมาเพื่อวัดพฤติกรรมหรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากกิจกรรมการเรียน โดยมีหน้าที่หลักในการช่วยพัฒนาและปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียน

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคือชุดคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน เพื่อประเมินความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองในเรื่องที่ได้เรียนไป

บุญชม ศรีสะอาด (2546) ให้ความหมายว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคือแบบทดสอบที่ใช้วัดผลการเรียนรู้ในเนื้อหาและวัตถุประสงค์ของรายวิชาที่เรียนในโรงเรียนและสถาบันการศึกษา โดยเป็นเครื่องมือหลักในการวัดผล

จากการศึกษาสามารถสรุปความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึงชุดคำถามหรือกระบวนการที่ใช้วัดความสามารถทางวิชาการ ความรู้ และทักษะที่นักเรียนได้รับจากการเรียนทั้งในและนอกโรงเรียน โดยเน้นการประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้และสมรรถภาพทางปัญญาของนักเรียน เพื่อช่วยพัฒนาและปรับปรุงการเรียนรู้ ซึ่งถือเป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดผลการเรียนในสถาบันการศึกษา

## 6.2.2 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ถ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543) ได้อธิบายเกี่ยวกับแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นการวัดความรู้และความสามารถที่นักเรียนได้รับจากการเรียน ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ

1. แบบทดสอบมาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่ออกแบบและสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ มีการแปลคะแนนเป็นมาตรฐานและสามารถอ้างอิงผลลัพธ์สู่ประชากรได้ การใช้แบบทดสอบนี้ต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัด เช่น การแจก การอธิบาย การใช้เวลา และการตรวจคะแนน

2. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยครูตามจุดประสงค์การเรียนการสอน เน้นการวัดความรู้ของนักเรียนในเนื้อหาที่ได้เรียนมา โดยสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความต้องการของครู ซึ่งอาจไม่ครอบคลุมประชากรหรือตรวจสอบมาตรฐานการทดสอบได้อย่างครบถ้วน

แบบทดสอบมาตรฐานและแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นนี้มีวิธีการในการสร้างข้อคำถามที่เหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ทั้ง 4 ด้านเหมือนกัน ดังนี้

1. วัดด้านการนำไปใช้
2. วัดด้านการวิเคราะห์
3. วัดด้านการสังเคราะห์
4. วัดด้านการประเมินค่า

บุญชม ศรีสะอาด (2545) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบอิงเกณฑ์ (Criterion Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีการกำหนดคะแนนจุดตัดหรือคะแนนเกณฑ์เพื่อใช้ในการตัดสินว่าผู้สอบมีความรู้ตรงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ความสำคัญของแบบทดสอบประเภทนี้คือการวัดผลตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้โดยเฉพาะ

2. แบบทดสอบอิงกลุ่ม (Norm References Test) เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความสามารถให้ครอบคลุมตามหลักสูตร การสร้างข้อสอบจะต้องใช้ตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อตรวจสอบความสามารถในการจำแนกผู้สอบตามความเก่งและอ่อน ผลการสอบจะอาศัยคะแนนมาตรฐานเพื่อเปรียบเทียบสถานภาพของผู้สอบกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ

สมนึก ภัททิยธนี (2551) ให้ความหมายว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประเภทที่ครูสร้างมีหลายแบบ แต่นิยมใช้มี 6 แบบ ดังนี้

1. ข้อสอบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test) เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามที่ให้ผู้เรียนเขียนตอบอย่างเสรี โดยผู้เรียนสามารถบรรยายหรือแสดงความคิดเห็นตามความรู้และข้อคิดเห็นของตนเอง
2. ข้อสอบแบบถูก-ผิด (True-False Test) เป็นข้อสอบที่มีตัวเลือก 2 ตัวเลือก ได้แก่ ถูก-ผิด หรือ ใช่-ไม่ใช่ โดยผู้ตอบจะต้องเลือกคำตอบที่ถูกต้องจากตัวเลือกที่กำหนด
3. ข้อสอบแบบเติมคำ (Completion Test) เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์ และผู้ตอบต้องเติมคำหรือข้อความในช่องว่างให้ครบและถูกต้อง
4. ข้อสอบแบบตอบสั้นๆ (Short Answer Test) เป็นข้อสอบที่ให้ผู้ตอบตอบคำถามเป็นประโยคสั้น ๆ โดยคำถามจะเป็นประโยคสมบูรณ์และผู้ตอบจะต้องตอบให้กระชับและครบถ้วน
5. ข้อสอบแบบจับคู่ (Matching Test) เป็นข้อสอบที่มีคำถามหรือข้อความ 2 ชุด โดยผู้ตอบต้องจับคู่คำถามในชุดหนึ่งกับคำตอบในอีกชุดหนึ่งที่สัมพันธ์กัน
6. ข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice) เป็นข้อสอบที่มีตอนนำหรือคำถาม (Stem) และตอนเลือก (Choice) โดยผู้ตอบจะต้องเลือกคำตอบที่ถูกต้องจากตัวเลือกที่กำหนดไว้

จากการศึกษาประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถสรุปได้ดังนี้ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทหลัก คือ แบบทดสอบมาตรฐานที่สร้างตามเกณฑ์มาตรฐาน และแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนการสอน โดยทั้งสองประเภทนี้มีวิธีการวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ เช่น การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า แบบทดสอบสามารถแบ่งได้ตามรูปแบบ ได้แก่ ข้อสอบอัตนัย ข้อสอบแบบถูก-ผิด ข้อสอบแบบเติมคำ ข้อสอบตอบสั้น ข้อสอบจับคู่ และข้อสอบแบบเลือกตอบ นอกจากนี้ยังแบ่งตามเกณฑ์การประเมิน เช่น แบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่ม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการในเรื่องต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว ว่าเป็นไปตามวัตถุประสงค์มากน้อยเพียงใด สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 20 ข้อ เป็นปรนัย 4 ตัวเลือก โดยมีระดับของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ดังแสดงในตารางที่ 7

ตารางที่ 7 ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	คุณภาพ	ความหมาย
3	ดีเยี่ยม	มีผลงานที่แสดงความสามารถในด้านความรู้ ความเข้าใจ การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่มีคุณภาพดีเลิศอยู่เสมอ
2	ดี	มีผลงานที่แสดงถึงความสามารถในด้านความรู้ ความเข้าใจ การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่มีคุณภาพเป็นที่ยอมรับ
1	ผ่าน	มีผลงานที่แสดงถึงความสามารถในด้านความรู้ ความเข้าใจ การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่มีข้อบกพร่องบางประการ
0	ไม่ผ่าน	ไม่มีผลงานที่แสดงถึงความสามารถในด้านความรู้ ความเข้าใจ การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน หรือถ้ามีผลงาน ผลงานนั้นยังมีข้อบกพร่องที่ต้องได้รับการปรับปรุง แก้ไขหลายประการ

(ที่มา : ปรับปรุงจาก สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555))

นอกจากนี้การประเมินโดยการเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยวิเคราะห์คะแนนสอบหลังเรียน ใช้สถิติเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2547) ดังนี้

คะแนนร้อยละ	80 – 100	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	ดีเยี่ยม
คะแนนร้อยละ	76 – 79	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	ดีมาก
คะแนนร้อยละ	70 – 75	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	ดี
คะแนนร้อยละ	66 – 69	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	ค่อนข้างดี
คะแนนร้อยละ	60 – 65	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	น่าพอใจ
คะแนนร้อยละ	55 – 59	หมายถึง	ได้ระดับผลการ	พอใช้

คะแนนร้อยละ	50 – 54	หมายถึง	ได้ระดับผลการ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
คะแนนร้อยละ	0 – 49	หมายถึง	ได้ระดับผลการ ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

## 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 7.1 งานวิจัยในประเทศ

อนุรักษ์ วรกิจต์เพชร (2558) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม โดยมีความมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนาชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เปรียบเทียบการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัย และอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เปรียบเทียบเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD กับเกณฑ์ที่กำหนด 5) เปรียบเทียบการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการคิดวิเคราะห์ต่างกัน หลังได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียน แบบร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนบะฮีวิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2556 จำนวน 34 คนซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม(Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD 2) แบบทดสอบวัดการแก้ปัญหา 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 4) แบบวัดเจตคติ ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีค่าเท่ากับ 80.10/78.97 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) เจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD

อยู่ในระดับมาก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 5) การแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการคิดวิเคราะห์ต่างกันหลังได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัย และอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05

เอกภพ เพ็ญสำราจ (2562) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่าง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยมีความมุ่งหมายเพื่อ

- 1) เพื่อพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75
- 2) เพื่อศึกษาดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 3) เพื่อเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างการจัดกิจกรรม กา เรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 4) เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ วิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอ เมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 70 คน จาก 2 ห้องเรียน โดยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและแผนการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความ คงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยปรากฏดังนี้ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ อุปนัยและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.74/77.52 และ 77.93/76.48 ตามลำดับ ซึ่ง เป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 2) ดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.6560 และ 0.6378 ตามลำดับ ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.60 และ 63.78 ตามลำดับ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ อุปนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและ

อนุกรมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ลำดับ และ อนุกรม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนและหลังเรียนผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

พนิดา คำแปล (2563) ได้ศึกษาการประยุกต์ใช้โปรแกรม Geogebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการประยุกต์ปริพันธ์ โดยมีความมุ่งหวังเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาที่เรียน เรื่อง การประยุกต์ปริพันธ์ โดยใช้โปรแกรม Geogebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาชีววิทยา ชั้นปีที่ 1 ในภาคการศึกษาที่ 2/2561 จำนวน 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) สื่อการเรียนรู้จากโปรแกรม Geogebra 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การประยุกต์ปริพันธ์ 3) แบบสอบถามความพึงพอใจของผู้เรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อการเรียนรู้จากโปรแกรม Geogebra ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการประยุกต์ปริพันธ์ โดยใช้โปรแกรม Geogebra ประกอบ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ นักศึกษามีความพึงพอใจในมีต่อการเรียน เรื่องการประยุกต์ปริพันธ์ โดยใช้โปรแกรม Geogebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด

สุกฤษฎี ชุมภูจันทร์ (2563) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้า เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมีความมุ่งหวังเพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้า เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นให้ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/6 โรงเรียนบรบือวิทยาคาร อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 30 คน โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้า จำนวน 11 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3) แบบสังเกตพฤติกรรมการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้า โดยใช้แนวคิดของโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 และใช้เทคนิค

KWDL ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการนำสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในชีวิตประจำวัน หรืออยู่ใกล้ตัวมาวิเคราะห์ปัญหา และร่วมกันแก้ปัญหา โดยผู้สอนมีบทบาทที่เสนอสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ที่จะกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ พร้อมกับให้หยุดชี้ และหลักการในการแก้ปัญหาที่สามารถช่วยส่งเสริมพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ให้ดีขึ้นซึ่งสอดคล้องเป็นไปตามวัตถุประสงค์ นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นตามเกณฑ์ ร้อยละ 60 จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 93.33

สุธาสิณี นิ่มนวล (2565) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 โรงเรียนวัดนवलนรดิศ โดยมีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 กับเกณฑ์ร้อยละ 60 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 38 คน โรงเรียนวัดนवलนรดิศ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 5 แผน 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ย 13.74 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.7 ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย

ณัฐศรณ์ ภูติ และปวีณา ชันธศิลา (2566) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชัน โดยมีความมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาประสิทธิภาพแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่องฟังก์ชัน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย กาฬสินธุ์ อำเภอเขาวง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 29 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง

ฟังก์ชัน 3) แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน ผลการวิจัยปรากฏดังนี้ 1) ผลการพัฒนาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันโดยใช้ โปรแกรม GeoGebra ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพ  $E_1/E_2$  เท่ากับ 78.45/79.48 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 ที่ตั้งไว้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 คะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการศึกษาความพึงพอใจ นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

วนิดา ศรีหา (2566) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีความมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีผลต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนธาตุนารายณ์วิทยา จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3) แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า 1) ประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 เท่ากับ 81.69 / 82.71 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจที่มีผลต่อการจัดการเรียนรู้ใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร อยู่ระดับมาก โดยภาพรวมมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.45 มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ 0.07

นันทิยา สุภาพันธ์ (2567) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์กราฟของฟังก์ชันกำลังสองของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการใช้โปรแกรม GEOGEBRA ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้านการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องกราฟฟังก์ชันกำลังสอง กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนชุมชนยอดแก่งสงเคราะห์ จำนวน 14 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3) แบบวัดความพึงพอใจ ผลการวิจัยพบว่า 1) ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้โจทย์กราฟของฟังก์ชันกำลัง

สอง โดยการใช้โปรแกรมGeoGebra ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีประสิทธิภาพ  $E_1/E_2$  เท่ากับ 73.75/74.64 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนโดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่า ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับมาก ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.31ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.81

## 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Riasat (2010) ได้ศึกษาผลการใช้วิธีการแก้ปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน วัตถุประสงค์หลักของการวิจัยคือการตรวจสอบผลของการใช้วิธีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับ ประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนเกรด 8 โรงเรียนกลอริวาลาปากีสถาน จำนวน 76 คน โดยแบ่ง ออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 38 คน ผลการวิจัยพบว่ามี ความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างประสิทธิภาพของวิธีการสอนแบบดั้งเดิมและวิธีการสอนแก้ปัญหา นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแก้ปัญหาประสบความสำเร็จดีกว่าการสอนโดยวิธีการแบบดั้งเดิม และความแตกต่างระหว่างระดับความสำเร็จเป็นเพราะยุทธวิธีในการแก้ปัญหาของทั้งสองกลุ่มที่มีความรู้พื้นฐานไม่เท่ากัน จากผลการวิจัยได้รับการตั้งข้อสังเกตว่าการใช้วิธีการแก้ปัญหาช่วยเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

Sahin and Kendir (2013) ได้ศึกษาผลของการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 75 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 8 สัปดาห์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลอง จำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิตมีการพัฒนาความสามารถในการรับรู้ความสำคัญของการแก้ปัญหาเพื่อที่จะเข้าใจปัญหา วางแผน ควบคุม และตระหนักถึงกระบวนการแก้ปัญหา รวมถึงได้รับการปรับปรุงเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

Tolga (2014) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ศึกษาทักษะและความเชื่อมั่นใน การแก้ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาในวิชาฟิสิกส์ เรื่อง กลศาสตร์ของนิวตัน กลุ่ม ประชากรเป็นนักศึกษาวิทยาลัยอาชีวศึกษาโทยาลิ จำนวน 70 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 32 คน สอนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบดั้งเดิม กลุ่มทดลอง 38 คน สอนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบดั้งเดิมและสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และใช้เครื่องมือในการทดลองก่อนและหลังเรียนในนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาและแบบวัดความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยในแบบสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาและแบบวัดความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มควบคุม กล่าวคือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเข้าใจกระบวนการและยุทธวิธี ในการแก้ปัญหาและมีความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

Zulnaidi, Oktavika และ Hidayat (2020) ได้ศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์ GeoGebra เป็นสื่อการสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในหัวข้อฟังก์ชันและลิมิตของฟังก์ชัน โดยใช้การออกแบบวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (quasi-experimental design) กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการใช้ GeoGebra มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในหัวข้อฟังก์ชันและลิมิตของฟังก์ชันสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ . นอกจากนี้ นักเรียนและครูมีทัศนคติเชิงบวกต่อการใช้ GeoGebra ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดย GeoGebra ช่วยในการแสดงภาพแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านภาพและกราฟ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยตั้งข้อสังเกตว่าการใช้ GeoGebra อาจใช้เวลามากขึ้นในการสอน แต่ก็ส่งผลให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากขึ้น และส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

Atabdulaziz, Aldossary, Alyahya และ Althubiti (2021) ได้ศึกษาประสิทธิผลของการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในหมู่นักเรียนหญิงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้การออกแบบวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (quasi-experimental design) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พร้อมการประเมินก่อนเรียน หลังเรียน และการทดสอบเลื่อนเวลา กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 30 คน ซึ่งเรียนด้วยโปรแกรม GeoGebra และกลุ่มควบคุม

30 คน ซึ่งเรียนด้วยวิธีการสอนแบบดั้งเดิม เครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลคือแบบทดสอบความรู้เกี่ยวกับ พิกัดเชิงขั้วและจำนวนเชิงซ้อนในระดับการประยุกต์และการวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลอง มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ . จากผลการวิจัย ผู้วิจัยแนะนำให้บูรณาการโปรแกรม GeoGebra เข้ากับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในทุกระดับการศึกษา โดยเฉพาะในหัวข้อพิกัดเชิงขั้วและจำนวนเชิงซ้อน

Seloane, Ramaila และ Ndlovu (2023) ได้ศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์ GeoGebra เป็นเครื่องมือในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการวิธีในการเรียนรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนของนักศึกษาวิศวกรรมศาสตร์ระดับปริญญาตรี โดยใช้การออกแบบวิจัยแบบผสมผสานเชิงสำรวจแบบลำดับ (exploratory sequential mixed methods design) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่ได้รับการคัดเลือกแบบเจาะจงจากมหาวิทยาลัยในประเทศแอฟริกาใต้ ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่บูรณาการด้วย GeoGebra ช่วยให้นักศึกษาเกิดความเข้าใจในการเชื่อมโยงรูปแบบจำนวนเชิงซ้อนทั้งเชิงสี่เหลี่ยมมุมฉากและเชิงขั้ว (rectangular and polar forms) รวมถึงสามารถพัฒนาความสามารถในการสร้างตัวแทนของปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (problem representational competence) และความสามารถในการใช้แนวคิดและกระบวนการวิธีได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งกิจกรรมดังกล่าวยังส่งเสริมการสร้างภาพทางคณิตศาสตร์ (visualisation) ซึ่งช่วยให้นักศึกษาสามารถทำความเข้าใจจำนวนเชิงซ้อนได้อย่างลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี นอกจากนี้ยังมีการใช้กระบวนการแก้ปัญหาสามขั้นตอนเพื่อช่วยให้นักเรียนฝึกใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ส่งเสริมความเข้าใจในคณิตศาสตร์ และเพิ่มประสิทธิภาพในการตรวจสอบคำตอบ เพื่อเสริมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้นำโปรแกรมจีโอจีบร้ามาเป็นสื่อช่วยในการสอน ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้าในเรื่องจำนวนเชิงซ้อน เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวิธีการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย
3. แบบแผนการวิจัย
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การสร้างและหาคุนภาพเครื่องมือในการวิจัย
6. วิธีดำเนินการวิจัย
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 1.1 ประชากร

ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 8 ห้องเรียน ประกอบด้วยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 5/6 5/7 5/8 5/9 5/10 5/11 และ 5/12 รวมจำนวนนักเรียน 317 คน ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ โดยมีนักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน และทั้ง 8 ห้อง นักเรียนมีความสามารถไม่แตกต่างกัน

##### 1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 8 ห้องเรียน สุ่มมา 2 ห้องเรียน จากนั้นใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยวิธีการจับฉลาก เพื่อเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1.2.1 กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 จำนวน 40 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

1.2.2 กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 จำนวน 39 คน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

## 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีทั้งหมด 3 ชนิด ดังนี้

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

2.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 แผน แผนละ 1 ชั่วโมง รวม 10 ชั่วโมง

2.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 แผน แผนละ 1 ชั่วโมง รวม 10 ชั่วโมง

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังเรียน เป็นแบบปรนัย ชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยแบบวัดความสามารถนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

## 3. แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized Control-group Pretest- Posttest Design (ชูศรี วงศ์รัตน์ และ องอาจ นัยพัฒน์, 2551) ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 8 แบบแผนการวิจัย

การสุ่ม	กลุ่ม	ทดสอบก่อน	สิ่งทดลอง	ทดสอบหลัง
(R)	E	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
(R)	C	O <sub>1</sub>	-	O <sub>2</sub>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

R	แทน	มีการสุ่มหน่วยการทดลองเข้ากลุ่ม
E	แทน	กลุ่มทดลอง
C	แทน	กลุ่มควบคุม
O <sub>1</sub>	แทน	ทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้
O <sub>2</sub>	แทน	ทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้
X	แทน	การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

#### 4. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน จำนวน 10 แผน รวมทั้งสิ้น 10 ชั่วโมง มีขั้นตอนดังนี้

4.1.1 ศึกษาทฤษฎี เอกสารที่เกี่ยวกับการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อเป็นแนวทางการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

4.1.2 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

4.1.3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้และผลการเรียนรู้ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รายละเอียดดังตารางต่อไปนี้



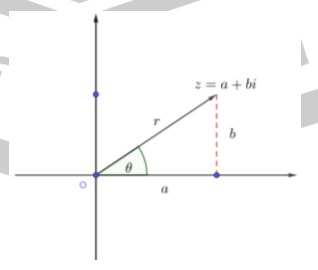
ตารางที่ 9 วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา	สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน (1)	<p><b>บทนิยาม</b> จำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป <math>a + bi</math> โดยที่ <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>i = \sqrt{-1}</math></p> <p>ถ้า <math>z = a + bi</math> แล้วเรียก <math>a</math> ว่า ส่วนจริง (Real part) เรียก <math>b</math> ว่า ส่วนจินตภาพ (Imaginary part)</p> <p><b>การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับ</b></p> <p>ถ้า <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง แล้ว “<math>(a, b)</math>” เป็นจำนวนเชิงซ้อน และเรียก <math>a</math> ว่า ส่วนจริง (Real part) เรียก <math>b</math> ว่า ส่วนจินตภาพ (Imaginary part) นั่นคือ <math>a + bi = (a, b)</math></p> <p>ถ้า <math>a = 0</math> เรียก <math>bi</math> ว่า จำนวนจินตภาพแท้</p> <p>ถ้า <math>b = 0</math> เรียก <math>a</math> ว่า จำนวนจริง</p> <p>ดังนั้น เซตของจำนวนจริงเป็นสับเซตของจำนวนเชิงซ้อน เราสามารถแทนจำนวนเชิงซ้อน <math>z = a + bi</math> ด้วยจุด <math>(a, b)</math> บนระนาบ <math>xy</math> ของระบบพิกัดฉากได้</p>	<p>1) นักเรียนสามารถบอกนิยามของจำนวนเชิงซ้อน และระบุส่วนประกอบของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถแก้ปัญหาจำนวนเชิงซ้อนพร้อมทั้งวาดกราฟจำนวนเชิงซ้อน และเปรียบเทียบการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)</p>	1

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
			<p>การเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน</p> <p><b>บทนิยาม</b></p> <p>จำนวนเชิงซ้อน 2 จำนวน <math>z_1 = a + bi</math> และ <math>z_2 = c + di</math> จะเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ <math>a = c</math> และ <math>b = d</math> และจาก <math>z_1 = (a, b)</math> และ <math>z_2 = (c, d)</math> จะได้ว่า <math>(a, b) = (c, d)</math> ก็ต่อเมื่อ <math>a = c</math> และ <math>b = d</math></p>		
2	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา	สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน (2)	<p><b>บทนิยาม</b></p> <p>จำนวนเชิงซ้อน คือ คู่อันดับ <math>(a, b)</math> เมื่อ <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง และกำหนดการบวกของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้ ให้ <math>z_1 = (a, b)</math> และ <math>z_2 = (c, d)</math> จะได้ <math>z_1 + z_2 = (a + c, b + d)</math></p> <p><b>เอกลักษณ์และตัวผกผันการบวก</b></p> <p><math>(0, 0)</math> เป็นเอกลักษณ์การบวกของจำนวนเชิงซ้อน <math>(a, b)</math></p> <p><math>(-a, -b)</math> เป็นผกผันการบวกของจำนวนเชิงซ้อน <math>(a, b)</math></p> <p>จาก <math>(-a, -b)</math> เป็นผกผันการบวกของจำนวนเชิงซ้อน <math>(a, b)</math> จะได้ <math>-a - bi</math> เป็นตัว</p>	<p>1) นักเรียนสามารถเข้าใจหลักการบวกและการลบของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถแก้ปัญหการบวกและการลบของจำนวนเชิงซ้อน พร้อมทั้งวาดกราฟได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)</p>	2

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
			<p>ผกผันการบวกของ <math>a + bi</math> และตัวผกผันการบวกของจำนวนเชิงซ้อน <math>z</math> สามารถเขียนแทนด้วย <math>-z</math> ดังนั้น</p> $-(a + bi) = -a - bi$ <p><b>การลบจำนวนเชิงซ้อน</b></p> <p>นิยาม <math>z - w = z + (-w)</math> สำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>z, w</math> ใด</p>		
3	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา	สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน (3)	<p><b>นิยาม</b> จำนวนเชิงซ้อน คือ คู่อันดับ <math>(a, b)</math> เมื่อ <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง และกำหนดการคูณของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้</p> <p>ให้ <math>z_1 = (a, b)</math> และ <math>z_2 = (c, d)</math> จะได้ว่า</p> $z_1 z_2 = (ac - bd, ad + bc)$ <p><b>เอกลักษณ์ของการคูณ:</b> จำนวนเชิงซ้อนที่ทำหน้าที่เป็นเอกลักษณ์สำหรับการคูณ คือ <math>(1, 0)</math> ซึ่งเมื่อนำจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ มาคูณกับ <math>(1, 0)</math> จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเชิงซ้อนเดิม เช่น</p> $(a, b) \cdot (1, 0) = (a, b)$ <p><b>ตัวผกผันการคูณ:</b> สำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>(a, b) \neq 0</math> จะมีตัวผกผันสำหรับการคูณที่ทำให้ผลลัพธ์เป็นเอกลักษณ์การคูณ <math>(1, 0)</math> ตัวผกผันของ</p>	<p>1) นักเรียนสามารถเข้าใจหลักการคูณและการสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการคูณและการสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนพร้อมทั้งวาดกราฟแสดงผลลัพธ์ได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและส่งงานตรงเวลา (A)</p>	3

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
			$(a, b)$ คือ $\left(\frac{a}{a^2+b^2}, \frac{-b}{a^2+b^2}\right)$ <b>สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน</b> <b>นิยาม</b> ให้ $z = a + bi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน สังยุคของ $z$ คือ $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$		
4	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา	สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน (4)	<p>กำหนดจำนวนเชิงซ้อนที่ไม่เท่ากับ <math>(0, 0)</math> สามารถหาตัวผกผันการคูณของจำนวนเชิงซ้อนนี้ได้ ดังนั้นสามารถนิยามการหารจำนวนเชิงซ้อน <math>z</math> ด้วย <math>w</math> เมื่อ <math>w \neq (0, 0)</math> โดยอาศัยตัวผกผันการคูณของจำนวนเชิงซ้อนที่เป็นตัวหารได้ดังนี้</p> <p><b>บทนิยาม</b></p> $z \div w = zw^{-1}$ <p>สำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>z, w</math> ใด ๆ ซึ่ง <math>w \neq (0, 0)</math> และอาจเขียน <math>z \div w</math> ด้วย <math>\frac{z}{w}</math></p> <p>จากบทนิยาม ถ้า <math>z = a + bi</math> และ <math>w = c + di</math></p> $\text{แล้ว } \frac{z}{w} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{(bc-ad)}{(c^2+d^2)}i$	<p>1) นักเรียนสามารถอธิบายหลักการหารจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้การหารจำนวนเชิงซ้อนไปแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและส่งงานตรงเวลา (A)</p>	4
5	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการ	กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	<p><b>กราฟจำนวนเชิงซ้อน</b> คือ การแสดงจำนวนเชิงซ้อนในระบบพิกัดเชิงซ้อน (complex plane) ซึ่งมีแกนแนวนอน (แกนจริง หรือ Real axis) และแกนแนวตั้ง</p>	<p>1) นักเรียนสามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้กราฟ</p>	5

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
	แก้ปัญหา		<p>(แกนจินตภาพ หรือ Imaginary axis) จำนวนเชิงซ้อนที่มีรูป <math>z = a + bi</math> จะถูกแสดงเป็นจุดหนึ่งบนกราฟ โดย <math>a</math> คือค่าบนแกนจริง และ <math>b</math> คือค่าบนแกนจินตภาพ</p> <p><b>นิยามค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน</b></p> <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน <math>z = a + bi</math> คือ ระยะระหว่างจากจุด <math>z</math> บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด <math>(0, 0)</math> และคำนวณได้จากสูตร</p> $ z  = \sqrt{a^2 + b^2}$ <p>โดยที่ <math>a</math> คือ ส่วนจริง (real part) ของ <math>z</math> และ <math>b</math> คือ ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ <math>z</math></p>	<p>และค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนไปแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและส่งงานตรงเวลา (A)</p>	
6	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา	จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	<p>ถ้า <math>z = a + bi</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน โดยที่ <math>z \neq 0</math> เขียนแทน <math>z</math> ด้วยเวกเตอร์บนระนาบ ดังนี้</p> 	<p>1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วไปใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่</p>	6

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
			<p>เมื่อกำหนดให้ <math>\theta</math> เป็นมุมบวกที่เล็กที่สุดซึ่งวัดในทิศทวนเข็มนาฬิกาจากแกน <math>x</math> ทางด้านบนไปยังเวกเตอร์ <math>\vec{OP}</math> และ <math>r</math> (หรือ <math> \vec{OP} </math>) แทนระยะทางระหว่างจุดกำเนิด <math>O</math> กับ <math>P</math> จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในระบบพิกัดฉาก <math>(a, b)</math> และพิกัดเชิงขั้ว <math>(r, \theta)</math> ดังนี้</p> $a = r \cos \theta \text{ และ } b = r \sin \theta$ <p>หรือ <math>r = \sqrt{a^2 + b^2} =  z </math></p> <p>และ <math>\tan \theta = \frac{b}{a}</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math></p> <p>ดังนั้นจำนวนเชิงซ้อน <math>z</math> เขียนใหม่ได้ในรูปเชิงขั้ว (polar form) เป็น</p> $z = a + bi = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ <p>เรียก <math>\theta</math> ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ <math>z</math></p> <p>ถ้า <math>z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)</math></p> <p>และ <math>z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)</math></p> <p>เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า <math>z_1 = z_2</math> ก็ต่อเมื่อ <math>r_1 = r_2</math> และ <math>\theta_1 = \theta_2 + 2n\pi</math> เมื่อ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม</p>	<p>ได้รับมอบหมายและส่งงานตรงเวลา (A)</p>	
7	เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนใน	จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (2)	<p><b>ทฤษฎีบทของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว</b></p> <p>ทฤษฎีบทต่อไปนี้แสดงผลคูณ ผลหาร และสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว</p>	<p>1) นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และใช้ทฤษฎีบทของเดอมัวร์ได้ (K)</p>	7

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
	การแก้ปัญหา		<p><b>ทฤษฎีบท</b> ให้ <math>z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)</math> และ <math>z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)</math> โดยที่ <math>z_1 \neq 0</math> จะได้ว่า</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>z_1 z_2 = r_1 r_2 \text{cis}(\theta_1 + \theta_2)</math></li> <li><math>\frac{1}{z_2} = \frac{1}{r_2}(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)</math></li> <li><math>\frac{z_1}{z_2} = \text{cis}(\theta_1 - \theta_2)</math></li> </ol> <p><b>ทฤษฎีบทของเดอมัวร์ (de Moivre's theorem)</b> ถ้า <math>z = r(\cos \theta + i \sin \theta)</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม บวกแล้ว <math>z^n = r^n[\text{cis}(n\theta)]</math> โดยที่ <math>z \neq 0</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม กำหนดให้ <math>\text{cis } \theta = \cos \theta + i \sin \theta</math></p>	<p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วไปใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและส่งงานตรงเวลา (A)</p>	
8	หารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน	รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน	<p>กำหนดจำนวนเชิงซ้อน <math>z = x + yi</math> และให้ <math>r = \sqrt{x^2 + y^2}</math> จะได้ว่ารากที่สองของ <math>z</math> คือ</p> $\pm \left( \sqrt{\frac{r+x}{2}} + \sqrt{\frac{r-x}{2}} i \right)$ <p>เมื่อ <math>y \geq 0</math> และ</p> $\pm \left( \sqrt{\frac{r+x}{2}} - \sqrt{\frac{r-x}{2}} i \right)$ <p>เมื่อ <math>y &lt; 0</math></p> <p><b>ทฤษฎีบท</b> ให้ <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ <math>a \neq 0</math> จะได้ว่าคำตอบของ</p>	<p>1) นักเรียนสามารถนิยามและอธิบายแนวคิดของรากที่สองของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้หลักการของรากที่สองของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความ</p>	8

แผนที่	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
			<p>สมการกำลังสอง</p> $ax^2 + bx + c = 0 \text{ คือ}$ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>เมื่อ <math>b^2 - 4ac \geq 0</math></p> <p>และ</p> $\frac{-b \pm \sqrt{ b^2 - 4ac }i}{2a}$ <p>เมื่อ <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math></p>	<p>รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)</p>	
9	หารากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1	รากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน	<p><b>บทนิยาม</b> กำหนดให้ <math>x, z</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็มบวก กล่าวว่ <math>x</math> เป็นรากที่ <math>n</math> ของ <math>z</math> ก็ต่อเมื่อ <math>x^n = z</math></p> <p>จากบทนิยาม จะได้ว่าคำตอบของสมการ <math>x^n = z</math> คือ รากที่ <math>n</math> ของ <math>z</math> ซึ่งจะหารากที่ <math>n</math> ของ <math>z</math> ได้จากทฤษฎีบท</p> <p><b>ทฤษฎีบท</b></p> <p>ถ้า <math>w = r(\cos \theta + i \sin \theta)</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่ไม่เป็นศูนย์ แล้ว รากที่ <math>n</math> ของ <math>w</math> มีทั้งหมด <math>n</math> รากที่แตกต่างกัน คือ</p> $z = \sqrt[n]{r} \operatorname{cis} \left( \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$ <p>เมื่อ <math>k \in \{0, 1, \dots, n-1\}</math></p>	<p>1) นักเรียนสามารถบอกบทนิยามและทฤษฎีบทของรากที่ <math>n</math> ของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้หลักการของรากที่สองของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)</p>	9

แผน ที่	ผลการ เรียนรู้	สาระการ เรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การ เรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
10	แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	สมการพหุนาม	<p><b>ทฤษฎีบทหลักมูลของพีชคณิต</b></p> <p>ถ้า <math>p(x)</math> เป็นพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าศูนย์ แล้วสมการ <math>p(x) = 0</math> จะมีคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ</p> <p><b>ทฤษฎีบท</b> ถ้า <math>p(x)</math> เป็นพหุนามดีกรี <math>n \geq 1</math> แล้วสมการ <math>p(x) = 0</math> จะมีคำตอบทั้งหมด <math>n</math> คำตอบ (นับคำตอบที่ซ้ำกันด้วย)</p> <p><b>ทฤษฎีบทตัวประกอบ</b></p> <p>กำหนด <math>p(x)</math> เป็นพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ 1 จะได้ว่า พหุนาม <math>p(x)</math> มี <math>x - c</math> เป็นตัวประกอบก็ต่อเมื่อ <math>p(c) = 0</math></p> <p><b>ทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ</b></p> <p>กำหนด <math>p(x)</math> เป็นพหุนามในรูป <math>a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0</math> โดยที่ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็มบวก และ <math>a_n, \dots, a_1, a_0</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>a_n \neq 0</math></p> <p>ถ้า <math>x - \frac{k}{m}</math> เป็นตัวประกอบของพหุนาม <math>p(x)</math> โดยที่ <math>m</math> และ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>m \neq 0</math> และ ห.ร.ม ของ <math>m</math></p>	<p>1) นักเรียนสามารถบอกเอกลักษณ์การคูณในระบบจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)</p> <p>2) นักเรียนสามารถหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนเชิงซ้อน <math>(a, b)</math> ได้ (P)</p> <p>3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)</p>	10

แผน ที่	ผลการ เรียนรู้	สาระการ เรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การ เรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
			และ $k$ คือ 1 แล้ว $m$ ทหาร $a_n$ ลงตัว และ $k$ ทหาร $a_0$ ลงตัว		

4.1.4 ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

4.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ เวลาที่ใช้ในกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และการวัดประเมินผล จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดังนี้ ปรับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับนิยามศัพท์เฉพาะ ปรับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้ ละปรับรายละเอียดของการวัดและประเมินผลให้ครอบคลุมยิ่งขึ้น

4.1.6 นำแผนการจัดการเรียนที่ผ่านการการปรับปรุงแก้ไขและพิจารณาจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วพร้อมแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และการใช้ภาษา เพื่อพิจารณาประเมินคุณภาพความเหมาะสมของการนำไปใช้และความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้

โดยเสนอแผนการจัดการเรียนรู้ต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ดังนี้

1. รศ.ดร.นิภาพร ชุตินันต์ วุฒิการศึกษา ปร.ด. (สถิติประยุกต์) อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เชี่ยวชาญด้านสถิติ
2. อาจารย์ ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์ วุฒิการศึกษา ปร.ด. (คณิตศาสตร์) อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์
3. ดร.รณยุทธ นิลโคตร ปร.ด. (การบริหารและพัฒนาการศึกษา) ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการโรงเรียน โรงเรียนวาปีปทุม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์
4. นายทรงรัตน์ ภารสถิต วุฒิการศึกษา ค.ม. (การบริหารการศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

5. นางสิริพร ภูหัวดอน วุฒิการศึกษา ศษ.ม. (การบริหารการศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

4.1.7 ตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ตามวิธีของลิเคิร์ต (Likert) โดยกำหนดความเหมาะสมเป็น 5 ระดับ

5	หมายถึง	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
4	หมายถึง	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก
3	หมายถึง	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
2	หมายถึง	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
1	หมายถึง	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

นำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มาหาค่าเฉลี่ย ( $\bar{x}$ ) และแปลความหมายของคะแนน โดยผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การเปรียบเทียบ ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	การแปลผล
4.51 – 5.00 คะแนน	มีความเหมาะสมมากที่สุด
3.51 – 4.50 คะแนน	มีความเหมาะสมมาก
2.51 – 3.50 คะแนน	มีความเหมาะสมปานกลาง
1.51 – 2.50 คะแนน	มีความเหมาะสมน้อย
1.00 – 1.50 คะแนน	มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์การประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ยอมรับได้ต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป ถือว่าเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีคุณภาพและความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ได้ ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 อยู่ในช่วงผลการประเมินตั้งแต่ 4.60 – 5.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.09 – 0.17 (รายละเอียดดังภาคผนวก จ หน้า 190) ซึ่งหมายถึงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน โดยมีข้อเสนอแนะ คือ ควรปรับปรุงเนื้อหาให้มีความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น เพิ่มเติมสื่อประกอบการเรียนรู้ให้มีความหลากหลายมากขึ้น และปรับระยะเวลาในการดำเนินกิจกรรมแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและศักยภาพของผู้เรียน

4.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ที่ผ่านการประเมินความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้ถูกต้องเหมาะสม

4.1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาอีกครั้ง และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ และจัดพิมพ์ฉบับร่าง เพื่อนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5/9 ในโรงเรียนสารคามพิทยาคมที่กำลังเรียนเนื้อหา เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ซึ่งพบข้อบกพร่อง คือ เวลาที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมบางขั้นตอนยังไม่เหมาะสมกับช่วงเวลาเรียนจริง และนักเรียนบางคนยังขาดพื้นฐานในการใช้ Geogebra และทำการปรับปรุงแก้ไขตามข้อบกพร่องที่พบ คือ ระยะเวลาในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมให้เหมาะสมมากยิ่งขึ้น และเพิ่มเติมการแนะนำพื้นฐานการใช้เครื่องมือใน GeoGebra ก่อนเริ่มการเรียนการสอน จากนั้นได้นำแผนที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมอีกครั้ง

4.1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขแล้วจัดพิมพ์แผนการจัดการเรียนรู้เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวนทั้งหมด 12 ข้อ แบ่งออกเป็น 2 ชุด ชุดละ 6 ข้อ โดยใช้สำหรับทดสอบก่อนเรียน (Pretest) และหลังเรียน (Posttest) ตามลำดับ โดยข้อสอบเป็นแบบอัตนัยในลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ข้อละ 7 คะแนน รวมคะแนนเต็มชุดละ 42 คะแนน มีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสารคามพิทยาคม ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

4.2.2 วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

4.2.3 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.4 กำหนดจุดมุ่งหมายในการทดสอบ จุดประสงค์การเรียนรู้ สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหา และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหา ดังตารางที่ 10 ตารางที่ 10 แสดงการวิเคราะห์และกำหนดจำนวนข้อสอบที่ต้องการให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ (ข้อ)	
		สร้าง	ใช้จริง
สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่	2	1

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ (ข้อ)	
		สร้าง	ใช้จริง
	ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา เพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่		
กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา เพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่	2	1
รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา เพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่	2	1
จำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา	2	1

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ (ข้อ)	
		สร้าง	ใช้จริง
	เพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่		
รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่	2	1
สมการพหุนาม	1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหา หรือหลักการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อที่จะได้มาซึ่งคำตอบ 3. นักเรียนสามารถตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ลงมือได้ว่ามีความถูกต้องหรือไม่ และตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องตรงตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่	2	1
	รวม	12	6

4.2.5 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ชุด ชุดละ 6 ข้อ เป็นแบบทำสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

4.2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบประเภทอัตนัยของแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ โดยผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ทำความเข้าใจปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน ชัดเจน และถูกต้อง
	1	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือมีความคลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบหรือไม่มีการแสดงการวิเคราะห์โจทย์
การแก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและถูกต้อง แสดงวิธีทำได้อย่างครบถ้วน เป็นขั้นตอน และเข้าใจง่าย ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการคำนวณ แม้จะมีการลัดขั้นตอนบางส่วน แต่ยังคงสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจนและถูกต้อง
	2	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่แสดงวิธีทำไม่ครบถ้วน หรือมีจุดที่ขาดความชัดเจน อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในกระบวนการคำนวณ หรือตอบไม่ครบทุกคำถาม แต่คำตอบที่มีถูกต้องและแสดงแนวคิดได้ดี
	1	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่แสดงวิธีทำที่ไม่สมบูรณ์ หรือข้ามขั้นตอนสำคัญจนทำให้แนวคิดคลุมเครือ อาจมีข้อผิดพลาดสำคัญในการคำนวณ ส่งผลให้คำตอบสุดท้ายผิดพลาด หรือตอบได้เพียงบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยของความพยายามในการแก้ปัญหา หรือคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์
การสรุปคำตอบ	2	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และสอดคล้องกับโจทย์
	1	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ชัดเจน
	0	นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบผิด

4.2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้อง ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมด้านเนื้อหาและด้านภาษา

4.2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ซึ่งเป็นชุดเดียวกันกับการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อทำการตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหากับตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปตรวจสอบความเที่ยงตรงของแบบทดสอบโดยใช้ค่า IOC ในการคัดเลือกข้อสอบ ที่มีค่าเฉลี่ยของ IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

เพื่อประเมินคุณภาพและความถูกต้องเหมาะสม โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนดังต่อไปนี้

- +1 คือ เหมาะสม ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด
- 0 คือ ไม่แน่ใจ ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่
- 1 คือ ไม่เหมาะสม ว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด

4.2.9 นำผลการประเมินที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาความสอดคล้องของคำถามของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คัดเลือกข้อสอบที่ผ่านค่าดัชนีความสอดคล้องหรือค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ไว้ใช้ ซึ่งผลการประเมินความสอดคล้องของคำถามของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 12 ข้อ มีดัชนีความสอดคล้อง 1.00 สามารถนำไปใช้ได้ (รายละเอียดดังภาคผนวก ฉ หน้า 196)

4.2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้งก่อนนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/9

4.2.11 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ เพื่อหาค่าความยาก (p) โดยมีเกณฑ์ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha Coefficient)

ผลปรากฏว่า ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 12 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.56 - 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.37 - 0.64 และค่าความเชื่อมั่น

ทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 0.94 (รายละเอียดดังภาคผนวก ฉ หน้า 196)

4.2.12 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยสร้างข้อสอบก่อนเรียนกับข้อสอบหลังเรียนอย่างละ 6 ข้อ พร้อมจัดทำคำชี้แจงในการสอบ และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.3.1 ศึกษา หลักการ เอกสารการวัดและประเมินผล กำหนดจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4.3.2 ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหา สารระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

4.3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก ให้สอดคล้องกับเนื้อหาย่อยและจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อ สร้างจำนวน 3 ข้อ และต้องการใช้จริง 20 ข้อ เพื่อนำมาใช้ในการทดสอบ ดังตารางที่ 12

**ตารางที่ 12** แสดงการวิเคราะห์และกำหนดจำนวนข้อสอบที่ต้องการให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้

เนื้อหาย่อย	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ (ข้อ)	
		สร้าง	ใช้จริง
สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน	1. นักเรียนสามารถนำนิยาม และสมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	15	10
กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	2. นักเรียนสามารถนำนิยามค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้แก้ปัญหาได้ 3. นักเรียนสามารถเขียนจุด และเวกเตอร์แทนจำนวนเชิงซ้อนในระนาบได้ 4. นักเรียนสามารถนำสมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ในการค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้	5	4

เนื้อหาย่อย	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ (ข้อ)	
		สร้าง	ใช้จริง
รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน	5. นักเรียนสามารถนำนิยามและทฤษฎีบทของรากที่สองของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	6. นักเรียนสามารถนำนิยามรูปเชิงขั้วของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 7. นักเรียนสามารถนำผลคูณ ผลหารและสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 8. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของเดอมัวร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	3	2
รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน	9. นักเรียนสามารถนำนิยามและทฤษฎีบทของรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
สมการพหุนาม	10. นักเรียนสามารถนำบทนิยามการแก้สมการกำลังสองไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 11. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับสมการพหุนามไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	3	2
รวม		30	20

4.3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณา ตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสม ของแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบมาปรับปรุง แก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

4.3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นพร้อมแบบประเมินเสนอผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ซึ่งเป็นชุดเดียวกันกับการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้

เพื่อประเมินคุณภาพและความถูกต้องเหมาะสม โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนดังต่อไปนี้

+1 คือ เหมาะสม ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด

0 คือ ไม่แน่ใจ ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่

-1 คือ ไม่เหมาะสม ว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด

4.3.6 นำผลการประเมินที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาความสอดคล้องของคำถามของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ คัดเลือกข้อสอบที่ผ่านค่าดัชนีความสอดคล้องหรือค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้น

ไปไว้ใช้ ซึ่งผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่าแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 30 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.60 – 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ฉ หน้า 197)

4.3.7 นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญและปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมอีกครั้ง

4.3.8 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขปรับปรุงแล้ว พิมพ์เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์แล้วนำไปทดลอง (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/9 เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

4.3.9 นำผลการทดสอบมาหาคุณภาพของแบบทดสอบโดยหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ เพื่อคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 - 0.80 ไว้ใช้ (ประสาธต์ เนื่องเฉลิม, 2564) ซึ่งผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 20 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.20 - 0.70 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 (รายละเอียดดังภาคผนวก ฉ หน้า 198)

4.3.10 นำข้อสอบที่คัดเลือกไว้ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทั้งฉบับด้วยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน โดยใช้สูตร KR - 20 ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับ 0.76

4.3.11 นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาปรับปรุงแล้วจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์และนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

## 5. ขั้นตอนเก็บรวบรวมข้อมูล

เมื่อสร้างเครื่องมือฉบับสมบูรณ์เรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำไปทดลองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

5.1 ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 ที่เป็นห้องทดลอง และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 ที่เป็นห้องควบคุม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.2 ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมในเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวกัน ระยะเวลาเท่ากัน คือ กลุ่มละ 10 คาบ แต่ใช้วิธีในการสอนที่ต่างกัน ดังนี้

5.2.1 กลุ่มทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.2.2 กลุ่มควบคุม ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ที่สร้างขึ้นตามคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

5.3 เมื่อดำเนินการสอนเสร็จสิ้นแล้ว ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลา 1 คาบ

5.4 ดำเนินการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยนำผลคะแนนของการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติทดสอบ Dependent samples t-test

6.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้สถิติ โฮเทลลิงทิสแควร์ (Hotelling T-Square)

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

7.1 สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

7.1.1 ร้อยละ (Percentage) (บุญชม ศรีสะอาด, 2554) โดยคำนวณจากสูตรต่อไปนี้

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

- เมื่อ P คือ ร้อยละ  
 F คือ ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ  
 N คือ จำนวนความถี่ทั้งหมด

7.1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean) โดยใช้สูตรดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2554)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

- เมื่อ  $\bar{X}$  คือ ค่าเฉลี่ย  
 $\sum X$  คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม  
 N คือ จำนวนคะแนนในกลุ่ม

7.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้สูตร ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2554)

$$S. D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

- เมื่อ S. D. คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน  
 X คือ คะแนนแต่ละตัว  
 $\sum X$  คือ ผลรวมคะแนนทุกตัว  
 $\bar{X}$  คือ ค่าเฉลี่ย  
 N คือ จำนวนคะแนนในกลุ่ม

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

7.2.1 หาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) (ประสาธน์ เนิ่งเฉลิม, 2554)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

- เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้  
 $\sum R$  คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ  
 N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

7.2.2 หาค่าความยาก (p) ของข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีสูตรดังนี้ (เอมอร์ จังศิริพรปกรณ์, 2550)

$$P = \frac{\sum X_H + \sum X_L}{I(N_H + N_L)}$$

เมื่อ	P	คือ	ดัชนีความยาก
	$\sum X_H$	คือ	ผลรวมของคะแนนรายข้อแต่ละคนในกลุ่มสูง
	$\sum X_L$	คือ	ผลรวมของคะแนนรายข้อแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
	$N_H$ และ $N_L$	คือ	จำนวนของนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือต่ำ
	I	คือ	คะแนนเต็มของข้อนั้น ๆ

7.2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีสูตรดังนี้ (เอมอร์ จังศิริพรปกรณ์, 2550)

$$r = \frac{\sum X_H - \sum X_L}{I(N_H \text{ หรือ } N_L)}$$

เมื่อ	r	คือ	ดัชนีความยาก
	$\sum X_H$	คือ	ผลรวมของคะแนนรายข้อแต่ละคนในกลุ่มสูง
	$\sum X_L$	คือ	ผลรวมของคะแนนรายข้อแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
	$N_H$	คือ	จำนวนของนักเรียนในกลุ่มสูง
	$N_L$	คือ	จำนวนของนักเรียนในกลุ่มต่ำ
	I	คือ	คะแนนเต็มของข้อนั้น ๆ

7.2.4 การวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยวิธีของครอนบาค (Cronbach) ในรูปสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) (ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน, 2561)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	คือ	ความเชื่อมั่นแบบสัมประสิทธิ์แอลฟา
	$S_i^2$	คือ	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ
	$S_t^2$	คือ	ความแปรปรวนของคะแนนรวม
	k	คือ	จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ

7.2.5 การวิเคราะห์หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถคำนวณได้จากสูตรดังนี้ (คณาจารย์ภาควิชาวิจัยและพัฒนากการศึกษา, 2558)

$$\text{ตัวถูก} \quad p = \frac{H+L}{2N} \quad , \quad r = \frac{H-L}{N}$$

$$\text{ตัวลวง} \quad p_w = \frac{H+L}{2N} \quad , \quad r_w = \frac{L-H}{N}$$

เมื่อ	$p$	คือ	ค่าความยากของข้อสอบ
	$r$	คือ	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	$H$	คือ	จำนวนคนในกลุ่มสูงตอบถูก
	$L$	คือ	จำนวนคนในกลุ่มต่ำตอบถูก
	$N$	คือ	จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง
	$p_w$	คือ	ค่าความยากของตัวลวง
	$r_w$	คือ	ค่าอำนาจจำแนกของตัวลวง
	$H$	คือ	จำนวนคนในกลุ่มสูงตอบตัวลวงแต่ละตัว
	$L$	คือ	จำนวนคนในกลุ่มต่ำตอบตัวลวงแต่ละตัว
	$N$	คือ	จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

7.2.6 วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทั้งฉบับ ด้วยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน โดยใช้สูตร KR - 20

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ	$r_{tt}$	คือ	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$k$	คือ	จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ
	$p$	คือ	ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ
	$q$	คือ	สัดส่วนค่าความยากแต่ละข้อ ( $q = 1 - p$ )
	$S^2$	คือ	ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวม

### 7.3 สถิติทดสอบสมมติฐาน

7.3.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังจากรับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยใช้สถิติทดสอบ Dependent samples t-test (ประสาท เนื่องเฉลิม, 2564)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ	$t$	คือ	ค่าสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตเพื่อทราบความมีนัยสำคัญ
	$D$	คือ	ค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน
	$n$	คือ	จำนวนกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนคู่คะแนน

7.3.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้แลคนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และแบบปกติ โดยใช้สถิติ Hotelling's  $T^2$  ใช้สูตรดังนี้ (ประสาท เนื่องเฉลิม, 2564)

$$T_2^2 = (\bar{X}^{(1)} - \bar{X}^{(2)})' \left[ \frac{W}{n_1 + n_2 - 2} \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2} \right]^{-1} (\bar{X}^{(1)} - \bar{X}^{(2)})$$

เมื่อ	$T^2$	คือ	Hotelling's $T^2$
	$n_1, n_2$	คือ	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
	$\bar{X}^{(1)}, \bar{X}^{(2)}$	คือ	$\begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_n \end{bmatrix}$ ของกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
	$W$	คือ	$\sum X_1^2 + \sum X_2^2$

พหุ ประ โท ชี เว

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความมุ่งหมายของการวิจัยดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$n$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ย
S. D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
$p$	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
df	แทน	ชั้นแบ่งความอิสระ
SS	แทน	ผลรวมของกำลังสอง
MS	แทน	คะแนนเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง
F	แทน	สถิติทดสอบที่ใช้เปรียบเทียบค่าวิกฤตใน F-distribution

## 2. ลำดับชั้นในเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

## 3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลวิเคราะห์การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบ่งออกเป็นฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งในแต่ละข้อจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้ง 3 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ และวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน แบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ซึ่งแบ่งออกเป็นฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน จากนั้นเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยใช้สถิติ t-test (Dependent samples) ดังปรากฏตามตารางที่ 13

**ตารางที่ 13** การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra โดยใช้สถิติ Dependent samples t-test

ตัวแปร	n	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S. D.	ร้อยละ	t	p
<b>ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</b>							
ก่อนเรียน	40	42	13.30	4.74	31.67	17.07*	<0.001
หลังเรียน	40	42	33.53	7.87	79.82		
<b>ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน</b>							
ก่อนเรียน	40	20	8.30	2.68	41.50	17.44*	<0.001
หลังเรียน	40	20	14.78	2.13	73.88		

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 13 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ( $\bar{X} = 33.53$  คิดเป็นร้อยละ 79.82 ของคะแนนเต็ม) สูงกว่าก่อนเรียน ( $\bar{X} = 13.30$  คิดเป็นร้อยละ 31.67 ของคะแนนเต็ม) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $t = 17.07$ ) และมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน ( $\bar{X} = 14.78$  คิดเป็นร้อยละ 73.88 ของคะแนนเต็ม) สูงกว่าก่อนเรียน ( $\bar{X} = 8.30$  คิดเป็นร้อยละ 41.50 ของคะแนนเต็ม) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $t = 17.44$ )

ตอนที่ 2 ผลวิเคราะห์การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้สถิติ Hotelling's  $T^2$

ผู้วิจัยวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ดังนี้

3.1 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson's correlation coefficient) ในการตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรทั้งสอง ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 14 และ 15

**ตารางที่ 14** ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

ตัวแปร	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1.000	.733**
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	.733**	1.000

\*\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 14 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่าง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีค่าเท่ากับ .733 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

**ตารางที่ 15** ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตัวแปร	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	1.000	.315*
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	.315*	1.000

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 15 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่าง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีค่าเท่ากับ .315 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังตารางที่ 16

**ตารางที่ 16** ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตัวแปร	รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	n	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน	
				$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	นิรนัย ร่วมกับ Geogebra	40	42	13.30	4.74	33.53	7.87
	ปกติ	39	42	3.10	2.70	26.36	11.98
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	นิรนัย ร่วมกับ Geogebra	40	20	8.30	2.68	14.78	2.13
	ปกติ	39	20	4.82	1.54	10.51	2.42

จากตารางที่ 16 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 13.30 (S.D. = 4.74) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 33.53 (S.D. = 7.87) ในขณะที่นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 3.10 (S.D. = 2.70) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 26.36 (S.D. = 11.98) และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 8.30 (S.D. = 2.68) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 14.78 (S.D. = 2.13) ส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 4.82 (S.D. = 1.54) และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 10.51 (S.D. = 2.42)

3.3 วิเคราะห์การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้สถิติ Hotelling's  $T^2$  ดังตารางที่ 17

**ตารางที่ 17** การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

สถิติทดสอบ	Value	F	Hypothesis df	Error df	p
Pillai's Trace	.476	34.528	2.000	76.000	.000
Wilks' Lambda	.524	34.528	2.000	76.000	.000
Hotelling's Trace	.909	34.528	2.000	76.000	.000
Roy's Largest Root	.909	34.528	2.000	76.000	.000

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 17 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมื่อพบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติแตกต่างกัน จึงทำการทดสอบ Univariate Test ว่าตัวแปรตามของการจัดการเรียนรู้ทั้งสองวิธีแตกต่างกันที่ตัวแปรใด ดังตารางที่ 18

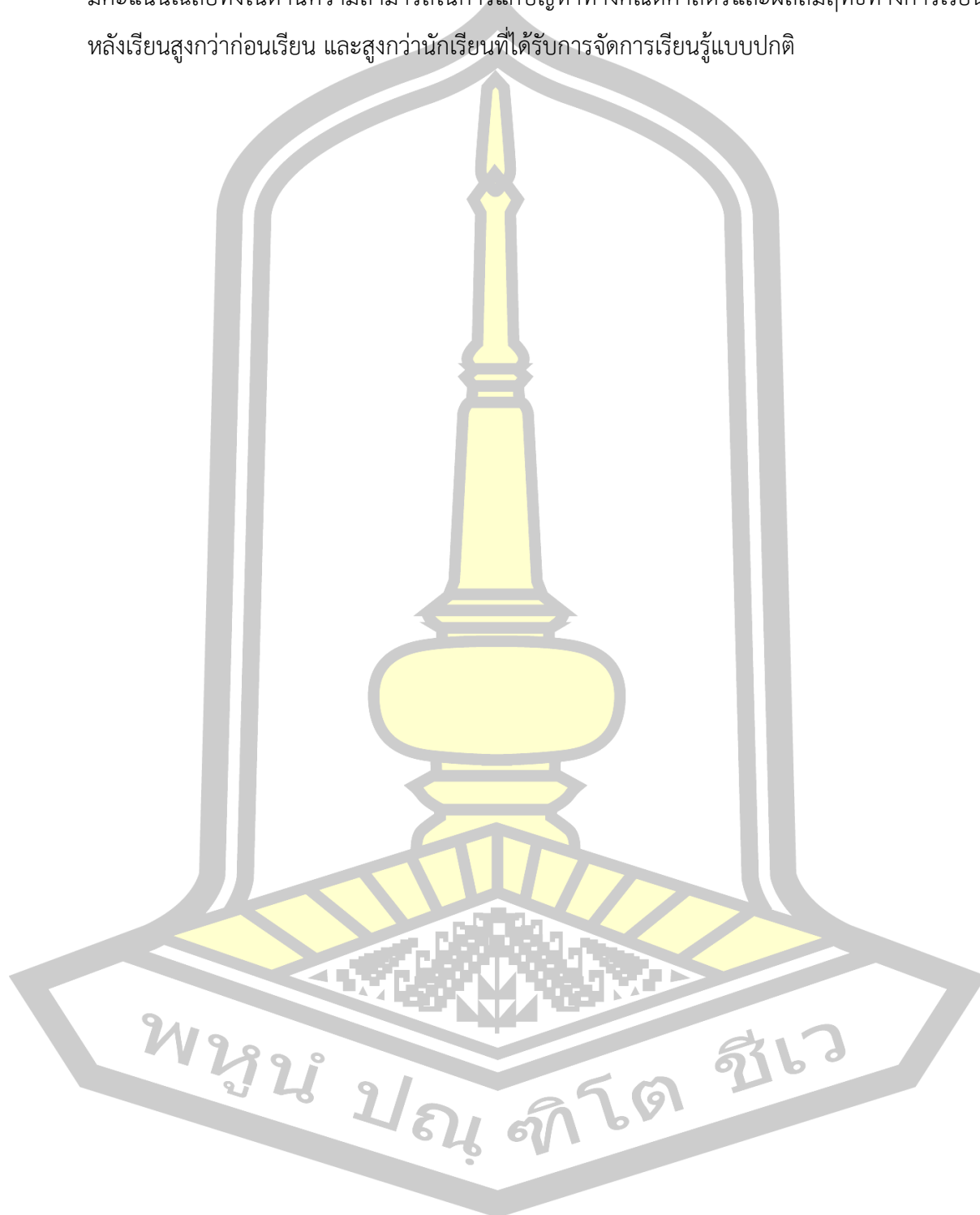
**ตารางที่ 18** ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (Univariate Test)

ตัวแปรตาม	SOV	SS	df	MS	F	P
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Contrast	1014.038	1	1014.038	9.915	.002
	Error	7874.949	77	102.272		
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	Contrast	358.724	1	358.724	69.276	<.001
	Error	398.719	77	5.178		

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 18 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งสองวิธีมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

จากผลดังกล่าวพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีคะแนนเฉลี่ยทั้งในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ



## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถสรุปผลได้ตามลำดับ ดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ความมุ่งหมายของการวิจัย
2. สรุปผล
3. อภิปรายผล
4. ข้อเสนอแนะ

#### 1. ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

#### 2. สรุปผล

ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามความมุ่งหมาย ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ GeoGebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

### 3. อภิปรายผล

จากผลการดำเนินการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยอภิปรายผลได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อเปรียบเทียบกับก่อนการเรียนรู้ ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวในการส่งเสริมพัฒนาการทางการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างชัดเจนในสองด้านหลัก ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน โดยนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากการวิเคราะห์ด้วยสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้นจาก 13.30 เป็น 33.53 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นจาก 8.30 เป็น 14.78 แสดงให้เห็นว่า รูปแบบการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถตอบสนองต่อจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งด้านความรู้และทักษะการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อพัฒนาการของนักเรียนในครั้งนี้ ได้แก่ 1) โครงสร้างของการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ซึ่งเริ่มต้นจากการอธิบายหลักการ ทฤษฎี หรือกฎทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจนก่อน แล้วจึงนำไปสู่การฝึกฝนในเชิงปฏิบัติ ด้วยลำดับที่มีเหตุผลและเป็นระบบ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดอย่างมั่นคงก่อนการประยุกต์ใช้ ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในหัวข้อ จำนวนเชิงซ้อนที่มีโครงสร้างเชิงนามธรรม 2) การประยุกต์ใช้โปรแกรม Geogebra ซึ่งทำหน้าที่เป็นเครื่องมือที่ช่วยลดความซับซ้อนของแนวคิดนามธรรมให้สามารถเข้าใจได้ง่ายผ่านภาพจำลองที่สามารถโต้ตอบได้ เช่น การแสดงพิกัดจำนวนเชิงซ้อนบนระนาบ การหมุนหรือขยายเวกเตอร์ การแสดงพฤติกรรมของการคูณจำนวนเชิงซ้อน เป็นต้น ทำให้ผู้เรียนสามารถสังเกต ตีความ และตรวจสอบความเข้าใจของตนเองได้อย่างชัดเจน 3) ลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนที่ได้รับการออกแบบอย่างเหมาะสม โดยประกอบด้วย ขั้นตอนกำหนดขอบเขตของปัญหา ขั้นตอนอธิบายทฤษฎีหรือหลักการ ขั้นใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา ขั้นตรวจสอบและสรุปผล และขั้นฝึกปฏิบัติ ซึ่งเชื่อมโยงกันอย่างเป็นระบบและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในทุกขั้นตอน 4) บทบาทของครูในการชี้แนะและใช้คำถามกระตุ้นการคิดในระหว่างการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดใหม่กับความรู้เดิมได้ดียิ่งขึ้น 5) การใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความหมายและเชื่อมโยง

กับชีวิตจริง ช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้มากขึ้น โดยเฉพาะการนำเสนอผ่านสื่อภาพหรือแบบจำลองเชิงโต้ตอบใน Geogebra ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้นปัจจัยเหล่านี้ล้วนเอื้อต่อการพัฒนาทั้งความเข้าใจเชิงแนวคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในภาพรวม โดยเฉพาะในด้านการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับการใช้เหตุผลแบบเป็นระบบ การแสดงภาพจากแนวคิดนามธรรม และการสะท้อนกลับความคิดของตนเองในระหว่างเรียน ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นความเข้าใจอย่างลึกซึ้งมากกว่าการจดจำเนื้อหา

ทั้งนี้ผลการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sunzuma (2023) ที่พบว่า การใช้ Geogebra ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาพีชคณิตและจำนวนเชิงซ้อนซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมได้ดีขึ้น ผ่านการจำลองและปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรในแบบจำลองอย่างยืดหยุ่น และยังสอดคล้องกับ Zulnaidi, Oktavika และ Hidayat (2020) ที่ทำการศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์ Geogebra ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระบุว่า การใช้ Geogebra ช่วยเพิ่มความเข้าใจเชิงแนวคิดและกระบวนการเรียนรู้ โดยเฉพาะในหัวข้อที่ซับซ้อนทางนามธรรม เช่น ฟังก์ชันและลิมิตของฟังก์ชัน เนื่องจากซอฟต์แวร์สามารถแสดงภาพและกราฟประกอบได้อย่างชัดเจนเป็นมิตรต่อผู้ใช้ และช่วยลดภาระของครูในการอธิบายแนวคิด ทั้งยังส่งเสริมให้กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนมีความกระตือรือร้นและเกิดปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ Alabdulaziz, Aldossary, Alyahya และคณะ (2021) ที่ศึกษาประสิทธิผลของโปรแกรม Geogebra ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่า การใช้โปรแกรม Geogebra ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของผลการเรียนรู้ โดยเฉพาะในหัวข้อจำนวนเชิงซ้อนและเรขาคณิตเชิงขั้ว ซึ่งต้องการความเข้าใจในระดับการประยุกต์และวิเคราะห์ อีกทั้งยังส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการทางการเรียนรู้เหนือกว่าการเรียนแบบปกติอย่างชัดเจน อีกทั้งยังสนับสนุนโดยผลการศึกษาของ Seloane, Ramaila และ Ndlovu (2023) ที่ศึกษาการใช้โปรแกรม Geogebra เป็นเครื่องมือจำลองเพื่อพัฒนาความรู้เชิงแนวคิดและความรู้เชิงกระบวนการเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อนของนักศึกษาวิศวกรรมศาสตร์ระดับปริญญาตรี ซึ่งแสดงให้เห็นว่า Geogebra ช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดเชิงนามธรรมในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนให้เห็นเป็นภาพเป็นรูปธรรมได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งผลวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานของ สุกฤษฎี ชุมภูจันทร์ (2563) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาตอนปลายได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบดังกล่าวมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ามาตรฐานที่กำหนด เช่นเดียวกับงานของ วนิดา ศรีหา (2566) ที่พบว่า การใช้ Geogebra ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับงานของ ฉลาด สายสินธ์ (2561) ที่พัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ Geogebra สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมดังกล่าวมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การจัดการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างเป็นระบบ ผสานกับเครื่องมือเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่ช่วย กระตุ้นการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น Geogebra จึงถือเป็นแนวทางที่มีศักยภาพสูงสำหรับการ พัฒนาผู้เรียน โดยเฉพาะในด้านการคิดวิเคราะห์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ ความรู้ในสถานการณ์ที่ซับซ้อน ซึ่งเป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนสูง กว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลลัพธ์ดังกล่าว สะท้อนถึงประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างชัดเจนและเสริมด้วยเทคโนโลยีทาง คณิตศาสตร์อย่าง Geogebra ในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างเป็นระบบ โดยเฉพาะในด้านการ ทำความเข้าใจแนวคิดเชิงนามธรรม การประยุกต์ใช้หลักการในการแก้ปัญหา และการเสริมสร้าง ทักษะการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

ความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทั้งสองอาจมีสาเหตุมาจากความแตกต่างของแนว ทางการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือ การเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มุ่งให้ผู้เรียนเริ่มจากการทำ ความเข้าใจหลักการ ทฤษฎี หรือกฎทางคณิตศาสตร์ ผ่านการอธิบายที่ชัดเจนและเป็นระบบ จากนั้น จึงนำไปประยุกต์ใช้ในกิจกรรมที่ออกแบบอย่างมีลำดับขั้น ครูมีบทบาทในการเชื่อมโยงเนื้อหา กับ สถานการณ์จริง ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระเบียบความคิดและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมี ประสิทธิภาพ ซึ่งเหมาะสมอย่างยิ่งกับเนื้อหาที่ซับซ้อน เช่น จำนวนเชิงซ้อน ที่ต้องอาศัยการเข้าใจใน หลายมิติ ทั้งเชิงสัญลักษณ์ เชิงภาพ และเชิงโครงสร้าง

Geogebra ทำหน้าที่เป็นเครื่องมือสำคัญในการลดความซับซ้อนของแนวคิดนามธรรม โดย ช่วยให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นภาพของจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบที่จับต้องได้ ผ่านฟังก์ชัน ภาพเคลื่อนไหว การหมุน การแปลง และการเคลื่อนที่บนระนาบเชิงซ้อน อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียน

ได้ทดลอง ปรับเปลี่ยน และสังเกตผลลัพธ์ในลักษณะโต้ตอบ (interactive) ซึ่งส่งเสริมการเรียนรู้เชิงลึกผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์ การตั้งสมมติฐาน และการสังเคราะห์องค์ความรู้ด้วยตนเอง

ในขณะที่การจัดการเรียนรู้แบบปกติซึ่งใช้แนวทางการสืบเสาะตามแนว สสวท. แม้จะมุ่งหวังให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง แต่เมื่อใช้กับเนื้อหาที่มีความซับซ้อนและเป็นนามธรรมสูง เช่น จำนวนเชิงซ้อน อาจยังมีข้อจำกัด โดยเฉพาะในกรณีที่ผู้เรียนขาดพื้นฐานทฤษฎีที่มั่นคงเพียงพอ แนวทางนี้อาจทำให้เกิดความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์ ขาดความต่อเนื่อง และไม่สามารถเชื่อมโยงแนวคิดเพื่อประยุกต์ใช้ได้อย่างเป็นระบบ อีกทั้ง การขาดการชี้แนะที่ชัดเจนจากครูอาจทำให้กิจกรรมมุ่งเน้นที่การค้นหาคำตอบ มากกว่าการทำความเข้าใจเนื้อหาในเชิงลึก

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้แบบสืบเสาะ เช่น การทบทวน การอภิปรายกลุ่ม และการฝึกทักษะ หากไม่ได้รับการออกแบบอย่างรัดกุม อาจไม่สามารถนำผู้เรียนไปสู่ความเข้าใจอย่างมีโครงสร้างได้ ทำให้การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนไม่เป็นไปตามศักยภาพที่ควรจะเป็น เมื่อเทียบกับรูปแบบที่มีการชี้แนะและเครื่องมือสนับสนุนอย่างเหมาะสม

ผลการวิเคราะห์ยังพบว่า กลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra มีระดับความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในขณะที่กลุ่มที่เรียนรู้ด้วยวิธีปกติมีระดับความสัมพันธ์ที่ต่ำกว่าอย่างชัดเจน ข้อค้นพบนี้แสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงที่มั่นคงและต่อเนื่องระหว่างความเข้าใจเชิงแนวคิดกับการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นลักษณะเด่นของการเรียนรู้แบบนิรนัยที่เสริมด้วยเทคโนโลยีอย่าง Geogebra

ผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีโครงสร้างชัดเจน มีการชี้แนะอย่างเป็นระบบ และเสริมด้วยเครื่องมือที่เหมาะสม เช่น Geogebra ช่วยส่งเสริมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะในเนื้อหาที่ซับซ้อน ซึ่งต้องการการสร้างภาพความเข้าใจเชิงโครงสร้างและการประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย ส่งผลให้ผู้เรียนสามารถเข้าถึงการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง ยั่งยืน และมีคุณภาพมากกว่าการเรียนรู้ที่อาศัยการค้นหาคำรู้ด้วยตนเองเพียงลำพัง

#### 4. ข้อเสนอแนะ

##### 4.1 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัย

4.1.1 ควรออกแบบสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับความซับซ้อนที่แตกต่างกัน และเชื่อมโยงกับสาระการเรียนรู้ เพื่อให้สามารถประเมินความสามารถของผู้เรียนได้อย่างรอบด้าน ทั้งในด้านความเข้าใจแนวคิดพื้นฐาน การประยุกต์ใช้ และการวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

4.1.2 ควรวางแผนลำดับขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้แบบนิรนัย โดยเน้นกิจกรรมที่ใช้ Geogebra เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะพลวัต และช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพรวมของแนวคิดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

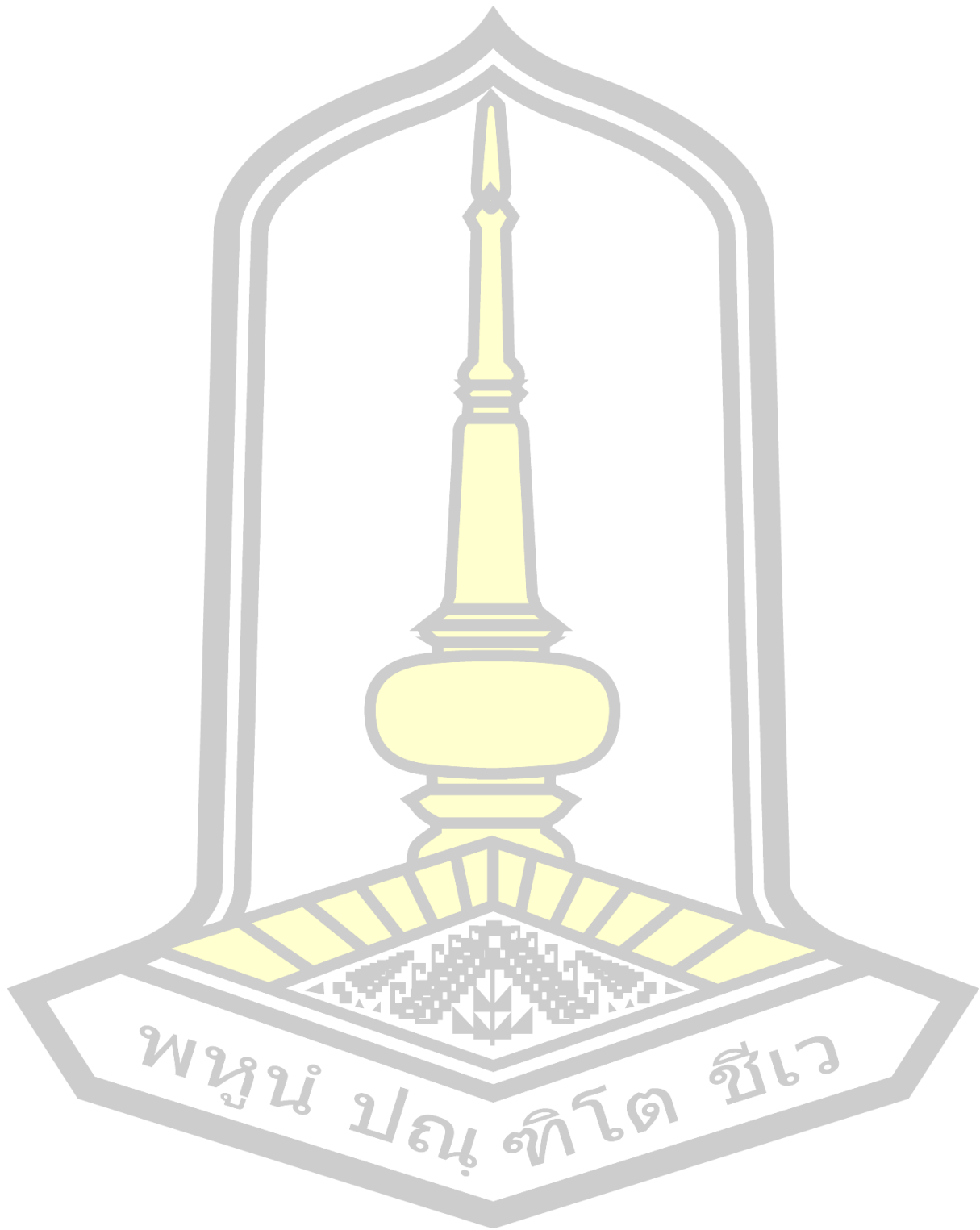
##### 4.2 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

4.2.1 ควรศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในระหว่างการใช้ GeoGebra เช่น การคิดวิเคราะห์ การมีปฏิสัมพันธ์กับเครื่องมือ และการแสดงออกเชิงความเข้าใจ เพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงลึกที่สามารถนำไปพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ได้ตรงจุดยิ่งขึ้น

4.2.2 ควรศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยที่ส่งผลต่อตัวแปรอื่น ๆ เช่น เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อให้เข้าใจผลกระทบของรูปแบบการเรียนรู้ได้อย่างรอบด้าน



บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กนกทิพย์ พัฒนาพัวพันธ์. (2528). **การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณทางการวิจัยการศึกษาขั้นสูง**.  
เชียงใหม่: ภาควิชาการประเมินผลและการวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- กรมวิชาการ. (2541). **เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 9 เรื่องการ  
แก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์**. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ. (2544). **การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น  
สำคัญ**. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**.  
กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย
- ฉันท ชาติทอง. (2551). **การออกแบบการสอนและบูรณาการ**. กรุงเทพฯ: เพชรเกษมการพิมพ์.
- ฉลาด สายสินธ์. (2561). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมจีโอเจิบร้า เรื่อง  
ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วารสารการวัดผลการศึกษา  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 25(2), 82-95.**
- ชานนท์ จันทรา. (2550). **การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน: กระบวนการสร้างนักแก้ปัญหา.  
คณิตศาสตร์ My Maths, 2(22), 35.**
- ชลกร เสริฐสม. (2562). **การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการ  
เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วารสารวิจัยรำไพพรรณี, 13(2), 161.**
- ชูศรี วงศ์รัตน์ และองอาจ นัยพัฒน์. (2551). **แบบแผนการวิจัยเชิงทดลองและสถิติวิเคราะห์:  
แนวคิดพื้นฐานและวิธีการ**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ฐิติมา เกตุคำ. (2551). ผลการใช้บทเรียนออนไลน์ เรื่อง วิธีจัดกลุ่ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. (2561). การวิจัยและพัฒนาทางการศึกษา. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- ทีศนา แชมมณี. (2556). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ(พิมพ์ครั้งที่ 17 ed.). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทีศนา แชมมณี. (2564). ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีมนันต์ สังห์รณ์. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโทการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- นันทิยา สุภาพันธ์. (2567). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์กราฟของฟังก์ชันกำลังสองของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการใช้โปรแกรม GEOGEBRA ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา. วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม, 23(1), 74 – 83.
- นพดล อุณหศิริกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้นที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนตะกั่วป่า. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิตสาขาวิชาหลักสูตรและการสอน). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- บัญญัติ ชำนาญกิจ. (2544). กระบวนการแสวงหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์. นครสวรรค์: คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏนครสวรรค์.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2546). การวิจัยสำหรับครู. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2554). การวิจัยเบื้องต้น ฉบับปรับปรุงใหม่ (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ประสาธ เนืองเฉลิม. (2554). วิจัยการเรียนการสอน. มหาสารคาม: อภิชาตการพิมพ์.

ประสาธ เนืองเฉลิม. (2564). **วิจัยการเรียนการสอน**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**, ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 11-15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). **“การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา**. สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยพระบรมราชูปถัมภ์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พงศกร สุวรรณะ. (2562). **การพัฒนาหนังสืออิเล็กทรอนิกส์โดยใช้วิธีการนำเสนอแบบนิรนัย เรื่อง การหาพื้นที่สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนปริชานุศาสตร์**. การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาวิชาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยบูรพา.

พนิดา คำแปล. (2563). การประยุกต์ใช้โปรแกรม Geogebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเรื่องการประยุกต์ปริพันธ์. **วารสารวิชาการเทคโนโลยีการจัดการ**, 1(1), 80 - 89.

พลวิสันต์ สิงหาอาจ (2555). **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิจารณ์ญาณและการแก้ปัญหา ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบ KWDL วิธีสอนแบบนิรนัย และวิธีสอนตามรูปแบบของ สสวท. ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านกรวดวิทยาคาร**. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยการศึกษา. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

พินิจ ศรีจันทร์ดี. (2530). **การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา**. กรุงเทพฯ: รุ่งศิลป์การพิมพ์.

ไพศาล แผลงทับทอง. (2558). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. **วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา**, 26(2), พฤษภาคม-สิงหาคม.

ไพศาล วรคำ. (2559). **การวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 8)**. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ไพศาล แผลงทับทอง (2558). **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทาง**

คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์, พฤษภาคม-กรกฎาคม.

รมิดา จันพูน. (2562). การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ วท.ม., มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2541). เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น

วนิดา ศรีหา. (2566). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารราชภัฏสุรินทร์วิชาการ, 1(4), 1-14.

วัชรา เล่าเรียนดี. (2548). เทคนิคการจัดการเรียนรู้สำหรับครูมืออาชีพ. นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

วิภาดา พินลา. (2558). การศึกษาผลการเรียนรู้วิชาสัมมนาสังคมศึกษาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนิสิตปริญญาตรี ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 19(2), 40-53.

วิมล อยู่พิพัฒน์. (2551). บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 50-52.

สมนึก ภัทพิยธณี. (2551). การวัดผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5). กاهشลินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมนึก ภัทพิยธณี. (2558). การวัดผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 10). กاهشลินธุ์ : ประสานการพิมพ์.

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). *วารสารคณิตศาสตร์*, 51, 562 – 564.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2521-2542*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).

สุกฤษฎี ชุมภูจันทร์. (2563). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับโปรแกรมจีโอจีบร้า เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สุพิน บุญชูวงศ์. (2554). *เทคนิคการสอน*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2547). *21 วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สุสิริยา อีรากุลนันท์ชัย. (2563). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้แบบ 7E ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1*. *วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา*.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3 คิวมีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *การวัดและการประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). **คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น**. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

อพันธ์ พูลพุทธา. (2564). **การวัดและประเมินผลการเรียนรู้**. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

อารีย์ วชิรวารการ. (2542). **การวัดผลและประเมินผลการเรียน**. ชนบุรี : โครงการตำราวิชาการ สถาบัน ราชภัฏธนบุรี.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อนรรักษ์ วักดีเพชร. (2558). ผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม. **วารสารบัณฑิตศึกษา ปีที่ 12 มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร, 57, 31-41.**

เอกภพ เพ็ญสำรวจ. (2562). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ. **วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 25(2), 326-342.**

เอมอร จังศิริพรภรณ์. (2550). **การวัดและการประเมินผลการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์

Adam, S., Ellis, L., & Beeson, B. E. (1977). **Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach**. New York: Harper & Row.

Alabdulaziz, M. S., Aldossary, S. M., Alyahya, S. A., Alenezi, M. N., Alabdulwahab, R. S., & Alhammad, M. M. (2021). The effectiveness of the GeoGebra programme in the development of academic achievement and survival of the learning impact of the mathematics among secondary stage students. **Education and Information Technologies, 26(3), 2685–2713.** <https://doi.org/10.1007/s10639-020-10371-5>

- Anderson, K. B., & Pingry, R. E. (1973). **Problem-Solving in mathematics. The learning mathematics: It's theory and practice.** Washington. D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Atta, M. A., Ayaz, M., & Nawaz, Q. (2015). Comparative study of inductive and deductive methods of teaching mathematics at elementary level. **Gomal University Journal of Research (GUJR)**, 31(1), 21-24.
- Brandt, R. (1983). Teaching of Thinking. **Educational Leadership**, 40(3), 3.
- Bull, M. P. (1993). **Exploring the effects on mathematics achievement of eighth grade students that are taught problem-solving through a four-step method that addresses the perceptual strengths of each student (Magic Math)**. Dissertation Abstracts. Retrieved from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9400198>.
- Cruikshank, Douglas E. and Sheffield, Linda Jensen. (1992). **Teaching and Elementary and Middle School Mathematics.** New York: Macmillan Publishing Company.
- Eggen, P. D., Kauchak, D. P., & Harder., R. J. (1979). **Strategies for Teachers Information Processing Models in the Classroom.** Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Fitz-Gibbon, carol Taylor, Lyons Morris and Lynn, ji.auth. 1987. **How to design a program evaluation.** Newbury Park : Sagh.
- Gagne, R. M. (1985). **The conditions of Learning and Theory of Instruction 4<sup>th</sup> Edition.** New York: Holt, Rinehart, and Winston.
- Good, Carter V. (1973). **Dictionary of Education. 3<sup>rd</sup> ed.** New York: Teacher College Preess.
- Gronlund, N. E. (1993). **How to make achievement tests and assessments (5th ed.).** Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Hartfield, Mary M, Edwards, Noney and Bitter, Gary G. (1993). **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School.** Boston: Allyn and Bacon.

- Hegedus, S., & Moreno-Armella, L. (2010). **Accommodating the instrumental genesis framework within dynamic technological environments.** For the Learning of Mathematics, 30(1), 26–31.
- Hird. (2015). **Competency at work: Models for Superior Performance.** In. New York: John Wiley & Sons.
- Hohenwarter, Markus and other. (2008). **Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra.** ICME 11, the International Congress on Mathematical Education. Abstract Online. TSG 16 Retrieved from ICME 11 Database (2008/07/06-13) <http://archive.geogebra.org/static/publications/2008-ICME-TSG16-Calculus-GeoGebra-Paper.pdf>.
- Kutz, R.E. (1991). **Teaching Elementary Mathematics.** Massachusetts: A Division of Simon & Shiver, Inc.
- Lardizabal, Amparo S.; et al. (1970). **Methods and Principles of Teaching.** Quezon City: Alema – Phoenix.
- Mehrens, William. (1976). **A Measurement and Evaluation and Psychology.** New York : Holt, Rinehart and Winston.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). **Professional and Standards for Teaching Mathematics.** Reston, Virgin: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). **Principles and standards for school mathematics.** Reston, VA.
- Ozsoy, G., & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem-solving achievement. **International Electronic Journal of Elementary Education**, 1(2), 67-82.
- Polya. G. (1973). **How to solve it.** Princeton, NJ: Princeton University Press.

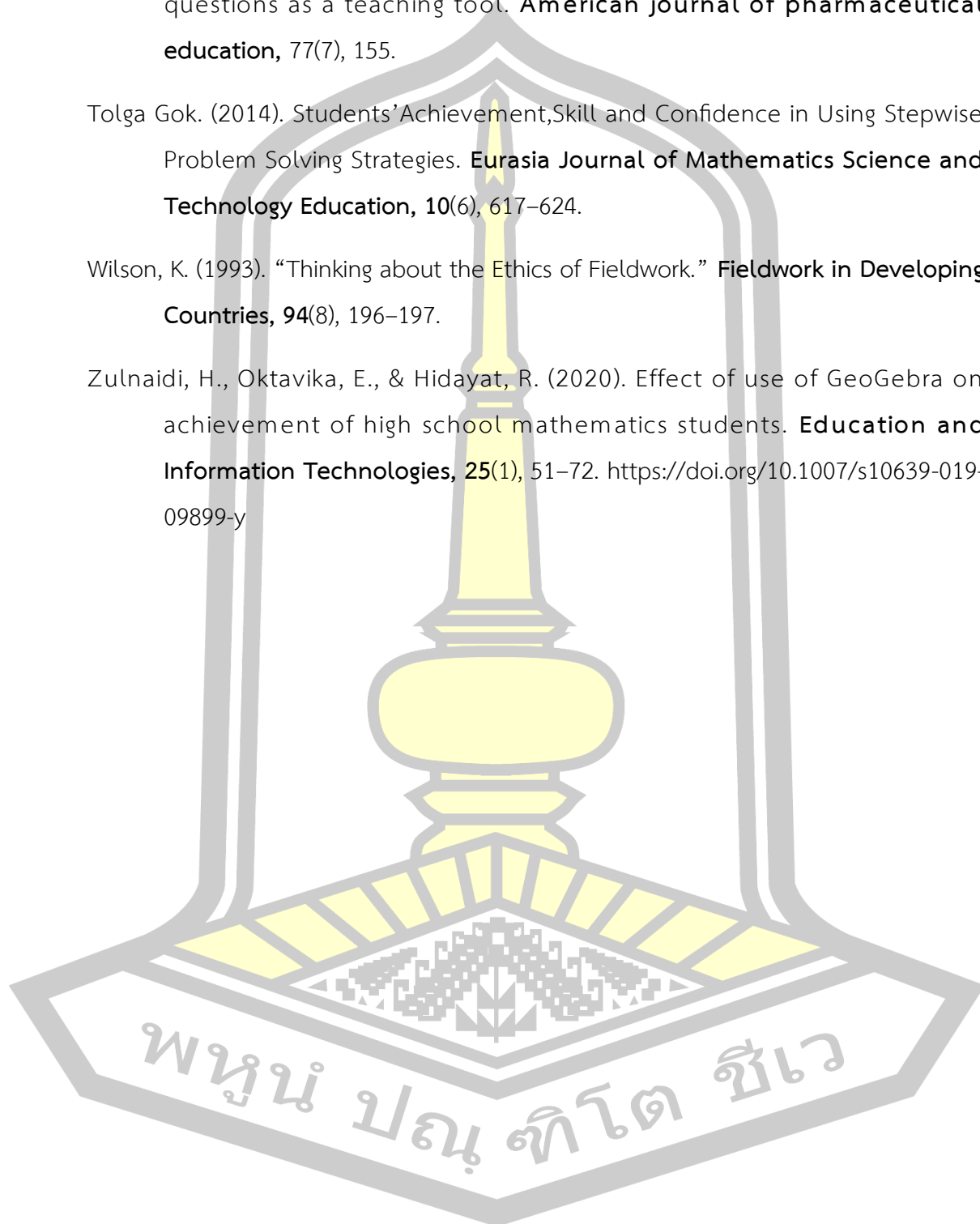
- Polya. G. (1980). On Solving Mathematics Problems in High School. In S., Krulik, and R., Reys (eds.), **Problem Solving in School Mathematics (1980 Yearbook)**, Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.
- Polya. G. (1985). **How to Solve It**. New Jersey: Princeton University Press.
- Ray, R.E.; Suydam, M.N.; & Lindquist, M.M. (1995). **Helping Children Learn Mathematics**. 4<sup>th</sup> ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Riasat Ali. (2010). Effect of Using Problem Solving Method in Teaching Mathematics on the Achievement of Mathematics Students. **Asian Social Science**, 6(2), 67–72.
- Ross, C. C., & Stanley, J. C. (1967). **Measurement in today's school**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Sahin, S. M., & Kendir, F. (2013). The Effect of Using Meta-Cognitive Strategies for Solving Geometry Problems on Students' Achievement and Attitude. **Educational Research and Reviews**, 8, 1777-1792
- Schmalz, R. S. (1973). Categorization of questions that mathematics teachers ask. **Mathematics Teacher**, 66, 616-629.
- Seloane, P. M., Ramaila, S., & Ndlovu, M. (2023). Developing undergraduate engineering mathematics students' conceptual and procedural knowledge of complex numbers using GeoGebra. **Pythagoras**, 44(1), a763. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v44i1.763>
- Sidhu, K. S. (2006). **The teaching of mathematics**. New Delhi, India: Sterling Publishers.
- Stephen, K., & Rudnick, J.A. (1993). **Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teacher**. A Division of Simon & Schuster.
- Sunzuma, G. (2023). **Technology integration in geometry teaching and learning: A systematic review (2010–2022)**. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 11(3), Article 1938. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.11.3.1938>

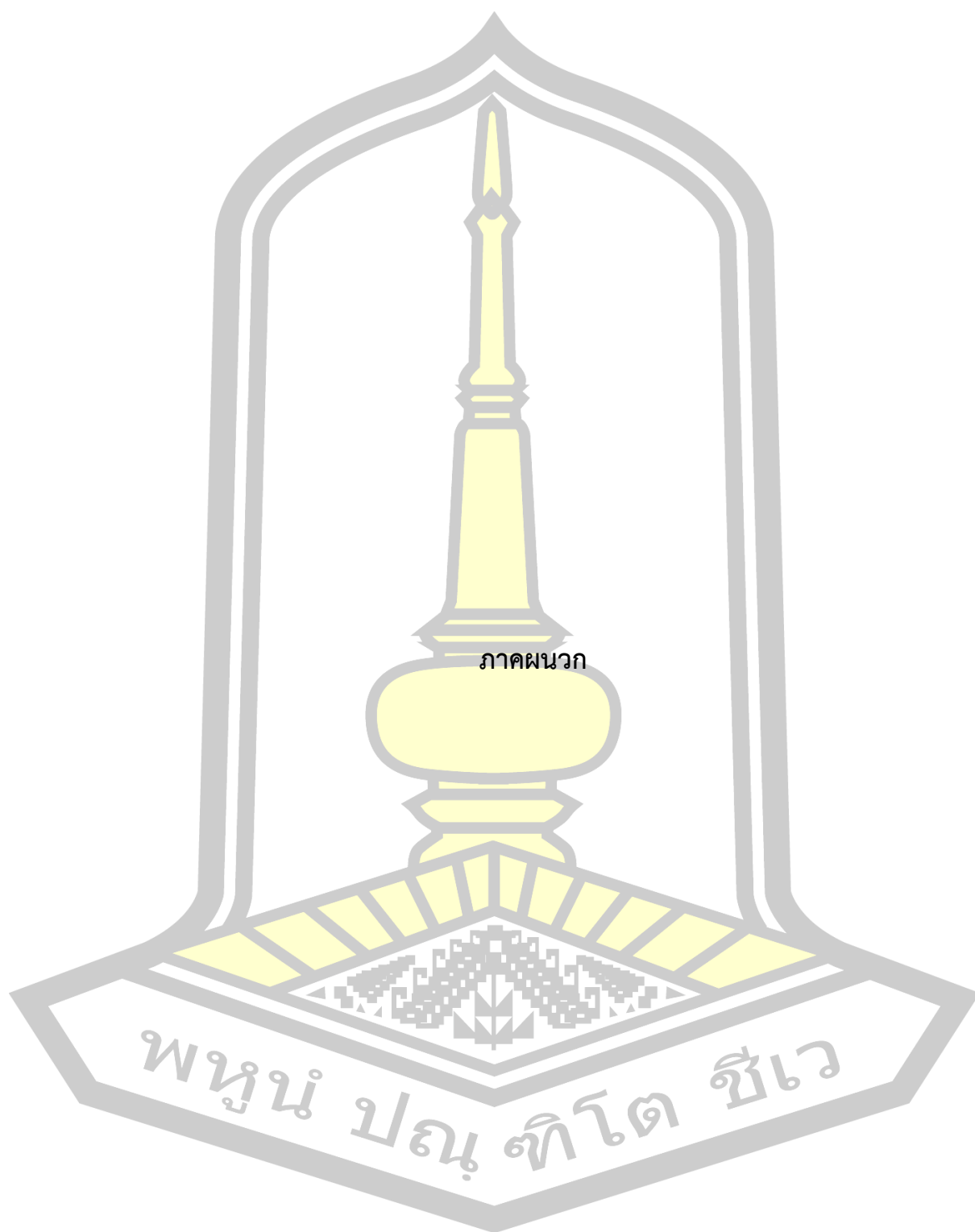
Tofade, T., Elsner, J., & Haines, S. T. (2013). Best practice strategies for effective use of questions as a teaching tool. **American journal of pharmaceutical education**, 77(7), 155.

Tolga Gok. (2014). Students' Achievement, Skill and Confidence in Using Stepwise Problem Solving Strategies. **Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education**, 10(6), 617–624.

Wilson, K. (1993). "Thinking about the Ethics of Fieldwork." **Fieldwork in Developing Countries**, 94(8), 196–197.

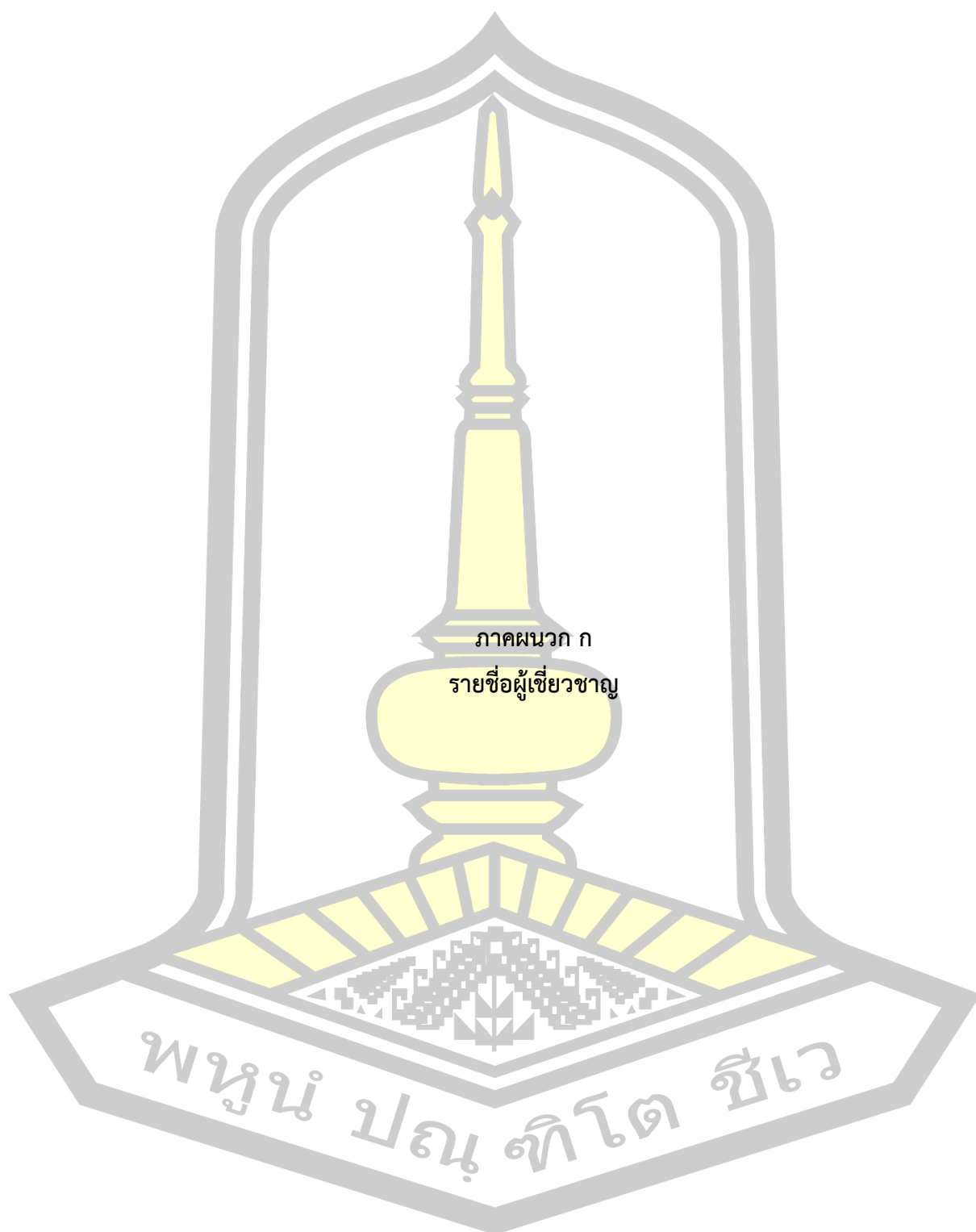
Zulnaidi, H., Oktavika, E., & Hidayat, R. (2020). Effect of use of GeoGebra on achievement of high school mathematics students. **Education and Information Technologies**, 25(1), 51–72. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09899-y>





ภาคผนวก

พหุณฺ์ ปณฺุ ทิโต ชีเว



### รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. รศ.ดร.นิภาพร ชุตินันต์ วุฒิการศึกษา ปร.ด. (สถิติประยุกต์) อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เชี่ยวชาญด้านสถิติ

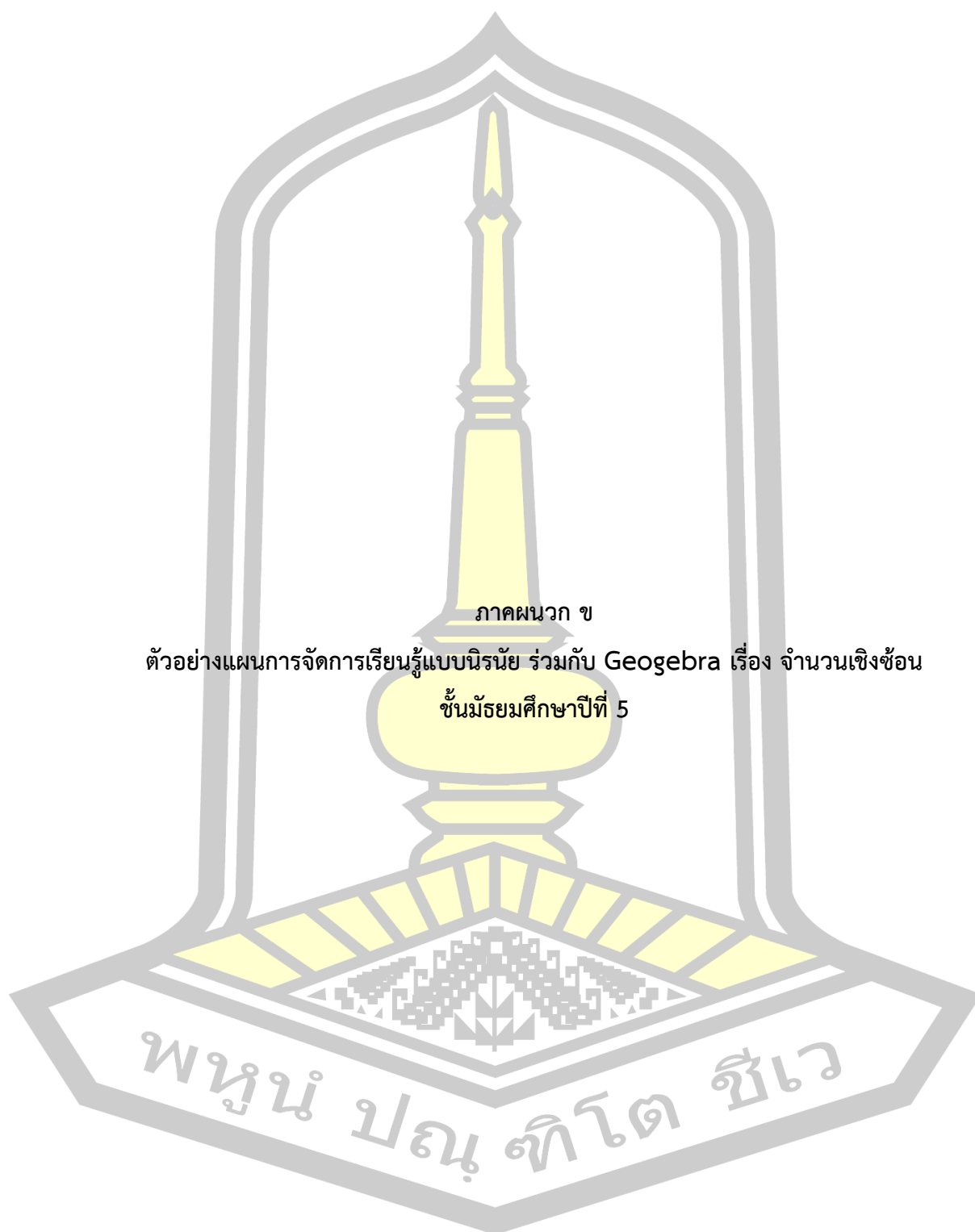
2. อาจารย์ ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์ วุฒิการศึกษา ปร.ด. (คณิตศาสตร์) อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

3. ดร.รณยุทธ นิลโคตร ปร.ด. (การบริหารและพัฒนการศึกษา) ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการโรงเรียน โรงเรียนนาปีปทุม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

4. นายทรงรัตน์ ภารสดี วุฒิการศึกษา ค.ม. (การบริหารการศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

5. นางสิริพร ภูหัวดอน วุฒิการศึกษา ศษ.ม. (การบริหารการศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์





## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค32202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2567

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน

เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ผู้สอน นางสาวภัทรพร บุญยั้ง

จำนวน 1 คาบ 55 นาที

## 1. ผลการเรียนรู้

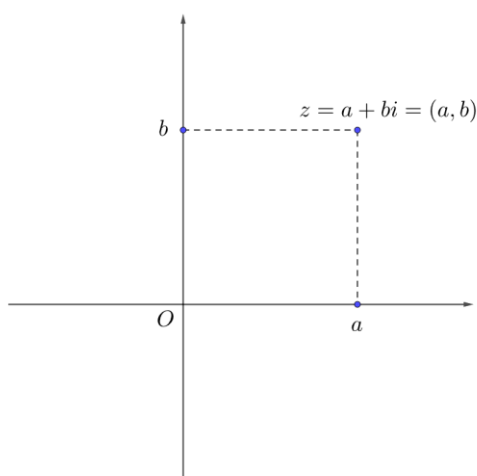
- 1) เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา

## 2. สาระการเรียนรู้

กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

## 3. สาระสำคัญ

กราฟจำนวนเชิงซ้อน คือ การแสดงจำนวนเชิงซ้อนในระบบพิกัดเชิงซ้อน (complex plane) ซึ่งมีแกนแนวนอน (แกนจริง หรือ Real axis) และแกนแนวตั้ง (แกนจินตภาพ หรือ Imaginary axis) จำนวนเชิงซ้อนที่มีรูป  $z = a + bi$  จะถูกแสดงเป็นจุดหนึ่งบนกราฟ โดย  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ



## นิยามค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คือ ระยะระหว่างจากจุด  $z$  บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด  $(0, 0)$  และคำนวณได้จากสูตร

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

โดยที่  $a$  คือ ส่วนจริง (real part) ของ  $z$  และ  $b$  คือ ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ  $z$

สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

- 1) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- 2) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = |-z| = |\bar{z}|$
- 3) ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว
  - 3.1)  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| |z_2|$
  - 3.2)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; z_2 \neq 0$
  - 3.3)  $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$
- 4) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$
- 5) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- 6) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

#### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)
- 2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนไปแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)
- 3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)

#### 5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา

- 1) ครูตั้งคำถามให้นักเรียนพิจารณา ดังนี้  
 “มีเสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$  บนระนาบเชิงซ้อน โดยที่เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย ถ้าจุดบ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$  นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่ จงหาคำตอบโดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและอธิบายผลลัพธ์”
- 2) ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยถามคำถามเพื่อทบทวนเรื่อง นิยามจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้
  - รูปทั่วไปของจำนวนเชิงซ้อน คืออะไร  
(แนวคำตอบ :  $z = a + bi$ )
  - ถ้าวาดกราฟ  $z = a + bi$  ค่า  $a$  และ  $b$  คืออะไร  
(แนวคำตอบ :  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ)

### ขั้นแสดงและอธิบาย ทฤษฎี หลักการ

3) ครูสรุปความรู้จากการถามคำถาม ได้ดังนี้ จำนวนเชิงซ้อนมีรูปทั่วไปคือ  $z = a + bi$  โดย  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ ครูอธิบายว่าในการวาดกราฟจำนวนเชิงซ้อนได้นั้นเราต้องรู้ว่า  $a$  และ  $b$  คืออะไรบนกราฟ เนื่องจาก  $a$  และ  $b$  จะบอกตำแหน่งบนกราฟจำนวนเชิงซ้อน

4) ครูอธิบายต่อว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คือ ระยะระหว่างจากจุด  $z$  บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด  $(0, 0)$  และคำนวณได้จากสูตร

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

5) ครูยกตัวอย่างการหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้โปรแกรม Geogebra ดังนี้

#### ตัวอย่างที่ 1 $|z - i| = |z - 1|$

#### ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ กำหนดจำนวนเชิงซ้อน  $z$  แทนด้วย  $(a, b) = a + bi$

$$\text{จาก } |z - i| = |z - 1|$$

$$|a + bi - i| = |a + bi - 1|$$

$$|a + (b - 1)i| = |(a - 1) - bi|$$

$$\sqrt{a^2 + (b - 1)^2} = \sqrt{(a - 1)^2 + b^2} \quad (\text{จากบทนิยามค่าสัมบูรณ์})$$

$$a^2 + b^2 - 2b + 1 = a^2 - 2a + 1 + b^2$$

$$-2b = -2a$$

$$a = b$$

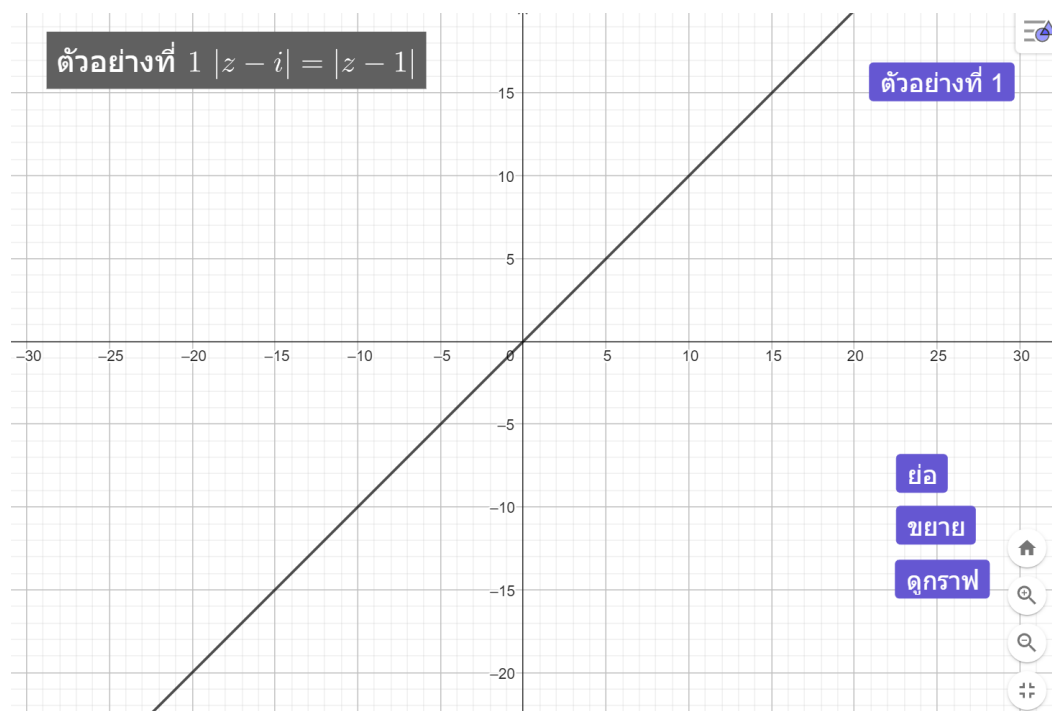
ดังนั้นเขียนกราฟของจุดทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนที่  $a = b$  ได้ดังนี้

เลื่อนลง

ดูกราฟ

ตัวอย่างการคำนวณ

พหุคูณ ปณ ติโต ชีเว



อธิบายการวาดกราฟของตัวอย่างที่ 1

6) ครูอธิบายสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = |-z| = |\bar{z}|$
- ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว
  - $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| |z_2|$
  - $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; z_2 \neq 0$
  - $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

จากนั้นครูใช้โปรแกรม Geogebra ในการอธิบายสมบัติข้อที่ 2

7) ครูให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 5 ข้อที่ 1 เพื่อสรุปหลักการเรื่องกราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

### ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ

8) เมื่อนักเรียนตอบคำถามในข้อ 1 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 5 ข้อที่ 2 ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องบอกได้ว่าสิ่งโจทย์ต้องการคืออะไร และโจทย์ให้อะไรมา

ขั้นที่ 2 ขั้นการแก้ปัญหา นักเรียนต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหอย่างไร แล้วดำเนินการแก้ปัญหาคะกระทั่งได้มาซึ่งคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปคำตอบ นักเรียนจะต้องตรวจคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้มาจากการแก้ปัญหา

### ขั้นตรวจสอบและสรุป

9) เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดเสร็จแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบของตัวเอง

10) ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอใบกิจกรรมที่ 5 หน้าชั้นเรียน 2 คน

11) ครูทำการสรุปหลักการให้นักเรียนที่ถูกต้องให้นักเรียนอีกครั้ง พร้อมทั้งเฉลยเฉลยวิธีแก้ปัญหาในข้อที่ 2

### ขั้นฝึกปฏิบัติ

12) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 รายบุคคล

### 6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

1) ใบกิจกรรมที่ 5

2) ใบงานที่ 5

### 7. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1) เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

2) หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

## 8. การวัดและประเมินผล

### 8.1 การวัดผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K)	- ตรวจใบงานที่ 5	- ใบงานที่ 5	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
ด้านทักษะและกระบวนการ(P)	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 5	- ใบกิจกรรมที่ 5	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	- สังเกตพฤติกรรมและตรวจสอบการส่งงาน	- แบบสังเกตพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับ 2 ขึ้นไป

### 8.2 เกณฑ์การประเมิน

#### 8.2.1 เกณฑ์การประเมินด้านความรู้ (K)

เกณฑ์การประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
1. ขั้นตอนการหาคำตอบ	ไม่มีขั้นตอนการหาคำตอบ	มีร่องรอยการเขียนขั้นตอนหาคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง	มีขั้นตอนการหาคำตอบแต่ยังไม่ครบถ้วน	มีขั้นตอนการหาคำตอบครบถ้วน
2. คำตอบ	ไม่เขียนคำตอบ	คำตอบยังไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน	คำตอบถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์



## 8.2.2 เกณฑ์การประเมินด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

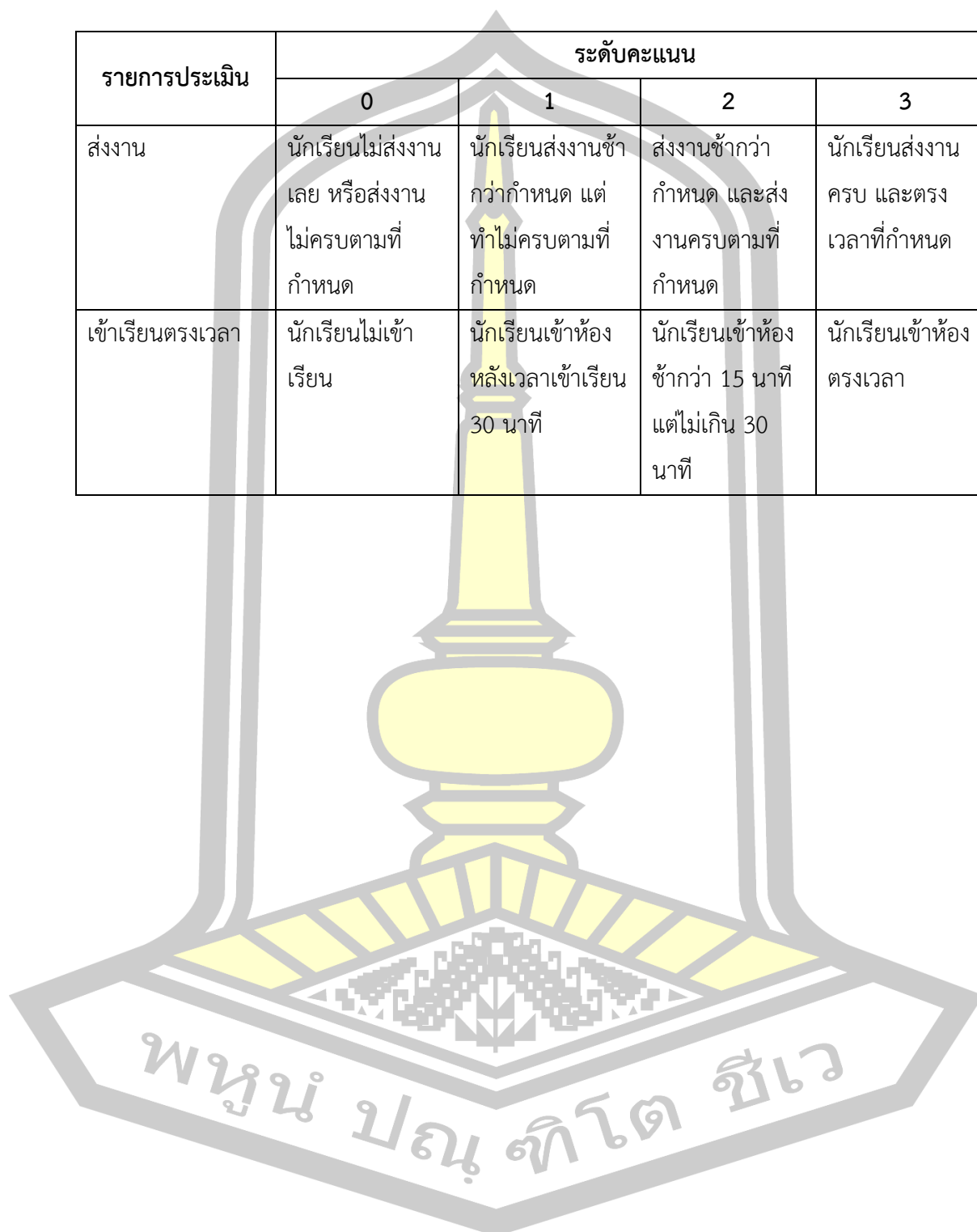
รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ทำความเข้าใจปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน ชัดเจน และถูกต้อง
	1	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือมีความคลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบ หรือไม่มีการแสดงการวิเคราะห์โจทย์
การแก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและถูกต้อง แสดงวิธีทำได้อย่างครบถ้วน เป็นขั้นตอน และเข้าใจง่าย ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการคำนวณ แม้จะมีการลัดขั้นตอนบางส่วน แต่ยังคงสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจนและถูกต้อง
	2	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่แสดงวิธีทำไม่ครบถ้วน หรือมีจุดที่ขาดความชัดเจน อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในกระบวนการคำนวณ หรือตอบไม่ครบทุกคำถาม แต่คำตอบที่มีถูกต้องและแสดงแนวคิดได้ดี
	1	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่แสดงวิธีทำที่ไม่สมบูรณ์ หรือข้ามขั้นตอนสำคัญจนทำให้แนวคิดคลุมเครือ อาจมีข้อผิดพลาดสำคัญในการคำนวณ ส่งผลให้คำตอบสุดท้ายผิดพลาด หรือตอบได้เพียงบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยของความพยายามในการแก้ปัญหา หรือคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์
การสรุปคำตอบ	2	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และสอดคล้องกับโจทย์
	1	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ชัดเจน
	0	นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบผิด

หมายเหตุ การประเมินต้องได้คะแนนตั้งแต่ 5 คะแนน ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หรือร้อยละ 70 ขึ้นไป



## 8.2.2 เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ส่งงาน	นักเรียนไม่ส่งงานเลย หรือส่งงานไม่ครบตามที่กำหนด	นักเรียนส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ทำไม่ครบตามที่กำหนด	ส่งงานช้ากว่ากำหนด และส่งงานครบตามที่กำหนด	นักเรียนส่งงานครบ และตรงเวลาที่กำหนด
เข้าเรียนตรงเวลา	นักเรียนไม่เข้าเรียน	นักเรียนเข้าห้องหลังเวลาเข้าเรียน 30 นาที	นักเรียนเข้าห้องช้ากว่า 15 นาที แต่ไม่เกิน 30 นาที	นักเรียนเข้าห้องตรงเวลา





## 9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

### 9.1 ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

### 9.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

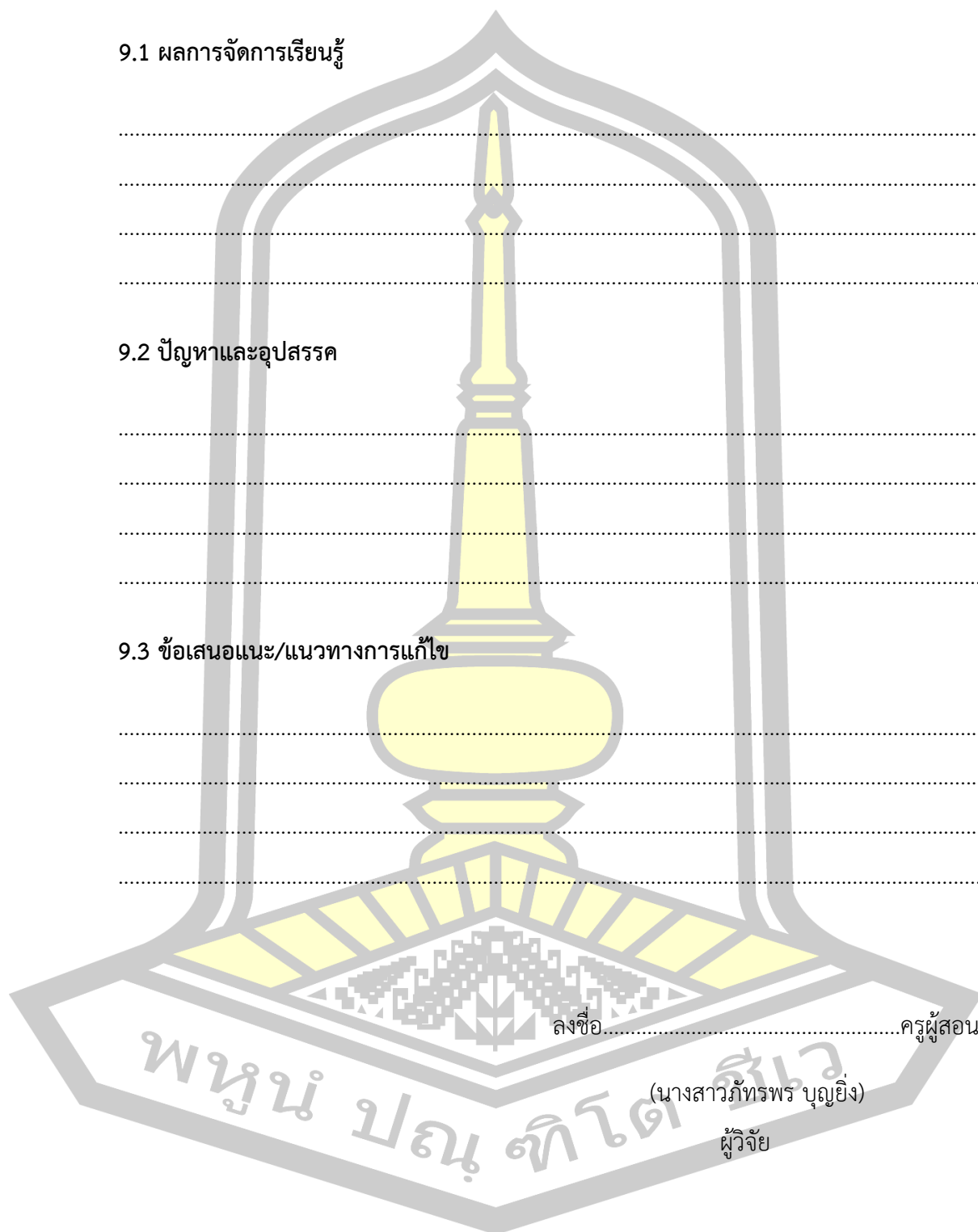
### 9.3 ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....



ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง)

ผู้วิจัย

10. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของครูพี่เลี้ยง

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

( นายทรงรัตน์ ภารสถิตย์ )

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

11. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

( นายทรงรัตน์ ภารสถิตย์ )

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

พูน ปณ ทิโต ชีเว

12. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารโรงเรียน

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....

( นายสุรพงษ์ ศรีเศรษฐา )

ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

13. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้อำนวยการโรงเรียน

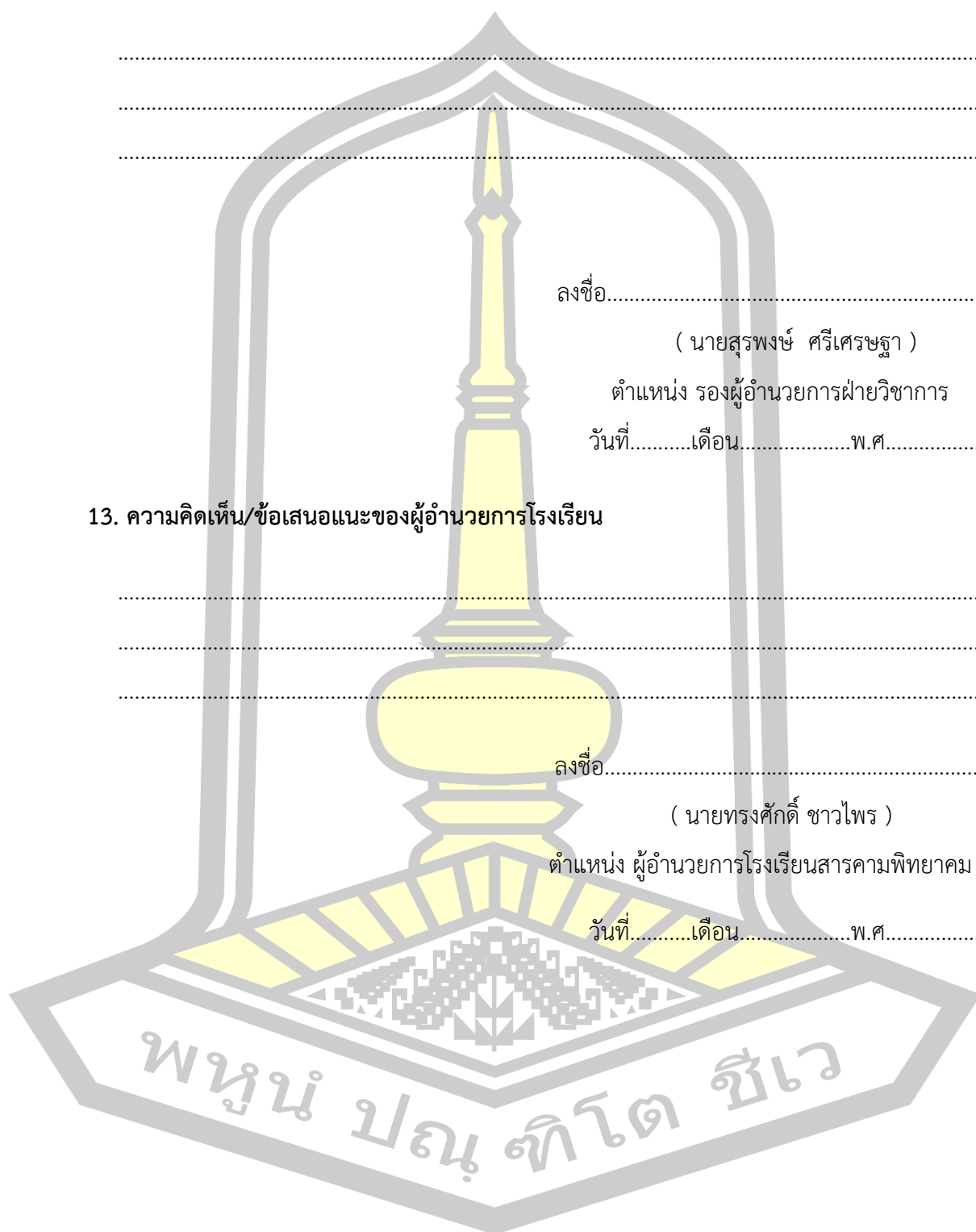
.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....

( นายทรงศักดิ์ ชาวไพร )

ตำแหน่ง ผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



### ใบกิจกรรมที่ 5

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

1. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คืออะไร และมีความหมายว่าอย่างไรในเชิงเรขาคณิต

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ในการเขียนกราฟจำนวนเชิงซ้อน จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  จะอยู่ตำแหน่งใดบนระนาบเชิงซ้อน และมีวิธีการหาตำแหน่งอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

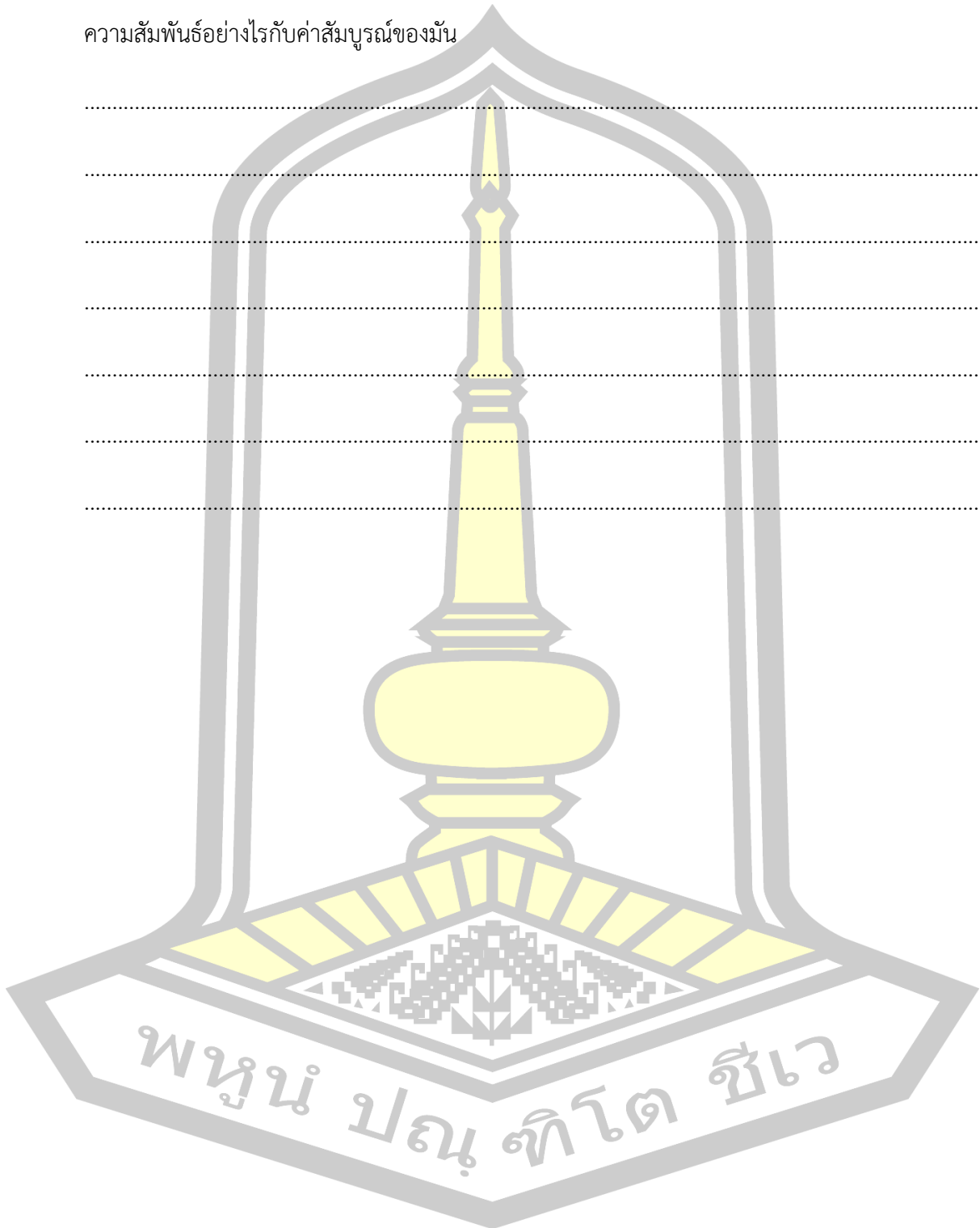
.....

.....

.....

พหุ ประถมศึกษา ชีวะ

1.3 กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแต่ละจำนวนในระนาบเชิงซ้อนสะท้อนถึงอะไรบ้าง และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับค่าสัมบูรณ์ของมัน



2. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจาก Geogebra และตอบคำถามต่อไปนี้

**สถานการณ์ปัญหา :**

มีเสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$  บนระนาบเชิงซ้อน โดยที่เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย ถ้าจุดบ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$  นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่ จงหาคำตอบโดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและอธิบายผลลัพธ์

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

---



---

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

---



---

**ขั้นการแก้ปัญหา**

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



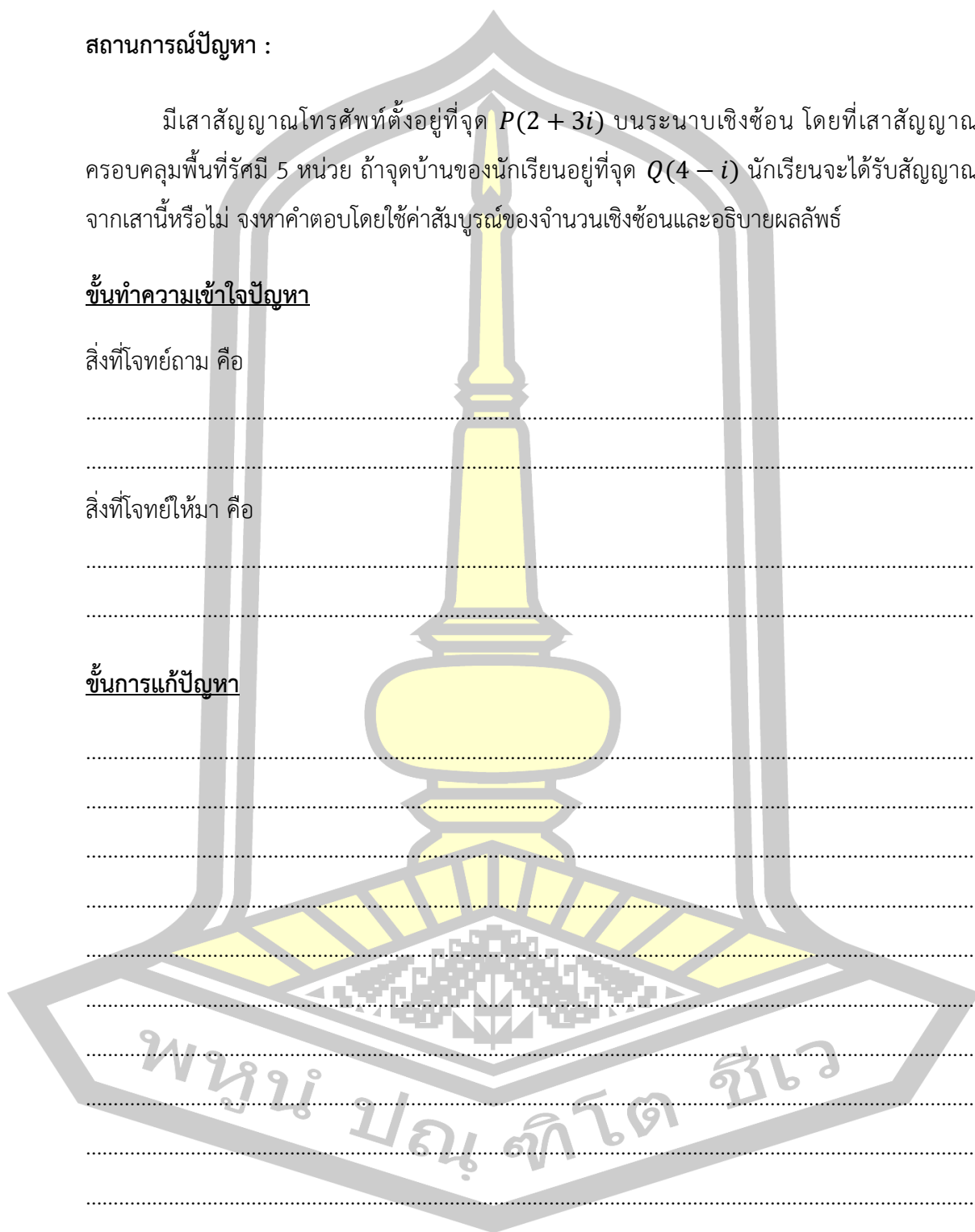
---

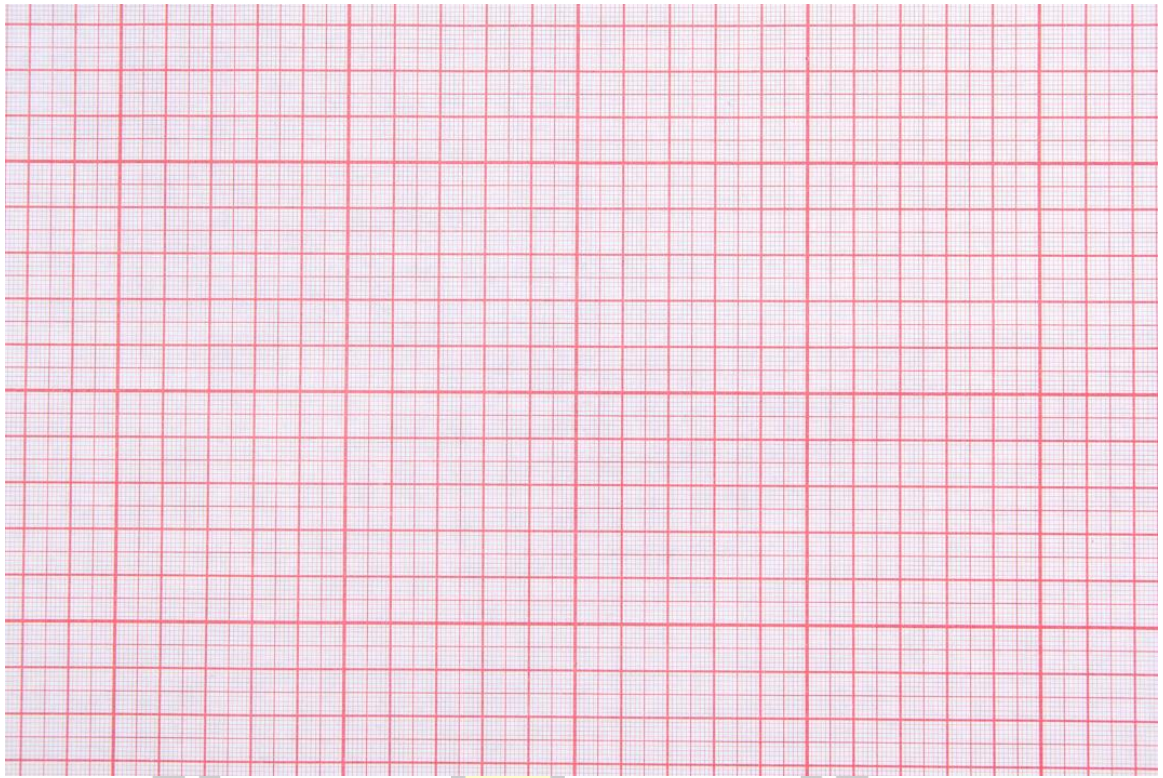


---



---



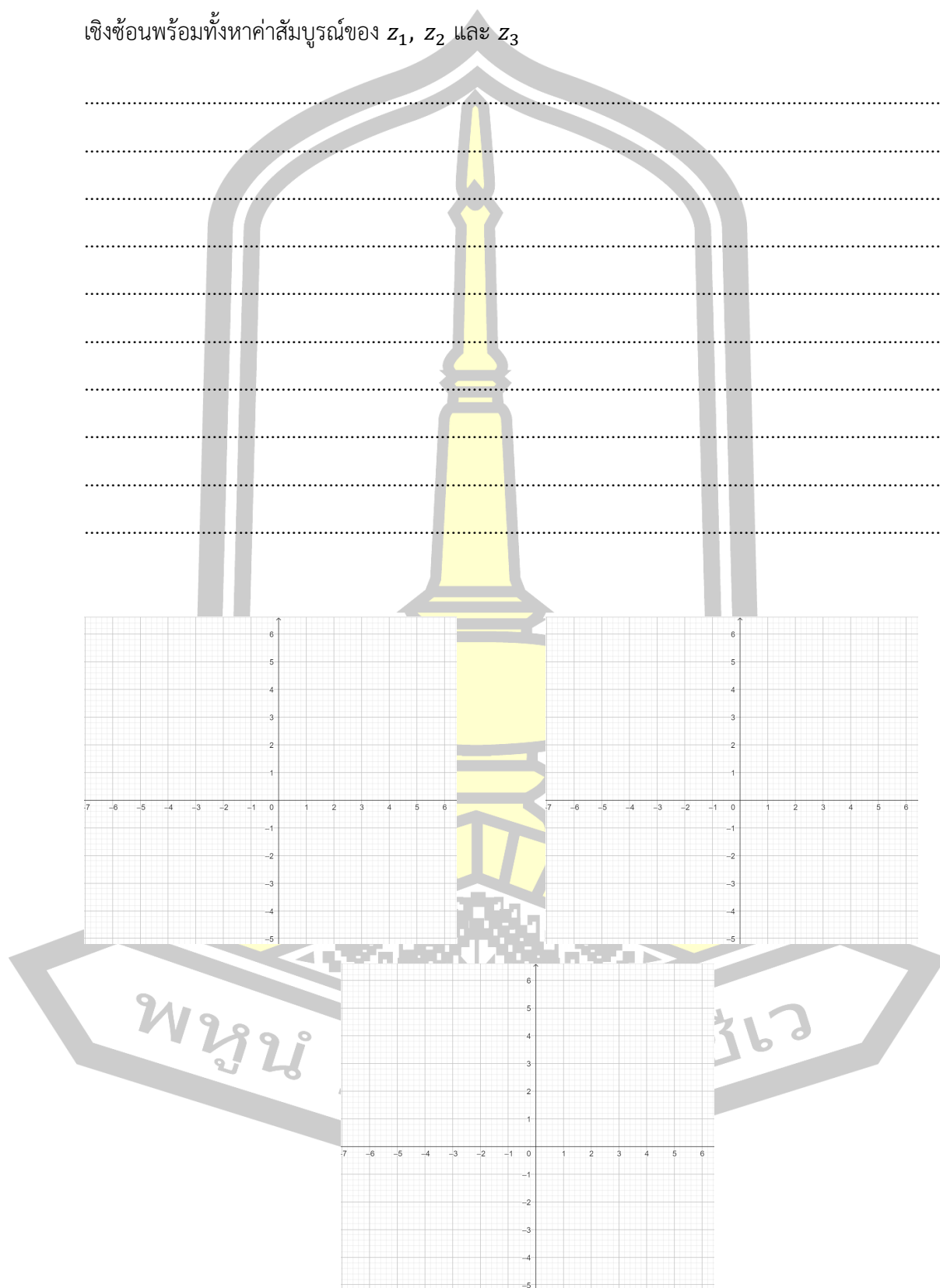


ขั้นสรุปคำตอบ





2. จงแสดงกราฟจำนวนเชิงซ้อน  $z_1 = -3i$ ,  $z_2 = -2 + i$  และ  $z_3 = 3 + 2i$  ลงบนระนาบ  
เชิงซ้อน พร้อมทั้งหาค่าสัมบูรณ์ของ  $z_1$ ,  $z_2$  และ  $z_3$



**หน้าหลัก**

กราฟจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

### จำนวนเชิงซ้อน

# กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

Back
Next
☰

**หน้าหลัก**

กราฟจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

### กราฟจำนวนเชิงซ้อน

กราฟจำนวนเชิงซ้อน คือ การแสดงจำนวนเชิงซ้อนในระบบพิกัดเชิงซ้อน (*Complex plane*) ซึ่งมีแกนแนวนอน (แกนจริง หรือ *real axis*) และแกนแนวตั้ง (แกนจินตภาพ หรือ *imaginary axis*)

จำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  จะถูกแสดงเป็นจุดบนกราฟ โดย  $a$  คือ ค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือ ค่าบนแกนจินตภาพ

Back
Next
☰

**หน้าหลัก**

กราฟจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

### ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คือ ระยะห่างระหว่างจุด  $z$  บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด  $(0, 0)$  และคำนวณได้จากสูตร

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

โดย  $a$  คือ ส่วนจริง (*real part*) ของ  $z$   
 และ  $b$  คือ ส่วนจินตภาพ (*imaginary part*) ของ  $z$

ตัวอย่าง

Back
Next
☰

**หน้าหลัก**

กราฟจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

**ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน**

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของจุดทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนซึ่งสอดคล้องกับสมการ  $|z - i| = |z - 1|$

**วิธีทำ** กำหนดให้จำนวนเชิงซ้อน  $z$  แทนด้วย  $(a, b) = a + bi$

จาก  $|z - i| = |z - 1|$

$$|a + bi - i| = |a + bi - 1|$$

$$|a + (b-1)i| = |(a-1) - bi|$$

$$\sqrt{a^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a-1)^2 + b^2} \quad (\text{จากทฤษฎีค่าสัมบูรณ์})$$

$$a^2 + b^2 - 2b + 1 = a^2 - 2a + 1 + b^2$$

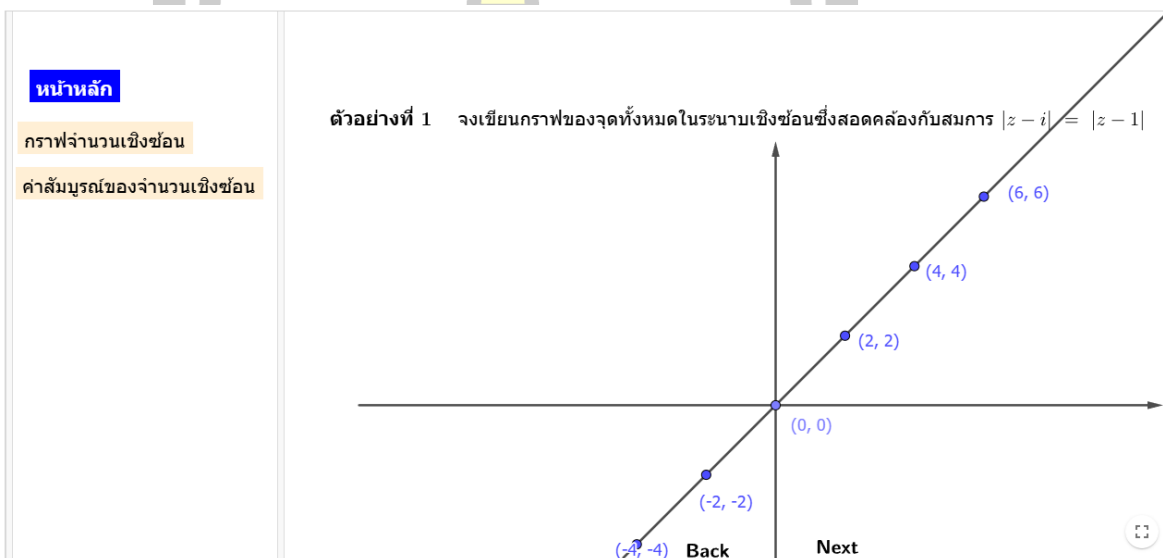
$$-2b = -2a$$

$$a = b$$

ดังนั้น สามารถเขียนกราฟของจุดทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อนที่  $a = b$  ได้ดังนี้

**ดูกราฟ**

Back Next



**หน้าหลัก**

กราฟจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

**สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน**

- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = |-z| = |\bar{z}|$
- ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว
  - $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| |z_2|$
  - $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} ; z_2 \neq 0$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

Back Next

### เฉลยใบกิจกรรมที่ 5

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

#### 1. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คืออะไร และมีความหมายว่าอย่างไรในเชิงเรขาคณิต

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คำนวณได้จากสูตร  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ซึ่งหมายถึงระยะห่างจากจุด  $z$  ถึงจุดกำเนิด (Origin) บนระนาบเชิงซ้อน ในเชิงเรขาคณิต ค่าสัมบูรณ์นี้จึงแสดงถึงความยาวของเวกเตอร์ที่ลากจากจุดกำเนิดไปยังจุดที่แทน  $z$  บนระนาบ

1.2 ในการเขียนกราฟจำนวนเชิงซ้อน จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  จะอยู่ตำแหน่งใดบนระนาบเชิงซ้อน และมีวิธีการหาดำแหน่งอย่างไร

จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $(a, b)$  บนระนาบเชิงซ้อน (Complex Plane) โดยแกนนอน (แกนจริง) แทนส่วนจริง  $a$  และแกนตั้ง (แกนจินตภาพ) แทนส่วนจินตภาพ  $b$  เมื่อต้องการระบุตำแหน่ง สามารถวางจุดที่ตำแหน่งตามค่า  $a$  บนแกนนอนและค่า  $b$  บนแกนตั้งเพื่อหาจุดได้

1.3 กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแต่ละจำนวนบนระนาบเชิงซ้อนสะท้อนถึงอะไรบ้าง และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับค่าสัมบูรณ์ของมัน

กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแสดงจุดที่แทนค่าของจำนวนเชิงซ้อนบนระนาบเชิงซ้อน ความสัมพันธ์ระหว่างจุดบนกราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนคือ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนแสดงถึงระยะห่างจากจุดนั้นไปยังจุดกำเนิด จุดที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะเท่ากัน

2. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจาก Geogebra และตอบคำถามต่อไปนี้

**สถานการณ์ปัญหา :**

มีเสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$  บนระนาบเชิงซ้อน โดยที่เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย ถ้าจุดบ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$  นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่ จงหาคำตอบโดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและอธิบายผลลัพธ์ พร้อมทั้งวาดกราฟ

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

1. นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่
2. ใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนในการหาคำตอบ

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

1. เสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$
2. เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย
3. บ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$

**ขั้นการแก้ปัญหา**

1. หาระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  โดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างของจำนวนเชิงซ้อน

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= Q - P \\ &= (4 - i) - (2 + 3i) \\ &= 4 - i - 2 - 3i \\ &= 2 - 4i \end{aligned}$$

ระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ

$$\begin{aligned} |\overline{PQ}| &= \sqrt{2^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} \\ &= \sqrt{20} \approx 4.47 \end{aligned}$$

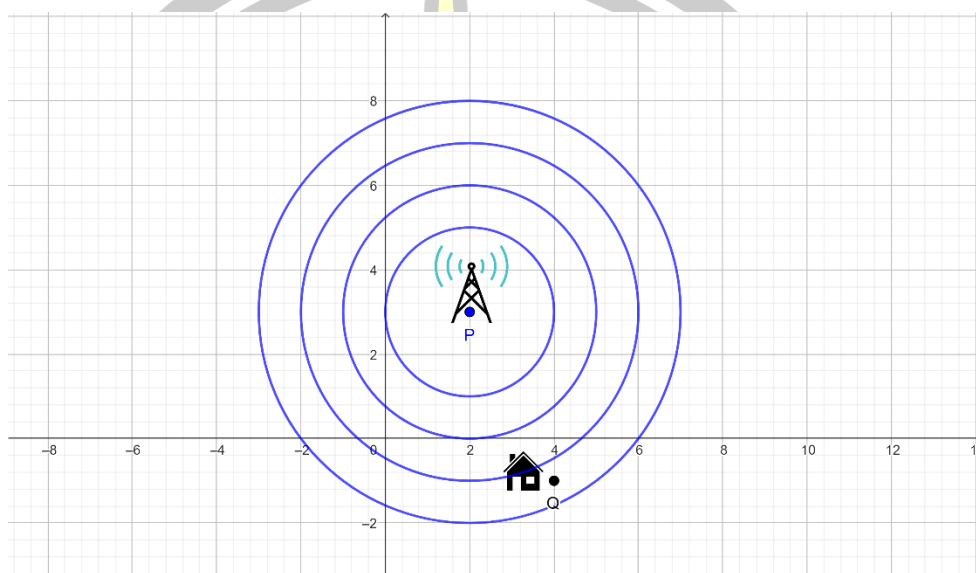
ดังนั้น ระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ 4.47

2. เปรียบเทียบระยะห่างกับรัศมีการครอบคลุม

จากการคำนวณพบว่าระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ 4.47

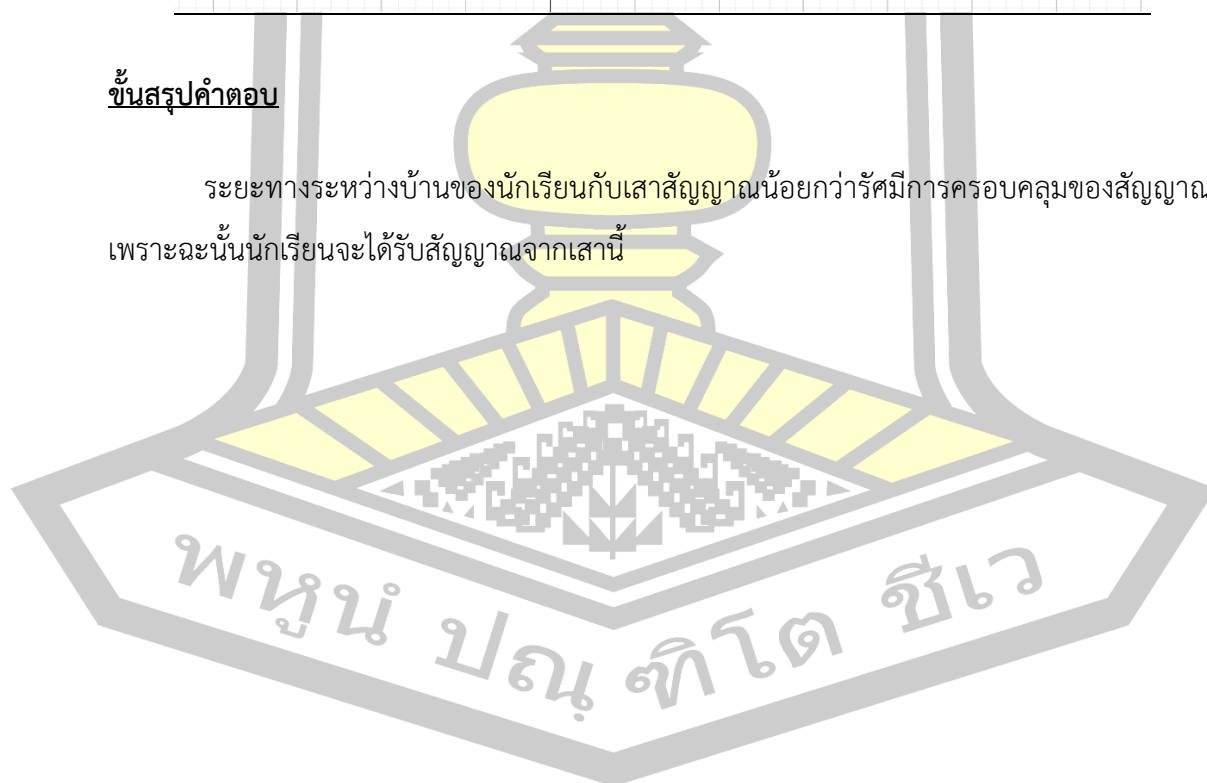
และรัศมีการครอบคลุม 5 หน่วย จะเห็นว่า  $4.47 < 5$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างบ้านของนักเรียนกับเสาสัญญาณน้อยกว่ารัศมีการครอบคลุมของสัญญาณ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้



### ขั้นสรุปคำตอบ

ระยะทางระหว่างบ้านของนักเรียนกับเสาสัญญาณน้อยกว่ารัศมีการครอบคลุมของสัญญาณ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้



### เฉลยใบงานที่ 5

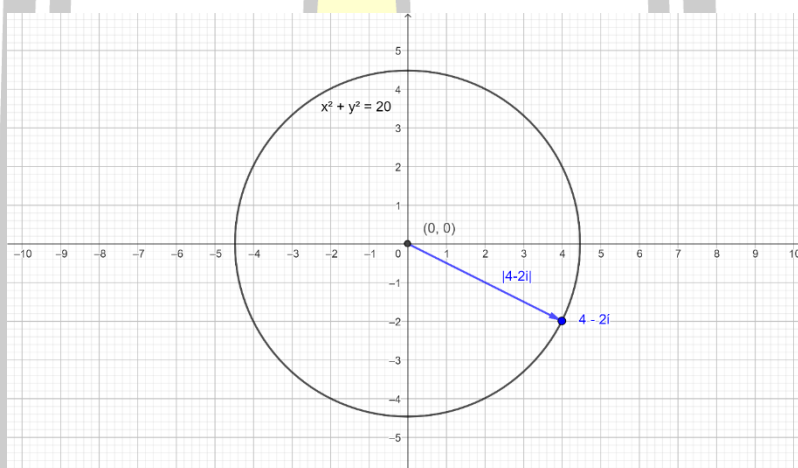
ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

**คำสั่ง** จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ  $4 - 2i$  พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงจำนวนเชิงซ้อนที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับ  $|4 - 2i|$

จาก  $z = a + bi$  และ  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  จะได้  $a = 4$ ,  $b = -2$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} |4 - 2i| &= \sqrt{4^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{16 + 4} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

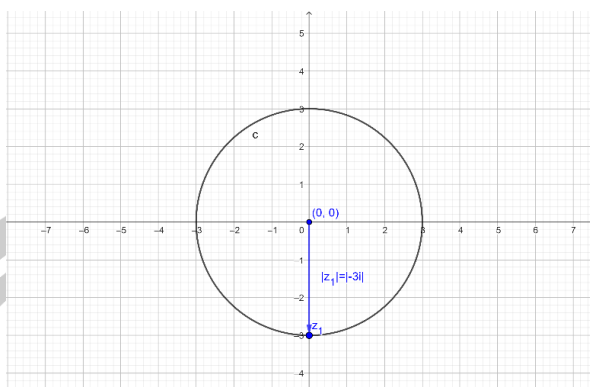


2. จงแสดงกราฟจำนวนเชิงซ้อน  $z_1 = -3i$ ,  $z_2 = -2 + i$  และ  $z_3 = 3 + 2i$  ลงบนระนาบเชิงซ้อน พร้อมทั้งหาค่าสัมบูรณ์ของ  $z_1$ ,  $z_2$  และ  $z_3$

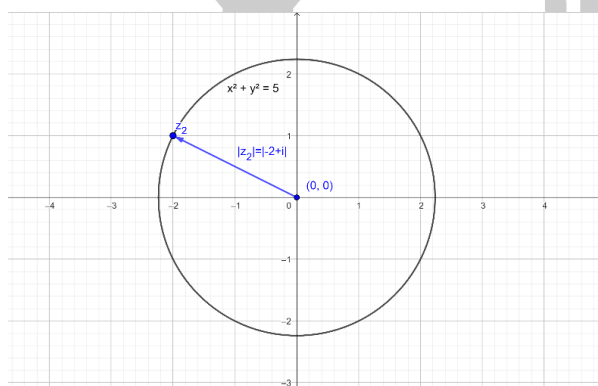
จาก  $z = a + bi$  และ  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

-  $z_1 = -3i$  จะได้  $a = 0$ ,  $b = -3$

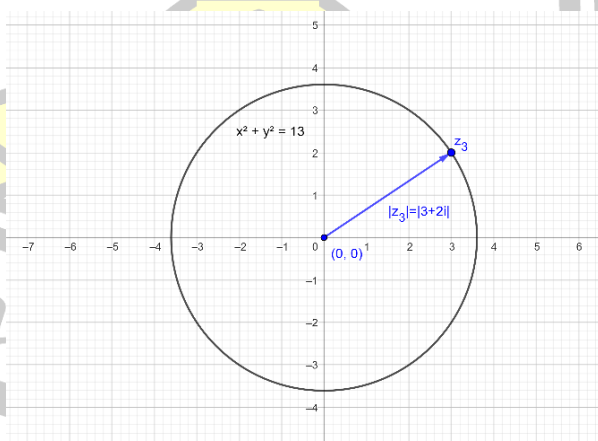
จะได้  $|z_1| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

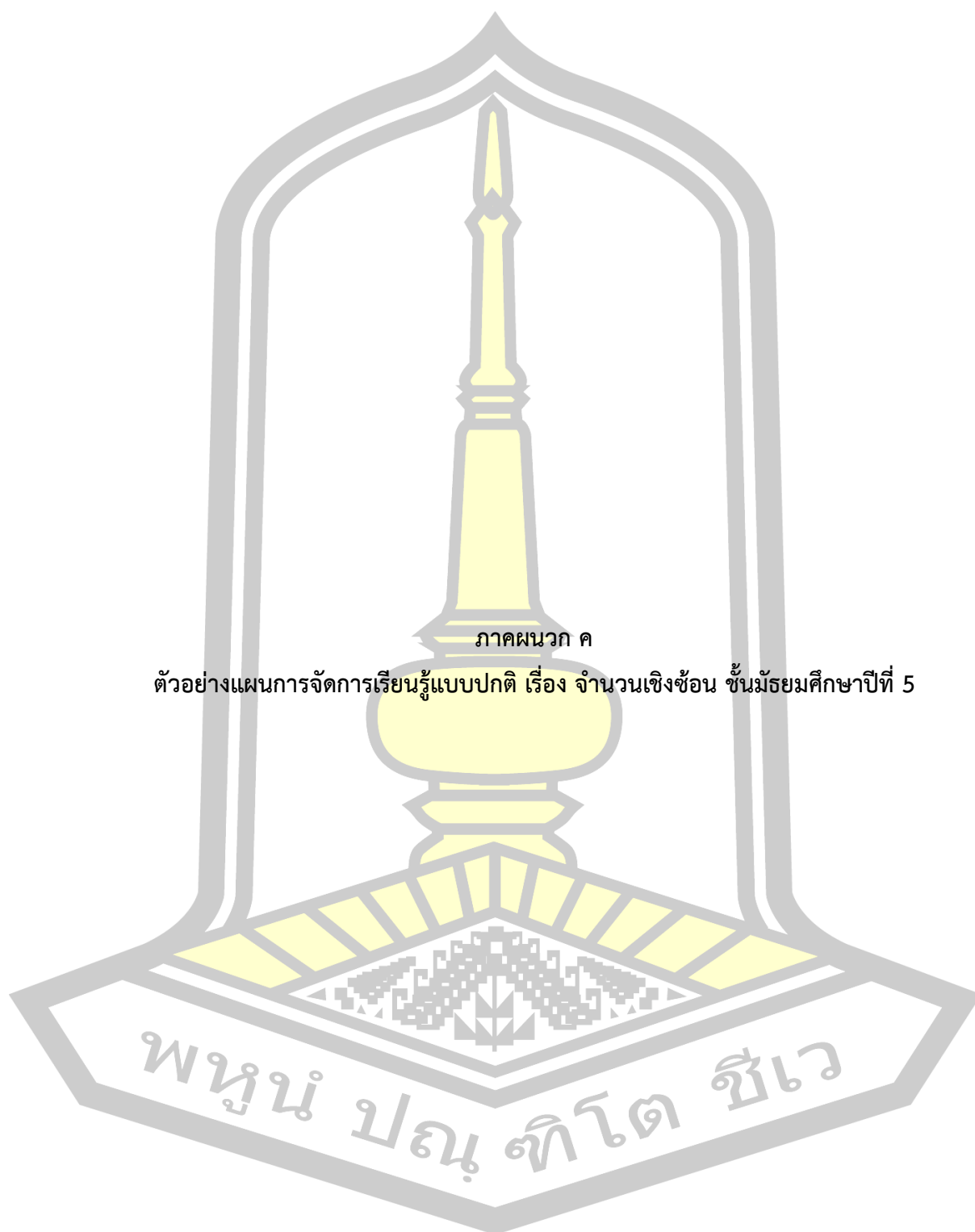


- $z_2 = -2 + i$  จะได้  $a = -2, b = 1$   
 จะได้  $|z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$



- $z_3 = 3 + 2i$  จะได้  $a = 3, b = 2$   
 จะได้  $|z_3| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$





ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค32202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2567

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน

เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ผู้สอน นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง

จำนวน 1 คาบ 55 นาที

### 1. ผลการเรียนรู้

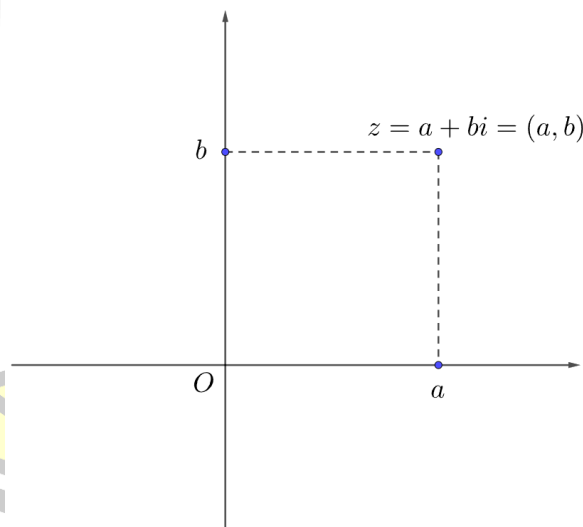
1) เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา

### 2. สาระการเรียนรู้

กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

### 3. สาระสำคัญ

**กราฟจำนวนเชิงซ้อน** คือ การแสดงจำนวนเชิงซ้อนในระบบพิกัดเชิงซ้อน (complex plane) ซึ่งมีแกนแนวนอน (แกนจริง หรือ Real axis) และแกนแนวตั้ง (แกนจินตภาพ หรือ Imaginary axis) จำนวนเชิงซ้อนที่มีรูป  $z = a + bi$  จะถูกแสดงเป็นจุดหนึ่งบนกราฟ โดย  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ



### นิยามค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คือ ระยะห่างจากจุด  $z$  บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด  $(0, 0)$  และคำนวณได้จากสูตร

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

โดยที่  $a$  คือ ส่วนจริง (real part) ของ  $z$  และ  $b$  คือ ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ  $z$

### สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

- 1) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- 2) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = |-z| = |\bar{z}|$
- 3) ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว
  - 3.1)  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| |z_2|$
  - 3.2)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; z_2 \neq 0$
  - 3.3)  $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$
- 4) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$
- 5) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- 6) ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) นักเรียนสามารถหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)
- 2) นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนไปแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (P)
- 3) นักเรียนมีความรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย และส่งงานตรงเวลา (A)

### 5. กิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นทบทวนความรู้เดิม

- 1) ครูถามคำถามเพื่อทบทวนความรู้เดิม เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ดังต่อไปนี้
  - ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง  $a$  หมายถึงอะไร จงเขียนนิยามในรูปของสมการและอธิบายความหมาย

(แนวคำตอบ: ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง  $a$  คือระยะห่างของ  $a$  จากศูนย์บนเส้นจำนวนจริง โดยไม่คำนึงถึงทิศทาง สามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$|a| = a \text{ เมื่อ } a \geq 0 \quad \text{หรือ} \quad |a| = -a \text{ เมื่อ } a < 0$$

- กราฟของฟังก์ชัน  $f(x) = |x|$  มีลักษณะอย่างไร และมีคุณสมบัติสำคัญอะไรบ้าง

(แนวคำตอบ: กราฟของ  $f(x) = |x|$  มีลักษณะเป็นรูปตัว V ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ต้นกำเนิด  $(0, 0)$ )

- 2) ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยถามคำถามเพื่อทบทวนเรื่อง นิยามจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้
  - รูปทั่วไปของจำนวนเชิงซ้อน คืออะไร

(แนวคำตอบ :  $z = a + bi$  )

- ถ้าวาดกราฟ  $z = a + bi$  ค่า  $a$  และ  $b$  คืออะไร

(แนวคำตอบ :  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ)

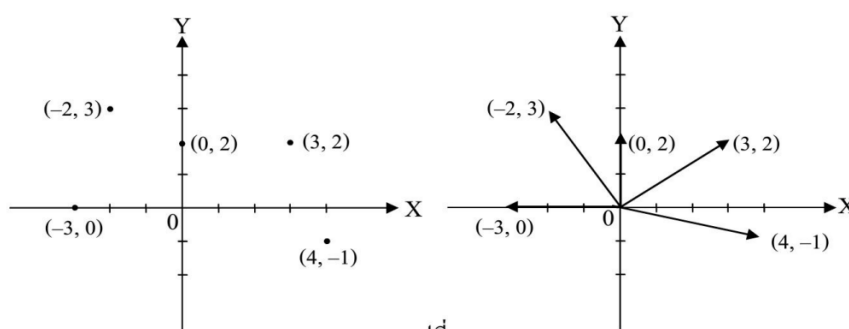
### ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

3) ครูสรุปความรู้จากการถามคำถาม ได้ดังนี้ จำนวนเชิงซ้อนมีรูปทั่วไปคือ  $z = a + bi$  โดย  $a$  คือค่าบนแกนจริง และ  $b$  คือค่าบนแกนจินตภาพ ครูอธิบายว่าในการวาดกราฟจำนวนเชิงซ้อนได้นั้น เราต้องรู้ว่า  $a$  และ  $b$  คืออะไรบนกราฟ เนื่องจาก  $a$  และ  $b$  จะบอกตำแหน่งบนกราฟจำนวนเชิงซ้อน

4) ครูอธิบายต่อว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คือ ระยะห่างจากจุด  $z$  บนกราฟเชิงซ้อนถึงจุดกำเนิด  $(0, 0)$  และคำนวณได้จากสูตร

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

5) ครูยกตัวอย่างการเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนอื่น ๆ เช่น  $-3$ ,  $2i$ ,  $4 - i$ ,  $-2 + 3i$ ,  $3 + 2i$  แทนได้ด้วยจุดและเวกเตอร์บนระนาบจำนวนเชิงซ้อนดังรูป



รูปที่ 1

ตัวอย่าง ค่าสัมบูรณ์ของ  $3 + 2i$  คือ  $|3 + 2i| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

ค่าสัมบูรณ์ของ  $-3i$  คือ  $|-3i| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3$

ค่าสัมบูรณ์ของ  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  คือ  $|\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i| = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (-\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1$

6) ครูอธิบายสมบัติค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z| = |-z| = |\bar{z}|$
- ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว

$$- |z_1 \cdot z_2| = |z_1||z_2|$$

$$- \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; \quad z_2 \neq 0$$

$$- |z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$$

- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$
- ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

### ขั้นสรุป

7) ครูให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 5 ข้อที่ 1 เพื่อสรุปหลักการเรื่องกราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

8) จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่ได้หน้าชั้นเรียน

### ขั้นฝึกทักษะ

9) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

10) ครูสุ่มนักเรียนให้ตอบคำถามจากแบบฝึกทักษะที่ให้ทำ

11) ครูผู้สอนให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบของเพื่อนว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

### ขั้นนำความรู้ไปใช้

12) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5

13) ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย และให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบของเพื่อนว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

### ขั้นประเมินผล

14) เมื่อนักเรียนตอบคำถามในข้อ 1 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรมที่ 5 ข้อที่ 2 ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องบอกได้ว่าสิ่งโจทย์ต้องการคืออะไร และโจทย์ให้อะไรมา

ขั้นที่ 2 ขั้นการแก้ปัญหา นักเรียนต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหอย่างไร แล้วดำเนินการแก้ปัญหาคงกระทั่งได้มาซึ่งคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปคำตอบ นักเรียนจะต้องตรวจคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้มาจากการแก้ปัญหา

15) ครูผู้สอนรวบรวมแบบฝึกทักษะ ใบงาน และใบกิจกรรมจากนักเรียน

## 6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

- 1) ใบกิจกรรมที่ 5
- 2) ใบงานที่ 5
- 3) แบบฝึกทักษะ เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

## 7. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- 1) เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

## 8. การวัดและประเมินผล

### 8.1 การวัดผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K)	- ตรวจใบงานที่ 5	- ใบงานที่ 5	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
ด้านทักษะและกระบวนการ(P)	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 5	- ใบกิจกรรมที่ 5	ร้อยละ 70 ผ่านเกณฑ์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	- สังเกตพฤติกรรมและตรวจสอบการส่งงาน	- แบบสังเกตพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับ 2 ขึ้นไป

### 8.2 เกณฑ์การประเมิน

#### 8.2.1 เกณฑ์การประเมินด้านความรู้ (K)

เกณฑ์การประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
1. ขั้นตอนการหาคำตอบ	ไม่มีขั้นตอนการหาคำตอบ	มีร่องรอยการเขียนขั้นตอนหาคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง	มีขั้นตอนการหาคำตอบแต่ยังไม่ครบถ้วน	มีขั้นตอนการหาคำตอบครบถ้วน
2. คำตอบ	ไม่เขียนคำตอบ	คำตอบยังไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน	คำตอบถูกต้องครบถ้วน สมบูรณ์

## 8.2.2 เกณฑ์การประเมินด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

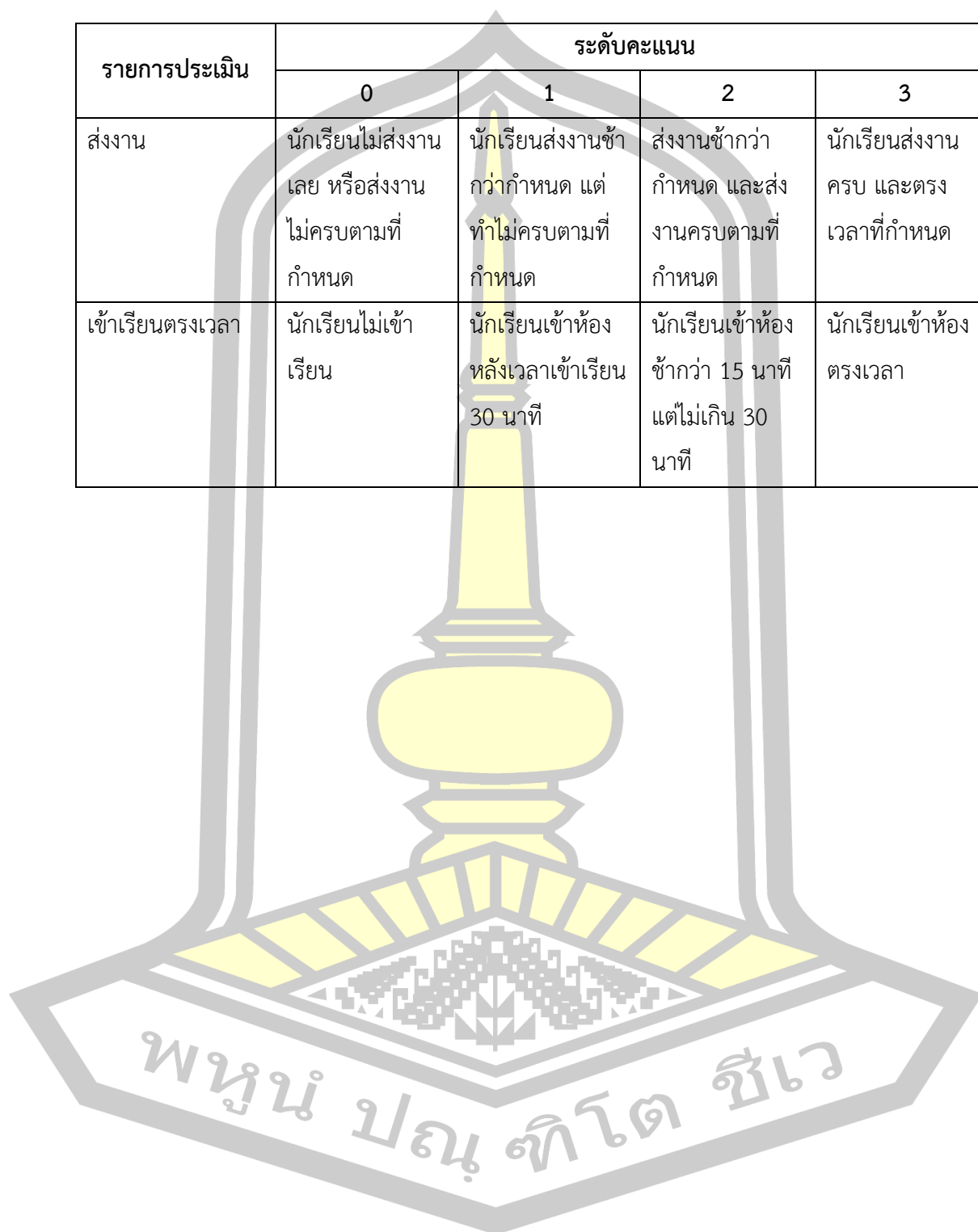
รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ทำความเข้าใจปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบได้ครบถ้วน ชัดเจน และถูกต้อง
	1	นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ต้องการทราบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือมีความคลาดเคลื่อน
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการทราบ หรือไม่มีร่องรอยแสดงการวิเคราะห์โจทย์
การแก้ปัญหา	3	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและถูกต้อง แสดงวิธีทำได้อย่างครบถ้วน เป็นขั้นตอน และเข้าใจง่าย ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการคำนวณ แม้จะมีการลัดขั้นตอนบางส่วน แต่ยังคงสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจนและถูกต้อง
	2	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่แสดงวิธีทำไม่ครบถ้วน หรือมีจุดที่ขาดความชัดเจน อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในกระบวนการคำนวณ หรือตอบไม่ครบทุกคำถาม แต่คำตอบที่มีถูกต้องและแสดงแนวคิดได้ดี
	1	นักเรียนสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ แต่แสดงวิธีทำที่ไม่สมบูรณ์ หรือข้ามขั้นตอนสำคัญจนทำให้แนวคิดคลุมเครือ อาจมีข้อผิดพลาดสำคัญในการคำนวณ ส่งผลให้คำตอบสุดท้ายผิดพลาด หรือตอบได้เพียงบางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยของความพยายามในการแก้ปัญหา หรือคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์
การสรุปคำตอบ	2	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน และสอดคล้องกับโจทย์
	1	นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ชัดเจน
	0	นักเรียนไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบผิด

หมายเหตุ การประเมินต้องได้คะแนนตั้งแต่ 5 คะแนน ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หรือร้อยละ 70 ขึ้นไป



## 8.2.2 เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

รายการประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ส่งงาน	นักเรียนไม่ส่งงานเลย หรือส่งงานไม่ครบตามที่กำหนด	นักเรียนส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ทำไม่ครบตามที่กำหนด	ส่งงานช้ากว่ากำหนด และส่งงานครบตามที่กำหนด	นักเรียนส่งงานครบ และตรงเวลาที่กำหนด
เข้าเรียนตรงเวลา	นักเรียนไม่เข้าเรียน	นักเรียนเข้าห้องหลังเวลาเข้าเรียน 30 นาที	นักเรียนเข้าห้องช้ากว่า 15 นาที แต่ไม่เกิน 30 นาที	นักเรียนเข้าห้องตรงเวลา





9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

9.1 ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

9.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

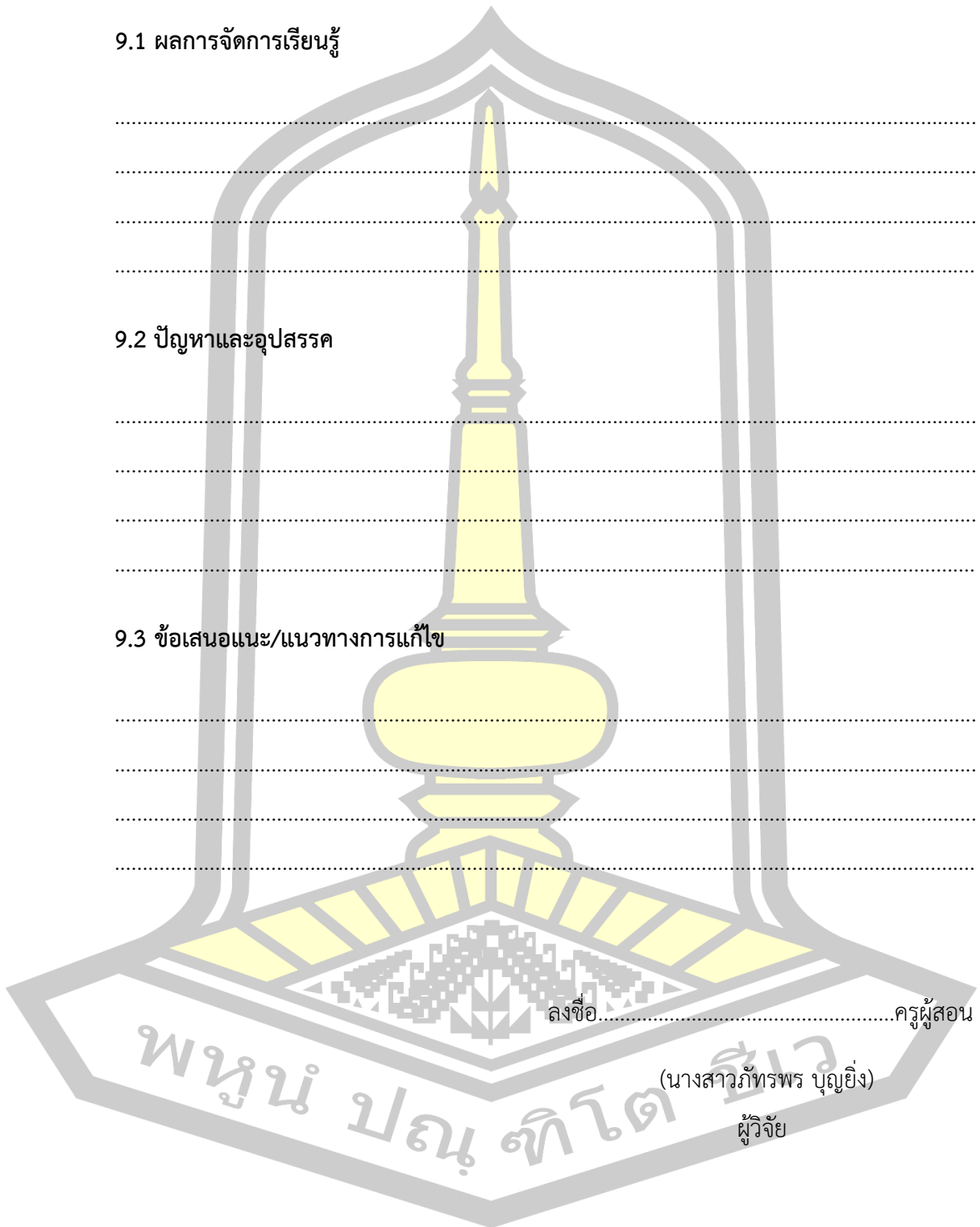
.....

9.3 ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....



ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง)

ผู้วิจัย

พหุบัน ปณฺ ทิโต ชิว

10. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของครูพี่เลี้ยง

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

( นายทรงรัตน์ ภารสถิตย์ )

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

11. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

( นายทรงรัตน์ ภารสถิตย์ )

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

พูน ปณ ทิโต ชีเว

12. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้บริหารโรงเรียน

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

( นายสุรพงษ์ ศรีเศรษฐา )

ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

13. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

.....

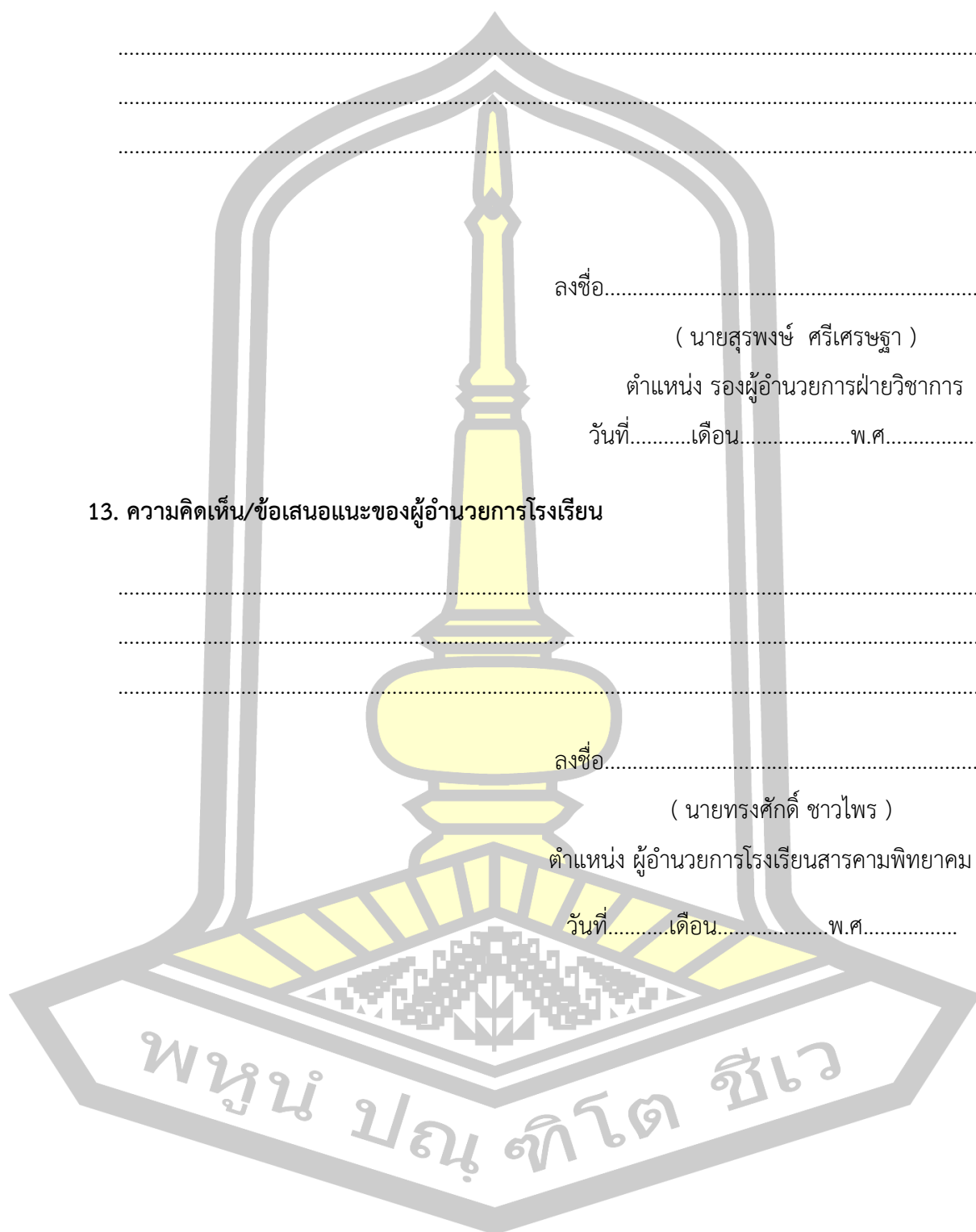
.....

ลงชื่อ.....

( นายทรงศักดิ์ ชาวไพร )

ตำแหน่ง ผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



### ใบกิจกรรมที่ 5

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คืออะไร และมีความหมายว่าอย่างไรในเชิงเรขาคณิต

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ในการเขียนกราฟจำนวนเชิงซ้อน จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  จะอยู่ตำแหน่งใดบนระนาบเชิงซ้อน และมีวิธีการหาดำแหน่งอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแต่ละจำนวนในระนาบเชิงซ้อนสะท้อนถึงอะไรบ้าง และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับค่าสัมบูรณ์ของมัน

.....

.....

.....

.....

.....

พจนานุกรมศัพท์โตชีวะ

2. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจาก Geogebra และตอบคำถามต่อไปนี้

**สถานการณ์ปัญหา :**

มีเสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$  บนระนาบเชิงซ้อน โดยที่เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย ถ้าจุดบ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$  นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่ จงหาคำตอบโดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและอธิบายผลลัพธ์

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

.....

**ขั้นการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

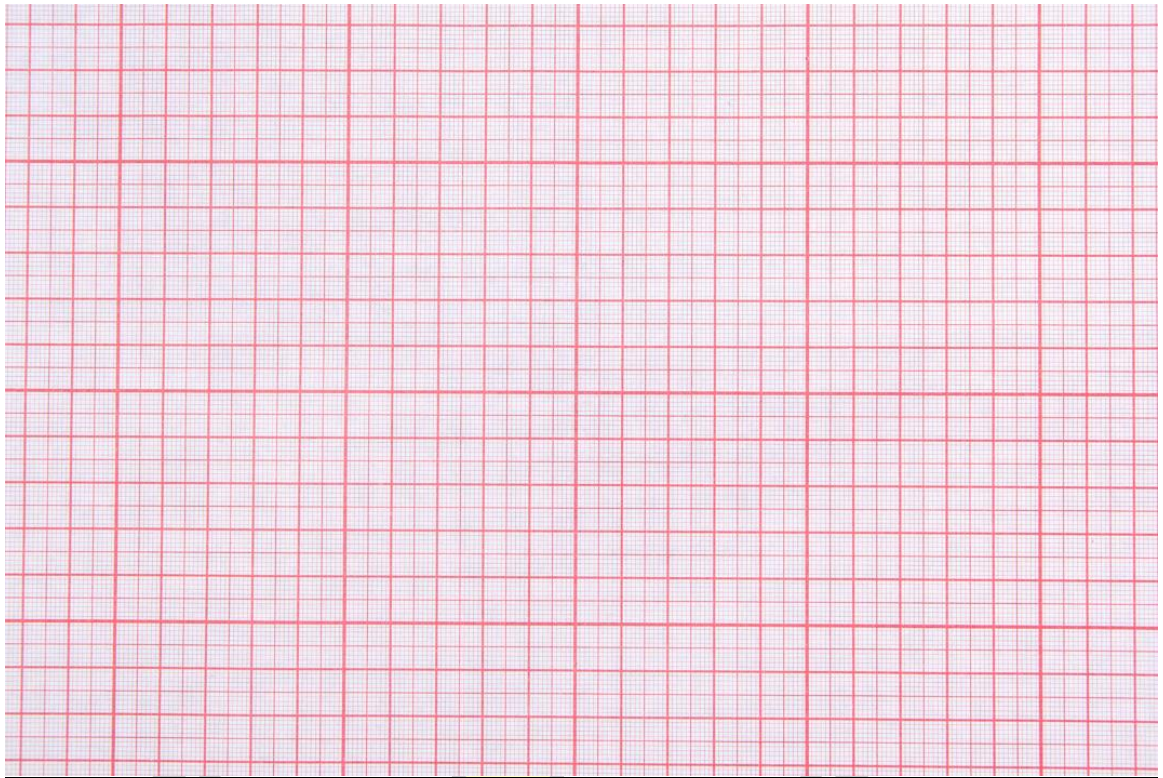
พูน ปณ ทิโต สีเว

.....

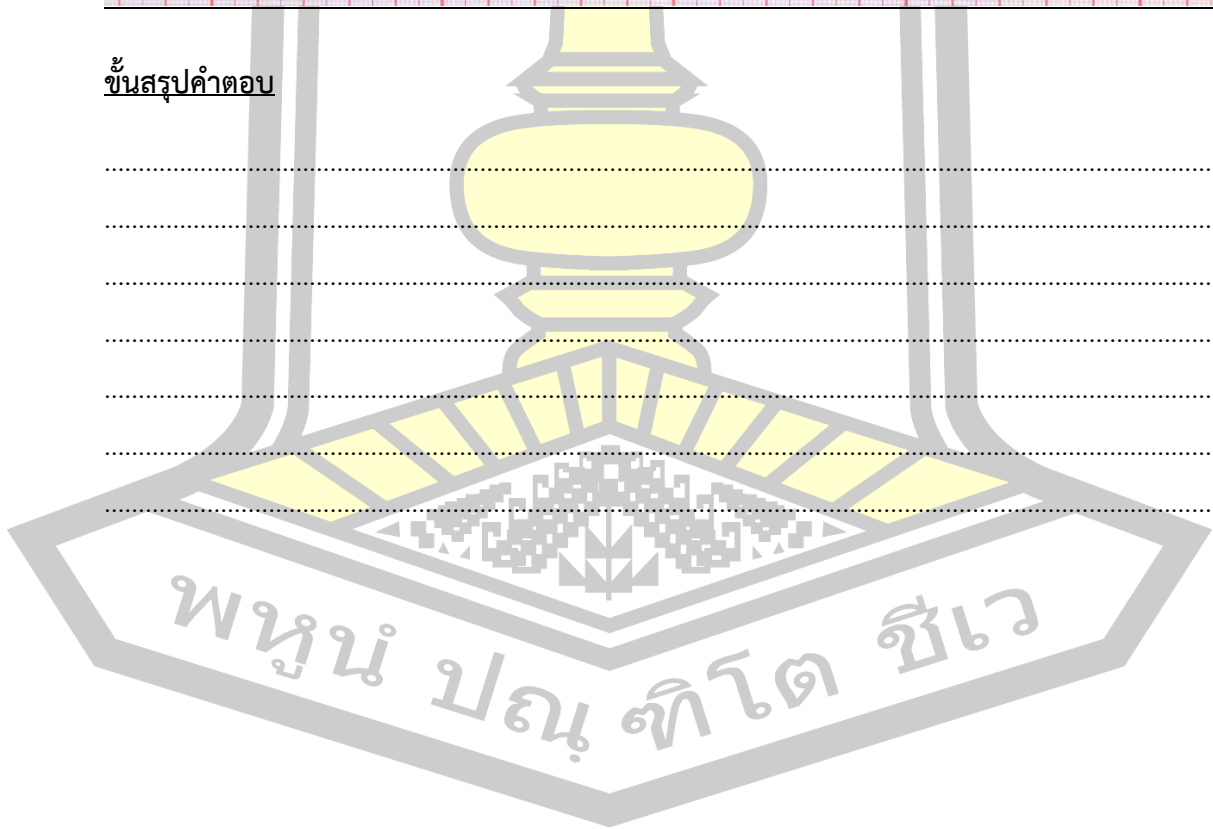
.....

.....

.....



ชั้นสรุปคำตอบ



### ใบงานที่ 5

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

**คำสั่ง** จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ  $4 - 2i$  พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงจำนวนเชิงซ้อนที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับ  $|4 - 2i|$

.....

.....

.....

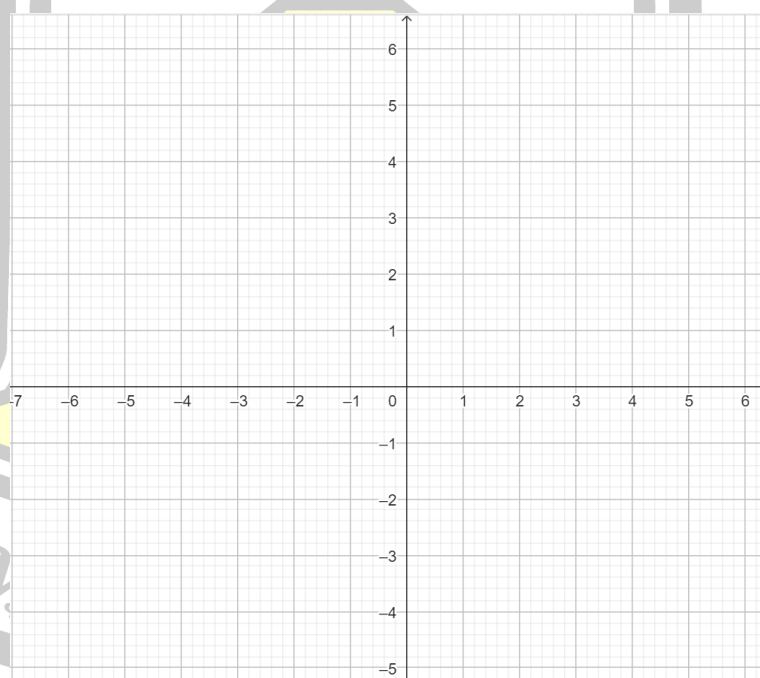
.....

.....

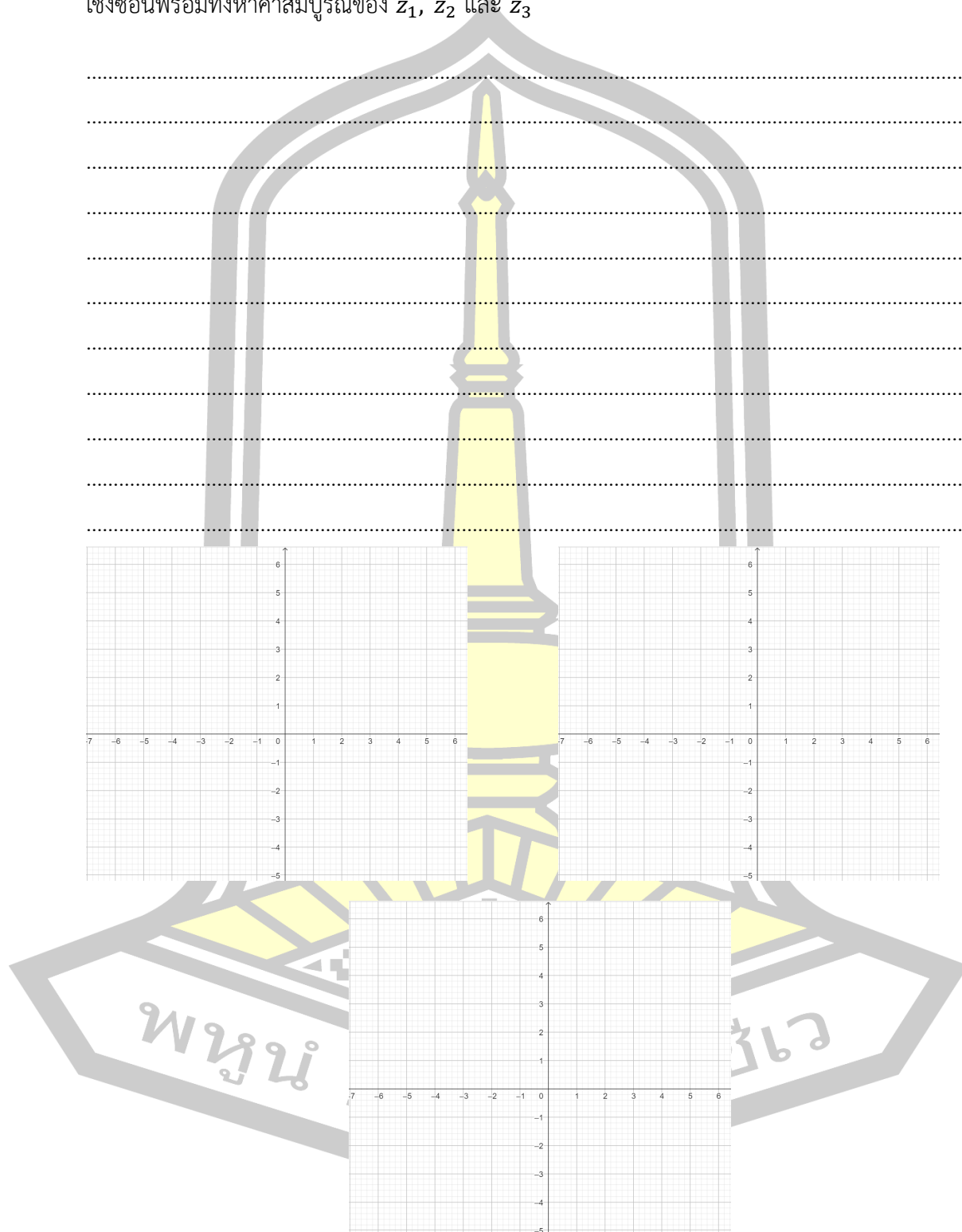
.....

.....

.....



2. จงแสดงกราฟจำนวนเชิงซ้อน  $z_1 = -3i$ ,  $z_2 = -2 + i$  และ  $z_3 = 3 + 2i$  ลงบนระนาบ  
เชิงซ้อนพร้อมทั้งหาค่าสัมบูรณ์ของ  $z_1$ ,  $z_2$  และ  $z_3$



แบบฝึกทักษะ เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

ให้  $z_1 = -3 + 2i$  และ  $z_2 = a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $z_1 + z_2$  เป็นจำนวนจริง และ  $z_1 z_2$  เป็นจำนวนจริง จงหา  $|z_1| + |z_2|$

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

**ขั้นการแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

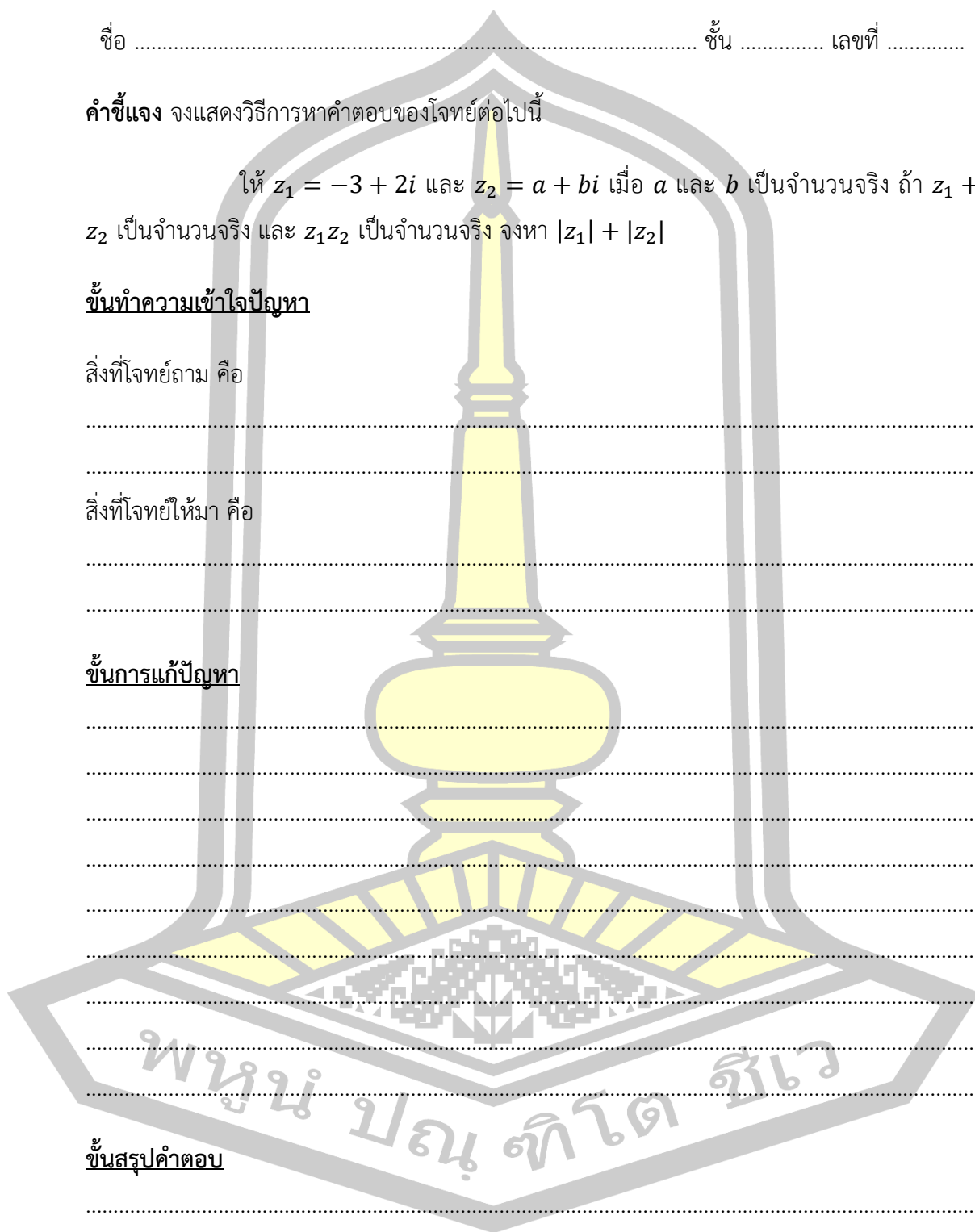
.....

**ขั้นสรุปคำตอบ**

.....

.....

.....



### เฉลยใบกิจกรรมที่ 5

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

#### 1. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คืออะไร และมีความหมายว่าอย่างไรในเชิงเรขาคณิต

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  คำนวณได้จากสูตร  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  ซึ่งหมายถึงระยะห่างจากจุด  $z$  ถึงจุดกำเนิด (Origin) บนระนาบเชิงซ้อน ในเชิงเรขาคณิต ค่าสัมบูรณ์นี้จึงแสดงถึงความยาวของเวกเตอร์ที่ลากจากจุดกำเนิดไปยังจุดที่แทน  $z$  บนระนาบ

1.2 ในการเขียนกราฟจำนวนเชิงซ้อน จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  จะอยู่ตำแหน่งใดบนระนาบเชิงซ้อน และมีวิธีการหาตำแหน่งอย่างไร

จุดที่แสดงจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $(a, b)$  บนระนาบเชิงซ้อน (Complex Plane) โดยแกนนอน (แกนจริง) แทนส่วนจริง  $a$  และแกนตั้ง (แกนจินตภาพ) แทนส่วนจินตภาพ  $b$  เมื่อต้องการระบุตำแหน่ง สามารถวางจุดที่ตำแหน่งตามค่า  $a$  บนแกนนอนและค่า  $b$  บนแกนตั้งเพื่อหาจุดได้

1.3 กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแต่ละจำนวนบนระนาบเชิงซ้อนสะท้อนถึงอะไรบ้าง และมีความสัมพันธ์อย่างไรกับค่าสัมบูรณ์ของมัน

กราฟของจำนวนเชิงซ้อนแสดงจุดที่แทนค่าของจำนวนเชิงซ้อนบนระนาบเชิงซ้อน ความสัมพันธ์ระหว่างจุดบนกราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนคือ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนแสดงถึงระยะห่างจากจุดนั้นไปยังจุดกำเนิด จุดที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะเท่ากัน

2. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจาก Geogebra และตอบคำถามต่อไปนี้

**สถานการณ์ปัญหา :**

มีเสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$  บนระนาบเชิงซ้อน โดยที่เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย ถ้าจุดบ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$  นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่ จงหาคำตอบโดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนและอธิบายผลลัพธ์ พร้อมทั้งวาดกราฟ

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

1. นักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้หรือไม่
2. ใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนในการหาคำตอบ

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

1. เสาสัญญาณโทรศัพท์ตั้งอยู่ที่จุด  $P(2 + 3i)$
2. เสาสัญญาณครอบคลุมพื้นที่รัศมี 5 หน่วย
3. บ้านของนักเรียนอยู่ที่จุด  $Q(4 - i)$

**ขั้นการแก้ปัญหา**

1. หาระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  โดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างของจำนวนเชิงซ้อน

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= Q - P \\ &= (4 - i) - (2 + 3i) \\ &= 4 - i - 2 - 3i \\ &= 2 - 4i \end{aligned}$$

ระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ

$$\begin{aligned} |\overline{PQ}| &= \sqrt{2^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{4 + 16} \\ &= \sqrt{20} \approx 4.47 \end{aligned}$$

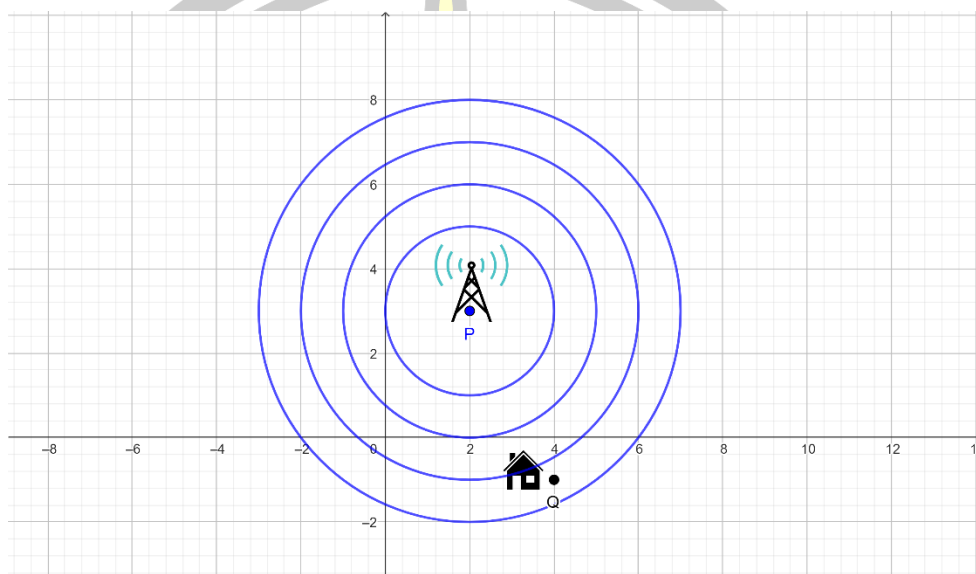
ดังนั้น ระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ 4.47

2. เปรียบเทียบระยะห่างกับรัศมีการครอบคลุม

จากการคำนวณพบว่าระยะทางระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$  คือ 4.47

และรัศมีการครอบคลุม 5 หน่วย จะเห็นว่า  $4.47 < 5$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างบ้านของนักเรียนกับเสาสัญญาณน้อยกว่ารัศมีการครอบคลุมของสัญญาณ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้



### ขั้นสรุปคำตอบ

ระยะทางระหว่างบ้านของนักเรียนกับเสาสัญญาณน้อยกว่ารัศมีการครอบคลุมของสัญญาณ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะได้รับสัญญาณจากเสานี้



### เฉลยใบงานที่ 5

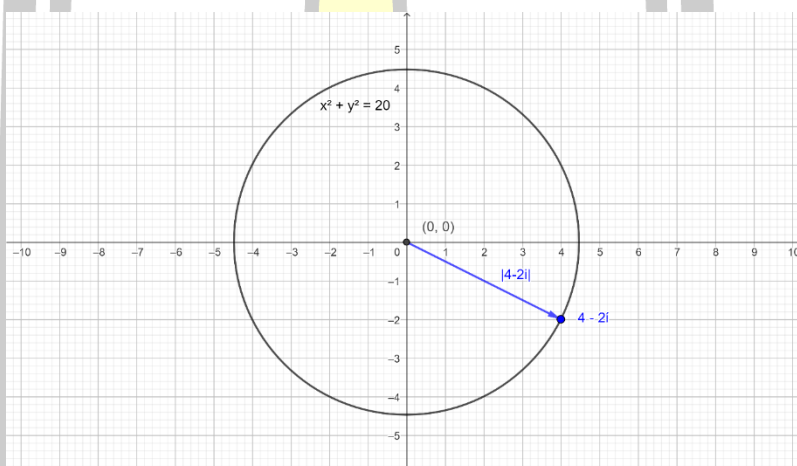
ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

**คำสั่ง** จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ  $4 - 2i$  พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงจำนวนเชิงซ้อนที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับ  $|4 - 2i|$

จาก  $z = a + bi$  และ  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  จะได้  $a = 4$ ,  $b = -2$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} |4 - 2i| &= \sqrt{4^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{16 + 4} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

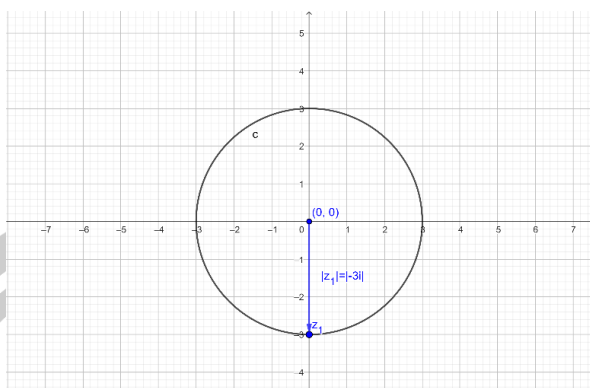


2. จงแสดงกราฟจำนวนเชิงซ้อน  $z_1 = -3i$ ,  $z_2 = -2 + i$  และ  $z_3 = 3 + 2i$  ลงบนระนาบเชิงซ้อน พร้อมทั้งหาค่าสัมบูรณ์ของ  $z_1$ ,  $z_2$  และ  $z_3$

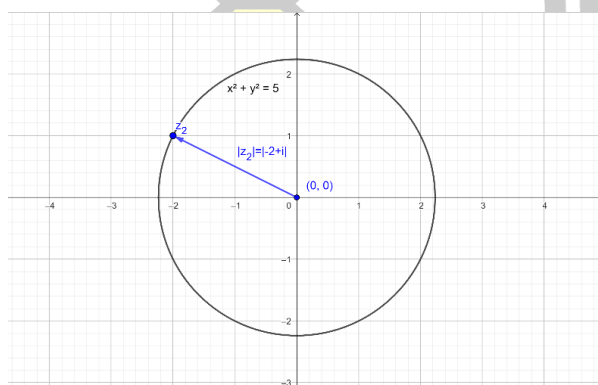
จาก  $z = a + bi$  และ  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

-  $z_1 = -3i$  จะได้  $a = 0$ ,  $b = -3$

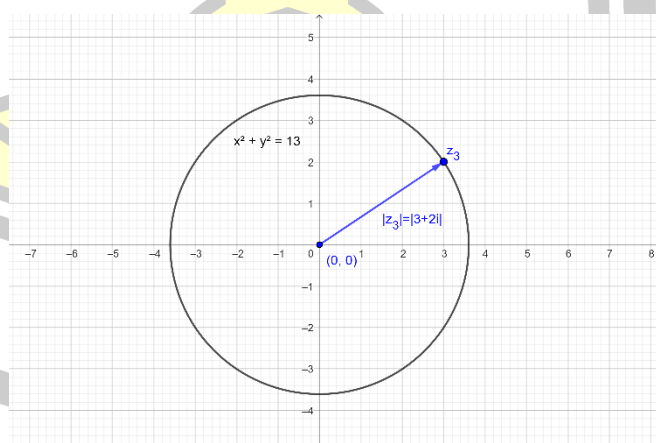
จะได้  $|z_1| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = \sqrt{9} = 3$



- $z_2 = -2 + i$  จะได้  $a = -2, b = 1$   
จะได้  $|z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$



- $z_3 = 3 + 2i$  จะได้  $a = 3, b = 2$   
จะได้  $|z_3| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$



เฉลยแบบฝึกทักษะ เรื่อง กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้

ให้  $z_1 = -3 + 2i$  และ  $z_2 = a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $z_1 + z_2$  เป็นจำนวนจริง และ  $z_1 z_2$  เป็นจำนวนจริง จงหา  $|z_1| + |z_2|$

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

$$\text{จงหา } |z_1| + |z_2|$$

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

- 1)  $z_1 = -3 + 2i$  และ  $z_2 = a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง
- 2)  $z_1 + z_2$  เป็นจำนวนจริง และ  $z_1 z_2$  เป็นจำนวนจริง

**ขั้นการแก้ปัญหา**

จาก  $z_1 = -3 + 2i$  และ  $z_2 = a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } z_1 + z_2 &= (-3 + 2i) + (a + bi) \\ &= (a - 3) + (2 + b)i \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $z_1 + z_2$  เป็นจำนวนจริง

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 2 + b &= 0 \\ b &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } z_1 z_2 &= (-3 + 2i)(a + bi) \\ &= -3(a + bi) + 2i(a + bi) \\ &= -3a - 3bi + 2ai - 2b \\ &= (-3a - 2b) + (2a - 3b)i \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $z_1 z_2$  เป็นจำนวนจริง  $b = -2$

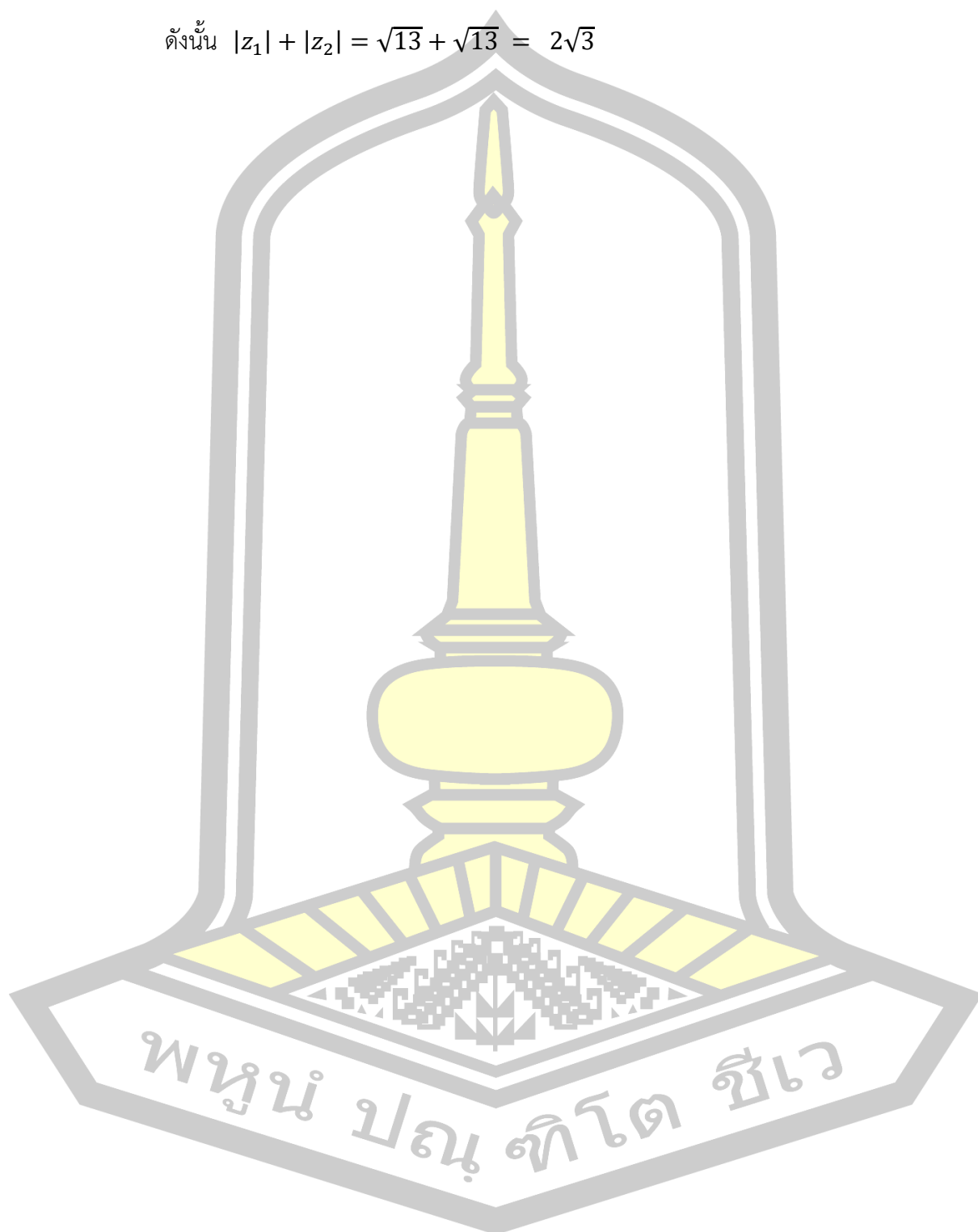
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 2a - 3(-2) &= 0 \\ 2a &= -6 \\ a &= -3 \end{aligned}$$

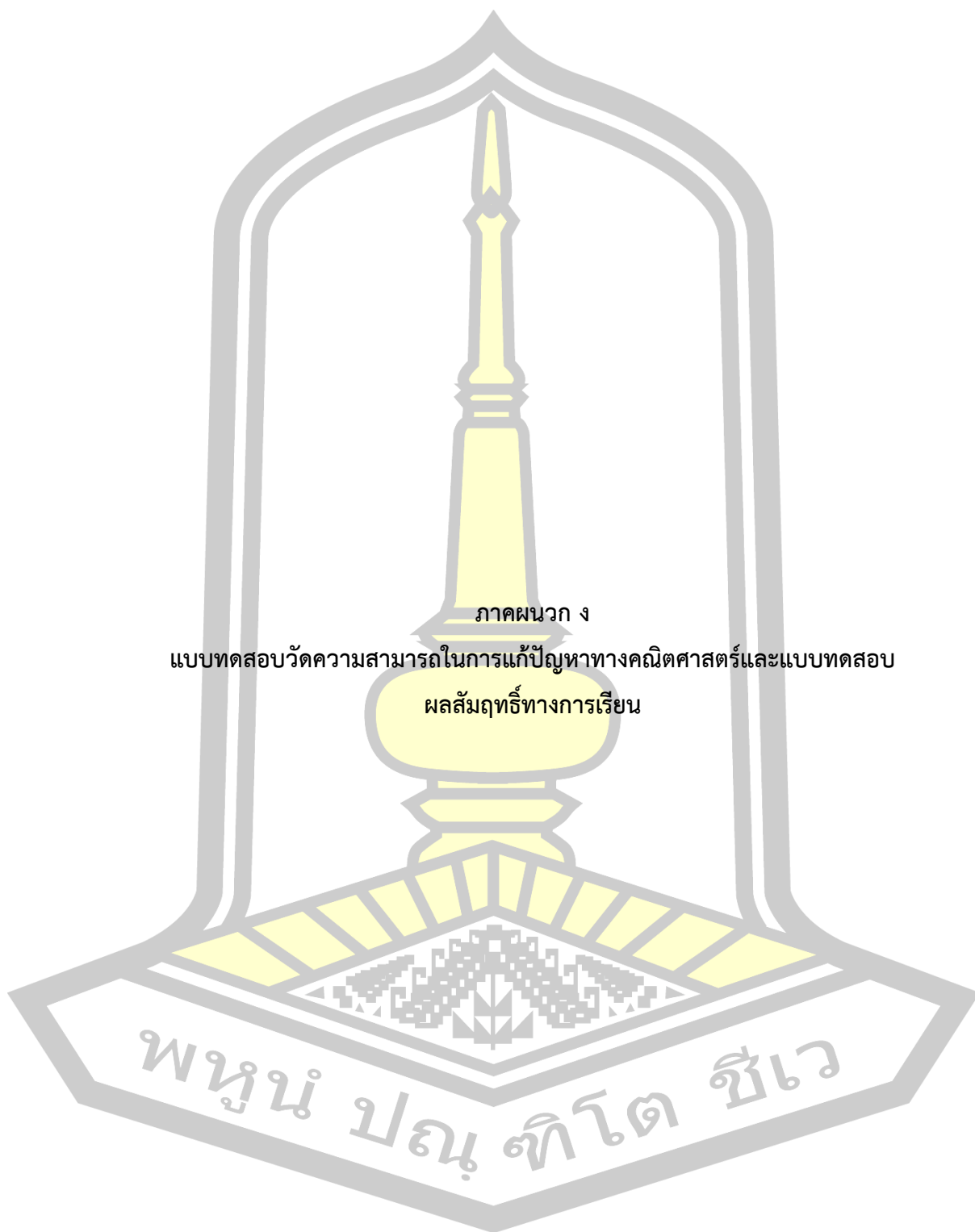
นั่นคือ  $z_2 = -3 - 2i$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } |z_1| &= \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13} \quad \text{และ} \quad |z_2| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13} \\ \text{ดังนั้น } |z_1| + |z_2| &= \sqrt{13} + \sqrt{13} = 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

**ขั้นสรุปคำตอบ**

$$\text{ดังนั้น } |z_1| + |z_2| = \sqrt{13} + \sqrt{13} = 2\sqrt{3}$$





ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

พหุ ประถมศึกษา ชีวะ

## แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

### คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ
2. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 90 นาที
3. แบบวัดฉบับนี้มีขีดคะแนนเต็มข้อละ 7 คะแนน
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัยใดๆ ให้ถามครูผู้คุมสอบเท่านั้น
5. ไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขหรือเครื่องคำนวณใดๆ ในการทำแบบวัดฉบับนี้
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดฉบับนี้กับครูผู้คุมสอบ

- 
1. บริษัทพลังงานสะอาดแห่งหนึ่งวางแผนสร้างสถานีชาร์จรถไฟฟ้า โดยมีข้อมูลดังนี้
    - สถานีหลักตั้งอยู่ที่ตำแหน่ง  $2 + 4i$  (หน่วยเป็นกิโลเมตรจากศูนย์กลางเมือง)
    - ต้องการสร้างสถานี X ห่างจากสถานีหลักในทิศทาง  $3 + 2i$
    - จากสถานี X จะสร้างสถานี Y โดยห่างออกไปในทิศทาง  $2 - 3i$
    - มีบริษัทคู่แข่งวางแผนสร้างสถานีที่มีตำแหน่งเป็น 3 เท่าของตำแหน่งสถานี Xจงหาดำแหน่งของสถานี X และ Y ในรูปจำนวนเชิงซ้อน และหาดำแหน่งของสถานีบริษัทคู่แข่ง และระยะห่างจากสถานีหลัก พร้อมทั้งวาดกราฟ

### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

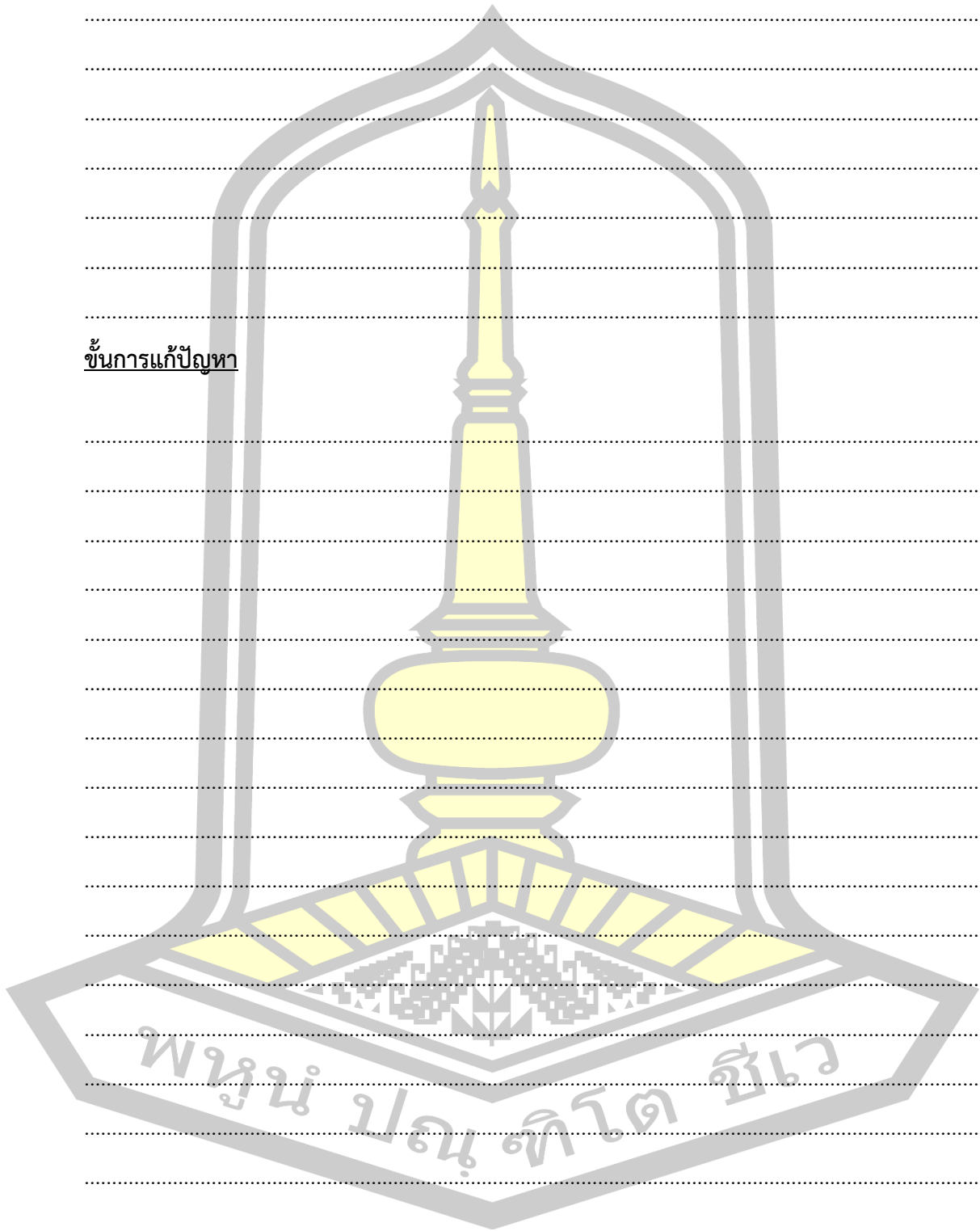
.....

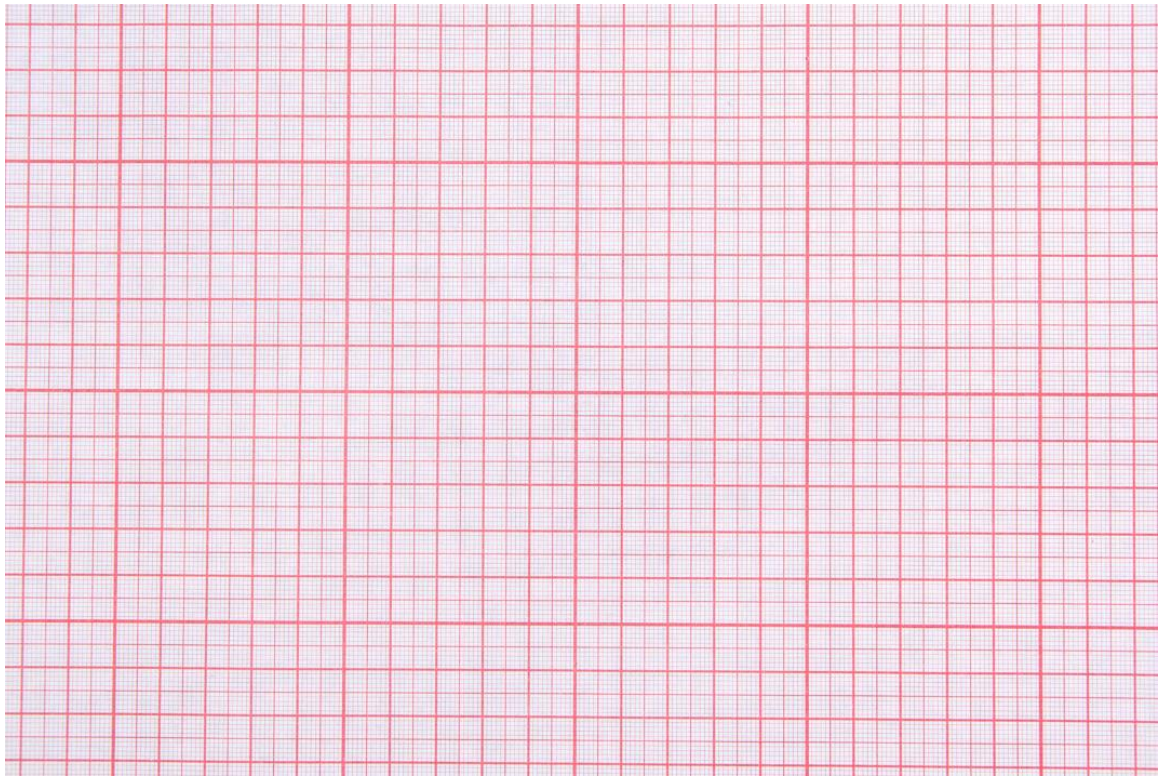
.....

พหุ ประถมศึกษา

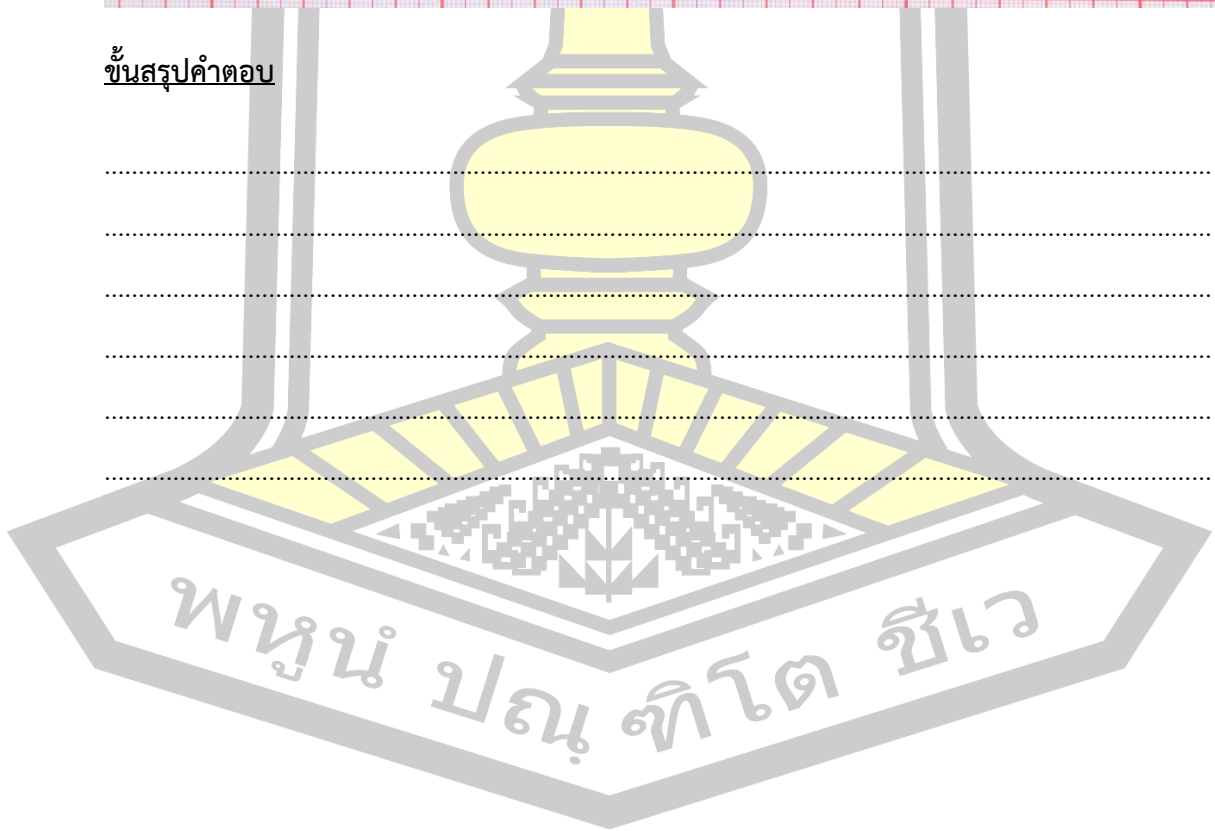
สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

ชั้นการแก้ปัญหา





ขั้นสรุปคำตอบ



2. ณ จุดจอตรกหนึ่งมีที่จอตรกที่จัดวางตำแหน่งไว้ตามพิกัดเชิงซ้อนเพื่อให้สามารถคำนวณระยะห่างระหว่างรณนตแต่ละคั่นได้ รณนตคั่นแรกจอตอยู่ที่พิกัด  $z_1 = 4 + 3i$  และรณนตคั่นที่สองจอตที่พิกัด  $z_2 = -2 + i$  เจ้าหน้าที่ต้องการคำนวณระยะห่างระหว่างรณนตทั้งสองคั่นเพื่อให้แน่ใจว่าระยะปลอดภัยเพียงพอสำหรับการเปิดประตูรถทั้งสองคั่นพร้อมกัน ให้คำนวณระยะห่างนี้โดยใช้ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

.....

.....

### ขั้นการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

พจนน บณุ คิโต สีเว

.....

.....

.....

**ขั้นสรุปคำตอบ**

3. มีจำนวนเชิงซ้อนสองจำนวนคือ  $z_1 = 6 + 8i$  และ  $z_2 = 3 - 4i$  จงหาผลหารของ  $z_1$  และ  $z_2$  จากนั้นหาค่ารากที่สองของผลหารที่ได้

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

**ขั้นการแก้ปัญหา**

พูนุ์ ปณฺ ภั โต ชีเว

### ขั้นสรุปคำตอบ

4. มีบริษัทวิศวกรรมแห่งหนึ่งที่ต้องการสำรวจจุดสำคัญใต้ทะเล 3 จุด เพื่อติดตั้งระบบตรวจวัดแรงดันน้ำในตำแหน่งที่แตกต่างกัน โดยเริ่มต้นจากตำแหน่งจุดควบคุม  $O$  และมีจุดสำรวจ  $A$ ,  $B$  และ  $C$  ที่อยู่ในทิศทางต่างกันซึ่งต้องใช้การคำนวณระยะทางและมุมในการเดินทางถึงจุดเหล่านี้ ดังนี้

จุด  $A$  : อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น  $O$  ไปทางขวา 2 หน่วยและขึ้นไปทางเหนือ 2 หน่วย

จุด  $B$  : อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น  $O$  ไปทางซ้าย 1 หน่วยและลงไปทางใต้  $\sqrt{3}$  หน่วย

จุด  $C$  : อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น  $O$  ไปทางซ้าย  $8\sqrt{3}$  หน่วยและขึ้นไปทางเหนือ 8 หน่วย

จงหาดำแหน่งของจุด  $A$ ,  $B$  และ  $C$  โดยอ้างอิงจากจุดเริ่มต้น  $O$  ในรูปจำนวนเชิงซ้อน

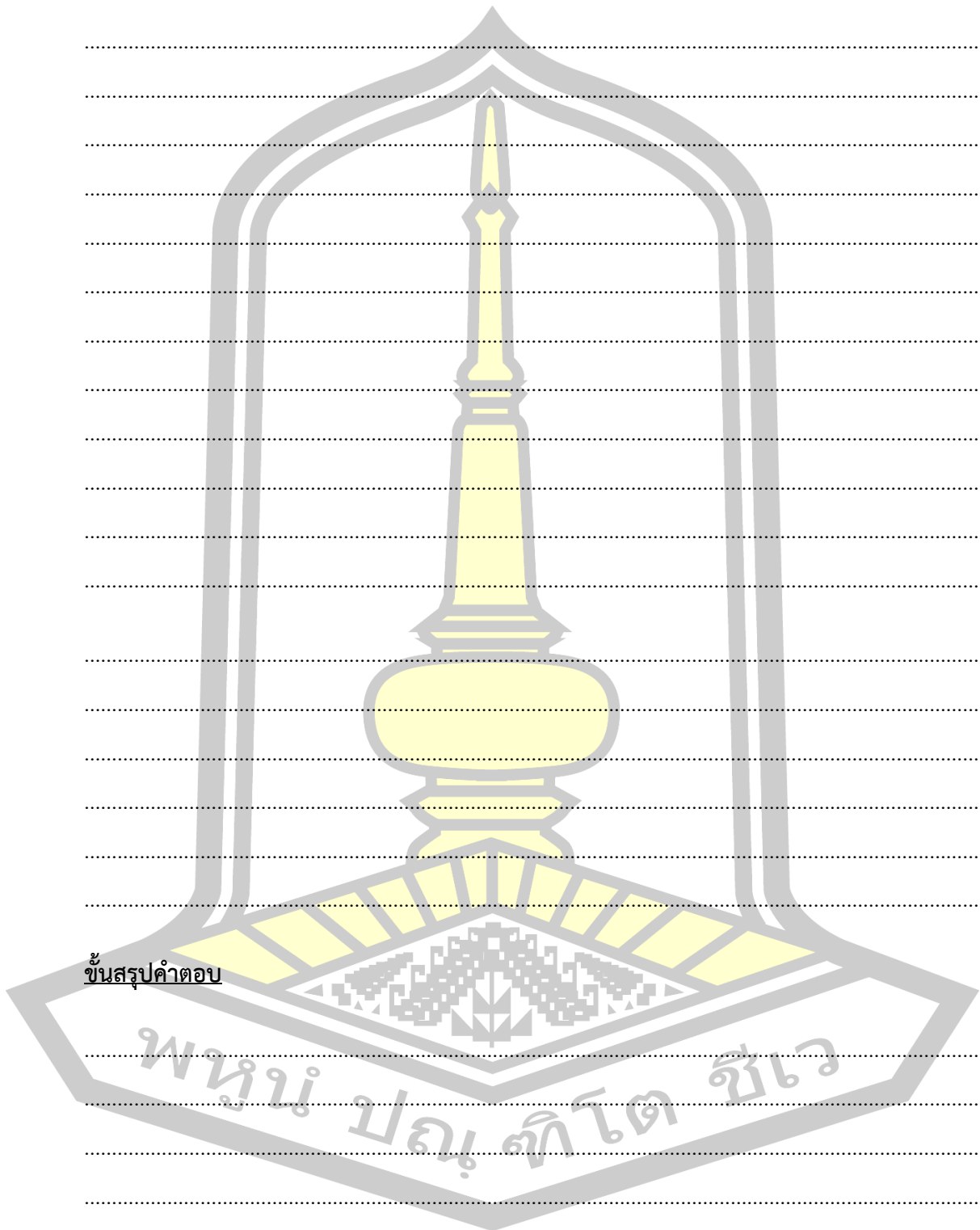
### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

พหุคูณ ปณฺ ติโต ชิว

ชั้นการแก้ปัญหา



ชั้นสรุปคำตอบ

พรหมบัณฑิต วิทโย ชีวะ

5. สมชายเป็นวิศวกรไฟฟ้าที่กำลังออกแบบระบบพลังงานสำหรับบ้านที่ต้องการแหล่งพลังงานสำรองจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสำรอง เครื่องกำเนิดนี้สร้างกระแสไฟฟ้ากระแสสลับที่มีรูปแบบเป็นเลขเชิงซ้อน  $z = -8 + 8i$  ซึ่งบ่งบอกถึงแรงดันไฟฟ้าในรูปแบบจำนวนเชิงซ้อนที่มีทั้งขนาดและเฟส สมชายต้องการออกแบบวงจรที่แบ่งแรงดันนี้ออกเป็นส่วนย่อย  $n = 3$  ส่วนเท่า ๆ กันในเชิงขนาดและเฟส เพื่อเชื่อมต่อกับเครื่องใช้ไฟฟ้าหลายชนิด โดยการแบ่งนี้จำเป็นต้องใช้ค่ารากที่  $n$  ของ  $z$  ในการคำนวณเพื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของวงจร จงคำนวณรากที่ 3 ของ  $z = -8 + 8i$  โดยแสดงคำตอบในรูปแบบเชิงขั้ว

### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

.....

.....

พจนานุกรมศัพท์โต ชีว

ชั้นการแก้ปัญหา



ชั้นสรุปคำตอบ

พจน ปรณ ทิโต สีเว

6. บริษัทผู้ผลิตขวดน้ำดื่มกำลังออกแบบฝาขวดที่มีลักษณะเป็นทรงโดม เพื่อเพิ่มความแข็งแรงและลดต้นทุนการผลิต ฝาขวดนี้มีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $x$  เซนติเมตร และปริมาตรของวัสดุที่ใช้ผลิตฝาจะสัมพันธ์กับสมการ

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

โดย  $x$  แทนความกว้างของเส้นผ่านศูนย์กลางฝาขวดที่ต้องผลิต ควรเลือกใช้ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลาง  $x$  เท่าใด เพื่อให้ผลิตฝาขวดได้พอดีกับปริมาตรวัสดุที่กำหนด

### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

.....

.....

### ขั้นการแก้ปัญหา

.....

.....

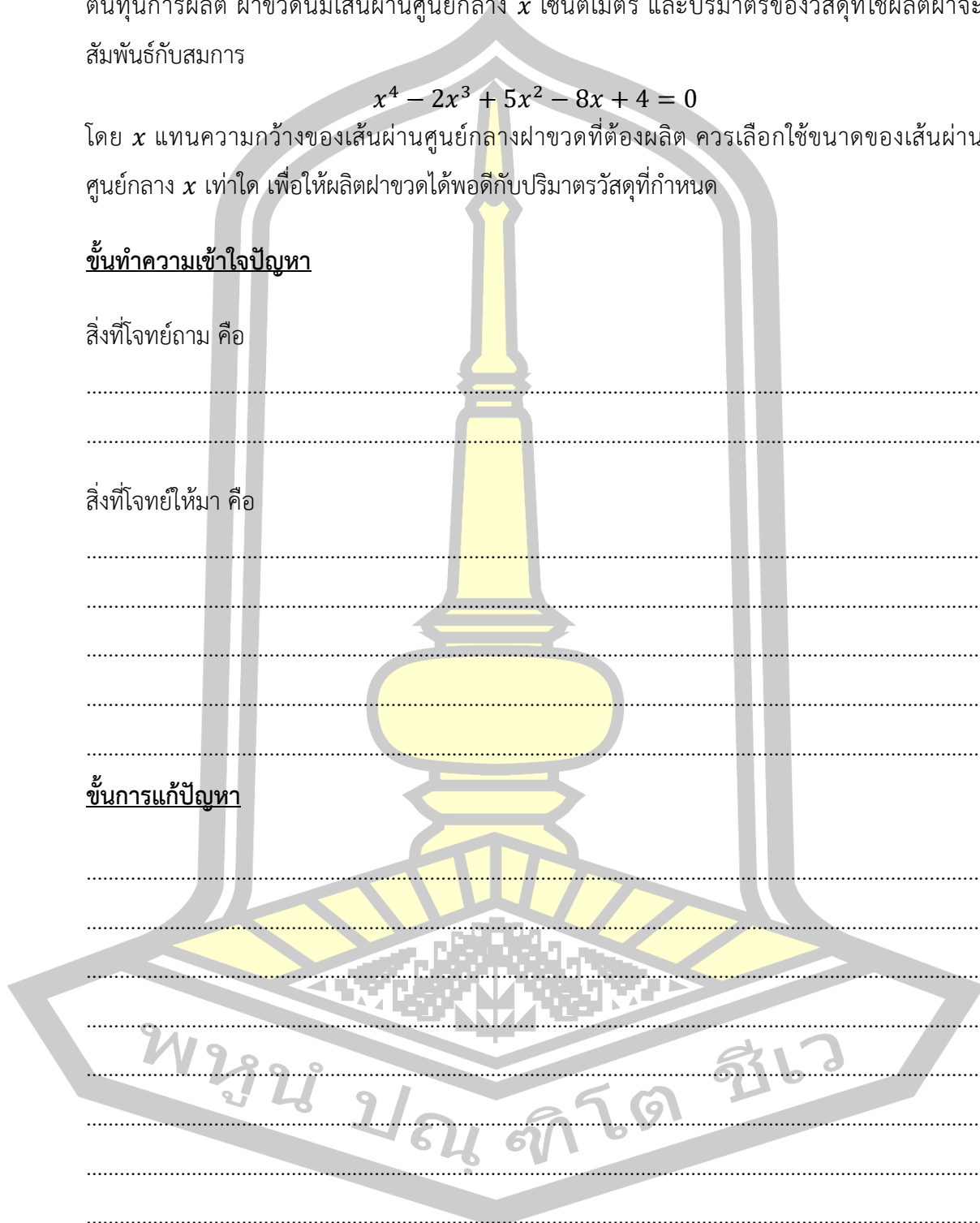
.....

.....

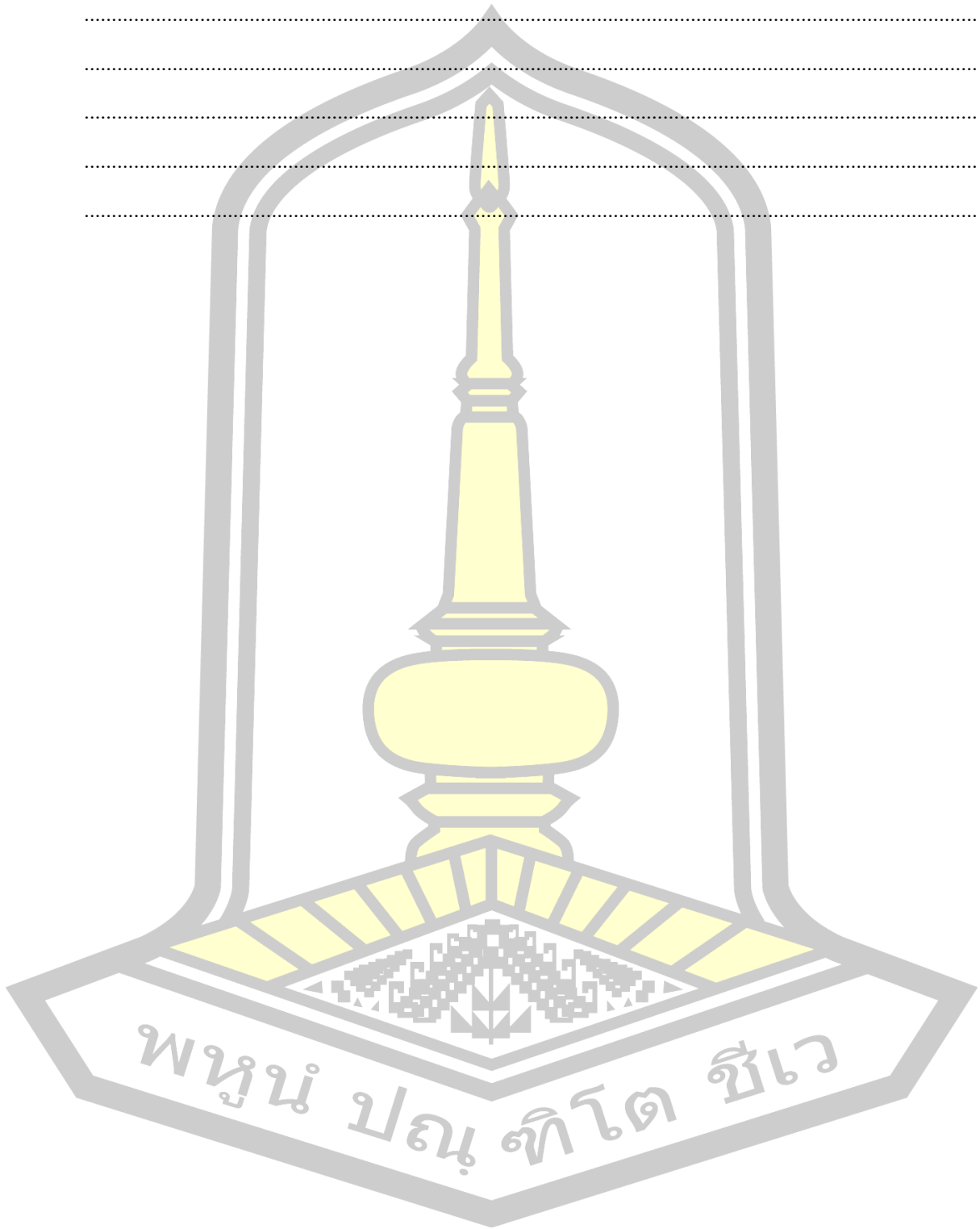
.....

.....

.....



ขั้นสรุปคำตอบ



### ตัวอย่างการตอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. บริษัทพลังงานสะอาดแห่งหนึ่งวางแผนสร้างสถานีชาร์จรถไฟฟ้า โดยมีข้อมูลดังนี้
- สถานีหลักตั้งอยู่ที่ตำแหน่ง  $2 + 4i$  (หน่วยเป็นกิโลเมตรจากศูนย์กลางเมือง)
  - ต้องการสร้างสถานี X ห่างจากสถานีหลักในทิศทาง  $3 + 2i$
  - จากสถานี X จะสร้างสถานี Y โดยห่างออกไปในทิศทาง  $2 - 3i$
  - มีบริษัทคู่แข่งวางแผนสร้างสถานีที่มีตำแหน่งเป็น 3 เท่าของตำแหน่งสถานี X
- จงหาตำแหน่งของสถานี X และ Y ในรูปจำนวนเชิงซ้อน และหาตำแหน่งของสถานีบริษัทคู่แข่ง และระยะห่างจากสถานีหลัก พร้อมทั้งวาดกราฟ

#### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

ตำแหน่งของสถานี x และ y ในรูปจำนวนเชิงซ้อน และ หาตำแหน่งของสถานีบริษัทคู่แข่ง และระยะห่างจากสถานีหลัก พร้อมทั้งวาดกราฟ

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

- 1 สถานีหลักตั้งอยู่ตำแหน่ง  $2 + 4i$  (หน่วยเป็นกิโลเมตรจากศูนย์กลางเมือง)
- 2 สร้างสถานี x ห่างจากสถานีหลักในทิศทาง  $3 + 2i$
- 3 จากสถานี x สร้างสถานี y ห่างออกไปในทิศทาง  $2 - 3i$
- 4 บริษัทคู่แข่งวางแผนสร้างสถานีที่มีตำแหน่งเป็น 3 เท่าของตำแหน่งสถานี x

ภาพประกอบที่ 3 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 2 คะแนน

พูน ปณ ทิโต ชีเว

**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

จำนวนเงินจากรถไฟบีอีทีแพงกว่ารถแท็กซี่กี่บาท

1

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

รถแท็กซี่วิ่งอยู่ที่ความเร็ว 2 + 2i

จากรถแท็กซี่ x ค่าของรถแท็กซี่ในอัตรา 3 + 2i

จากรถแท็กซี่ x รถแท็กซี่ x ค่าของรถแท็กซี่ในอัตรา (2 - 3)

บีอีทีแพงกว่ารถแท็กซี่กี่บาท 3 เท่าของค่าของรถแท็กซี่ x

ภาพประกอบที่ 4 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 1 คะแนน



**ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ

.....

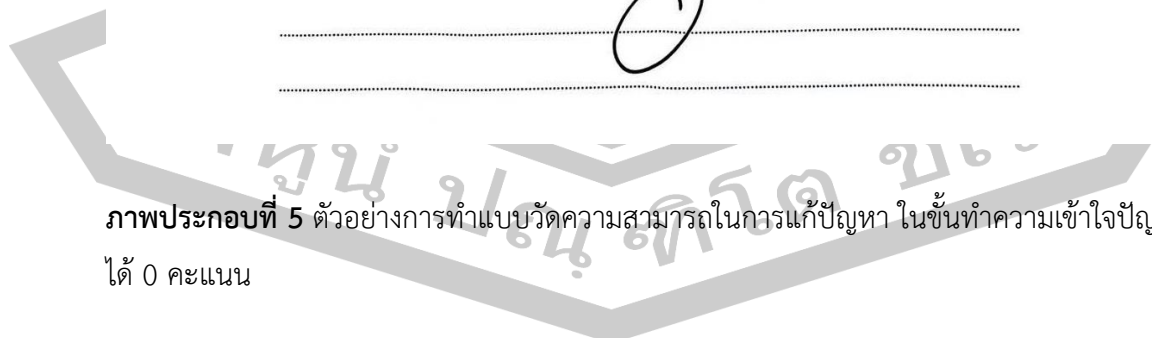
0

สิ่งที่โจทย์ให้มา คือ

.....

0

ภาพประกอบที่ 5 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาที่ได้ 0 คะแนน



### ขั้นการแก้ปัญหา

1. ตำแหน่งของสถานที่ x

$$\begin{aligned} \text{สถานที่ } x \text{ ห่างจากสถานที่หลัก } Y \text{ ไปทางทิศ } 3+2i \text{ ฉะนั้น ตำแหน่งของสถานที่ } x &= (2+4i) + (3+2i) \\ &= (2+3) + (4+2)i \\ &= 5+6i \end{aligned}$$

ดังนั้น ตำแหน่งของสถานที่ x คือ  $5+6i$

2. ตำแหน่งของสถานที่ y

$$\begin{aligned} \text{สถานที่ } y \text{ ห่างจากสถานที่ } x \text{ ไปทางทิศ } 2-3i \text{ ฉะนั้น ตำแหน่งของสถานที่ } y &= (5+6i) + (2-3i) \\ &= (5+2) + (6-3)i \\ &= 7+3i \end{aligned}$$

ดังนั้น ตำแหน่งของสถานที่ y คือ  $7+3i$

3. ตำแหน่งของสถานที่ d แห่ง

บริษัท ดู่แห่งวางแผนสร้างสถานที่ที่มีตำแหน่งเป็น 3 เท่าของตำแหน่ง สถานที่ x

$$\begin{aligned} \text{ฉะนั้น ตำแหน่งของบริษัท ดู่แห่ง} &= 3(5+6i) \\ &= 15+18i \end{aligned}$$

ดังนั้น ตำแหน่งของสถานที่บริษัท ดู่แห่ง คือ  $15+18i$

A ระยะทาง จากสถานที่หลักถึงสถานที่ d แห่ง

ระยะทาง จากสถานที่หลักถึงสถานที่ d แห่ง จะได้จากขนาดของผลต่าง พหุคูณ ทั้ง 2 ตัวข้างต้น

$$\begin{aligned} \text{ผลต่าง} &= (15+18i) - (2+4i) \\ &= (15+18i) + [-(2+4i)] \\ &= (15+18i) + (-2-4i) \\ &= (15-2) + (18-4)i \\ &= 13+14i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ระยะทาง} &= \sqrt{13^2 + 14^2} \\ &= \sqrt{169 + 196} \\ &= \sqrt{365} \\ &\approx 19.10 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทาง จากสถานที่หลักถึงสถานที่ d แห่ง เท่ากับ 19.10 หน่วย

ภาพประกอบที่ 6 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นแก้ปัญหาที่ได้ 3 คะแนน

**ขั้นการแก้ปัญหา**

1. หาตำแหน่งของจุด  $X$  โดยนำตำแหน่งของจุด  $Z$  ไปลบกับพหุคูณของตำแหน่งของจุด  $Y$

จะได้  $(2+4i) + (3+9i)$

จึง  $(2+3) + (4+2)i = 5+6i$

∴ ตำแหน่งของจุด  $X$  คือ  $5+6i$

2. หาตำแหน่งของจุด  $Y$  โดยนำตำแหน่งของจุด  $Z$  ของพหุคูณของตำแหน่งของจุด  $X$

จะได้  $(5+6i) + (2-3i)$

จึง  $(5+2) + (6i-3i) = 7+3i$

∴ ตำแหน่งของจุด  $Y$  คือ  $7+3i$

3. หาตำแหน่งของจุด  $Z$  โดยนำตำแหน่งของจุด  $X$  ไปลบกับพหุคูณของตำแหน่งของจุด  $Y$

จะได้  $3(5+6i) = 15+18i$

∴ ตำแหน่งของจุด  $Z$  คือ  $15+18i$

ภาพประกอบที่ 7 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นแก้ปัญหาที่ได้ 2 คะแนน

**ขั้นการแก้ปัญหา**

ตน. ของจุด $X$	ตน. $Y$
จุด $X$ ห่างจากจุด $Z$ 7 หน่วย คือ $3+2i$	จุด $Y$ ห่างจากจุด $X$ 7 หน่วย คือ $2-3i$
ดังนั้น ตน. ของจุด $X$ คือ $5+6i$	ดังนั้น ตน. ของจุด $Y = (5+6i) + (2-3i)$
	$= (5+2) + (6-3)i$
	$= 7+3i$
	∴ ตน. ของจุด $Y$ คือ $7+3i$

ตน. ของจุด  $Z$  19 หน่วย

ภาพประกอบที่ 8 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นแก้ปัญหาที่ได้ 1 คะแนน

ชั้นกรแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

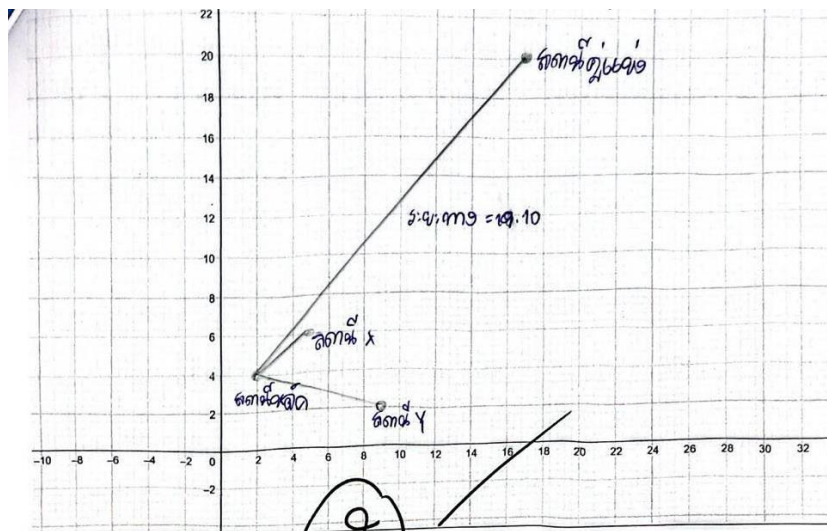
.....

.....

.....

0

ภาพประกอบที่ 9 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นแก้ปัญหาที่ได้ 0 คะแนน

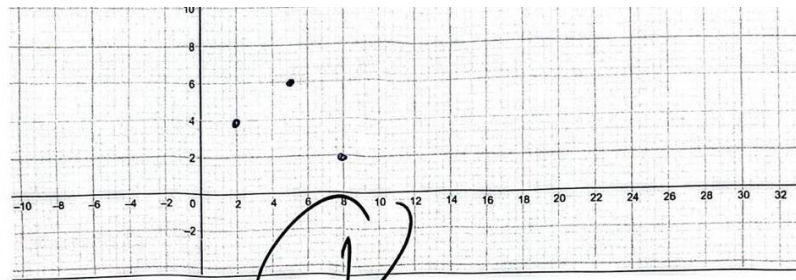


2

ชั้นสรุปคำตอบ

ตำแหน่งของทิศทาง  $x$  คือ  $5+11$  ตำแหน่งของทิศทาง  $y$  คือ  $7+31$  , ส่วนของ  
 ของทิศทาง  $x$  คือ  $15+14$  และ  $0.4$  จาก  $10$  ทิศทาง  $x$  ติดคือทิศทาง  $x$  แล้ว  
 คือทิศทาง  $x$  แล้ว  $14.10$  4 หน่วย

ภาพประกอบที่ 10 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในชั้นสรุปคำตอบที่ได้ 2 คะแนน

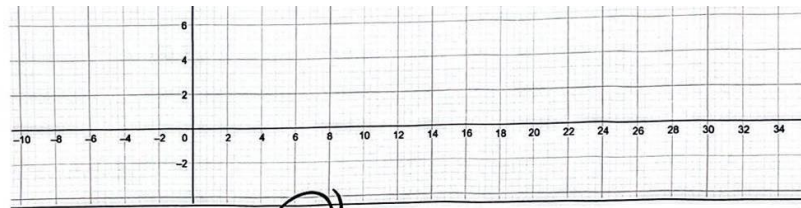


ขั้นสรุปคำตอบ

$$x = 5 + 6i \quad y = 7 + 7i$$

$$|x+y| = 19 + 19i$$

ภาพประกอบที่ 11 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นสรุปคำตอบที่ได้ 1 คะแนน



ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

.....

ภาพประกอบที่ 12 ตัวอย่างการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ในขั้นสรุปคำตอบที่ได้ 0 คะแนน



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

(ฉบับหลังเรียน)

คำชี้แจง :

- 1) แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 60 นาที
- 2) ให้นักเรียนเลือกคำตอบเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ
- 3) ถ้านักเรียนเลือกคำตอบข้อใดข้อหนึ่งเกินกว่า 1 คำตอบ จะถือว่าข้อนั้นผิด
- 4) อนุญาตให้นักเรียนทกลงในแบบทดสอบ

\*\*\* ห้ามนำแบบทดสอบออกจากห้องสอบ \*\*\*

1. กำหนดให้  $z_1 = -4x + 2yi$  และ  $z_2 = -5y + xi$  ถ้า  $z_1 + z_2 = 9 - 3i$  แล้ว  $x^2y^3$  มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 0                      ข. - 1                      ค. 1                      ง. 4                      จ. - 4

2. ถ้า  $x, y$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $(x + yi)(-2 + 3i) = 2 + 3i$

จงหาค่า  $x + y$  ว่ามีค่าเท่ากับข้อใด

- ก.  $\frac{22}{13}$                       ข.  $-\frac{22}{13}$                       ค.  $\frac{7}{13}$                       ง.  $-\frac{7}{13}$                       จ. 0

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

a. ถ้า  $z_1 = a + bi$  และ  $z_2 = c + di$  แล้ว  $z_1z_2 = (ac + bd) + (bc - ad)i$

b. การคูณจำนวนเชิงซ้อนมีสมบัติการสลับที่

c. ถ้า  $z_1 = 1 + i$  และ  $z_2 = 1 - i$  แล้ว  $z_1z_2$  เป็นจำนวนจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ a ถูกเพียงข้อเดียว                      ข. ข้อ a และ b ถูกเท่านั้น

ค. ข้อ b และ c ถูกเท่านั้น                      ง. ข้อ a และ c ถูกเท่านั้น

จ. ถูกทุกข้อ

4. ถ้า  $z_1 = a + 2i$ ,  $z_2 = 3 + yi$  และ  $z_3 = i(2 - 4i)$  แล้ว  $z_1 - z_2 - z_3 = -2 + 4i$

จงหาค่า  $ay$  ว่ามีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 10      ข. 20      ค. 0      ง. -10      จ. -20

5. จงเขียน  $\frac{3i^{24} - i^{19}}{2i - 1}$  ในรูป  $a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง

- ก.  $\frac{1-i}{5}$       ข.  $\frac{1+i}{5}$       ค.  $\frac{1+7i}{5}$       ง.  $\frac{-1-7i}{5}$       จ.  $\frac{-1+7i}{5}$

6. จงเขียน  $\frac{(2+i)(3-2i)}{(1-i)^2}$  ในรูป  $a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง

- ก.  $\frac{1}{2} + 4i$       ข.  $\frac{2}{3} + 4i$       ค.  $-\frac{1}{2} - 3i$       ง.  $-\frac{1}{2} - 2i$       จ.  $\frac{1}{2} - 4i$

7. กำหนดให้  $z = -2 + 3i$  จงหาค่าของ  $2z + \bar{z}$

- ก. -4      ข.  $-4 + 3i$       ค.  $2 - 3i$       ง. 4      จ.  $-2 + 3i$

8. กำหนดให้  $z_1 = 2 - 5i$  และ  $z_2 = -1 - 5i$  จงหาค่า  $z_1 \bar{z}_1 + 2z_2$  เท่ากับข้อใด

- ก.  $17 + 10i$       ข.  $27 - 10i$       ค.  $18 - 10i$       ง.  $-27 + 10i$       จ.  $25 + 10i$

9. กำหนดให้  $z_1 = 3 + 2i$  และ  $z_2 = a + bi$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $z_1 - z_2 = 1 + 4i$  จงหาค่าของ  $a^2 + b^2$

- ก. 4      ข. 5      ค. 6      ง. 8      จ. 3

10. จงหาผลลบของจำนวนเชิงซ้อน  $(-2, 5)$  กับ  $(-3, 6)$  ว่ามีค่าเท่ากับข้อใด

- ก.  $(1, 1)$       ข.  $(5, 1)$       ค.  $(1, -1)$       ง.  $(5, -1)$       จ.  $(-5, -1)$

11. จงหาค่า  $\left| \frac{(3+4i)(1+\sqrt{3}i)}{8-6i} \right|$  เท่ากับข้อใด

- ก. -2      ข. -1      ค. 0      ง. 1      จ. 2

12. ถ้า  $z = 2i^{80} + 4i^{115}$  แล้ว  $|z|$  เท่ากับข้อใด

- ก.  $\sqrt{5}$       ข.  $2\sqrt{5}$       ค.  $-\sqrt{5}$       ง.  $\sqrt{3}$       จ.  $-\sqrt{3}$

13. ค่าสัมบูรณ์ของ  $\sqrt{3} - i$  เท่ากับข้อใด

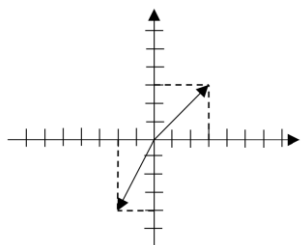
- ก. 2      ข. 1      ค. 0      ง. -2      จ. -1

14. จงหารากที่สองของ  $3 + 4i$  ว่ามีค่าเท่ากับข้อใด

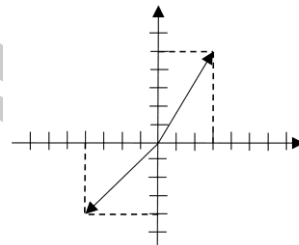
- ก.  $\pm(2 - i)$       ข.  $\pm(1 + 2i)$       ค.  $\pm(-1 - 2i)$   
 ง.  $\pm(1 - 2i)$       จ.  $\pm(2 + i)$

15. กราฟในข้อใดต่อไปนี้แทนจำนวนเชิงซ้อน  $-2 - 4i$  และ  $3 + 3i$

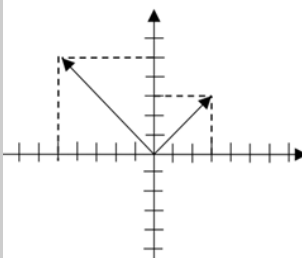
ก.



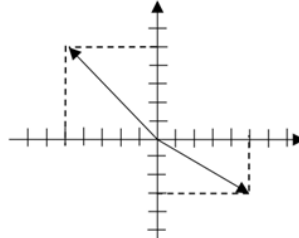
ข.



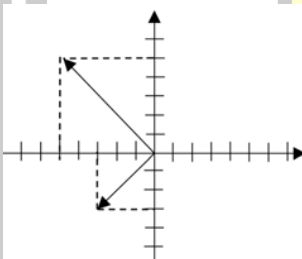
ค.



ง.



จ.



16. รูปเชิงขั้วของจำนวนเชิงซ้อน  $3 + 3i$  เท่ากับข้อใด

ก.  $2\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

ข.  $2\sqrt{3}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

ค.  $3\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

ง.  $3\sqrt{2}(\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ)$

จ.  $2\sqrt{3}(\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ)$

17. ให้  $z = 2(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นค่าของ  $z^6$  ในรูป  $a + bi$

ก.  $32 + 32\sqrt{3}i$

ข.  $-32 + 32\sqrt{3}i$

ค.  $64 + 32\sqrt{3}i$

ง.  $-64 - 32\sqrt{3}i$

จ.  $32 - 32\sqrt{3}i$

18. จำนวนเชิงซ้อนข้อใดต่อไปนี้มีรูปจำนวนเชิงขั้วเป็น  $\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$

ก.  $1 + i$

ข.  $1 - i$

ค.  $-2 - i$

ง.  $2 + i$

จ.  $-1 + i$

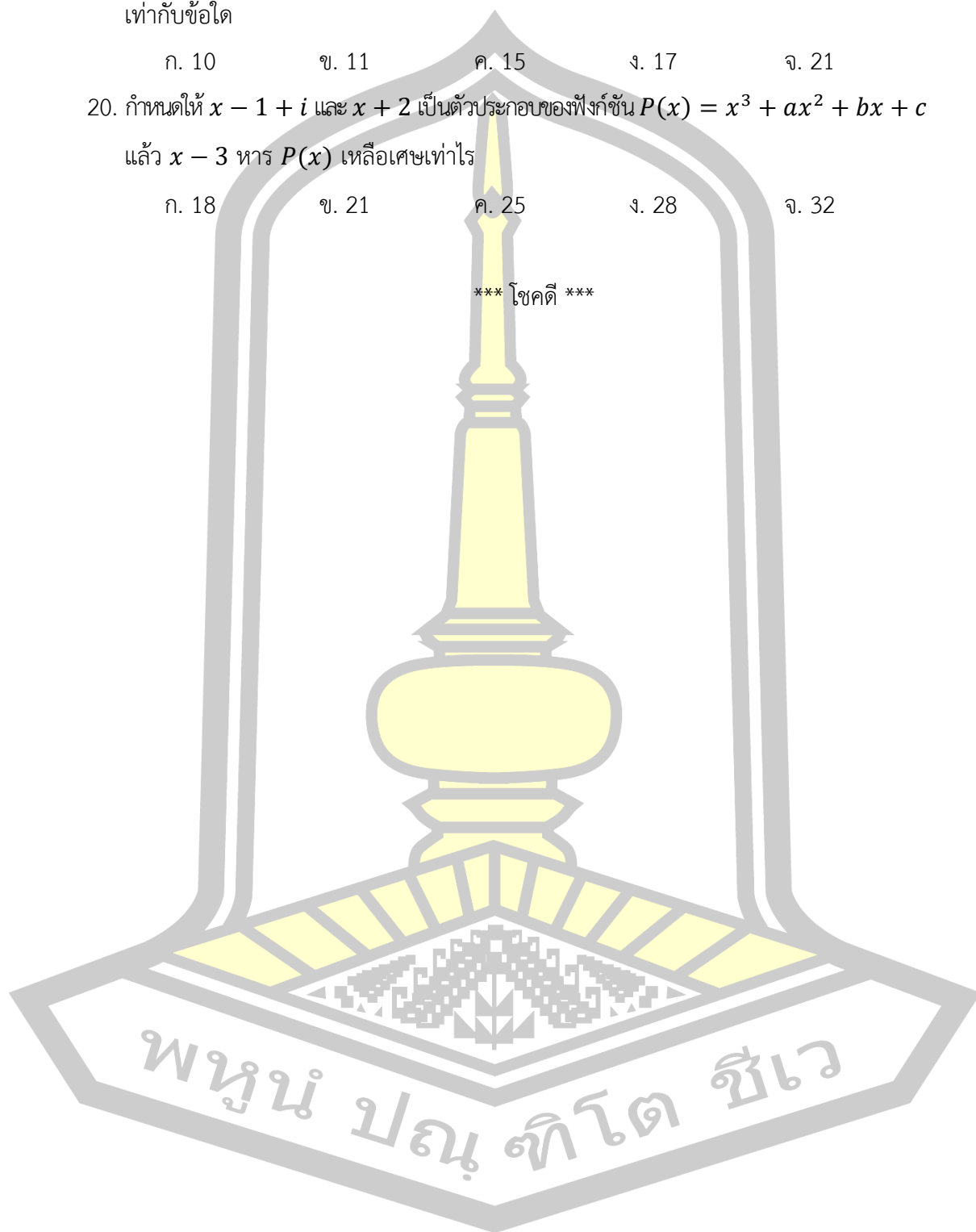
19. ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของรากของสมการ  $z^4 + 5z^2 - 36 = 0$  ในระบบจำนวนเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 10                      ข. 11                      ค. 15                      ง. 17                      จ. 21

20. กำหนดให้  $x - 1 + i$  และ  $x + 2$  เป็นตัวประกอบของฟังก์ชัน  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  แล้ว  $x - 3$ หาร  $P(x)$  เหลือเศษเท่าไร

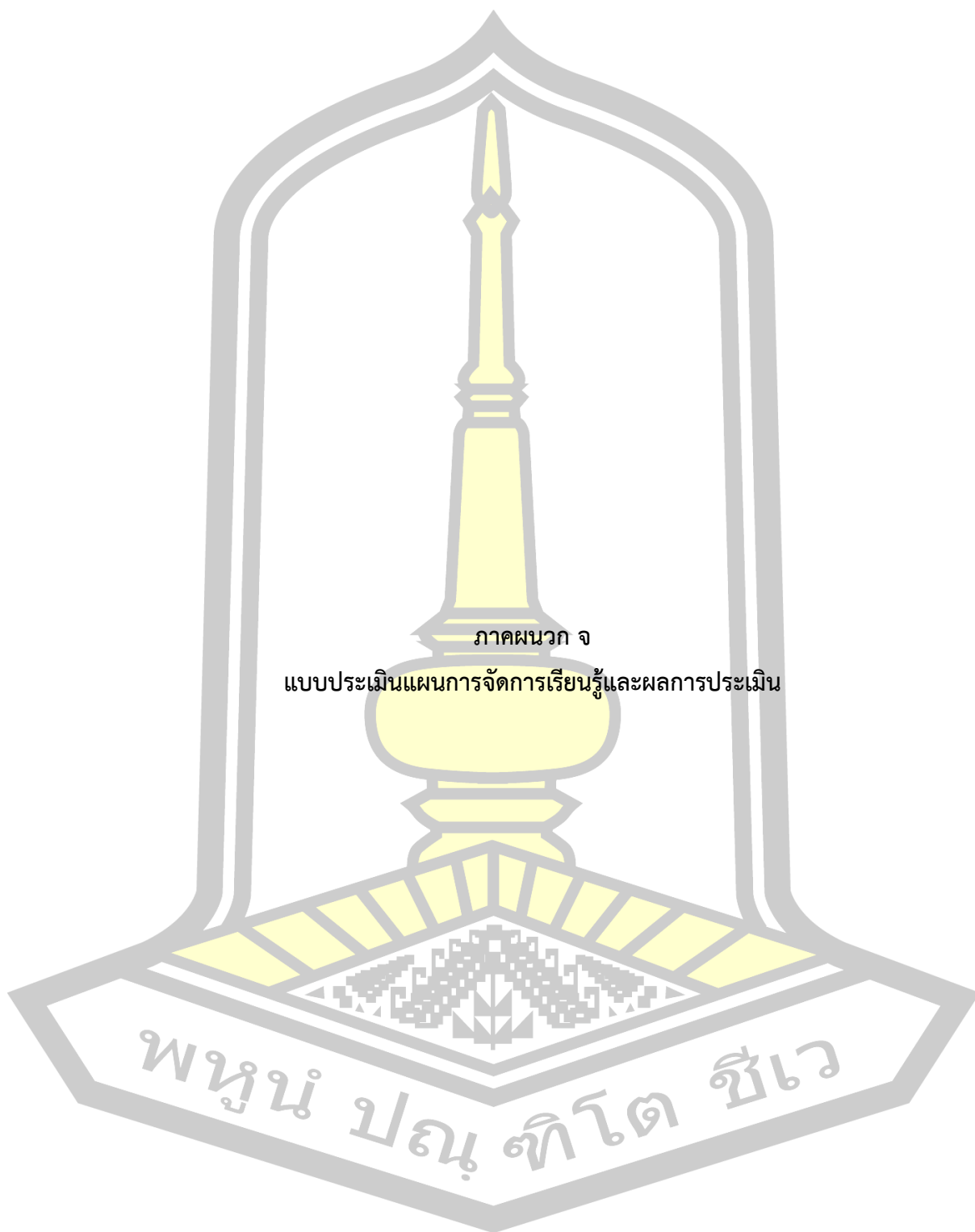
ก. 18                      ข. 21                      ค. 25                      ง. 28                      จ. 32

\*\*\* โขคดี \*\*\*



เฉลย  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
(ฉบับหลังเรียน)

ข้อ	เฉลย
1.	ข
2.	ง
3.	ค
4.	จ
5.	ง
6.	ก
7.	จ
8.	ข
9.	ง
10.	ค
11.	ง
12.	ข
13.	ก
14.	จ
15.	ก
16.	ค
17.	ข
18.	จ
19.	ก
20.	ค



ภาคผนวก จ

แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้และผลการประเมิน

พหุบัณฑิตยสถาน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบประเมินความสอดคล้องความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องจำนวนเชิงซ้อน  
 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ร่วมกับ Geogebra  
 (สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

**คำชี้แจง** ให้ท่านพิจารณาความสอดคล้อง ความถูกต้อง ความเหมาะสมของเครื่องมือ ว่ามีความ  
 เหมาะสมหรือไม่ ระดับใด โดยทำเครื่องหมาย / ลงในช่องระดับความเหมาะสมที่ตรงกับ  
 ความคิดเห็นของท่านดังนี้

- 5 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
- 4 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก
- 3 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
- 2 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
- 1 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	5	4	3	2	1
<b>1. สาระสำคัญ</b>					
1.1 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้					
1.2 ครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหาสาระที่กำหนด					
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>					
2.1 ระบุความสามารถของนักเรียนที่ต้องพัฒนาชัดเจน					
2.2 สามารถประเมินผลได้					
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
<b>3. สาระการเรียนรู้</b>					
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
3.2 บอกขอบข่ายของเนื้อหาที่จะจัดให้นักเรียนใน ชั่วโมงนั้น					
3.3 มีความถูกต้อง					

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม
---------------	------------------

	5	4	3	2	1
<b>4. กิจกรรมการเรียนรู้</b>					
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน					
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม					
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน					
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้					
<b>5. สื่อการเรียนการสอน</b>					
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน					
<b>6. การวัดและประเมินผล</b>					
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
6.2 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้					
6.3 ใช้เครื่องมือวัดผลและประเมินผลได้เหมาะสม					
6.4 มีการวัดผลตามสภาพจริง					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน  
(.....)

ผู้ทรงคุณวุฒิ

ตารางที่ 19 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra จำนวน 10 แผนการเรียนรู้ โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>1. สารสำคัญ</b>											
1.1 สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.96
1.2 ครอบคลุม จุดประสงค์และ เนื้อหาสาระที่ กำหนด	5.00	5.00	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.96
1.3 เหมาะสมกับ วัยของผู้เรียน	5.00	4.80	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	4.80	5.00	4.80	4.90
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>											
2.1 ระบุ ความสามารถของ นักเรียนที่ต้อง พัฒนาชัดเจน	4.80	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	4.90
2.2 สามารถ ประเมินผลได้	5.00	4.80	4.80	5.00	4.80	4.80	4.80	5.00	4.80	5.00	4.88
2.3 เหมาะสมกับ วัยของผู้เรียน	4.60	4.80	4.80	4.80	4.80	5.00	5.00	4.60	5.00	4.80	4.82
<b>3. สารการเรียนรู้</b>											
3.1 สอดคล้องกับ จุดประสงค์การ เรียนรู้	4.40	4.40	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.80	4.80	4.60	4.60
3.2 บอกขอบข่าย ของเนื้อหาที่จะจัด ให้นักเรียนในชั่วโมง นั้น	4.40	4.60	4.60	4.40	4.60	4.80	4.60	4.60	4.80	4.80	4.62

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3.3 มีความถูกต้อง	4.60	4.40	4.60	4.40	4.60	4.80	4.60	4.60	4.60	4.80	4.60
<b>4. กิจกรรมการเรียนรู้</b>											
4.1 ได้รับความสนใจ ของผู้เรียน	4.60	5.00	4.80	4.60	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	4.80	4.86
4.2 เรียงลำดับ กิจกรรมได้ เหมาะสม	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	4.80	4.92
4.3 สอดคล้องกับ จุดประสงค์การ เรียนรู้	5.00	4.80	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	4.92
4.4 สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้	4.80	4.60	4.60	4.80	4.80	4.80	4.60	4.80	4.80	4.80	4.74
4.5 เหมาะสมกับ เวลาที่กำหนดในแต่ละ แผน	4.80	5.00	4.60	4.60	4.60	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.86
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วม ในกิจกรรมการ เรียน	4.80	4.80	4.80	5.00	5.00	4.80	5.00	4.80	5.00	4.80	4.88
<b>5. สื่อการเรียนการสอน</b>											
5.1 สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้	4.60	4.80	4.40	4.80	4.40	4.80	4.80	4.60	4.60	4.60	4.64
5.2 สอดคล้องกับ จุดประสงค์การ เรียนรู้	5.00	5.00	4.80	5.00	4.80	4.80	4.80	5.00	4.80	4.80	4.88
5.3 เหมาะสมกับ ระดับชั้นของ นักเรียน	4.60	4.80	4.60	5.00	4.60	5.00	5.00	4.80	4.80	4.80	4.80
<b>6. การวัดและประเมินผล</b>											

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6.1 สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้	4.80	4.80	4.80	4.60	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.78
6.2 สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้และ จุดประสงค์การ เรียนรู้	4.80	4.80	4.60	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.90
6.3 ใช้เครื่องมือ วัดผลและ ประเมินผลได้ เหมาะสม	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.98
6.4 มีการวัดผล ตามสภาพจริง	4.60	5.00	4.60	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	5.00	4.80	4.86
รวม	4.77	4.83	4.76	4.81	4.81	4.86	4.88	4.87	4.88	4.82	4.83

ตารางที่ 20 สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ  
Geogebra ของผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน โดยแยกตามรายด้าน

รายการประเมิน	$\bar{X}$	S. D.	ระดับความเหมาะสม
1. สาระสำคัญ	4.94	0.09	เหมาะสมมากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	4.87	0.12	เหมาะสมมากที่สุด
3. สาระการเรียนรู้	4.61	0.13	เหมาะสมมากที่สุด
4. กิจกรรมการเรียนรู้	4.86	0.14	เหมาะสมมากที่สุด
5. สื่อการเรียนการสอน	4.77	0.17	เหมาะสมมากที่สุด
6. การวัดและประเมินผล	4.88	0.13	เหมาะสมมากที่สุด
รวม	4.82	0.13	เหมาะสมมากที่สุด

แบบประเมินความสอดคล้องความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

เรื่องจำนวนเชิงซ้อน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

**คำชี้แจง** ให้ท่านพิจารณาความสอดคล้อง ความถูกต้อง ความเหมาะสมของเครื่องมือ ว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ ระดับใด โดยทำเครื่องหมาย / ลงในช่องระดับความเหมาะสมที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านดังนี้

- 5 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด  
 4 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก  
 3 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง  
 2 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย  
 1 หมายถึง เห็นด้วยว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	5	4	3	2	1
<b>1. สารสำคัญ</b>					
1.1 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้					
1.2 ครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหาสาระที่กำหนด					
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>					
2.1 ระบุความสามารถของนักเรียนที่ต้องพัฒนาชัดเจน					
2.2 สามารถประเมินผลได้					
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
<b>3. สารการเรียนรู้</b>					
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
3.2 บอกขอบข่ายของเนื้อหาที่จะจัดให้นักเรียนในชั่วโมงนั้น					
3.3 มีความถูกต้อง					

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	5	4	3	2	1
<b>4. กิจกรรมการเรียนรู้</b>					
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน					
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม					
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน					
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้					
<b>5. สื่อการเรียนการสอน</b>					
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน					
<b>6. การวัดและประเมินผล</b>					
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
6.2 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้					
6.3 ใช้เครื่องมือวัดผลและประเมินผลได้เหมาะสม					
6.4 มีการวัดผลตามสภาพจริง					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(.....)

ผู้ทรงคุณวุฒิ

ตารางที่ 21 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 10  
แผนการเรียนรู้ โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

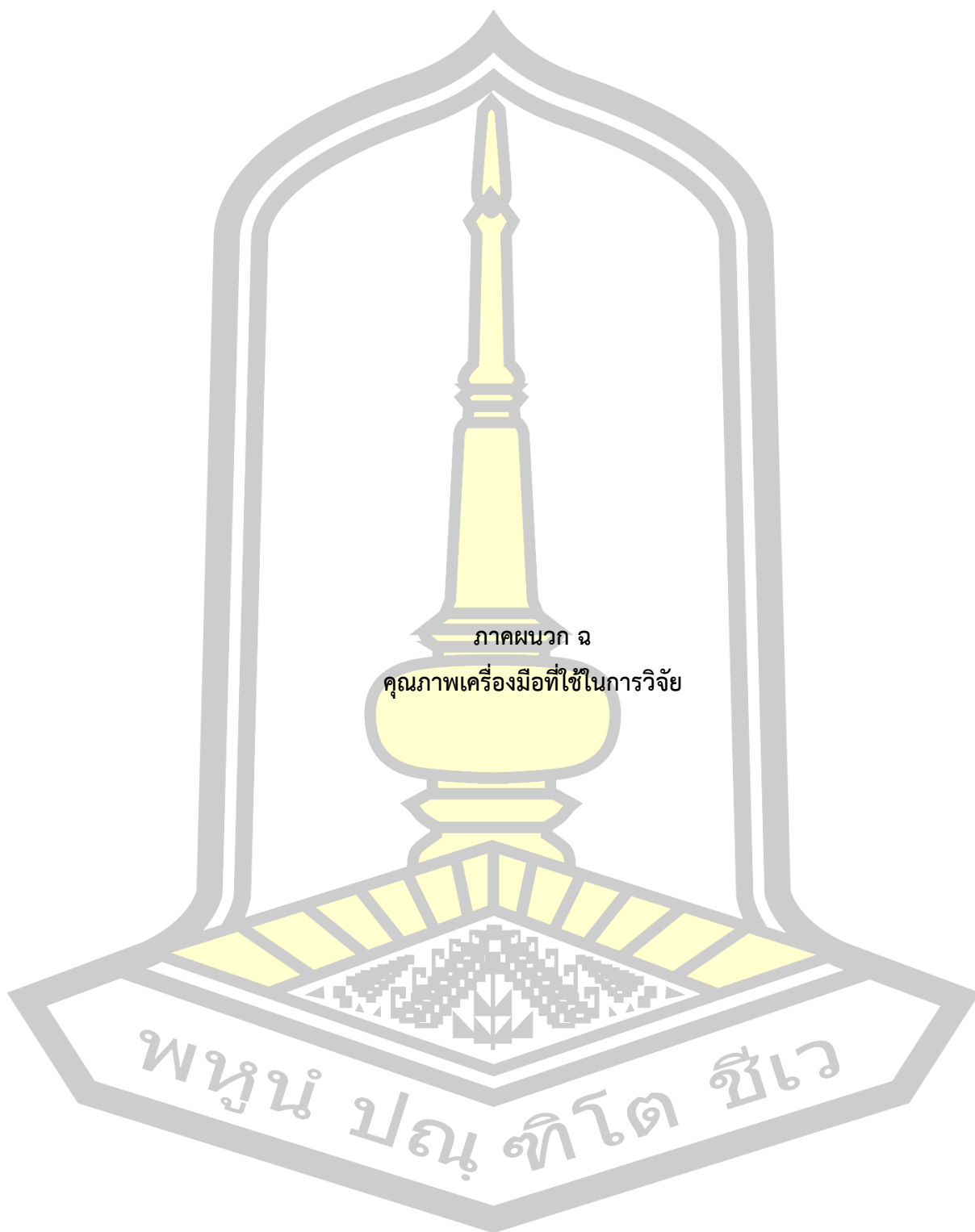
รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
<b>1. สารสำคัญ</b>												
1.1 สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.98
1.2 ครอบคลุม จุดประสงค์และ เนื้อหาสาระที่ กำหนด	5.00	5.00	4.80	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.96
1.3 เหมาะสมกับ วัยของผู้เรียน	5.00	4.80	4.80	4.80	4.60	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.60	4.86
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>												
2.1 ระบุ ความสามารถของ นักเรียนที่ต้อง พัฒนาชัดเจน	4.60	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	5.00	5.00	4.86
2.2 สามารถ ประเมินผลได้	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	4.80	5.00	5.00	5.00	4.92
2.3 เหมาะสมกับ วัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	4.80	5.00	5.00	4.60	4.90
<b>3. สารการเรียนรู้</b>												
3.1 สอดคล้องกับ จุดประสงค์การ เรียนรู้	4.60	4.40	4.60	4.40	4.40	4.80	4.60	4.80	4.60	4.80	4.80	4.60
3.2 บอกขอบข่าย ของเนื้อหาที่จะจัด ให้นักเรียนในชั่วโมง นั้น	4.40	4.60	4.60	4.60	4.60	4.80	4.60	4.80	4.80	4.80	4.60	4.94

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3.3 มีความถูกต้อง	4.80	4.80	4.60	4.60	4.80	4.80	4.60	4.60	4.80	4.60	4.70
<b>4. กิจกรรมการเรียนรู้</b>											
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.40	4.40	4.60	4.40	4.60	4.60	4.60	4.80	4.60	4.60	4.56
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.60	4.60	4.60	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.60	4.80	4.80
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	5.00	4.94
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.80	4.80	4.80	4.80	4.60	4.60	4.80	4.80	4.80	5.00	4.78
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน	4.80	4.80	4.60	4.80	4.60	4.80	5.00	5.00	4.80	4.80	4.80
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้	4.80	4.80	4.60	4.80	4.80	5.00	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
<b>5. สื่อการเรียนการสอน</b>											
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.80	4.40	5.00	4.80	4.60	4.80	4.80	4.80	4.80	4.60	4.74
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	4.60	4.80	5.00	4.60	5.00	5.00	5.00	5.00	4.80	4.88
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	5.00	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	4.80	4.80	4.80	4.90

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้										$\bar{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>6. การวัดและประเมินผล</b>											
6.1 สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้	4.60	4.80	4.60	4.80	4.80	4.60	4.60	4.80	4.80	4.60	4.70
6.2 สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้และ จุดประสงค์การ เรียนรู้	4.80	5.00	4.60	5.00	5.00	5.00	4.80	5.00	5.00	5.00	4.92
6.3 ใช้เครื่องมือ วัดผลและ ประเมินผลได้ เหมาะสม	5.00	4.80	5.00	4.80	4.80	5.00	5.00	4.80	4.80	5.00	4.90
6.4 มีการวัดผล ตามสภาพจริง	5.00	4.80	5.00	4.80	4.80	4.80	4.80	5.00	5.00	5.00	4.90
รวม	4.80	4.78	4.80	4.82	4.76	4.85	4.84	4.87	4.85	4.82	4.82

**ตารางที่ 22** สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ของผู้เชี่ยวชาญ  
5 ท่าน โดยแยกตามรายด้าน

รายการประเมิน	$\bar{X}$	S. D.	ระดับความเหมาะสม
1. สาระสำคัญ	4.93	0.12	เหมาะสมมากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	4.89	0.13	เหมาะสมมากที่สุด
3. สาระการเรียนรู้	4.65	0.14	เหมาะสมมากที่สุด
4. กิจกรรมการเรียนรู้	4.82	0.17	เหมาะสมมากที่สุด
5. สื่อการเรียนการสอน	4.84	0.16	เหมาะสมมากที่สุด
6. การวัดและประเมินผล	4.86	0.14	เหมาะสมมากที่สุด
รวม	4.83	0.14	เหมาะสมมากที่สุด



ภาคผนวก ฉ  
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

พหุ ประถมศึกษา ชีวะ

**ตารางที่ 23** แสดงผลการประเมินความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					รวม	IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

**ตารางที่ 24** แสดงผลการวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	แปลผล	สรุป
1	0.66	0.37	ใช้ได้	นำไปใช้
2	0.61	0.49	ใช้ได้	นำไปใช้
3	0.64	0.46	ใช้ได้	นำไปใช้
4	0.65	0.53	ใช้ได้	นำไปใช้
5	0.61	0.37	ใช้ได้	นำไปใช้
6	0.56	0.60	ใช้ได้	นำไปใช้
7	0.61	0.44	ใช้ได้	นำไปใช้
8	0.59	0.59	ใช้ได้	นำไปใช้
9	0.58	0.64	ใช้ได้	นำไปใช้
10	0.60	0.57	ใช้ได้	นำไปใช้

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	แปลผล	สรุป
11	0.59	0.49	ใช้ได้	นำไปใช้
12	0.65	0.53	ใช้ได้	นำไปใช้

ผลปรากฏว่า เลือกข้อสอบจำนวน 12 ข้อไปใช้จริง ซึ่งมีค่าความยาก ( $p$ ) อยู่ในช่วง 0.56 - 0.66 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) อยู่ในช่วง 0.37 - 0.64 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 0.94

**ตารางที่ 25** แสดงผลการประเมินความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					รวม	IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.60	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	0	0	3	0.60	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	0	0	3	0.60	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	+1	0	4	0.80	สอดคล้อง

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					รวม	IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
21	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.60	สอดคล้อง
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
26	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
27	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
28	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
29	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
30	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

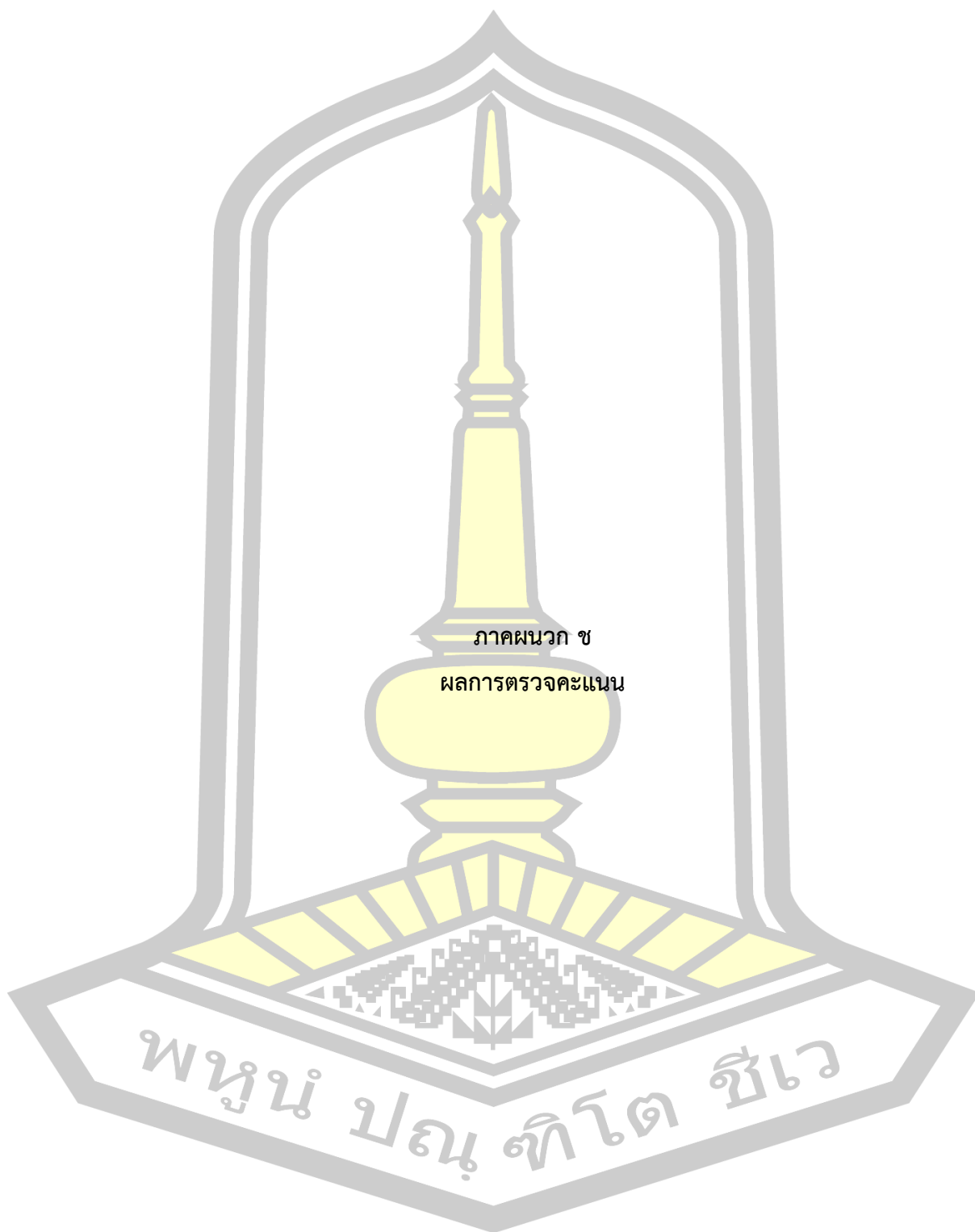
ตารางที่ 26 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	แปลผล	สรุป
1	0.30	0.20	ใช้ได้	นำไปใช้
2	0.70	0.40	ใช้ได้	นำไปใช้
3	0.30	-0.40	ใช้ไม่ได้	
4	0.55	0.70	ใช้ได้	นำไปใช้
5	0.35	-0.30	ใช้ไม่ได้	
6	0.50	0.20	ใช้ได้	นำไปใช้
7	0.55	0.30	ใช้ได้	นำไปใช้
8	0.25	0.10	ใช้ไม่ได้	
9	0.05	-0.10	ใช้ไม่ได้	
10	0.60	0.80	ใช้ได้	นำไปใช้
11	0.55	0.70	ใช้ได้	นำไปใช้
12	0.25	-0.10	ใช้ไม่ได้	
13	0.20	0.00	ใช้ไม่ได้	

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	แปลผล	สรุป
14	0.50	0.60	ใช้ได้	นำไปใช้
15	0.25	0.30	ใช้ได้	นำไปใช้
16	0.45	0.70	ใช้ได้	นำไปใช้
17	0.25	0.10	ใช้ไม่ได้	
18	0.50	0.80	ใช้ได้	นำไปใช้
19	0.60	0.40	ใช้ได้	นำไปใช้
20	0.20	0.20	ใช้ได้	นำไปใช้
21	0.40	0.60	ใช้ได้	นำไปใช้
22	0.60	0.60	ใช้ได้	นำไปใช้
23	0.15	0.30	ใช้ไม่ได้	
24	0.70	0.40	ใช้ได้	นำไปใช้
25	0.65	0.30	ใช้ได้	นำไปใช้
26	0.25	-0.10	ใช้ไม่ได้	
27	0.60	0.20	ใช้ได้	นำไปใช้
28	0.70	0.60	ใช้ได้	นำไปใช้
29	0.30	0.00	ใช้ไม่ได้	
30	0.60	0.80	ใช้ได้	นำไปใช้

ผลปรากฏว่า ข้อสอบจำนวน 30 ข้อ ที่คัดเลือกข้อสอบจำนวน 20 ข้อ มีค่าความยาก ( $p$ ) อยู่ในช่วง 0.20 - 0.70 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) อยู่ในช่วง 0.20 - 0.80 และค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับ 0.76





ภาคผนวก ข  
ผลการตรวจคะแนน

พหุบัณฑิตวิทยาลัย

ผลคะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตารางที่ 27 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

คนที่	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ก่อนเรียน (42)	หลังเรียน (42)	ก่อนเรียน (20)	หลังเรียน (20)
1	5.00	37.00	8.00	15.00
2	18.00	35.00	3.00	14.00
3	12.00	39.00	9.00	16.00
4	17.00	38.00	8.00	14.00
5	23.00	35.00	8.00	14.00
6	24.00	42.00	10.00	18.00
7	3.00	13.00	8.50	13.00
8	12.00	39.00	6.00	15.00
9	18.00	36.00	10.50	17.00
10	18.00	41.00	7.00	17.00
11	13.00	42.00	8.00	18.00
12	10.00	34.00	4.00	12.00
13	12.00	23.00	3.00	12.00
14	17.00	42.00	7.00	17.00
15	10.00	36.00	8.00	14.00
16	22.00	36.00	9.50	16.00
17	10.00	20.00	5.50	12.00
18	15.00	27.00	6.00	12.00
19	11.00	25.00	6.00	13.00
20	11.00	35.00	13.00	17.00
21	11.00	27.00	13.00	13.00
22	11.00	42.00	11.00	18.00
23	11.00	20.00	7.00	13.00

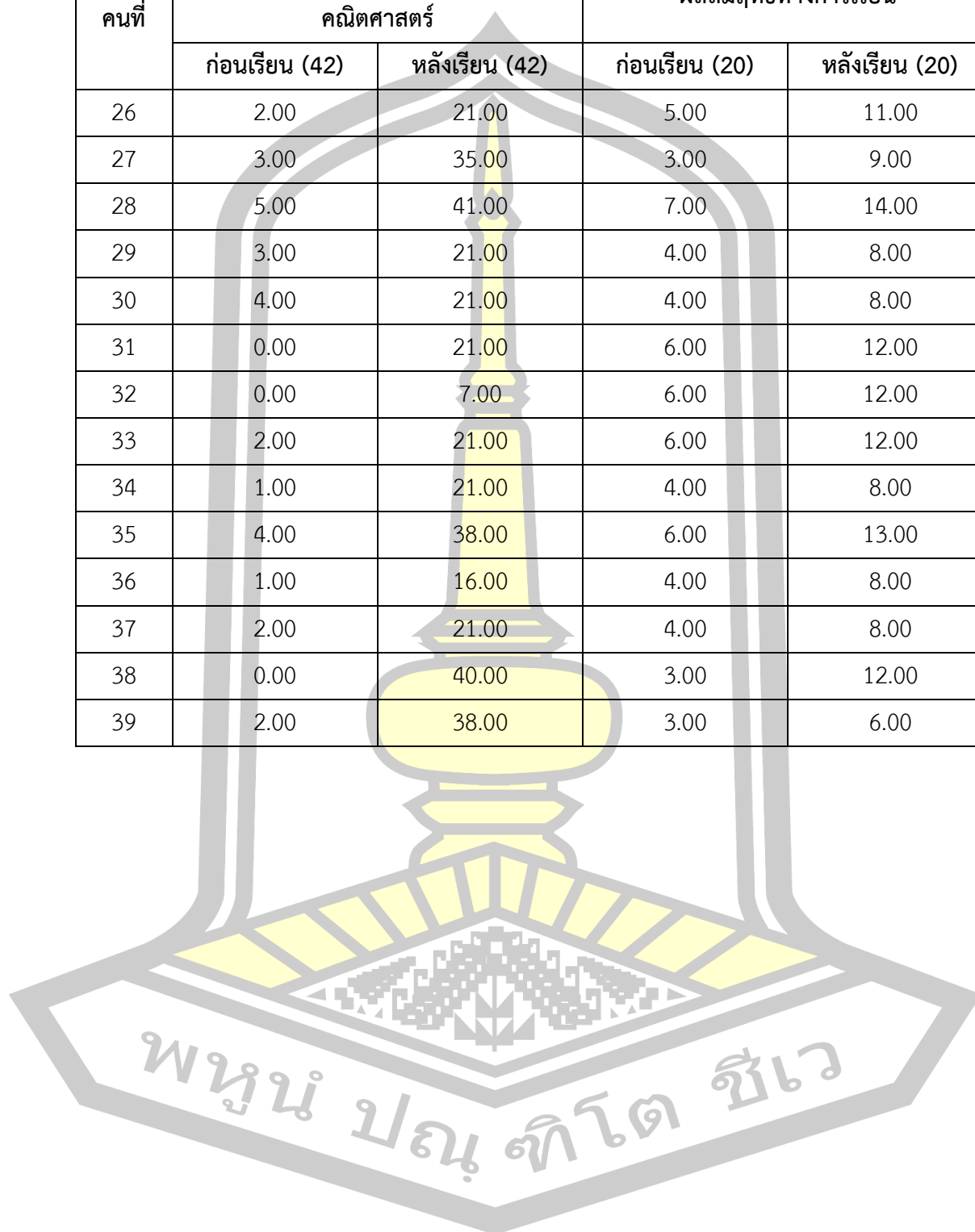
คนที่	ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์		ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ก่อนเรียน (42)	หลังเรียน (42)	ก่อนเรียน (20)	หลังเรียน (20)
24	10.00	29.00	7.00	13.00
25	10.00	36.00	3.00	12.00
26	10.00	42.00	7.00	18.00
27	19.00	24.00	10.00	14.00
28	18.00	41.00	11.00	17.00
29	9.00	36.00	7.00	12.00
30	15.00	40.00	7.00	15.00
31	18.00	37.00	10.00	15.00
32	10.00	41.00	10.00	16.00
33	11.00	42.00	11.00	17.00
34	11.00	34.00	12.00	18.00
35	11.00	23.00	11.00	14.00
36	11.00	24.00	6.00	12.00
37	11.00	23.00	8.00	12.00
38	10.00	25.00	11.00	13.00
39	12.00	40.00	9.00	16.00
40	22.00	40.00	13.00	17.00

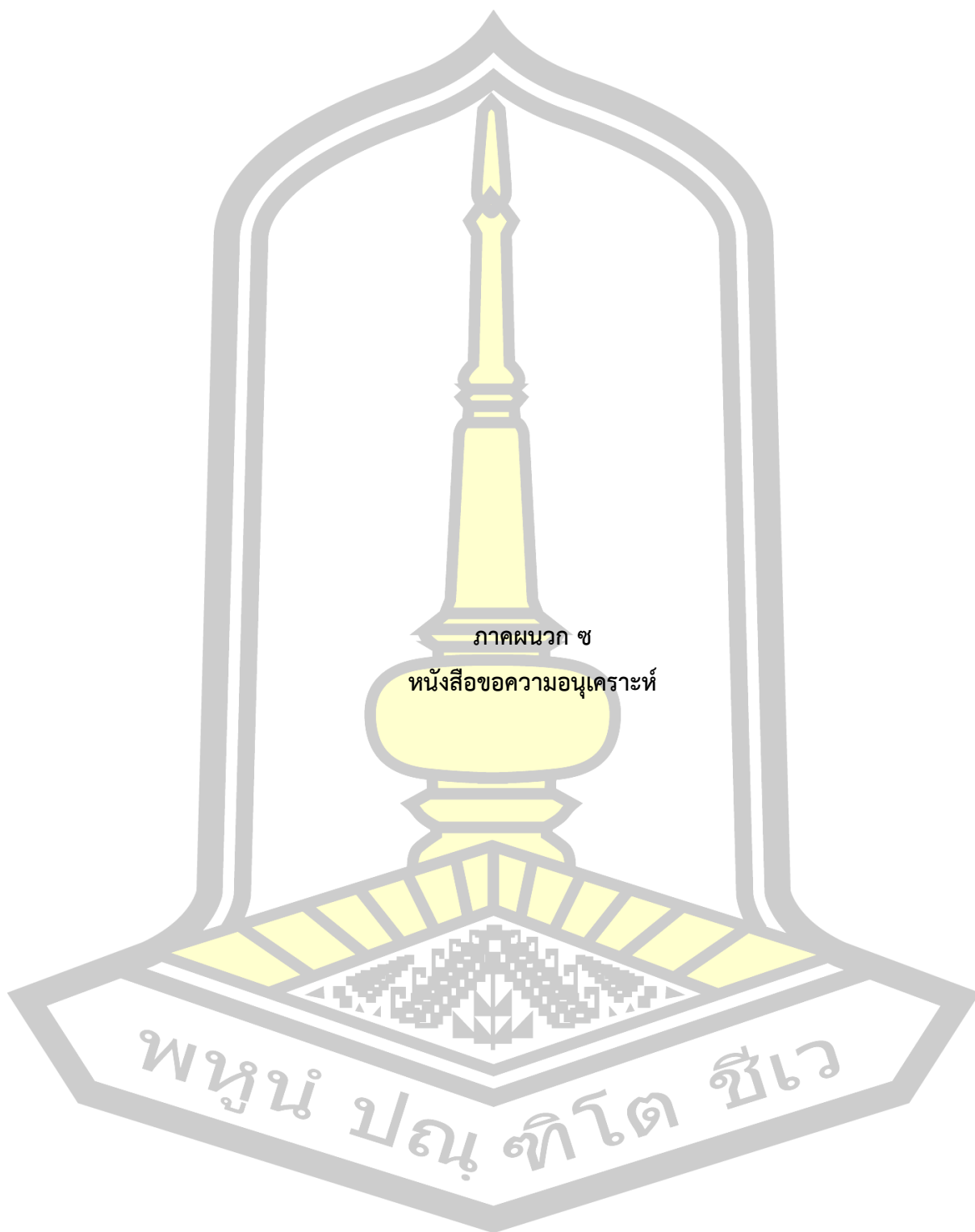


ตารางที่ 28 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

คนที่	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ก่อนเรียน (42)	หลังเรียน (42)	ก่อนเรียน (20)	หลังเรียน (20)
1	5.00	40.00	4.00	10.00
2	7.00	29.00	4.00	7.00
3	5.00	9.00	9.00	14.00
4	10.00	39.00	6.00	13.00
5	6.00	21.00	5.00	10.00
6	8.00	40.00	5.00	14.00
7	3.00	40.00	3.00	11.00
8	0.00	39.00	3.00	10.00
9	0.00	21.00	5.00	11.00
10	3.00	9.00	5.00	11.00
11	5.00	38.00	4.00	10.00
12	0.00	9.00	5.00	11.00
13	0.00	9.00	5.00	11.00
14	0.00	9.00	8.00	10.00
15	9.00	39.00	7.00	13.00
16	0.00	9.00	6.00	10.00
17	6.00	40.00	6.00	13.00
18	3.00	26.00	5.00	11.00
19	1.00	15.00	3.00	7.00
20	5.00	42.00	5.00	14.00
21	6.00	21.00	4.00	8.00
22	4.00	40.00	7.00	14.00
23	3.00	39.00	4.00	13.00
24	1.00	22.00	2.00	6.00
25	2.00	21.00	3.00	7.00

คนที่	ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์		ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ก่อนเรียน (42)	หลังเรียน (42)	ก่อนเรียน (20)	หลังเรียน (20)
26	2.00	21.00	5.00	11.00
27	3.00	35.00	3.00	9.00
28	5.00	41.00	7.00	14.00
29	3.00	21.00	4.00	8.00
30	4.00	21.00	4.00	8.00
31	0.00	21.00	6.00	12.00
32	0.00	7.00	6.00	12.00
33	2.00	21.00	6.00	12.00
34	1.00	21.00	4.00	8.00
35	4.00	38.00	6.00	13.00
36	1.00	16.00	4.00	8.00
37	2.00	21.00	4.00	8.00
38	0.00	40.00	3.00	12.00
39	2.00	38.00	3.00	6.00





ภาคผนวก ซ  
หนังสือขอความอนุเคราะห์

พหุมนั ปณ ทิโต ชีเว



ที่ อว 0605.5(2)/ว.3221

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

18 พฤศจิกายน 2567

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชูติมันต์

ด้วย นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิจัย เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสุ่ออน)  
รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน  
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขาธิการคณะศึกษาศาสตร์  
โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216  
โทรสาร 0-4371-9852

บ ๒ บณุ ๓๖๓



ที่ อว 0605.5(2)/ว.3221

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

18 พฤศจิกายน 2567

เรื่อง ขออนุญาตเคราะห้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์

ด้วย นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิจัย เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขออนุญาตเคราะห้จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิตดจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห้จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสืออ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขาธิการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

โทรสาร 0-4371-9852



ที่ อว 0605.5(2)/ว.3221

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

18 พฤศจิกายน 2567

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.รณยุทธ นิลโคตร

ด้วย นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิจัย เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กูสีอ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขาธิการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

โทรสาร 0-4371-9852



ที่ อว 0605.5(2)/ว.3221

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

18 พฤศจิกายน 2567

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คุณสิริพร ภูหัวดอน

ด้วย นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิจัย เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสืออ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขาธิการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

โทรสาร 0-4371-9852



ที่ อว 0605.5(2)/ว.3221

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

18 พฤศจิกายน 2567

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คุณทรงรัตน์ ภารสถิตย์

ด้วย นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิจัย เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยร่วมกับ Geogebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสืออ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขาธิการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

โทรสาร 0-4371-9852

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นางสาวภัทรพร บุญยิ่ง
วันเกิด	3 มกราคม 2543
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดยโสธร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 276 หมู่ 13 ตำบลห้องแซง อำเภอเลิงนกทา จังหวัดยโสธร 35120
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2560 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนเบ็ญจะมะมหาราช อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี พ.ศ. 2565 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น (เกียรตินิยมอันดับ 2) พ.ศ. 2567 กำลังศึกษาระดับปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขา การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
ทุนวิจัย	ทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์ (สควค.)

พูนัน ปณุกิตโต ชีวะ