

การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม

GeoGebra

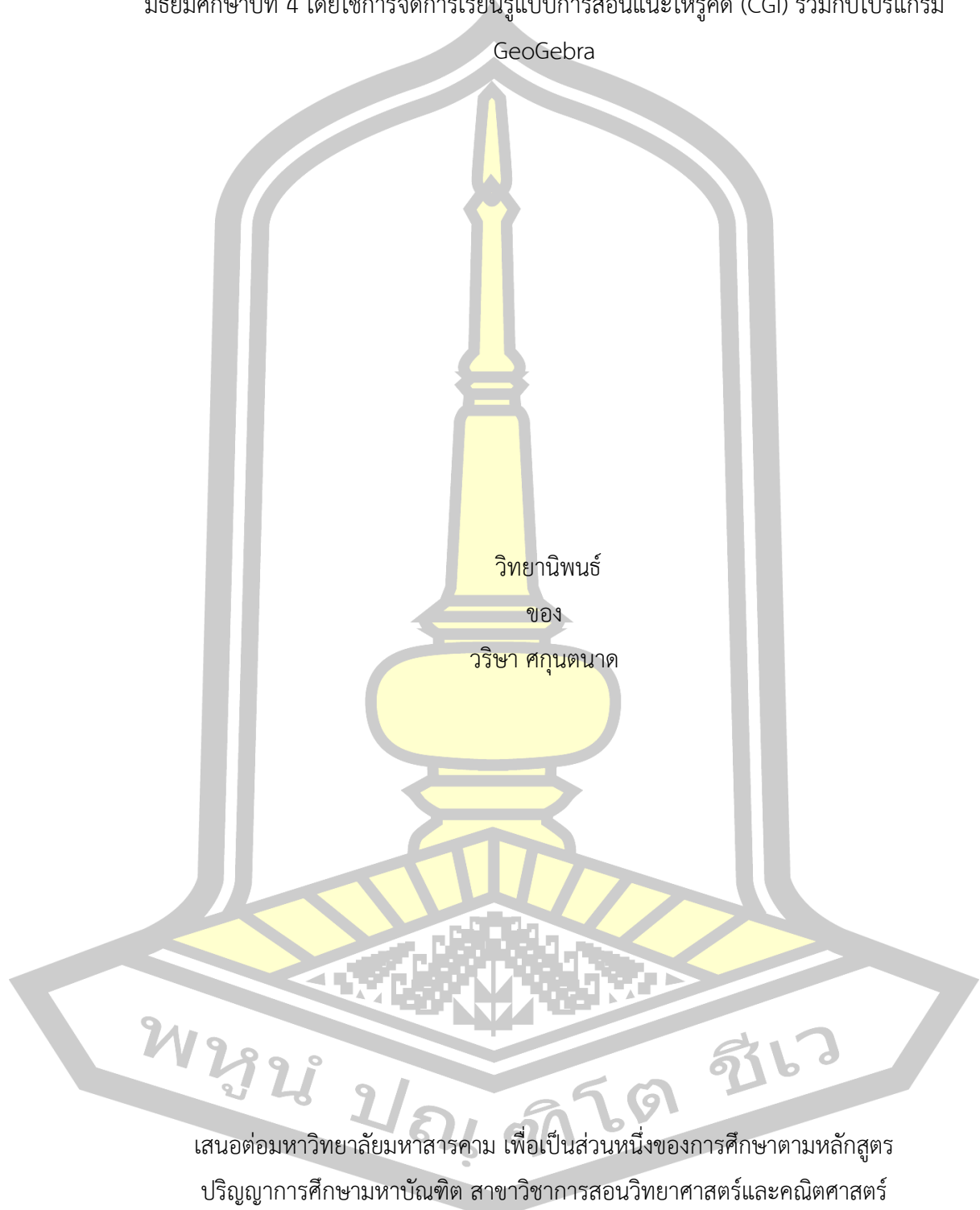
วิทยานิพนธ์
ของ
วริษา ศกุนตนาด

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
สิงหาคม 2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม

GeoGebra



เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

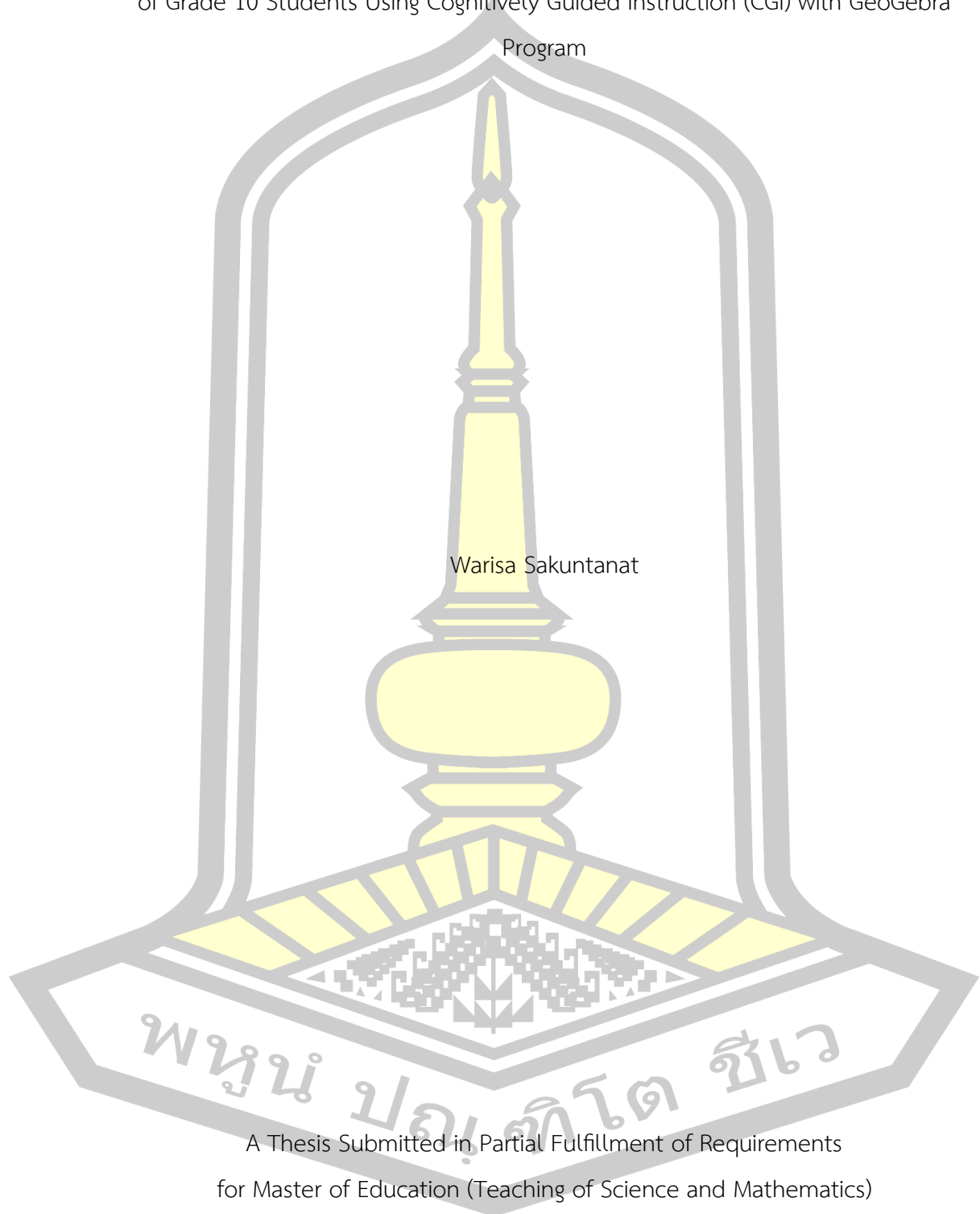
สิงหาคม 2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

The Development of Mathematical Communication Ability and Learning Achievement
of Grade 10 Students Using Cognitively Guided Instruction (CGI) with GeoGebra

Program

Warisa Sakuntanat



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements
for Master of Education (Teaching of Science and Mathematics)

August 2025

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนางสาววิษา ศกุนตนาด
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รศ. ดร. ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. มนตรี ทองมูล)

.....กรรมการ

(รศ. ดร. มนตรี วงษ์สะพาน)

.....กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

(รศ. ดร. ปิยะธิดา ปัญญา)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย
มหาสารคาม

.....
(รศ. ดร. ขวลิต ชูกำแหง)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

.....
(ผศ. ดร. พลเดช เชาวรัตน์)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อเรื่อง	การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra		
ผู้วิจัย	วริษา ศกุนตนาค		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนต์รี ทองมูล		
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต	สาขาวิชา	การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	ปีที่พิมพ์	2568

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยเป็นนักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra (2) แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (4) แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และ (5) แบบสัมภาษณ์นักเรียน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสรุปในรูปแบบของการเขียนบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า (1) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 61.68, 68.84 และ 79.04 ตามลำดับ ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มในวงจรปฏิบัติการที่ 3 โดยแต่ละวงจรปฏิบัติการมีการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ วงจรปฏิบัติการที่ 1 ใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) วงจรปฏิบัติการที่ 2 เพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อส่งเสริมความเข้าใจผ่านการแสดงภาพและตรวจสอบคำตอบ และวงจรปฏิบัติการที่ 3 ใช้การจัดการเรียนรู้เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 และมีการปรับในขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่ม

ย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการส่งผลให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง และ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการดังกล่าว พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.67 ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถพัฒนาทั้งความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำสำคัญ : ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, การสอนแนะให้รู้คิด, โปรแกรม GeoGebra



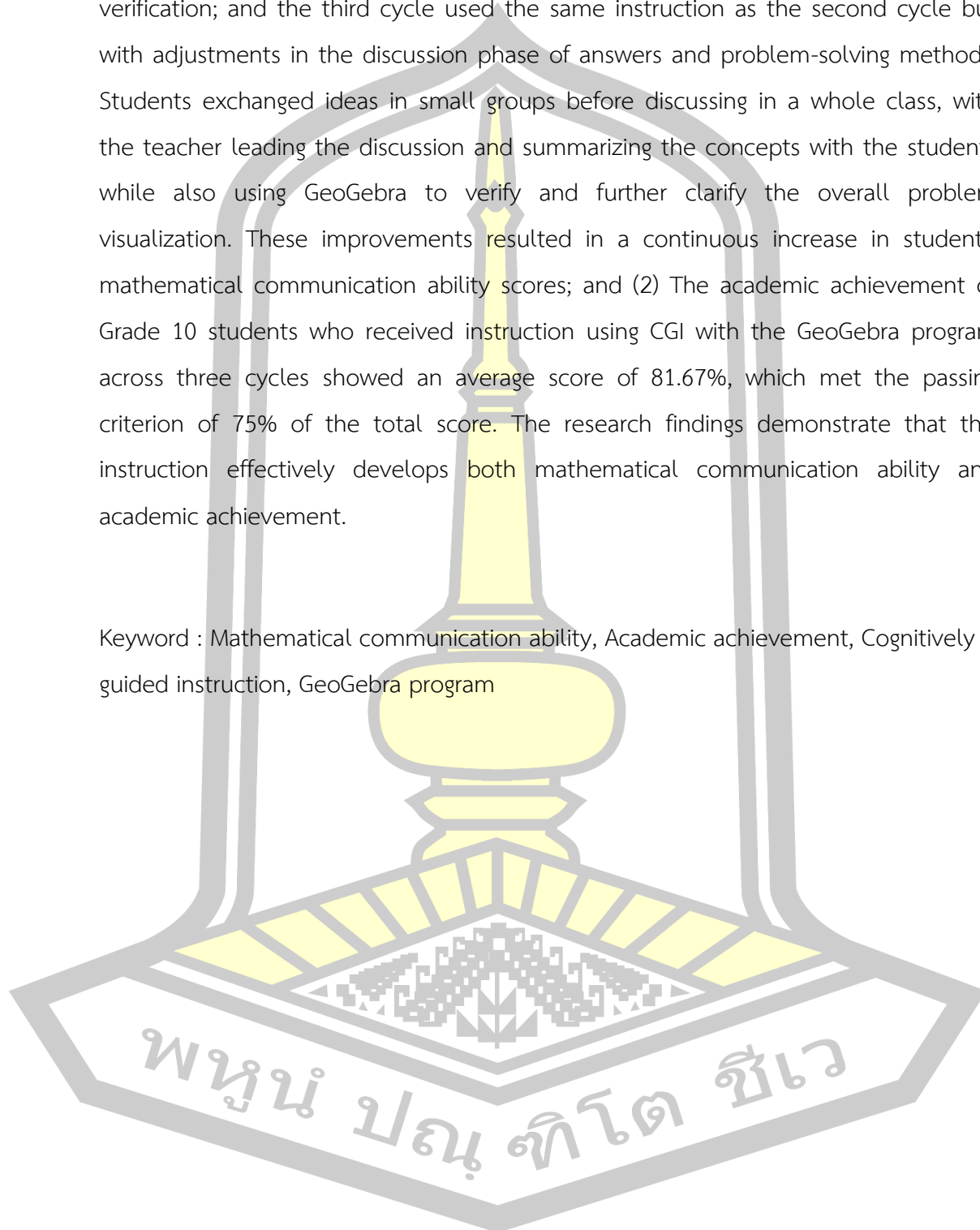
TITLE	The Development of Mathematical Communication Ability and Learning Achievement of Grade 10 Students Using Cognitively Guided Instruction (CGI) with GeoGebra Program		
AUTHOR	Warisa Sakuntanat		
ADVISORS	Assistant Professor Montri Thongmoon , Ph.D.		
DEGREE	Master of Education	MAJOR	Teaching of Science and Mathematics
UNIVERSITY	Maharakham University	YEAR	2025

ABSTRACT

This classroom action research aimed to develop the mathematical communication abilities and academic achievement of Grade 10 students on the topic of exponential functions using Cognitively Guided Instruction (CGI) with the GeoGebra program. A passing criterion of 75% of the total score was established. The target group consisted of 36 Grade 10 students from Sarakhampittayakhom School, Mueang District, Maha Sarakham Province, during the second semester of the 2024 academic year. They were selected through purposive sampling due to identified difficulties with mathematical communication abilities and academic achievement. The research instruments included (1) lesson plans based on CGI with the GeoGebra program; (2) a mathematical communication ability test; (3) an academic achievement test; (4) an observation form for mathematical communication behaviors; and (5) a student interview form. Data analysis employed mean, percentage, and standard deviation and was summarized in a descriptive written format. The research findings were as follows: (1) The mathematical communication ability of Grade 10 students who received instruction using CGI with the GeoGebra program across three action cycles showed average scores of 61.68%, 68.84%, and 79.04%, respectively. In the third cycle, students met the passing criterion of 75% of the total score. In each action cycle, the instruction was improved as follows: the first cycle, CGI was implemented; the second cycle incorporated the GeoGebra

program alongside CGI to enhance understanding through visualization and answer verification; and the third cycle used the same instruction as the second cycle but with adjustments in the discussion phase of answers and problem-solving methods. Students exchanged ideas in small groups before discussing in a whole class, with the teacher leading the discussion and summarizing the concepts with the students while also using GeoGebra to verify and further clarify the overall problem visualization. These improvements resulted in a continuous increase in students' mathematical communication ability scores; and (2) The academic achievement of Grade 10 students who received instruction using CGI with the GeoGebra program across three cycles showed an average score of 81.67%, which met the passing criterion of 75% of the total score. The research findings demonstrate that this instruction effectively develops both mathematical communication ability and academic achievement.

Keyword : Mathematical communication ability, Academic achievement, Cognitively guided instruction, GeoGebra program



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความรู้และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน ประธานกรรมการสอบ รองศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงษ์สะพาน และรองศาสตราจารย์ ดร.ปิยะธิดา ปัญญา กรรมการสอบ ที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์แก่ผู้วิจัย ซึ่งช่วยเสริมสร้างให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณทุกท่านเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชุตินันต์ ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์ ดร.รณยุทธ นิลโคตร คุณครูยุพิน พลเรือง และคุณครูพิมพ์สุภา วุ่นเหลี่ยม ที่ให้ความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบและปรับปรุงเครื่องมือในการวิจัย ตลอดจนให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม คณะครูหมวดคณิตศาสตร์ และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการใช้สถานที่เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล และให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในด้านต่าง ๆ ทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณมารดา ครอบครัว เพื่อน ๆ และผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับทุกท่านที่คอยเป็นกำลังใจ ให้คำปรึกษา และให้การสนับสนุนในทุกด้านอย่างต่อเนื่อง ซึ่งเป็นแรงผลักดันสำคัญที่ทำให้ผู้วิจัยสามารถดำเนินงานวิจัยจนสำเร็จได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์จากการทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณพระคุณบิดามารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและถ่ายทอดความรู้อันมีค่าให้แก่ผู้วิจัย จนสามารถจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์

พูน ปณ จิต ชีวะ

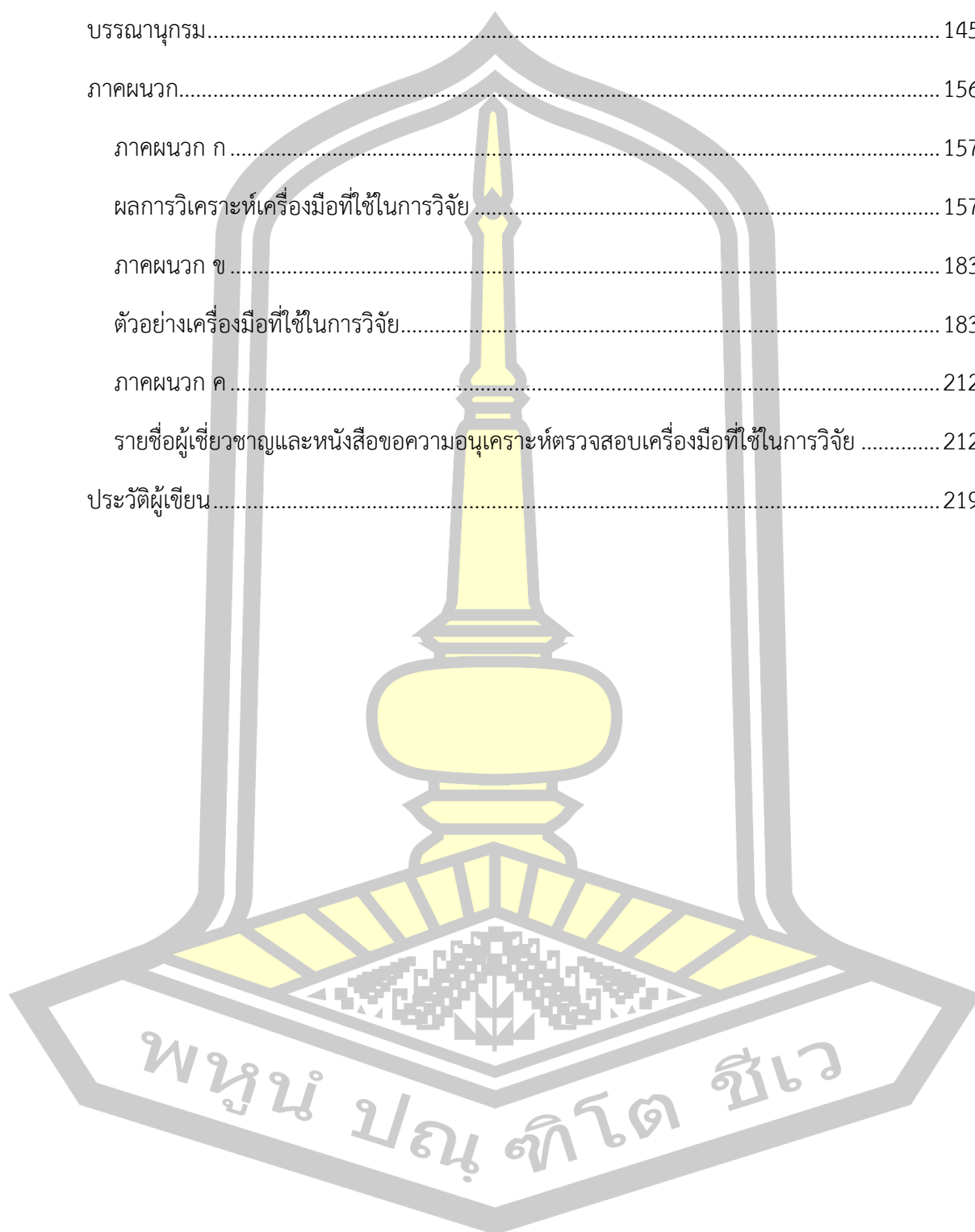
วิชา ศกุนตนาต

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ.....	ช
สารบัญ.....	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูปภาพ.....	ณ
บทที่ 1	1
บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
บทที่ 2	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	11
1. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	11
2. การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน	13
3. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)	20
4. โปรแกรม GeoGebra	27
5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	29

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	45
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	55
8. กรอบแนวคิดการวิจัย.....	63
บทที่ 3.....	64
วิธีดำเนินการวิจัย.....	64
1. ขอบเขตของการวิจัย.....	64
2. แบบแผนการวิจัย.....	68
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	68
4. การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	69
5. กรอบการดำเนินการวิจัย.....	89
6. การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	90
7. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	95
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	95
บทที่ 4.....	99
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	99
1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	99
2. ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	99
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	99
บทที่ 5.....	133
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	133
1. ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	133
2. สรุปผล.....	133
3. อภิปรายผล.....	134
4. ข้อเสนอแนะ.....	142

บรรณานุกรม.....	144
บรรณานุกรม.....	145
ภาคผนวก.....	156
ภาคผนวก ก.....	157
ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	157
ภาคผนวก ข.....	183
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	183
ภาคผนวก ค.....	212
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญและหนังสือขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	212
ประวัติผู้เขียน.....	219



สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และผลการเรียนรู้ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2.....	11
ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic) ของไค จาแคบค์ชิน และเลน	36
ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และ การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร	37
ตารางที่ 4 เกณฑ์การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการสื่อสาร ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	37
ตารางที่ 5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม้นสงวน	38
ตารางที่ 6 แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด	38
ตารางที่ 7 เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด	39
ตารางที่ 8 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของพรณทิภา ทองนวล	40
ตารางที่ 9 เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของสรณัฐ ใจนันท์	41
ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน	42
ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด (2551).....	43
ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบ ภาพรวมปรับปรุงจากเกณฑ์ของจรรยา สุนทรหาญ (2561).....	65
ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการ เขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10	66
ตารางที่ 14 การกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล.....	70
ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน	77

ตารางที่ 16 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ชอบเอียด (2551).....	78
ตารางที่ 17 การกำหนดจำนวนแบบทดสอบสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	82
ตารางที่ 18 ประเด็นคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เกี่ยวกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้.....	86
ตารางที่ 19 ประเด็นคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนการสอน	87
ตารางที่ 20 แผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ.....	90
ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 วงจร ปฏิบัติการ	100
ตารางที่ 22 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1	104
ตารางที่ 23 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 1	107
ตารางที่ 24 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2	112
ตารางที่ 25 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 2	115
ตารางที่ 26 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3	121
ตารางที่ 27 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 3	124
ตารางที่ 28 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์ โพเนนเชียล	130
ตารางที่ 29 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	158
ตารางที่ 30 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	160

ตารางที่ 31 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	162
ตารางที่ 32 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1	164
ตารางที่ 33 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1	165
ตารางที่ 34 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2	166
ตารางที่ 35 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2	167
ตารางที่ 36 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3	168
ตารางที่ 37 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3	169
ตารางที่ 38 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	170
ตารางที่ 39 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ด้านการเขียน	172
ตารางที่ 40 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ด้านการพูด.....	173
ตารางที่ 41 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน.....	174

ตารางที่ 42 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1	175
ตารางที่ 43 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1	176
ตารางที่ 44 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2	177
ตารางที่ 45 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2	178
ตารางที่ 46 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3	179
ตารางที่ 47 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3	180
ตารางที่ 48 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	181



สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย	63
ภาพที่ 2 กรอบการดำเนินการวิจัย	89
ภาพประกอบที่ 3 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1	106
ภาพประกอบที่ 4 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1	106
ภาพประกอบที่ 5 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2	114
ภาพประกอบที่ 6 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2	115
ภาพประกอบที่ 7 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3	123
ภาพประกอบที่ 8 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3	123



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในศตวรรษที่ 21 คณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดและจิตใจของมนุษย์ เนื่องจากช่วยพัฒนาทักษะด้านการคิดอย่างมีระบบ ตรรกะ ความคิดสร้างสรรค์ และการวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรอบคอบ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา รวมถึงการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ คณิตศาสตร์ถือว่าเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งส่งผลต่อการยกระดับคุณภาพชีวิตและการอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างสันติ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

การเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงไม่ได้จำกัดเพียงแค่การท่องจำสูตรหรือแก้โจทย์ปัญหาเท่านั้น แต่ยังต้องอาศัยทักษะและความสามารถที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างเกิดประโยชน์สูงสุด ซึ่งแนวทางที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) กล่าวถึงความสามารถที่จำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย (1) การแก้ปัญหา (Problem Solving) (2) การให้เหตุผลและพิสูจน์ (Reasoning and Proof) (3) การสื่อสาร (Communication) (4) การเชื่อมโยง (Connections) และ (5) การนำเสนอ (Representation) แนวทางดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางในประเทศไทย โดยกระทรวงศึกษาธิการ (2560) กล่าวถึงความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้และการใช้ชีวิตประจำวันอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ประกอบด้วย 5 ความสามารถ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ จากที่กล่าวมาข้างต้น การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในความสามารถที่สำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และจำเป็นต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอข้อมูลได้อย่างถูกต้องและชัดเจน การสื่อสารนี้สามารถทำได้หลายวิธี เช่น การเขียน การพูด และการใช้เครื่องมือต่าง ๆ เช่น สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เพื่อมาช่วยในการถ่ายทอด

ความหมาย นอกจากนี้ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย หรือการเขียน เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นถ่ายทอด และประสบการณ์กับผู้อื่น รวมถึงการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย มีความเข้าใจที่ลึกซึ้งและกว้างขวาง และสามารถจดจำความรู้นั้นได้ยาวนาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560)

จากการสำรวจความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย รวมถึงนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบภาพรวมปรับปรุงจากงานวิจัยของจริยา สุนทรหาญ (2561) แบบวัดฉบับนี้ผ่านการตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา (Content Validity) จากผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ของแบบวัด (Index of Item-Objective Congruence: IOC) ผลการประเมินพบว่า ค่า IOC ของข้อคำถามแต่ละข้ออยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ยอมรับได้ (มากกว่า 0.50) แสดงว่าแบบวัดมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และสามารถนำไปใช้ในการรวบรวมข้อมูลได้อย่างเหมาะสม ผลการสำรวจพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากับ 6 คะแนน จากคะแนนเต็ม 16 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 37.50 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ที่ร้อยละ 75 เกณฑ์นี้เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2565 และ 2566 ที่มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 73 และ 74 ตามลำดับ (โรงเรียนสารคามพิทยาคม, 2565-2566) การใช้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์สะท้อนให้เห็นถึงความเข้าใจและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นรากฐานสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หากนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แสดงว่ายังขาดทักษะพื้นฐาน ส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ต่ำตามไปด้วย อีกทั้งมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.80 แสดงให้เห็นว่าคะแนนมีการกระจายตัวค่อนข้างกว้าง สะท้อนถึงความแตกต่างของความสามารถระหว่างนักเรียน

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูพี่เลี้ยงที่เคยสอนนักเรียนในระดับชั้นเดียวกันเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ในด้านการเขียน นักเรียนสามารถคำนวณได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายวิธีการคำนวณได้อย่างชัดเจน และไม่สามารถนำหลักคณิตศาสตร์

มาใช้ในการอธิบายได้อย่างครบถ้วน ขณะที่ในด้านการพูด นักเรียนบางคนสามารถนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างคล่องแคล่วและตอบคำถามที่เกี่ยวข้องได้อย่างเหมาะสมและมีความมั่นใจ แต่ยังมีนักเรียนบางคนยังไม่กล้าแสดงความคิดหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน แม้จะสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ก็ตาม อีกทั้งยังมีนักเรียนบางส่วนที่ลังเลและไม่มั่นใจในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร จากข้อมูลข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการเขียนและการพูดมีความเชื่อมโยงกัน กล่าวคือ หากนักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงความเข้าใจผ่านการเขียนได้ ก็อาจส่งผลต่อความสามารถในการสื่อสารด้วยการพูดเช่นกัน ซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการพูดและด้านการเขียนอย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ ยังเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนที่สะท้อนให้เห็นถึงความสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการเขียนและการพูด ซึ่งจะกระตุ้นให้นักเรียนตระหนักและให้ความสำคัญกับการพัฒนาการอธิบาย การใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และการนำหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการสื่อสาร ซึ่งเป็นความสามารถที่จำเป็นอย่างยิ่งไม่เพียงแต่ในวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังมีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้สาขาวิชาอื่น ๆ รวมถึงการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันอีกด้วย

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น สะท้อนให้เห็นถึงความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่เพียงช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แต่ยังส่งเสริมการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นและนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนรู้ในระยะยาว ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive guided instruction: CGI) ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอนและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเกี่ยวกับองค์ความรู้และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา โดยมีพื้นฐานจากแนวคิดที่ว่าความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถนำมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ การเรียนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพต้องอาศัยการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al., 1989, 499 – 531; Fennema et al., 1993, 555 – 583) และควรยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ให้ผู้เรียนมีบทบาทในการคิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุน อำนวยความสะดวก และตั้งคำถามกระตุ้น เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ต่อเนื่องผ่านกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนทำงานร่วมกัน

แสดงความคิด และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซึ่งจะช่วยให้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกระบวนการเรียนรู้ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2552, 2) สำหรับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ชี้นำเสนอปัญหา ปัญหาที่เลือกควรมีความน่าสนใจ หลากหลาย และสัมพันธ์กับบริบทในชีวิตประจำวันของนักเรียน เพื่อส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงกับโลกแห่งความจริง (2) ชี้นำวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา ครูมีบทบาทในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหา โดยให้เวลาและแนะนำจนมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ (3) ชี้นำรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลเกี่ยวกับวิธีการและเหตุผลในการแก้ปัญหาเพื่อนำเสนอต่อเรียน พร้อมทั้งตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง และ (4) ชี้นำอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่นักเรียนใช้ โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายผ่านการตั้งคำถาม (Carpenter et al., 1999, 60–85, อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ อุษยาอาจ, 2552, 5) จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า การสอนแนะให้รู้คิดไม่เพียงช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แต่ยังส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิด อธิบายวิธีการ และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซึ่งเป็นกระบวนการที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้และพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ การเน้นให้นักเรียนได้นำเสนอและอภิปรายแนวทางการแก้ปัญหาในแนวทาง CGI ยังช่วยส่งเสริมการสื่อสารที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้งในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Jitrungsri et al., 2024)

โรงเรียนสารคามพิทยาคม เป็นโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 26 เปิดสอนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมุ่งเน้นพัฒนาคุณภาพผู้เรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายตามศักยภาพและออกแบบให้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัดของหลักสูตร อีกทั้งยังส่งเสริมกระบวนการพัฒนาทักษะชีวิตของผู้เรียน เพื่อเตรียมความพร้อมในการดำรงชีวิตอย่างมีความสุขในสังคม โดยจากรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2565 และ 2566 พบว่านักเรียนมีค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 73 และร้อยละ 74 ตามลำดับ ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย (โรงเรียนสารคามพิทยาคม, 2565-2566) โดยผู้วิจัยได้รับมอบหมายเป็นผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเมื่อวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ พบว่า เนื้อหาที่ยังคงเป็นเรื่องที่ทำนายสำหรับนักเรียนหลายคน คือ เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เนื่องจากนักเรียนมักจะเน้นการจำ

สูตรมากกว่าการเข้าใจที่มาที่ไป ทำให้ไม่สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ (ศิรินทร์ แซ่ลือ และคณะ, 2563) นอกจากนี้ การขาดพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับเลขชี้กำลังและนิยามของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ยังส่งผลกระทบต่อการเรียนรู้เนื้อหาในระดับที่สูงขึ้นอีกด้วย (Denbel, 2019) นักเรียนหลายคนยังประสบปัญหาในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงถึงการขาดทักษะการคิดวิเคราะห์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นำไปสู่การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผิดพลาดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ต่ำ (กัญญภัตต์ เอกภักษ์ชัยวงศ์, 2564) โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อต้องประยุกต์ใช้ในโจทย์สถานการณ์จริง เช่น ดอกเบี้ยทบต้นหรือการเติบโตของประชากร นักเรียนมักตั้งสมการตามโจทย์ไม่ถูกต้อง เนื่องจากไม่เข้าใจการเชื่อมโยงตัวแปรกับชีวิตจริง นอกจากนี้ ยังพบข้อผิดพลาดในการคำนวณสมการเอกซ์โพเนนเชียล เช่น ไม่แปลงรูปเลขชี้กำลังให้อยู่ในรูปเดียวกันก่อนแก้สมการ ส่งผลให้คำตอบไม่ถูกต้อง และมักสับสนระหว่างคุณสมบัติของเลขชี้กำลังกับฐาน ทำให้ไม่เข้าใจวิธียกกำลังหรือแก้สมการชี้กำลังอย่างถูกต้อง ส่วนหนึ่งของปัญหาเหล่านี้เกิดจากการที่นักเรียนไม่ค่อยมีโอกาสนในการอภิปรายหรือไตร่ตรองแนวทางการแก้ปัญหา ทำให้ไม่สามารถพัฒนากลยุทธ์การคิดได้อย่างลึกซึ้ง (ภูริต แก้วเจริญเนตร, 2565) ปัจจัยทั้งหมดนี้จึงนำไปสู่ความจำเป็นในการปรับปรุงวิธีการจัดการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์แบบพลวัตที่ใช้ได้ทุกระดับการศึกษา โดยรวมเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หลากหลายแขนง เช่น เรขาคณิต พีชคณิต สเปกตรัม กราฟ สถิติ และแคลคูลัสไว้ในโปรแกรมเดียว พร้อมทั้งมีแพลตฟอร์มออนไลน์หลายภาษาให้ผู้ใช้สร้างและแบ่งปันสื่อการเรียนรู้ฟรี (Hohenwarter, 2021) โดยเฉพาะเนื้อหาเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โปรแกรมนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพและวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้ชัดเจน ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเองและช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของจิรคุณ เอิบอัม (2564) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อเทคโนโลยี GeoGebra ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัยเพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อเทคโนโลยี GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ โปรแกรมนี้ยังช่วยส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ดี

ยิ่งขึ้นด้วยการจัดเตรียมสื่อภาพที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น และสามารถสำรวจพร้อมแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในระหว่างการจัดการเรียนรู้ (Dwijayani, 2019) จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า โปรแกรม GeoGebra ไม่เพียงเป็นโปรแกรมที่สนับสนุนการเรียนรู้คณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย

จากปัญหาและเหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยการวิจัยครั้งนี้จะส่งผลโดยตรงต่อนักเรียนในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการเขียนและการพูด รวมถึงการเสริมสร้างความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้ดีขึ้น นอกจากนี้ ยังเป็นแนวทางสำคัญสำหรับครูผู้สอนในการปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อันจะนำไปสู่การพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนในระยะยาวต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม
2. เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

ความสำคัญของการวิจัย

เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยเป็นนักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

2.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

2.2.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้เนื้อหาในหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โดยเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งประกอบด้วย 11 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลาเรียน 11 ชั่วโมง

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวนทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **วิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน** หมายถึง การวิจัยที่ครูดำเนินการควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อแก้ไขปัญหาและพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน รวมถึงปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของครู ผ่านกระบวนการสะท้อนผลการปฏิบัติงานอย่างต่อเนื่องในลักษณะวงจร PAOR (Plan, Act, Observe, Reflect) เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาอย่างมีประสิทธิภาพและทันทั่วถึง ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1990) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan) หมายถึง ขั้นตอนที่ผู้วิจัยดำเนินการสำรวจและวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียน เพื่อระบุประเด็นปัญหา รวมถึงทบทวนวรรณกรรม ทฤษฎี และแนวคิดที่

เกี่ยวข้อง เพื่อเลือกแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว พร้อมทั้งออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และจัดทำเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act) หมายถึง ขั้นตอนให้ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบไว้มาปฏิบัติจริงในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้ดำเนินการสอนตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe) หมายถึง ขั้นตอนให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการปฏิบัติการสอน ซึ่งข้อมูลที่ได้มาจากผลการเรียนรู้ของนักเรียน พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก การสัมภาษณ์นักเรียน โดยใช้เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) หมายถึง ขั้นตอนให้ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการสังเกตและผลการดำเนินงานมาวิเคราะห์และสะท้อนผล เพื่อประเมินว่าบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัยหรือไม่ รวมถึงพิจารณาจุดแข็ง จุดที่ควรปรับปรุง และแนวทางในการพัฒนาเพิ่มเติม เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงและพัฒนาการดำเนินงานในวงจรปฏิบัติการต่อไป

2. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI)

หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน โดยนักเรียนจะได้ลงมือแก้ปัญหา เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองและเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม รวมถึงการประเมินอย่างต่อเนื่อง ซึ่งครูจะต้องถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียนอย่างละเอียด ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียน

3. โปรแกรม GeoGebra หมายถึง โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่ครูนำมาช่วยในการเรียนการสอนในการนำเสนอปัญหาและนักเรียนสามารถใช้โปรแกรมนี้ในการตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้เพื่อประกอบการอธิบายและทำให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน

4. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน โดยนักเรียนจะได้ลงมือแก้ปัญหา เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองและเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม รวมถึงการประเมินอย่างต่อเนื่อง ซึ่งครูจะต้องถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียนอย่างละเอียด โดยมีการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการประกอบการสอน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอนที่นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหาเพื่อประกอบการอธิบายและทำให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างชัดเจน ทั้งในรูปแบบการเขียนและการพูด โดยมีองค์ประกอบดังนี้

4.1 ด้านการเขียน หมายถึง ความสามารถในการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบาย ซึ่งประเมินจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้แบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 5 ข้อ และใช้ประเมินหลังจากสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ

4.2 ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งประเมินจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้แบบวัดด้านการพูดแบบสอบปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 2 ข้อ และใช้ประเมินหลังจากสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ผลลัพธ์ทางการเรียนที่เกิดขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับจากการเรียนการสอนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ซึ่งประเมินจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้แบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และจะใช้ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอน



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ โดยได้เรียบเรียงตามลำดับหัวข้อ ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน
3. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
4. โปรแกรม GeoGebra
5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
8. กรอบแนวคิดการวิจัย

1. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นหลักสูตรที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง พ.ศ. 2560) จัดทำขึ้นในปี พ.ศ. 2561 ซึ่งมีมาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และผลการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และผลการเรียนรู้ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2

มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และผลการเรียนรู้ ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2		
มาตรฐานการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	ผลการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และผลการเรียนรู้ ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2		
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม		
จำนวนและพีชคณิต ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์ แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับ และอนุกรม และ นำไปใช้ ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้	1. เลขยกกำลัง 2. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 3. ฟังก์ชันลอการิทึม 4. การหาค่าลอการิทึม 5. การเปลี่ยนผันของลอการิทึม 6. สมการและอสมการของ ลอการิทึม 7. การประยุกต์ของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม	1. เข้าใจสมบัติของเลขยก กำลังและนำไปแก้ปัญหาได้ 2. เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา 3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย		
การวัดและเรขาคณิต ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์ รูปเรขาคณิต สมบัติของรูป เรขาคณิต ความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิต และ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต และ นำไปใช้	1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ 2. จุดและเส้นตรง 3. วงกลม 4. พาราโบลา 5. วงรี 6. ไฮเพอร์โบลา	1. ทหาระยะห่างและจุดกึ่งกลาง ของจุดสองจุด ความชัน ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับ จุดได้ 2. หาสมการเส้นตรง เส้น ขนาน เส้นตั้งฉาก และการ นำไปใช้ได้ 3. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟ เป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนด ส่วนต่างๆของภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของ ความสัมพันธ์นั้นได้ 4. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ในการ แก้ปัญหา

1.1 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ศึกษาวิเคราะห์ ฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ในเรื่องต่อไปนี้

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าลอการิทึม การเปลี่ยนผันของลอการิทึม สมการและอสมการของลอการิทึม และการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งสามารถบูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง และทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 มาใช้ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และมีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ในการรักษาดี ศาสนา พระมหากษัตริย์ ซื่อสัตย์ สุจริต มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริง ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งประกอบด้วย 11 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง

2. การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

2.1 ความเป็นมาของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

การวิจัยปฏิบัติการเริ่มต้นขึ้นในช่วงปี ค.ศ. 1908-1929 โดย John Dewey ได้เสนอแนวคิดว่าการศึกษาคือการดำเนินการวิจัยเพื่อตรวจสอบและวิเคราะห์ปัญหาการเรียนการสอนผ่านกระบวนการแสวงหาความรู้ ซึ่งผลงานวิจัยของครูมีอิทธิพลต่อความสำเร็จหรือล้มเหลวของโรงเรียน (Kincheloe, 1991, อ้างถึงใน ศุภกรณ์ เพิ่มพูน, 2564) ต่อมาในปี ค.ศ. 1946 Kurt Lewin ได้เป็นผู้ใช้คำว่า "การวิจัยปฏิบัติการ" (Action Research) เป็นครั้งแรก โดยเขานำคำว่า "Action"

มาวางไว้ก่อนคำว่า "Research" เพื่อเน้นให้เห็นถึงการวิจัยที่นำไปสู่การลงมือปฏิบัติ และได้รับการยกย่องว่าเป็น “บิดาแห่งการวิจัยปฏิบัติการ” เขาได้นำเสนอแนวคิดนี้ในรายงานเรื่อง *Action Research and Minority Problems* โดยอภิปรายถึงการใช้วิจัยปฏิบัติการเป็นเครื่องมือในการปรับปรุงความสัมพันธ์ระหว่างชนกลุ่มน้อยในสหรัฐอเมริกา เขาชี้ให้เห็นว่าการวิจัยที่มุ่งเน้นเพียงการผลิตผลงานทางวิชาการโดยไม่มีการนำไปปฏิบัติจริงนั้นไม่เพียงพอ นอกจากนี้ เขายังได้พัฒนาและประยุกต์ใช้แนวคิดการวิจัยปฏิบัติการในบริบททางสังคมหลากหลายรูปแบบ โดยมีเป้าหมายให้ผลการวิจัยที่ได้จากการสำรวจปัญหาลำดับไปสู่การปฏิบัติเพื่อแก้ไขปัญหาหรือสร้างการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น (สุวิมล ว่องวานิช, 2560: 15; วรรณดี สุทธิรักษาการ, 2563: 4, อ้างถึงใน ศุภกรณ์ เพิ่มพูน, 2564)

การนำการวิจัยปฏิบัติการมาใช้ในแวดวงการศึกษาเริ่มต้นโดย Stephen Corey ซึ่งถือเป็นผู้ริเริ่มใช้แนวคิดนี้ โดยเขาได้เขียนหนังสือเรื่อง *Action Research to Improve School Practices* ที่อธิบายว่าการวิจัยปฏิบัติการเป็นกระบวนการที่ผู้ปฏิบัติงานมุ่งศึกษาปัญหาในการปฏิบัติงานของตนเอง เพื่อหาแนวทางแก้ไขและประเมินผลการตัดสินใจและการปฏิบัติงานของตนเอง นอกจากนี้ เขายังเชื่อว่านักการศึกษาควรทำการวิจัยควบคู่ไปกับการนำไปประยุกต์ใช้เพื่อก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลง โดยในช่วงระหว่างปี ค.ศ. 1940–1950 การวิจัยปฏิบัติการได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย แต่ลดความนิยมลงในช่วงปลายทศวรรษที่ 1950 เนื่องจากนักวิจัยหันมาให้ความสำคัญกับการวิจัย (Research) ที่แยกออกจากการปฏิบัติ (Action) ซึ่งนำไปสู่แนวคิด "ครูนักวิจัย" (Teacher-Research Movement) หลังจากนั้น การสนับสนุนการวิจัยก็มุ่งเน้นไปที่การวิจัยทางสังคมศาสตร์ โดยนักวิชาการซึ่งเป็นนักวิจัยได้สร้างทฤษฎีที่แยกบทบาทของนักวิจัยและผู้ปฏิบัติงานออกจากกัน โดยให้นักวิจัยเป็นผู้ดำเนินการวิจัย และผู้ปฏิบัติงานเป็นผู้รับผลการวิจัยไปใช้ อย่างไรก็ตาม การวิจัยปฏิบัติการกลับมาได้รับความนิยมอีกครั้งในช่วงปี ค.ศ. 1973-1976 เมื่อ John Elliott และ Clem Adelman ได้ดำเนินโครงการวิจัยทางการศึกษาชื่อ Ford Teaching Project ซึ่งส่งเสริมแนวคิด "ครูนักวิจัย" เพื่อช่วยครูในการพัฒนาการเรียนการสอนแบบสืบสอบ (Inquiry Learning) ในชั้นเรียน แนวคิดนี้จึงเป็นจุดเริ่มต้นของการพัฒนาทฤษฎีและการปฏิบัติเกี่ยวกับการวิจัยปฏิบัติการในวงกว้างมากขึ้น ในประเทศอังกฤษมีการจัดตั้งเครือข่ายการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research Network = CARN) และมีกรอออกวารสาร Education Action Research เพื่อเผยแพร่แนวคิดดังกล่าว และต่อมาในช่วงทศวรรษที่ 1980 Carr และ Kemmis ได้นำการวิจัยปฏิบัติการไปใช้อย่างจริงจังในโรงเรียนที่ประเทศออสเตรเลีย โดยคณะครู ผู้ปกครอง นักเรียน วิทยาลัย และมหาวิทยาลัย ได้ร่วมกันดำเนินโครงการวิจัยปฏิบัติการหลากหลายโครงการ

ด้วยวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงหลักสูตรการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างโรงเรียนกับชุมชน (สุวิมล ว่องวานิช, 2560, น. 41-43, อ้างถึงใน ศุภกรณ์ เพิ่มพูน, 2564)

2.2 ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

Kemmis and McTaggart (1990, อ้างถึงใน วิศวัฒน์ ลีมงคล, 2561) ได้ให้นิยามเกี่ยวกับการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนว่า เป็นรูปแบบหนึ่งของการวิจัยที่ที่แม้ไม่แตกต่างจากการวิจัยทั่วไปในด้านเทคนิค แต่มีความแตกต่างในด้านวิธีการ โดยเน้นกระบวนการที่ผู้วิจัยได้สะท้อนผลจากการดำเนินงานของตนเองในลักษณะที่เป็นวงจรแบบขดลวด (spiral of self-reflecting) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการวางแผน (Planning) การปฏิบัติ (Action) การสังเกต (Observing) และการสะท้อนกลับ (Reflecting) การวิจัยรูปแบบนี้มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องอาศัยผู้มีส่วนร่วมในกระบวนการสะท้อนกลับเกี่ยวกับการปฏิบัติ เพื่อให้เกิดการพัฒนาและปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น

Stringer (2008, อ้างถึงใน วณิชชา สิทธิพล, 2562) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนมุ่งแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นทั่วไปทางการสอนด้วยวิธีการแสวงหาความรู้ที่เป็นระบบ ซึ่งอาจมีการประเมินเพื่อแก้ไขปัญหาก็เกิดขึ้นและประยุกต์ใช้เครื่องมืออย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหานั้น

ประสาธ เนืองเฉลิม (2556 : 57) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเป็นการดำเนินการวิจัยควบคู่ไปกับการปฏิบัติงานของครู ซึ่งต้องใช้กระบวนการที่น่าเชื่อถือและเป็นระบบในการแสวงหาคำตอบในสถานการณ์หรือบริบทของชั้นเรียน

พิชิต ฤทธิ์จัญญ (2561, น. 34, อ้างถึงใน ศุภกรณ์ เพิ่มพูน, 2564) ได้ให้ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน คือการวิจัยที่มุ่งเน้นการแก้ปัญหาหรือพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยมีครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา เริ่มจากการศึกษาสภาพปัญหาการเรียนรู้ของผู้เรียน แล้วแสวงหาวิธีการหรือนวัตกรรมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาหรือพัฒนาการเรียนรู้ จากนั้นดำเนินการตามแผน สังเกตผล ตรวจสอบความก้าวหน้า และสะท้อนผลกลับเพื่อนำมาปรับปรุงพัฒนาอย่างต่อเนื่อง จนบรรลุผลสำเร็จในการแก้ปัญหาหรือพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

พิศนา แฉมมณี (2538, อ้างถึงใน ทนทธร จุ้ยสวัสดิ์, 2564) ได้ระบุว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนว่า เป็นการวิจัยที่ดำเนินการในบริบทของชั้นเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ของครู ซึ่งกระบวนการนี้จะช่วยส่งเสริมครูไปสู่ความเป็นเลิศและความเป็นอิสระทางวิชาการได้

สุวิมล ว่องวานิช (2554, หน้า 21, อ้างถึงใน หทัยรัตน์ นาราษฎร์, 2561) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน คือ การวิจัยที่ดำเนินการโดยครูผู้สอนในห้องเรียน มีวัตถุประสงค์เพื่อ

แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในชั้นเรียน และนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนหรือส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น โดยการวิจัยลักษณะนี้ต้องดำเนินการอย่างรวดเร็ว ใช้ผลได้ทันที และเน้นการสะท้อนผลการปฏิบัติงานของครูในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ตนเองและเพื่อนร่วมงานในโรงเรียนได้มีโอกาสวิพากษ์ อภิปราย และแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากแนวทางที่ปฏิบัติและผลที่เกิดขึ้น เพื่อพัฒนาทั้งการเรียนรู้ของครูและผู้เรียน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน หมายถึง การวิจัยที่ครูดำเนินการควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อแก้ไขปัญหาและพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน รวมถึงปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผ่านกระบวนการสะท้อนผลการปฏิบัติงานอย่างต่อเนื่องในลักษณะวงจร ซึ่งประกอบด้วย การวางแผน การปฏิบัติ การสังเกต และการสะท้อนผล เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาอย่างมีประสิทธิภาพและทันที่

2.3 หลักการของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

Winter (1989, อ้างถึงใน วณิชชา สิทธิพล, 2562) ได้กล่าวถึงหลักการของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนไว้ 6 ข้อ ดังนี้

1. การวิพากษ์ที่สะท้อนความคิด การบันทึกสถานการณ์และข้อมูลต่าง ๆ เช่น บันทึก ถอดเสียง หรือเอกสาร ควรทำอย่างเที่ยงตรง เพื่อให้ผู้วิจัยสามารถพิจารณาประเด็นและกระบวนการได้อย่างชัดเจน รวมถึงการตีความ การตั้งสมมติฐาน การทบทวนอคติ และการตัดสินใจ
2. การวิพากษ์อย่างมีเหตุผล การตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลและข้อเท็จจริงผ่านการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ การวิพากษ์อย่างมีเหตุผลจึงจำเป็นเพื่อทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างปรากฏการณ์และบริบท หรือระหว่างองค์ประกอบที่ก่อให้เกิดปรากฏการณ์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งองค์ประกอบที่ไม่เสถียรหรือขัดแย้งกัน เนื่องจากมีแนวโน้มที่จะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลง
3. ทรัพยากรของการทำงานร่วมกัน ผู้เข้าร่วมการวิจัยทุกคนถือเป็นผู้ร่วมวิจัยที่มีบทบาทสำคัญ ทุกความคิดเห็นมีความสำคัญเท่าเทียมกัน และเป็นทรัพยากรที่มีศักยภาพในการวิเคราะห์และตีความข้อมูล
4. ความเสี่ยง ผู้วิจัยมักมีความกังวลเนื่องจากกระบวนการวิจัยสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลา ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่องานที่ได้ดำเนินการมาตั้งแต่เริ่มต้น เพื่อลดความกังวลนี้ ผู้วิจัยควรชี้ให้เห็นว่าครูทุกคนที่เข้าร่วมวิจัยอยู่ภายใต้กระบวนการเดียวกัน และไม่ว่าจะเกิดอะไรขึ้น การเรียนรู้ย่อมเกิดขึ้นเสมอ

5. ความหลากหลายของความเป็นไปได้ ธรรมชาติของการวิจัยสะท้อนมุมมองและความเป็นไปได้ที่หลากหลาย ซึ่งนำไปสู่การลงมือปฏิบัติและการตีความ การอธิบายแต่ละมุมมองอย่างชัดเจนจะช่วยจัดข้อขัดแย้งและสร้างทางเลือกสำหรับการดำเนินการที่เหมาะสม

6. ทฤษฎี การปฏิบัติ และการเปลี่ยนแปลง สำหรับนักวิจัยเชิงปฏิบัติการแล้ว เป็นที่เข้าใจกันว่าทฤษฎีนำไปสู่การปฏิบัติ การปฏิบัติสร้างทฤษฎี และทั้งสองสิ่งนี้จะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ผู้วิจัยจะดำเนินงานวิจัยบนพื้นฐานของสมมติฐานทางทฤษฎีและสมมติฐานที่ตั้งไว้ จากนั้นจึงสังเกตผลการดำเนินงานอย่างใกล้ชิด ผลการวิจัยจะถูกนำมาวิเคราะห์และอธิบายเชื่อมโยงกับทฤษฎี กลายเป็นวงจรของการเปลี่ยนแปลงที่สลับกันระหว่างทฤษฎีและการปฏิบัติอย่างต่อเนื่อง

สิริพันธุ์ สุวรรณมรรคา (2559, อ้างถึงใน วณิชชา สิทธิพล, 2562) ได้อธิบายถึงหลักการของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนสรุปได้ดังนี้

1. การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนควรเป็นงานที่มีขนาดเล็ก เรียบง่าย และมีความสำคัญ (a small, simple and significant task) ที่สามารถบูรณาการเข้ากับกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชีวิตประจำวันของครูได้
2. ครูนักวิจัยเชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นจากการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน (we all can learn from each other's) โดยผู้เรียนถือเป็นแหล่งความรู้ที่สำคัญของครู
3. ผู้เรียนเป็นทั้งเหตุผลของการจัดการเรียนรู้ และเป็นผลลัพธ์จากการปฏิบัติงานของครู

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า หลักการของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเน้นการวิพากษ์ที่สะท้อนความคิดอย่างมีเหตุผล การตรวจสอบข้อมูลอย่างรอบคอบ การทำงานร่วมกันระหว่างผู้เข้าร่วมวิจัยอย่างเท่าเทียม การยอมรับความเสี่ยงและความเปลี่ยนแปลงที่อาจเกิดขึ้น ความหลากหลายของมุมมองในการตีความ และการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีและการปฏิบัติเพื่อการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง โดยการวิจัยควรมีลักษณะที่เรียบง่ายแต่มีความหมาย สอดคล้องกับบริบทของการสอนในชีวิตประจำวันของครู โดยเชื่อว่าการเรียนรู้เกิดจากการแลกเปลี่ยน และนักเรียนมีบทบาทสำคัญทั้งในฐานะผู้ร่วมเรียนรู้และเป็นศูนย์กลางของกระบวนการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน

2.4 ขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

Kemmis and McTaggart (1990, อ้างถึงใน วณิชชา สิทธิพล, 2562) ได้ระบุขั้นตอนในการทำวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนของครู ดังนี้

1. การวางแผน (Plan) เป็นการวิเคราะห์และสำรวจปัญหาหรือสิ่งที่ต้องการพัฒนารวมถึงการเลือกนวัตกรรมการหรือวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหา และการจัดทำแผนการดำเนินงานหรือโครงร่างวิจัย
2. การปฏิบัติ (Action) เป็นการนำนวัตกรรมหรือวิธีการที่เลือกไว้มานำปฏิบัติจริงตามแผนที่กำหนด
3. การสังเกต (Observe) เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลผลที่ได้จากการนำนวัตกรรมหรือวิธีการไปใช้ โดยข้อมูลที่ได้จะถูกนำมาวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการแก้ปัญหา นั้น ๆ
4. การสะท้อนผล (Reflection) เป็นการสรุปผลและสะท้อนความคิดจากข้อมูลและข้อค้นพบที่ได้ และจัดทำรายงานผลการวิจัย

ประวิต เอรารวรรณ์ (2545, น. 48-50, อ้างถึงใน ศุภกรณ์ เพิ่มพูน, 2564) กล่าวถึงขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนว่าเป็นกระบวนการที่มีความต่อเนื่องและเป็นระบบ โดยแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสำรวจสภาพการปฏิบัติงาน (Reconnaissance) เป็นขั้นตอนที่ครูจะทำการสำรวจปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติงานของตนเอง ไม่ว่าจะเป็นปัญหาจากกิจกรรมการเรียนการสอน พฤติกรรมของนักเรียน หรือสภาพแวดล้อมภายในห้องเรียน จากนั้นวิเคราะห์สาเหตุของปัญหา และพิจารณาว่าจะสามารถปรับปรุงแก้ไขในส่วนใดได้บ้าง

ขั้นตอนที่ 2 การวางแผน (Planning) เป็นขั้นตอนที่กำหนดวัตถุประสงค์ เลือกวิธีการที่เหมาะสม และวางแผนการลงมือปฏิบัติเพื่อค้นหาคำตอบ พัฒนานวัตกรรมหรือแก้ไขปัญหาที่พบ

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือปฏิบัติ (Action) เป็นขั้นตอนที่ปฏิบัติตามแผนที่กำหนดไว้ในขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 4 การสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection) เป็นขั้นตอนที่ครูจะต้องทำการสะท้อนผลการปฏิบัติที่เกิดขึ้น ว่ามีการเปลี่ยนแปลง พัฒนา หรือผลลัพธ์เป็นอย่างไร เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาสรุปผล และวางแผนการปรับปรุงแก้ไข หรือแก้ไขปัญหาใหม่ต่อไป

สุวิมล ว่องวาณิช (2559, อ้างถึงใน วณิชชา สิทธิพล, 2562) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเป็นกระบวนการที่มีลักษณะเป็นวงจรต่อเนื่อง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ไขปัญหาหรือพัฒนาการเรียนการสอนผ่านการมีส่วนร่วมของผู้เกี่ยวข้อง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการปฏิบัติงานตามปกติ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan: P) เป็นการวิเคราะห์และสำรวจปัญหา หรือสิ่งที่ต้องการพัฒนาในชั้นเรียน แล้วเลือกนวัตกรรมหรือวิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ไขปัญหาหรือพัฒนา พร้อมเขียนโครงร่างงานวิจัยเพื่อใช้เป็นแนวทางในการดำเนินงาน
2. ขั้นลงมือปฏิบัติ (Action: A) เป็นการนำแผนที่กำหนดไว้มาใช้อย่างจริงจังในสถานการณ์ของผู้เรียน
3. ขั้นสังเกต (Observe: O) เป็นการรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานที่เกิดขึ้นจากการใช้นวัตกรรมหรือวิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ไขปัญหาหรือพัฒนาในห้องเรียน เพื่อสะท้อนผลลัพท์อย่างเป็นระบบ
4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect: R) เป็นการสะท้อนความคิดจากข้อค้นพบหรือผลลัพท์ที่ได้จากการแก้ไขปัญหา รวมถึงการสรุปข้อคิดที่ได้ และนำเสนอเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนมีลักษณะเป็นกระบวนการหมุนเวียนอย่างต่อเนื่องเป็นวงจร (Cycle) โดยประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติ (Action) ขั้นสังเกต (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflection) หรือเรียกโดยย่อว่า PAOR ซึ่งทั้ง 4 ขั้นตอนนี้ดำเนินไปในลักษณะวงจรซ้ำ เพื่อให้เกิดการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1990) มาใช้เป็นกรอบแนวทางในการดำเนินงานวิจัย ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan) เป็นขั้นตอนการสำรวจและวิเคราะห์ปัญหาหรือสิ่งที่ต้องการพัฒนาในชั้นเรียน โดยครูจะเลือกนวัตกรรมหรือวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหา รวมถึงการจัดทำแผนการดำเนินงาน
2. ขั้นปฏิบัติ (Action) เป็นขั้นตอนการนำนวัตกรรมหรือวิธีการที่เลือกไว้มาปฏิบัติจริงตามแผนที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการวางแผน
3. ขั้นสังเกต (Observe) เป็นขั้นตอนที่ระหว่างการปฏิบัติ ครูจะทำการเก็บรวบรวมข้อมูลผลที่ได้จากการนำนวัตกรรมหรือวิธีการไปใช้ ซึ่งข้อมูลที่ได้ อาจมาจากการสังเกตพฤติกรรม

ผู้เรียน การสอบถาม การสัมภาษณ์ หรือการเก็บรวบรวมผลงานของผู้เรียน โดยข้อมูลเหล่านี้จะถูกนำมาวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการแก้ปัญหา นั้น ๆ

4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect) เป็นขั้นตอนการสรุปผลและสะท้อนความคิดจากข้อมูล และข้อค้นพบที่ได้จากการปฏิบัติและสังเกต โดยครูจะพิจารณาว่าการดำเนินการที่ผ่านมาได้ผลตามที่คาดหวังหรือไม่ มีจุดใดที่ควรปรับปรุงหรือพัฒนาเพิ่มเติม เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการพัฒนาแนวทางใหม่ หรือวางแผนปรับปรุงแผนในวงจรการวิจัยครั้งต่อไป หรือจัดทำรายงานผลการวิจัยเพื่อเผยแพร่

3. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

3.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

Carpenter and Fennema (1988) ได้กล่าวถึงความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ครูใช้ความรู้และความเข้าใจของนักเรียนเป็นฐานในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูมีบทบาทเป็นผู้แนะแนวทางเพื่อช่วยกระตุ้นกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson (1999) ได้กล่าวถึงความหมายของการสอนแนะให้รู้คิดเป็นรูปแบบการสอนที่ตั้งอยู่บนหลักการพื้นฐานความรู้ความเข้าใจของนักเรียน และเน้นไปที่กระบวนการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้คอยชี้แนะส่งเสริมและสนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องผ่านการทำงานเป็นกลุ่ม และการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างผู้เรียน

Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson (2000) ได้กล่าวถึงความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ว่าเป็นวิธีการสอนที่มุ่งเน้นให้ครูเข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับพัฒนาการทางความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการสอน โดยส่งเสริมให้ครูสร้างสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาด้วยตนเองจากการคิดและการสร้างความเข้าใจของตนเอง ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาทักษะการคิดอย่างลึกซึ้งและการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูจะทำหน้าที่เป็นผู้สนับสนุนและชี้แนะตามความเข้าใจในพัฒนาการทางความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชัยวัฒน์ อัยปาอาจ (2552) ได้ให้ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิดหมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นการสร้างความรู้ด้วยความเข้าใจภายในตัวนักเรียน มีครูเป็นผู้ใช้คำถามในการแนะแนวทางให้นักเรียนได้คิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สุรัชย์ วงศ์จันเสื่อ (2555) ได้ให้ความหมายของแนวคิด CGI เป็นแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้บนพื้นฐานของการแนะให้คิดตามความเข้าใจของนักเรียน โดยมีการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการสร้างความรู้ด้วยความเข้าใจจากตัวนักเรียน

สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นนวัตกรรมหนึ่งที่มีมุ่งเน้นประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอน ไม่มีวิธีการสอนเป็นรูปแบบตายตัว แต่ขึ้นอยู่กับบริบทของผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งเป็นการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนเกี่ยวกับองค์ความรู้ และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2556) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ให้ความสำคัญกับการคิด การให้เหตุผล และฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตัวของตัวเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสอนแนะให้รู้คิด หมายถึง แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนากระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยใช้ความรู้พื้นฐานของนักเรียนเป็นฐานในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งครูมีหน้าที่ในการสนับสนุนและให้คำแนะนำกับนักเรียนให้คิดอย่างต่อเนื่องผ่านการใช้คำถามและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจและแก้ปัญหาด้วยตนเอง

3.2 หลักการของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

หลักการของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ดังนี้ (Carpenter et al, 1989, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. 2552: 3)

1. การจัดการเรียนการสอนต้องอยู่บนพื้นฐานว่าอะไรที่นักเรียนแต่ละคนควรรู้
2. การจัดการเรียนการสอนควรพิจารณาว่าจะ สามารถพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างไร
3. ต้องมีกิจกรรมในใจในการเรียนคณิตศาสตร์

จากหลักการของการสอนแนะให้รู้คิดและรูปแบบของการสอนแนะให้รู้คิดนำมาซึ่งหลักการของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ดังนี้ (Carpenter et al, 1989, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. 2552: 3)

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหาใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์ หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ ๆ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหานั้น ๆ

ได้ แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า หลักการของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะ ให้รู้คิดมุ่งเน้นการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน โดยนักเรียนจะได้ลงมือแก้ปัญหา เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม รวมถึงการประเมินอย่างต่อเนื่อง ซึ่งครูจะต้องถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียนอย่างละเอียด

3.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

คาร์เพนเทอร์ และคณะ (Carpenter et al. 1999: 60-85; 2000: 4-5 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. 2552: 4) และ ฮิลเบิร์ตและคณะ (Hiebert et al. 1997 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. 2552: 4 – 5) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน CGI ที่สอดคล้องกัน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้และช่วยแนะนำจนรู้มีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาและให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย ... , คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร, บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือคุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือน

หรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้อีกหรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

เวททิ อังกะนัททขจร (2551, หน้า 68 - 69) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหา
2. นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ปัญหาหรือนักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจาก สถานการณ์/ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบ โดยในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรม ครูจะเป็นผู้อำนวยความสะดวกและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา
3. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด
4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดจากข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมและสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ชัยวัฒน์ อัยปาอาจ (2552) กล่าวว่า ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ครูเริ่มต้นด้วยการนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ หากนักเรียนพบอุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหรือแนะแนวทางเพิ่มเติมในการแก้ปัญหาแก่นักเรียน ปัญหาที่เลือกควรมีความน่าสนใจ หลากหลาย และสัมพันธ์กับบริบทในชีวิตประจำวันของนักเรียน เพื่อส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงกับโลกแห่งความจริง

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูมีบทบาทในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหา โดยให้เวลาและแนะนำจนมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ จากนั้นจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ ทั้งนี้ ในระหว่างที่นักเรียนทำงาน ครูควรอำนวยความสะดวกด้านสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในชั้นเรียนแบบ CGI

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูจะเลือกถามนักเรียน เป็นรายบุคคลเกี่ยวกับวิธีการและเหตุผลในการแก้ปัญหาเพื่อนำเสนอต่อชั้นเรียน พร้อมทั้งตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นขั้นสุดท้ายที่ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่นักเรียนใช้ โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายผ่านการตั้งคำถาม เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดและเปรียบเทียบวิธีการที่หลากหลาย

ขวัญ เพียซ้าย (2553, หน้า 64) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแนะให้รู้คิดออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้น ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยการอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีข้อสงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้นักเรียน การตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมทั้งมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียน ร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปในประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอนพร้อมติดตามผลการประเมิน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดได้ 4 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดแต่ละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หลังจากทีนักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเอง จากนั้นนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียน

3.4 บทบาทของครูและบรรยากาศในชั้นเรียนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

บทบาทครูในชั้นเรียน CGI มีดังนี้ (Carpenter et al, 1999, 60-85; NCRMSE, 1992 และ Hanks, 1998 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. 2552: 5-6)

1. ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน
4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูดการเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งครูก็สามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย
5. ครูควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคน และสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้
6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้
7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม และมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน

8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัวหรือใช้สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

นอกจากนี้ บรรยากาศในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อสอนแนะให้รู้คิด จากลักษณะของห้องเรียนแบบเดิมที่ผู้เรียนจะมีภาระงานและทำตามที่ผู้สอนบอกให้ทำ กระบวนการส่วนใหญ่จะมุ่งประเด็นไปที่ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาคำตอบจากแต่ละคำถาม ผู้สอนคาดหวังให้ผู้เรียนทุกคนได้กระทำในส่วนที่เหมือนกันเป็นงานประจำ และมีความรู้คณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน ซึ่งการแก้ปัญหาที่เหมือนกันจะเป็นการสนับสนุนบริบทของผู้เรียนในการฝึกหัดการแสดงลำดับขั้นตอนมากกว่าการแข่งขันกันนำเสนอความคิดและวิธีการในการแก้ปัญหา ฐานคิดของผู้สอนจะมาจากการตัดสินใจของผู้สอนเองที่คิดว่าอะไรมีความสำคัญสำหรับผู้เรียนในการเรียนรู้ ในขณะที่ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อชี้แนะการรู้คิดเป็นที่ซึ่งสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ผู้เรียนรู้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาในแนวทางที่แตกต่างกัน บรรยากาศของชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อสอนแนะให้รู้คิดเป็นการรับฟังความคิดของแต่ละคนซึ่งมีความสำคัญและได้รับการเอาใจใส่จากเพื่อน ๆ และผู้สอน วิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียนเป็นไปตามความสามารถเฉพาะบุคคล มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน ๆ ในห้องเรียนด้วย ซึ่งหากต้องการให้เกิดการปฏิรูปการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนทุกระดับจะต้องได้รับการฝึกให้สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างผู้เชี่ยวชาญ คือ การร่วมแรงร่วมใจในการหาคำตอบ การอภิปรายโต้เถียง กันในข้อค้นพบหรือคำตอบที่ได้ การเชื่อมโยง ประเมินผลสรุป รวมทั้งการสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้ ในขั้นต้นผู้เรียนควรจะได้รับส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรูปแบบของการเป็นผู้รับความรู้จากผู้สอนเพียงอย่างเดียว การให้ความสนใจและเอาใจใส่ผู้เรียนอย่างใกล้ชิดจะเป็นข้อมูลสำคัญให้กับผู้สอนเองในการนำไปวางแผนการสอนและการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

และในการประเมินผลของชั้นเรียน CGI นั้น ครูควรมีการประเมินความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนบ่อย ๆ และใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมิน เช่น ประเมินโดยการสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟังจากการนำเสนอแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน เป็นต้น โดยการประเมินนั้นควรทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน (NCRMSE, 1992 และ Hanks, 1998 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร. 2552: 6)

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด คือการส่งเสริมการเรียนรู้ที่เน้นการเข้าใจความคิดของนักเรียน โดยครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะเมื่อนักเรียนพบกับปัญหา เตรียมสื่อและบรรยากาศที่กระตุ้นให้นักเรียนสามารถสื่อสารความคิดและแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ครูควรนำเสนอปัญหาที่ท้าทายและเหมาะสมกับนักเรียนทุกคน

ส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่มและการอภิปรายในชั้นเรียน ทั้งนี้ ควรให้เวลานักเรียนเพียงพอในการแก้ปัญหาและประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอย่างต่อเนื่องโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย

4. โปรแกรม GeoGebra

4.1 ความหมายของโปรแกรม GeoGebra

Mark Hohenwarter (2021) ได้กล่าวว่า GeoGebra เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์แบบพลวัตที่เหมาะสมสำหรับทุกระดับการศึกษา ซึ่งรวบรวมเรขาคณิต พีชคณิต สเปรดชีต (spreadsheets) การสร้างกราฟ สถิติ และแคลคูลัสไว้ในโปรแกรมเดียวกัน มีแพลตฟอร์มออนไลน์ที่ให้บริการทรัพยากรการเรียนการสอนฟรีในหลากหลายภาษา และสามารถแบ่งปันผ่านแพลตฟอร์มร่วมมือ GeoGebra Classroom ที่สามารถติดตามความคืบหน้าของนักเรียนได้แบบเรียลไทม์ นอกจากนี้ ยังเป็นผู้นำด้านการให้บริการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนการศึกษาวิทยาศาสตร์ (Science) เทคโนโลยี (Technology) วิศวกรรมศาสตร์ (Engineering) และคณิตศาสตร์ (Mathematics) หรือเรียกว่า STEM รวมทั้งนวัตกรรมในการสอนและการเรียนรู้ทั่วโลก

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, หน้า 23) ได้กล่าวว่า โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์เชิงโต้ตอบที่ออกแบบมาเพื่อการศึกษาในระดับมัธยมศึกษา โปรแกรมนี้ช่วยให้ผู้เรียนสามารถศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย เช่น เรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส รวมถึงการสร้างวงกลม ส่วนตัดของวงกลม และสามารถใช้สร้างจุดภาคตัดกรวยหรือสมการต่าง ๆ

พงศ์ศักดิ์ วุฒิสันต์ (2556, หน้า 13 – 14) ได้กล่าวว่า GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โปรแกรมนี้สามารถสร้างกราฟได้หลายรูปแบบ รวมถึงแสดงสมการเป็นรูปทั่วไปหรือสมการมาตรฐานของกราฟเหล่านั้น นอกจากนี้ โปรแกรมนี้ใช้งานได้ง่าย ไม่ซับซ้อน และมีวิดีโอสอนการใช้งานที่สามารถเข้าชมได้บน YouTube ซึ่งช่วยให้ผู้ใช้งานเรียนรู้การใช้โปรแกรมได้อย่างสะดวก

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยสามารถศึกษาและเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนผ่านการสร้างกราฟ สมการ และแบบจำลองต่าง ๆ

4.2 โปรแกรม GeoGebra กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

Antohe (2009 อ้างอิงจาก อธิภูมิ พาสงค์, 2559) ได้กล่าวว่า โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือที่นักเรียนสามารถใช้กับเนื้อหาเรขาคณิตแบบ Euclidean หรือ Non - Euclidean

พีชคณิต แคลคูลัส และตรีโกณมิติ ในการเรียนรู้โน้ตส่นทางเรขาคณิตนั้น โปรแกรม GeoGebra สามารถช่วยสร้างรูปเรขาคณิตในมิติต่าง ๆ ทำให้นักเรียนได้เกิดการสำรวจทำความเข้าใจในเนื้อหาเรขาคณิตได้ง่ายขึ้นกว่าการเรียนรู้แบบเดิม โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้เกิดการค้นพบ โดยนักเรียนจะได้เห็นภาพในตอนแรกแล้วทำการวิเคราะห์ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนจะต้องตั้งข้อาคดเดาก่อนที่จะทำการพิสูจน์ในเรื่องนั้น ๆ กระบวนการเรียนรู้จากโปรแกรม GeoGebra จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาพื้นฐานของตนเองในเชิงรูปธรรมก่อน แล้วค่อย ๆ พัฒนาการเรียนรู้ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น ผู้ใช้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิต วัดขนาด สัดส่วนของเส้นตรง โค้ง มุม และพื้นที่ได้รวดเร็วและถูกต้อง ทั้งยังให้ผู้เรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอ แล้วทำกิจกรรมการสำรวจ การยึด หด เลื่อนรูปในมุมมองต่าง ๆ เพื่อเรียนรู้โน้ตส่นทางเรขาคณิตได้รวดเร็ว นำสู่การค้นหาคสมบัติต่าง ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการกระตือรือร้น ดึงดูดความสนใจเกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผลและเพิ่มพูนความรู้ ซึ่งการเรียนรู้เรขาคณิตในลักษณะดังกล่าวมองเห็นสิ่งต่าง ๆ รอบตัวอย่างมีความหมายมากขึ้น การใช้โปรแกรม GeoGebra จะช่วยในการสร้างรูปอย่างรวดเร็ว ทำให้การแก้ปัญหาเรื่องที่ยากและซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และประหยัดเวลาในการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังใช้งานง่าย ใช้เวลาน้อยในการศึกษา วิธีการใช้งานผู้สอนสามารถเขียนเป็นสคริปต์ใช้ในการสาธิตหรือสรุปให้ผู้เรียนศึกษาตามเพื่อการทบทวนเนื้อหาได้

Lopez (2011 อ้างอิงจาก อธิภูมิ พาสงค์, 2559) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการฝึกอบรมครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาในประเทศสเปน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถนำไปปรับใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. โปรแกรม GeoGebra ช่วยให้การมีวิสัยทัศน์ในการพัฒนาการแก้ปัญหา
2. การเรียนการสอนต้องมีความเข้าใจคำศัพท์ทางเรขาคณิต
3. โปรแกรม GeoGebra ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปร่างที่ไม่สามารถสร้างด้วยกระดาษและดินสอได้
4. สำหรับนักเรียนที่ไม่ถนัดวิชาคณิตศาสตร์ อาจเกิดแรงบันดาลใจจากการใช้โปรแกรมที่ช่วยในการแก้ปัญหาและมีความรู้คงทนในการแก้ปัญหา
5. โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมที่ใช้งานได้สะดวกและนักเรียนสามารถเรียนรู้กับเครื่องมือได้ง่าย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำโปรแกรม GeoGebra มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่า โปรแกรม GeoGebra หมายถึง โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่ครูนำมาช่วยในการเรียนการสอนใน

การนำเสนอปัญหาและนักเรียนสามารถใช้โปรแกรมนี้ในการตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้ เพื่อประกอบการอธิบายและทำให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber, 1976: 513) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียน หรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น จะส่งผลให้นักเรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps, 1994: 181) กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คือ ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

รีส์ และคณะ (Reys; et al. 2001: 83) ได้กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิด หรือแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ๆ ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การใช้กราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

อัมพร น้ำคนอง (2553: 56) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจ หรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้อักษร กราฟหรือค่าสถิติในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 70) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ

เวชฤทธิ์ อังกะนภทธร (2554, หน้า 47) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้บุคคลอื่นได้รับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล โดยการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการสื่อสารที่ใช้

สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และแบบจำลองมาช่วยในการสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจากการนำเสนอผ่านการพูดและการเขียน

บ๊องร ไกรรอด (2561: 24) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของผู้เรียนในการถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์คำศัพท์ ตัวแปร ตาราง กราฟรูปภาพ หรือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย และสามารถนำเสนอข้อมูลด้วยการพูด การอภิปราย การเขียน หรือจัดแสดงผลงาน การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการที่นักเรียนใช้ในการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น โดยใช้ทั้งภาษาพูดและเขียน รวมถึงสัญลักษณ์ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกันและมีประสิทธิภาพในการสื่อสารแนวคิดและกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์

5.2 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 79) ได้ระบุว่าความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงแนวคิดหรืออธิบายแนวความคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจน และเหมาะสม

เวชฤทธิ์ อังกะภักทธร (2555, หน้า 120) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้บุคคลอื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล ซึ่งการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด โดยมีการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ซึ่งเป็นการสื่อสารที่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มาช่วยในการสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจากการนำเสนอผ่านการพูดและการเขียน

มนัส บุญลือชา (2558: 56) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการแปลงปัญหาหรือสถานการณ์ไปสู่รูปแบบที่เข้าใจง่าย

2. ความสามารถในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการแปลงผลจากปัญหาหรือสถานการณ์ไปสู่ประโยคภาษา หรือประโยคสัญลักษณ์แล้วสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนและการพูด โดยในการเขียน นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย รวมถึงนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอนผ่านการเขียนได้อย่างถูกต้อง ส่วนในการพูด นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสร้างแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ และสามารถสรุปเนื้อหาได้อย่างชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด

5.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11 อ้างถึงใน ศศิธร มั่นสงวน, 2556) ได้เสนอแนะแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การใช้สื่ออุปกรณ์ (Physical materials)
2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจ โครงงาน และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรงและกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารไปอย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถามปลายเปิด (Open-Ended question) เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดง การตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและการคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย

4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝนให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนเป็นนั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. การใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative & Collaborative group) การให้ นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายการจัดกลุ่ม ให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็นโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบาย แนวคิดกันในกลุ่มและเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

เวทฤทธิ อังคนะภัทรขจร (2554, หน้า 48-50) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะสื่อสาร คือผู้สอน โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน สรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอ

2. ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กันมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากผู้สอน อันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง แต่อย่างไรก็ตามหากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดปริมาณเวลาหรือปริมาณการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อให้ผู้เรียนได้สื่อสารกันมากขึ้น

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด (Open-Ended questions) เนื่องจากจะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลายและสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสาร และแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น

4. ผู้สอนควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวพวกเขา ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

5. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับ สถานการณ์นั้น ๆ” “ทำไมคิดว่าสิ่งเหล่านั้นถูกต้อง” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ....” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดความคิด มีการสื่อสารออกมา หรือบางครั้งอาจให้ผู้เรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไร ผลเป็นเช่นไร ทำไมทำเช่นนั้น เป็นต้น

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1 การใช้สื่ออุปกรณ์ (Physical materials) ส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจและสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนและมีประสิทธิภาพ

1.2 การใช้ความสนใจและความสัมพันธ์ของหัวข้อการเรียนรู้ เลือกหัวข้อที่เกี่ยวข้องและน่าสนใจสำหรับนักเรียน เช่น การสำรวจโครงงานที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เพื่อให้ นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์และสื่อสารได้ดีขึ้น

1.3 การใช้คำถามปลายเปิด (Open-Ended questions) กระตุ้นให้นักเรียนคิด และตอบสนองอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งส่งเสริมการสื่อสารและการค้นพบแนวคิดใหม่

1.4 การเขียนสื่อสารแนวความคิด ผูกพันให้นักเรียนเขียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับเป้าหมายและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. บทบาทของครู

2.1 ส่งเสริมการสำรวจและอธิบายแนวคิด ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจ และอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอ

2.2 จัดบรรยากาศห้องเรียนที่เอื้อต่อการสื่อสาร การสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจและพัฒนาทักษะการสื่อสารมากขึ้น ควรลดการพูดของครูและเพิ่มเวลาสำหรับการสื่อสารของนักเรียน

2.3 การใช้คำถามปลายเปิด ครูควรถามคำถามปลายเปิดอย่างต่อเนื่องเพื่อ กระตุ้นให้นักเรียนคิดหลากหลายและสามารถสื่อสารความคิดออกมาได้

2.4 ใช้เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน การเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องและใกล้ ตัวนักเรียนจะทำให้ นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

2.5 ส่งเสริมการมีส่วนร่วมและการตอบคำถาม ครูควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนมี ส่วนร่วมและตอบคำถามที่กระตุ้นความคิด ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารและอธิบายกระบวนการคิด ออกมา

5.4 แนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Lester and Kroll (1991 pp. 278-282 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 188) ได้เสนอเทคนิคการประเมินผลในชั้นเรียนดังนี้

1. การสังเกตและสอบถาม การสังเกตและสอบถามนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับทักษะกระบวนการคิด เจตคติและความเชื่อ จากการสังเกตสามารถทำได้โดยไม่เป็นการหรือการสัมภาษณ์

การเลือกคำถามที่จะถามในขณะที่ทำการสังเกตเป็นสิ่งสำคัญ ในชั้นเรียนปกติมี หลายเหตุผลในการถามคำถาม เช่น ถามเพื่อกระตุ้นให้คิด ถามเพื่อชี้แนะ ถามเพื่อตรวจสอบความ เข้าใจ หรือถามเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเพื่อนรู้อะไร

ครูควรบันทึกการสังเกต โดยอาจบันทึกลงในบัตรบันทึก แบบสำรวจรายการ แบบมาตราประมาณค่าหรือแบบบันทึกสำหรับการบันทึกการสังเกต โดยการสังเกตเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับการคิดและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การตรวจผลงาน เป็นการพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ไม่ได้ให้ความสำคัญกับผลลัพธ์ที่ได้เป็นหลัก มีวิธีการตรวจผลงานของ นักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี

2.1 การตรวจให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Analytic scoring) เป็นการตรวจให้คะแนนโดยการกำหนดระดับหรือจุดการให้คะแนนในแต่ละระดับพฤติกรรมในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

2.2 การตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring) เน้นการให้คะแนนภาพรวมของผลการแก้ปัญหาให้คะแนนตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาให้ค่าคะแนนหนึ่งค่าสำหรับผลของการแก้ปัญหทั้งหมด ซึ่งต่างจากการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

3. ประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล โดยปกติแล้วแฟ้มข้อมูลรายบุคคลจะรวบรวมข้อมูลทั้งการสอบ จากที่บ้านและผลงานอื่น ๆ ที่เป็นจุดสำคัญที่จะนำมาประเมินผลรวมสุดท้ายเพื่อให้เกรด

4. การทดสอบนั้นแบบทดสอบโดยทั่วไปมักจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา ไม่ได้เน้นถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนั้น ในการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนควรที่จะกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

NCTM (1989, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547) ได้เสนอว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอของนักเรียนควรให้นักเรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน สานิตให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่น่าสนใจในรูปแบบการเขียน หรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปปากเปล่าได้
3. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ในการนำเสนอความคิดเห็นที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 146) ได้กล่าวว่า แนวทางการประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน คือ การออกแบบกิจกรรมให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือทำกิจกรรมเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยการสืบค้น อภิปราย บรรยาย สานิตความรู้ต่าง ๆ โดยกิจกรรมนั้นเป็นกิจกรรมที่อยู่ในสภาพจริง ผู้เรียนจะสามารถสื่อสารความคิด แสดงความคิดเห็น อภิปราย แลกเปลี่ยนการค้นหาคำความรู้ ตลอดจนสนับสนุนข้อคิดเห็นต่าง ๆ ซึ่งแสดงออกโดยการ ฟัง พูด อ่าน เขียน กิจกรรมที่กระทำเหล่านี้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการกระทำทาง

คณิตศาสตร์ เนื่องจากการสื่อสารเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็น และถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์จะมีความยากในการใช้เครื่องหมายให้ถูกต้อง แต่บางครั้งการให้ผู้เรียนแสดงออกมาโดยใช้คำพูดของตนเอง จะทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจแจ่มแจ้งขึ้น ซึ่งความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้จากการแสดงความหมาย และมโนทัศน์ที่ผู้เรียนพูดออกมาการประเมินควรอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ของการสื่อสาร เช่น การสื่อสารระหว่างบุคคล การสื่อสารระหว่างการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ และจากการที่การสื่อสาร หมายถึง การแสดงออกในการใช้ศัพท์ เครื่องหมาย และโครงสร้างที่แสดงออกมา ถึงความเข้าใจในสิ่งนั้นและความสัมพันธ์ของสิ่งนั้น จึงสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานกลมกลืนระหว่างความรู้กับการกระทำทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การสังเกตและสอบถาม เป็นกระบวนการที่สำคัญในการประเมินนักเรียนในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ โดยการสังเกตพฤติกรรมและการทำงานของนักเรียนช่วยเก็บข้อมูลเกี่ยวกับทักษะกระบวนการคิด เจตคติ และความเชื่อของพวกเขา ส่วนการใช้คำถามจะช่วยกระตุ้นความคิด ตรวจสอบความเข้าใจ และเก็บข้อมูลที่จำเป็น นอกจากนี้ยังควรบันทึกการสังเกตเพื่อใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน
2. การตรวจผลงาน สามารถทำได้โดยใช้วิธีการสองแบบ ได้แก่ การตรวจให้คะแนนในแต่ละขั้นตอน (Analytic scoring) ซึ่งจะให้คะแนนตามขั้นตอนต่างๆ ของการแก้ปัญหา และการตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring) ซึ่งจะให้คะแนนตามภาพรวมของผลการแก้ปัญหาทั้งหมด วิธีทั้งสองนี้ช่วยให้การประเมินผลมีความละเอียดและครอบคลุมมากขึ้น
3. การประเมินจากแฟ้มข้อมูลรายบุคคล จะรวบรวมข้อมูลจากการสอบ การบ้าน และผลงานอื่น ๆ เพื่อนำมาประเมินผลรวมของนักเรียน ซึ่งช่วยให้เห็นภาพรวมของความก้าวหน้าและความสามารถของนักเรียนในแต่ละด้าน
4. การทดสอบ ควรถูกออกแบบมาเพื่อประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาแทนการเน้นที่การหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว การออกแบบข้อคำถามควรมุ่งเน้นที่การทดสอบความสามารถในการวิเคราะห์และแก้ไขปัญหา รวมถึงการแสดงขั้นตอนและเหตุผลที่ใช้ในการหาคำตอบ

5.5 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps, 1994) แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)

- 1.1 ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม

- 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
- 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations)
 - 2.1 ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
 - 2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
 - 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
 - 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
 - 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
 - 3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบถ้วน)

ไค จาแคบส์ซิน และเลน (Cai, Jakabcsin, and Lane, 1996: 238-246) เสนอ กฎเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับการ ตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนน ดังตารางที่ 2 ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม (Holistic) ของไค จาแคบส์ซิน และเลน

ระดับ	เกณฑ์การประเมิน
4	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงความเชี่ยวชาญในการให้ เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
3	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ หรือเกือบสมบูรณ์ สื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดง การให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจมีช่องว่างเล็กน้อย
2	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน; การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มี หลักฐานสนับสนุน
1	อธิบายคำตอบอาจจะผิดหรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์ หรือแผนภาพไม่ชัดเจน ตีความหมายยาก

ระดับ	เกณฑ์การประเมิน
0	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหาแผนภาพประกอบผิดหมด

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน แบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้องทั้งหมดชัดเจน โดยนำเสนอด้วย กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้อง โดยนำเสนอด้วย กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แต่มีรายละเอียดไม่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้องบางส่วน โดยพยายามนำเสนอ ด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แต่มีรายละเอียดไม่สมบูรณ์
1 (ปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนออย่างง่าย ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตาราง
0 (ต้องแก้ไข)	ไม่มีการนำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 94) ได้เสนอเกณฑ์การ ประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการสื่อสารไว้ ดังตารางที่ 4 ตารางที่ 4 เกณฑ์การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการสื่อสาร ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับ ขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วน สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบาง ประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1 (ปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 271) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 พอใช้	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 ปรับปรุง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางเลย และ การนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 ต้องแก้ไข	ไม่นำเสนอ

จิตติมา ชอบเอียด (2551, หน้า 77) ได้สร้างแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ชอบเอียด

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
พูดอธิบายแนวคิดของตนเองให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง				
พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง				

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
พูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ชัดเจน				

ผู้สังเกต

จิตติมา ขอบเอียด (2551, หน้า 78-79) ได้สร้างเกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 (ดี)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 (พอใช้)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 (ดี)	พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์

3. พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 (ดี)	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 (พอใช้)	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

พรรณทิภา ทองนวล (2554, หน้า 167) ได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพุด ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพุดของพรรณทิภา ทองนวล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพุดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	พุดอธิบายโดยมีการใช้ภาษา และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเหมาะสมในการสื่อสารแนวคิดได้อย่างชัดเจน
ระดับ 1	พุดอธิบายโดยมีการใช้ภาษา และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นบางส่วน

พอใช้	ในการสื่อสารแนวคิด
ระดับ 0 ต้องปรับปรุง	พูดอธิบายโดยใช้ภาษาที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด

สรณัฐ ใจนันท์ (2562, หน้า 24 – 25) ได้สร้างเกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของสรณัฐ ใจนันท์

คะแนน/ความหมาย	คำอธิบาย
1. การอธิบายให้บุคคลอื่นเข้าใจ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายให้บุคคลอื่นเข้าใจ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้เหมาะสมทั้งหมด
2 (ดี)	พูดอธิบายให้บุคคลอื่นเข้าใจ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้เหมาะสมเกือบทั้งหมด
1 (พอใช้)	พูดอธิบายให้บุคคลอื่นเข้าใจ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้เหมาะสมเป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการพูด หรือ พูดให้บุคคลอื่นเข้าใจ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายไม่เหมาะสมทั้งหมด
2. การอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายแนวคิด โดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผลได้ถูกต้องหรือชัดเจนทั้งหมด
2 (ดี)	พูดอธิบายแนวคิด โดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผลได้ถูกต้องหรือชัดเจนเกือบทั้งหมด
1 (พอใช้)	พูดอธิบายแนวคิด โดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผลได้ถูกต้องหรือชัดเจนบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการพูด หรือ พูดอธิบายแนวคิด โดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผลไม่ถูกต้องหรือไม่ชัดเจนทั้งหมด
3. การนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ทั้งหมด
2 (ดี)	พูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้เกือบทั้งหมด
1 (พอใช้)	พูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้เป็นบางส่วน

คะแนน/ความหมาย	คำอธิบาย
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการพูดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถดำเนินการประเมินได้ 2 ด้าน ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ประเมินโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic rubrics) โดยปรับปรุงและพัฒนาจากเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของ เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps, 1994), ไค จาแคบส์ซิน และเลน (Cai, Jakabcsin, and Lane, 1996: 238-246), เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2554, หน้า 116), สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 94) และ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 271) โดยผู้วิจัยได้ดัดแปลงและเพิ่มเติมรายละเอียดในแต่ละคะแนนของเกณฑ์ เช่น การเน้นลำดับขั้นตอน ความครบถ้วนของรายละเอียด และความชัดเจนของภาษา เพื่อให้เกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นกลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้ โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏ
4 (ดีมาก)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน เข้าใจง่าย และมีรายละเอียดครบถ้วน
3 (ดี)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน หรือมีบางจุดที่อธิบายได้ไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ แต่ยังไม่ชัดเจน หรือมีบางจุดที่ขาดความสมเหตุสมผล หรือข้ามรายละเอียดที่สำคัญ
1 (ปรับปรุง)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และไม่สามารถแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏ
	อธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้
0 (ต้องแก้ไข)	ไม่สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ หรือไม่สามารถแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ หรือไม่มีร่องรอยการเขียน

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ประเมินโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ซึ่งผู้วิจัยศึกษาเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของ จิตติมา ชอบเอียด (2551), พรณทิภา ทองนวล (2554) และสรณัฐ ใจนันท์ (2562) โดยพบว่า แต่ละเกณฑ์ได้กำหนดองค์ประกอบและระดับการประเมินแตกต่างกัน แต่ล้วนให้ความสำคัญกับองค์ประกอบหลักที่คล้ายคลึงกัน ได้แก่ การอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ความชัดเจนในการสื่อความหมาย และความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลอย่างมีเหตุผล จากการเปรียบเทียบและพิจารณาแต่ละเกณฑ์ ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic rubrics) ของจิตติมา ชอบเอียด (2551) เนื่องจากมีความครอบคลุมองค์ประกอบที่สำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดได้อย่างครบถ้วน จึงได้นำมาใช้เป็นเกณฑ์หลักในการประเมิน โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ชอบเอียด (2551)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 (ดี)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 (พอใช้)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 (ดี)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
3 (ดีมาก)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิด ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้
4. ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้	
3 (ดีมาก)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 (ดี)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 (พอใช้)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

6.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Good (1973) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ (Achievement) ว่าหมายถึง ความสำเร็จ (Accomplishment) ความคล่องแคล่ว ความชำนาญในการใช้ทักษะหรือการประยุกต์ใช้ ความรู้ต่าง ๆ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Academic Achievement) หมายถึง ความรู้หรือทักษะ อันเกิดจากการเรียนรู้ในวิชาต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว ซึ่งได้จากผลการทดสอบของครูผู้สอน หรือ ผู้รับผิดชอบในการสอนหรือทั้งสองอย่างรวมกัน

สมพร เชื้อพันธ์ (2547) สรุปว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้ อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ซึ่งสามารถวัดได้จากการทดสอบ ด้วยวิธีการต่าง ๆ

ปราณี กองจินดา (2549) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถหรือ ความสำเร็จที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์ เรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย และยังได้จำแนกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ตาม ลักษณะของวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

อรทัย จันได (2553) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ความสามารถในการที่จะ พยายามเข้าถึงความรู้ หรือทักษะซึ่งเกิดจากการกระทำที่ประสานกันต้องอาศัยความ พยายามอย่างมากทั้ง องค์ประกอบทางด้านที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญา และองค์ประกอบที่ใช้สถิติ ปัญญา แสดงออกในรูปของ ความสำเร็จ ซึ่งสามารถสังเกตและวัดได้ด้วยเครื่องมือทางจิตวิทยาหรือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทั่วไป

ชนิดา ยอดสาลี และกาญจนา บุญส่ง (2559) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ หรือทักษะที่ต้องใช้สติปัญญาและสมรรถภาพทางสมองที่ได้รับมาจากการสั่งสอน แสดงออกมาในรูป ความสำเร็จสามารถวัดได้โดยการแสดงออกมาทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านพุทธิพิสัย ด้านจิตพิสัย ด้านทักษะ พิสัย และใช้แบบทดสอบ ความสามารถในการเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาที่เรียน

ทิศนา แคมมณี (2562) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ที่ ได้จากการพัฒนาทักษะของผู้เรียน หรือผลที่เกิดจากการกระทำของผู้เรียนเอง เป็นการเปลี่ยนแปลง พฤติกรรม เนื่องจากได้รับประสบการณ์ผ่านการเรียนรู้จากการเรียนรู้ด้วยตนเองหรือจากการจัดการ เรียนรู้ในชั้นเรียน สามารถประเมินค่าได้จากแบบทดสอบหรือการสังเกตของผู้สอน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความสามารถ หรือทักษะที่นักเรียนได้รับจากการเรียนการสอนและประสบการณ์การเรียนรู้ โดยสามารถวัดผลสัมฤทธิ์ได้จากการทดสอบที่ครูจัดทำขึ้น ที่สะท้อนถึงการพัฒนาและความสามารถของผู้เรียนในการบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

6.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

พิชิต ฤทธิ์จัญญ (2551) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด โดยทั่วไปจะแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน เฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองใช้กันทั่วไปในสถานศึกษามีลักษณะเป็นแบบทดสอบ ข้อเขียน (Paper and Pencil Test) ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียนโดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Objective Test or Short Answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response Type) ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบชนิดนี้แบ่งออกเป็น 4 แบบ คือ แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐาน กล่าวคือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ

บุญชม ศรีสะอาด (2553) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ความสามารถของบุคคลในด้านวิชาการซึ่งเป็นผลในการเรียนรู้ สาระ และตามจุดประสงค์ของวิชา หรือเนื้อหาที่สอนนั้น โดยทั่วไปจะวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาต่าง ๆ ที่เรียนในโรงเรียน วิทยาลัย มหาวิทยาลัย หรือสถาบันการศึกษาต่าง ๆ จำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion Referenced Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีคะแนนจุดตัด หรือคะแนนเกณฑ์สำหรับใช้

ตัดสินว่าผู้สอบมีความรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ การวัดตรงตามจุดประสงค์เป็นหัวใจสำคัญของข้อสอบในแบบทดสอบประเภทนี้

2. แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm Referenced Test) หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งสร้างเพื่อวัดครอบคลุมหลักสูตร จึงสร้างตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ความสามารถในการจำแนกผู้สอบตามความเก่งอ่อนได้ดี เป็นหัวใจของแบบทดสอบประเภทนี้ การรายงานผลการสอบ อาศัยคะแนนมาตรฐาน ซึ่งเป็นคะแนนที่สามารถให้ความหมายแสดงสถานะภาพความสามารถของบุคคลนั้น เมื่อเปรียบเทียบกับบุคคลอื่น ๆ ที่ใช้เป็นกลุ่มเปรียบเทียบ

สมนึก ภัททิยธนี (2553) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว อาจแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐาน แต่เนื่องจากครูต้องทำหน้าที่วัดผลนักเรียน คือ เขียนข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาที่ตนสอน ซึ่งเกี่ยวข้องโดยตรงกับแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และมีหลายแบบแต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ ดังนี้

1. ข้อสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test) ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

2. ข้อสอบแบบกาถูก-ผิด (True-False Test) ลักษณะทั่วไป ถือได้ว่าข้อสอบแบบกาถูก-ผิด คือข้อสอบแบบเลือกตอบที่มี 2 ตัวเลือก แต่ตัวเลือกดังกล่าวเป็นแบบคงที่และมีความหมายตรงกันข้าม เช่น ถูก-ผิด ใช่-ไม่ใช่ จริง-ไม่จริง เหมือนกัน-ต่างกัน เป็นต้น

3. ข้อสอบแบบเติมคำ (Completion Test) ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์ให้ผู้ตอบเติมคำ หรือประโยค หรือข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้นั้นเพื่อให้มีความสมบูรณ์และถูกต้อง

4. ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ (Short Answer Test) ลักษณะทั่วไป ข้อสอบประเภทนี้คล้ายข้อสอบแบบเติมคำ แต่แตกต่างกันที่ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ เขียนเป็นประโยคคำถามสมบูรณ์ (ข้อสอบเติมคำเป็นประโยคที่ยังไม่สมบูรณ์) แล้วให้ผู้ตอบเป็นคนเขียนตอบคำตอบที่ต้องการจะสั้นและกะทัดรัดได้ใจความสมบูรณ์ไม่ใช่เป็นการบรรยายแบบข้อสอบอัตนัยหรือความเรียง

5. ข้อสอบแบบจับคู่ (Matching Test) ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบเลือกตอบชนิดหนึ่ง โดยมีคำหรือข้อความแยกจากกันเป็น 2 ชุด แล้วให้ผู้ตอบเลือกจับคู่ว่า แต่ละข้อความในชุดหนึ่ง

(ตัวยืน) จะคู่กับคำ หรือข้อความใดในอีกชุดหนึ่ง (ตัวเลือก) ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่ง ตามที่ผู้ออกข้อสอบกำหนดไว้

6. ข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice Test) ลักษณะทั่วไป ข้อสอบแบบเลือกตอบนี้จะประกอบด้วย 2 ตอน ตอนนำหรือคำถาม (Stem) กับตอนเลือก (Choice) ในตอนเลือกนี้จะประกอบด้วยตัวเลือกที่เป็นคำตอบถูกและตัวเลือกที่เป็นตัวลวงปกติจะมีคำถามที่ให้นักเรียนพิจารณา แล้วหาตัวเลือกที่ถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียวจากตัวเลือกอื่น ๆ และคำถามแบบเลือกตอบที่ดีนิยมใช้ตัวเลือกที่ใกล้เคียงกัน ดูเผิน ๆ จะเห็นว่าทุกตัวเลือกถูกหมดแต่ความจริงมีน้ำหนักรู้ถูกมากน้อยต่างกัน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการของนักเรียนหลังจากที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อประเมินว่านักเรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้วัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในกลุ่มที่ครูสอนโดยเฉพาะ ซึ่งมักมีลักษณะเป็นข้อเขียน ซึ่งสามารถแบ่งย่อยเป็นแบบทดสอบอัตนัย (เขียนตอบแบบเสรี) และแบบทดสอบปรนัย (ตอบสั้น ๆ หรือมีตัวเลือกให้ตอบ)

2. แบบทดสอบมาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญผ่านการวิเคราะห์ และปรับปรุงจนมีคุณภาพและมาตรฐานสูง ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั่วไปตามหลักสูตร โดยมีมาตรฐานในการดำเนินการสอบและการประเมินผล

นอกจากนี้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนยังแบ่งตามลักษณะการวัดผลได้ดังนี้

1. แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่วัดว่านักเรียนบรรลุผลตามเกณฑ์หรือจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่

2. แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่วัดและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกับกลุ่มตัวอย่างอื่น เพื่อจัดลำดับหรือจำแนกระดับความสามารถ โดยใช้คะแนนมาตรฐานในการเปรียบเทียบ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยเป็นแบบทดสอบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Test) ซึ่งจะใช้ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอน เพื่อประเมินว่านักเรียนสามารถ

บรรลุวัตถุประสงค์ทางการเรียนได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยมีเกณฑ์การผ่านที่กำหนดไว้ที่ร้อยละ 75

6.3 แนวความคิดและทฤษฎีในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สมนึก ภัททิยธนี (2553) กล่าวว่า ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แนวคิดที่นิยมกัน ได้แก่ การเขียนข้อสอบวัดตามการจัดประเภทจุดมุ่งหมายของการศึกษาด้านพุทธิพิสัย (Cognitive) ของบลูม (Bloom's Taxonomy) ซึ่งจำแนกออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้ (Knowledge) เป็นเรื่องที่ต้องการรู้ว่าคุณเรียนรู้อะไรได้บ้าง จำข้อมูลที่เห็นข้อเท็จจริงได้ เพราะข้อเท็จจริงบางอย่างมีคุณค่าต่อการเรียนรู้
2. ความเข้าใจ (Comprehension) แสดงถึงระดับความสามารถ การแปลความ การตีความและขยายความในเรื่องราวและเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ เช่น การจับใจความได้อธิบายความหมายและขยายเนื้อหาได้
3. การนำไปใช้ (Application) ต้องอาศัยความเข้าใจเป็นพื้นฐานในการช่วยตีความของข้อมูล เมื่อต้องการทราบว่าคุณมีประเด็นสำคัญอะไรบ้าง ต้องอาศัยการเปรียบเทียบ แยกแยะความแตกต่าง พิจารณานำข้อมูลไปใช้โดยให้เหตุผลได้
4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นทักษะทางปัญญาในระดับที่สูงจะเน้นการแยกแยะข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย ๆ และพยายามมองหาส่วนประกอบว่ามีความสัมพันธ์และการจัดรวบรวบบลูม (Bloom) ได้แยกจุดหมายของการวิเคราะห์ออกเป็น 3 ระดับ คือ การพิจารณาหรือการจัดประเภทองค์ประกอบต่าง ๆ การสร้างความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น และควรคำนึงถึงหลักการที่ได้จัดรวบรวบไว้แล้ว
5. การสังเคราะห์ (Synthesis) การนำเอาองค์ประกอบต่าง ๆ ที่แยกแยะกันอยู่มารวมเข้าด้วยกันในรูปแบบใหม่ ถ้าสามารถสังเคราะห์ได้ก็สามารถประเมินได้ด้วย
6. การประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง การใช้เกณฑ์และมาตรฐานเพื่อพิจารณาว่า จุดมุ่งหมายที่ต้องการนั้นบรรลุหรือไม่ การให้นักเรียนสามารถประเมินค่าได้ต้องอาศัยเกณฑ์หรือมาตรฐานเป็นแนวทางในการตัดสินคุณค่า การตัดสินใด ๆ ที่ไม่ได้อาศัยเกณฑ์น่าจะเป็นลักษณะความคิดเห็นมากกว่าการประเมิน

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามแนวคิดของบลูม (Bloom) แบ่งออกเป็น 6 ระดับ ได้แก่ 1) ความรู้ (Knowledge) คือการระลึกและจดจำข้อมูลที่สำคัญ 2) ความเข้าใจ (Comprehension) คือความสามารถในการแปลและตีความ

ข้อมูล 3) การนำไปใช้ (Application) คือการประยุกต์ความเข้าใจในสถานการณ์จริง 4) การวิเคราะห์ (Analysis) คือการแยกแยะและจัดกลุ่มข้อมูล 5) การสังเคราะห์ (Synthesis) คือการรวมองค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อสร้างสิ่งใหม่ และ 6) การประเมินค่า (Evaluation) คือการใช้เกณฑ์เพื่อพิจารณาคุณค่าหรือความสำเร็จของจุดมุ่งหมายการเรียนรู้

6.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี 3 ขั้นตอน ดังนี้ (บุญศรี พรหมมา พันธุ์ และนวลเสนห์ วงศ์เชิดธรรม, 2545)

ขั้นตอนที่ 1 การวางแผนสร้างแบบทดสอบ ประกอบด้วย

1.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ผู้สร้างแบบทดสอบต้องทำการค้นคว้าวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่ามีแบบใดบ้าง แบบทดสอบแต่ละชนิดมีวิธีการสร้างและมีข้อดีข้อจำกัดอย่างไร

1.2 กำหนดจุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนจะเริ่มเขียนข้อคำถาม ผู้สร้างข้อคำถามจะต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบให้ชัดเจนว่าจะวัดไปเพื่ออะไร จะได้เขียนข้อสอบให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายนั้น

1.3 กำหนดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดในตารางวิเคราะห์หลักสูตรผู้สร้างแบบทดสอบจะต้องกำหนดขอบเขตเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ พฤติกรรมที่จะวัดในด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการคิดสร้างสรรค์

1.4 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบและส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสอบ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะเป็นแบบทดสอบอิงเกณฑ์หรืออิงกลุ่มก็ได้ ซึ่งลักษณะข้อสอบจะเป็นแบบปรนัยหรืออัตนัยก็ได้ หรือจะเป็นทั้งแบบปรนัยและอัตนัยรวมกันก็ได้ ทั้งนี้ผู้สร้างแบบทดสอบอาจใช้เกณฑ์ต่อไปนี้กำหนดลักษณะข้อสอบ ได้แก่

1.4.1 วัตถุประสงค์การวัด

1.4.2 ระดับพฤติกรรมของการเรียนรู้ที่จะวัด

1.4.3 ลักษณะหรือคุณสมบัติผู้เข้าสอบ

1.4.4 จำนวนผู้เข้าสอบ

1.4.5 ระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบดำเนินการสอบและตรวจข้อสอบ

1.4.6 ความเป็นอิสระในการตอบ

นอกจากนี้ การกำหนดรายละเอียดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสอบก็มีความสำคัญเช่นกัน ได้แก่ จำนวนข้อสอบและคะแนนรวม ระยะเวลาที่ใช้ในการสอบ วิธีการดำเนินการสอบ การตรวจ และให้คะแนน การแปลผลคะแนน และค่าใช้จ่ายทั้งหมดในการดำเนินการ

ขั้นตอนที่ 2 การลงมือสร้างข้อสอบ

2.1 ผู้สร้างแบบทดสอบลงมือสร้างแบบข้อสอบตามรายละเอียดในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ คำนึงถึงความยากของข้อสอบ ระยะเวลาที่ใช้สอบ คะแนนและการตรวจให้คะแนน

2.2 ตรวจทานข้อสอบผู้สร้างต้องทบทวนแบบทดสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่สร้างขึ้นมานั้นมีความถูกต้องครบถ้วน ตามรายละเอียดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร แล้วจัดพิมพ์เป็นฉบับทดลอง เพื่อนำไปใช้ต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การตรวจสอบคุณภาพข้อสอบก่อนนำไปใช้

3.1 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และด้านการวัดผล การศึกษา จำนวน 3 – 5 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญ พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นสร้างได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสมเพียงใด พิจารณาความสอดคล้อง ของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือเนื้อหาตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยใช้เกณฑ์การ ประเมิน ดังนี้

+1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้น

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้น

-1 หมายถึง แนใจว่าข้อสอบไม่วัดจุดประสงค์ข้อนั้น

นำข้อสอบที่ได้หาค่าสอดคล้อง IOC และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับใหม่

3.2 ทดลองสอบ นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบ (Try Out) กับ นักเรียนที่มีลักษณะคล้ายคลึงหรือนักเรียนที่เพิ่งเรียนในเรื่องนั้น ๆ จำนวนตั้งแต่ 30 คนขึ้นไป

3.3 วิเคราะห์หาคุณภาพข้อสอบ นำผลการสอบมาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.20 - 0.80 และนำค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จากนั้นให้นำข้อสอบที่ได้ คัดเลือกแล้วจัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับใหม่ นำไปทดสอบกับนักเรียนที่มีลักษณะคล้ายคลึงหรือ นักเรียนที่เพิ่งเคยเรียนในเรื่องนั้น ๆ จำนวนตั้งแต่ 30 คนขึ้นไป เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น

3.4 จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับจริง เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

ประสาธ เนืองเฉลิม (2554) กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบที่ดีมีคุณภาพไม่ใช่เรื่องง่าย สำหรับผู้ออกข้อสอบ ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบมีดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบแต่ละครั้งให้แน่ชัดว่าจะสอบเพื่ออะไร สอบกับใครและระดับชั้นใด

2. กำหนดลักษณะของสิ่งที่ต้องการจะวัด การสร้างแบบทดสอบจะต้องรู้ว่าต้องวัดสิ่งใด จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคืออะไร เนื้อหาจะช่วยให้ผู้เรียนบรรลุพฤติกรรมด้านใด พฤติกรรมเหล่านั้นเป็นอย่างไร

3. กำหนดชนิดของเครื่องมือที่ใช้ในการวัด การกำหนดชนิดของเครื่องมือที่จะใช้วัดพิจารณาได้จากคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการศึกษา โดยดูจากตารางวิเคราะห์หลักสูตร แบบทดสอบต้องการวัดพฤติกรรมด้านใด กับใคร ที่ไหน เมื่อไหร่ และอย่างไร

4. เขียนข้อสอบ การเขียนข้อสอบควรคำนึงถึงความชัดเจนของข้อคำถาม และความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดตามหลักวิชาการวัดผลทางการศึกษา

5. ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาตรวจสอบแก้ไข ผู้เชี่ยวชาญควรประกอบด้วยบุคคลอย่างน้อย 2 ด้าน คือ ด้านเนื้อหาสาระและด้านวัดผลทางการศึกษา โดยพิจารณาคำถามและคำตอบว่าถูกต้องตามหลักวิชาหรือไม่ ภาษาที่ใช้ในการเขียนข้อสอบเหมาะสมและวัดได้ตรงตามจุดประสงค์หรือไม่

6. การทดลองใช้แบบทดสอบ เมื่อผู้เชี่ยวชาญพิจารณาตรวจสอบและแก้ไขแล้วก็นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และหาคุณภาพเครื่องมือ และสามารถพัฒนาแบบทดสอบโดยการนำไปทดลองหลาย ๆ ครั้ง จนได้คุณภาพเป็นที่น่าพอใจจึงนำไปใช้จริงต่อไป

7. สร้างเกณฑ์ในการแปลความหมายคะแนน การสร้างเกณฑ์ในการแปลความหมายคะแนน เพื่อต้องการให้ทราบว่าบุคคลใดสอบได้คะแนนเท่าไร จะเป็นผู้ที่มีความสามารถหรือลักษณะพฤติกรรมอย่างไร

8. การเขียนรายงานและคู่มือการใช้ การเขียนรายงานและคู่มือการใช้จะทำให้นำไปใช้ได้โดยรู้ถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ และรายละเอียดเกี่ยวกับการดำเนินการสอบ การแปลความ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เลือกใช้แบบทดสอบได้เหมาะสมกับจุดมุ่งหมายในการสอบ

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ 1) การวางแผน เริ่มจากการศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบ กำหนดจุดมุ่งหมายและเนื้อหาที่จะวัด พร้อมเลือกประเภทของแบบทดสอบ 2) การลงมือสร้างข้อสอบ ผู้สร้างต้องเขียนข้อสอบตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ตรวจสอบและจัดพิมพ์แบบทดลอง

3) การตรวจสอบคุณภาพข้อสอบ นำข้อสอบให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย และวิเคราะห์หาคุณภาพก่อนพิมพ์ฉบับจริงเพื่อใช้งานต่อไป

6.5 ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี

สมนึก ภัททิยธนี (2553) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดี มีดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) คุณภาพของข้อสอบที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ หรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้องแม่นยำ
2. ความเชื่อมั่น (Reliability) ลักษณะแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงที่คงจะไม่เปลี่ยนแปลงไม่ว่าจะทำการสอบใหม่กี่ครั้งก็ตาม
3. ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของข้อสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบ เสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน
4. ความลึกของการถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบจะต้องไม่ถามผิวเผิน หรือประเภทความรู้ความจำ
5. ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุกเพลิดเพลิน ไม่ควรใช้คำถามซ้ำซากซึ่งน่าเบื่อหน่าย วิธีการที่จะให้ข้อสอบมีความยั่วยุอยากตอบ โดยเรียงจากข้อง่ายไปหาข้อยาก
6. ความจำเพาะเจาะจง (Definitions) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทางหรือมีทิศทางคำถาม การตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนง
7. ความเป็นปรนัย (Objectivity) ความเป็นปรนัยของแบบทดสอบไม่ได้หมายถึงข้อสอบกาถูก กาลผิด จับคู่ เดิมคำตอบสั้น ๆ และเลือกตอบ เพราะแบบทดสอบชนิดต่าง ๆ เหล่านี้เป็นเพียงรูปแบบหรือคำถามที่จะนำไปสู่ความเป็นปรนัยเท่านั้น และความเป็นปรนัย เป็นคุณลักษณะของแบบทดสอบ ไม่ใช่ชนิดของข้อสอบ
8. ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจสอบได้คะแนนรวดเร็ว
9. อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะ หรือความสามารถแตกต่างกันได้ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง

10. ความยาก (Difficulty) หมายถึง จำนวนคนตอบข้อสอบได้ถูกมาน้อยเพียงใด หรืออัตราส่วนของจำนวนคนทั้งหมดที่เข้าสอบ ตามทฤษฎีการวัดแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากเกินไปหรือง่ายเกินไป

ประสาธ เนืองเฉลิม (2554) กล่าวถึง คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีไว้ ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) การวัดในสิ่งที่ต้องการจะวัดได้อย่างถูกต้อง
2. ความเชื่อมั่น (Reliability) การวัดที่ให้ผลแน่นอน สม่ำเสมอ คงเส้นคงวาของการได้คะแนน คะแนนที่วัดได้จากผู้สอบไม่ว่าจะกี่ครั้งก็ให้ผลคงเดิม ถึงแม้ว่าจะมีการวัดซ้ำอีกผลที่ได้ก็ย่อมไม่เปลี่ยนแปลงไปจากเดิม
3. ความเป็นปรนัย (Objective) ความชัดเจนของข้อคำถามที่ทำให้ผู้ตอบเกิดความเข้าใจในความหมายได้อย่างถูกต้องตรงกัน การตรวจให้คะแนนตรงกันไม่ว่าจะเป็นใครตรวจให้คะแนนก็ตาม และคะแนนที่ได้ก็สามารถแปลความหมายได้ตรงกัน
4. อำนาจจำแนก (Discrimination) ความสามารถในการจำแนกบุคคลที่มีคุณลักษณะหรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้
5. ความยาก (Difficulty) คุณลักษณะของข้อสอบไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป
6. วัดอย่างลึกซึ้ง (Searching) ลักษณะของคำถามต้องวัดได้ครอบคลุมพฤติกรรมที่ต้องการวัด ไม่เป็นคำถามที่วัดเพียงแค่ความรู้ความจำเท่านั้น หากแต่สามารถวัดพฤติกรรมสูง ๆ ผู้ตอบคำถามต้องใช้ความคิดและใช้สมอง
7. ยุติธรรม (Fair) ลักษณะคำถามที่ไม่เปิดโอกาสให้คนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งได้เปรียบในการตอบคำถามมากกว่าอีกกลุ่มหนึ่ง
8. จำเพาะเจาะจง (Definite) ลักษณะคำถามต้องไม่ถามหลายแง่มุมหรือหลายประเด็นของคำถามในข้อเดียวกัน
9. ต้องมีประสิทธิภาพ (Efficiency) ข้อสอบสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ประหยัดเวลา และงบประมาณ
10. มีการจูงใจให้ตอบ (Exemplary) ทำได้โดยเรียงข้อสอบง่าย ๆ ไว้ตอนแรก ๆ แล้วค่อยเพิ่มความยากขึ้นในข้อถัด ๆ ไป ซึ่งรูปแบบการจัดพิมพ์ข้อสอบควรจัดวางเป็นระบบ และดูสวยงาม อาจใช้ภาพหรือแผนผังประกอบคำถามเพื่อสร้างความสนใจของผู้ตอบ

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดีมีองค์ประกอบสำคัญหลายประการ ได้แก่ ความเที่ยงตรง (Validity) ซึ่งวัดในสิ่งที่ต้องการได้อย่าง

แม่นยำ ความเชื่อมั่น (Reliability) ที่ให้ผลการวัดที่สม่ำเสมอและไม่เปลี่ยนแปลง ความยุติธรรม (Fair) ที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้สอบได้เปรียบเสียเปรียบ อำนาจจำแนก (Discrimination) ที่สามารถแยกความสามารถผู้สอบได้ ความยาก (Difficulty) ที่เหมาะสม และการวัดลึกซึ้ง (Searching) ซึ่งไม่วัดแค่ความจำ นอกจากนี้แบบทดสอบยังต้องมีความชัดเจน (Definitions) มีประสิทธิภาพ (Efficiency) และต้องจูงใจให้ผู้สอบอยากตอบ (Exemplary) โดยข้อสอบที่ดีควรเรียงจากข้อที่ง่ายไปหายากเพื่อเพิ่มความสนใจในการตอบ

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

พรณทิภา ทองนวล (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อศวิณ พุ่มมรินทร์ (2556: 97) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กรวิกา ปานศักดิ์ และคณะ (2562) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอด้วยการจัดการเรียนรู้แบบเสริมต่อการเรียนรู้ เรื่อง จำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีกลุ่มตัวอย่างจำนวน 37 คน ผลการวิจัยพบว่า แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เรื่อง จำนวนจริง คือ การใช้กิจกรรมกลุ่มที่เน้นการสนทนา อภิปราย สนับสนุนให้นักเรียนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

การเลือกตัวอย่างที่ดีและครอบคลุมสาระสำคัญ เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตรูปแบบการแสดงแนวคิด การแสดงเหตุผล หรือการเขียนแสดงวิธีทำโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง รวมถึงการฝึกการเขียนด้วยตัวเองภายใต้การช่วยเหลือของครูใน 6 รูปแบบ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในเรื่อง จำนวนจริง อยู่ในระดับดี นักเรียนสามารถพูด หรือเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถแสดงแนวคิด แสดงเหตุผลโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอ้างอิง สามารถถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นระบบ รวมถึงสามารถแปลงโจทย์คณิตศาสตร์ไปสู่รูปแบบที่เข้าใจง่ายได้ถูกต้อง

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด

เวชฤทธิ์ อังกะภักทธร (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับ ประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาเพื่อหาประสิทธิภาพของการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียว และมีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า 1) ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำ แบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 2) ด้านทักษะการให้ เหตุผล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการ ทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 3) ด้านทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำ แบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับ .01 4) ด้านเจตคติต่อวิชา คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการ ทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ 5) ด้านสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมภายหลังการทดลอง มากกว่า ก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชัยวัฒน์ อัยปาอาจ (2552) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดใน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมเรียนรู้คณิตศาสตร์มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนีย์ คำควร (2559) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต “พิบูล บำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา การวิจัยในครั้งนี้มีกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 จำนวน 38 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ผลการวิจัยพบว่า 1) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วีรพล เทพบรรหาร (2560) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 34 คน และกลุ่มควบคุม 36 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) กลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) กลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GeoGebra

นพพล อุณหศิริกุล (2558) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราและกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราและกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” จังหวัดพังงา ปีการศึกษา 2557 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 80 คน กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราสูงกว่านักเรียนที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บรรหาร กาศเกษม และ ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์ (2560) ได้ทำวิจัยเรื่อง ความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอด และความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่สอนโดยการใช้โปรแกรม GeoGebra ผลการวิจัยพบว่า การใช้การนิภาพ และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงผ่านโปรแกรม GeoGebra ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจในเนื้อหา จนนำไปสู่ความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดได้ และการสอนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี

ฉลาด สายสินธุ์ (2561) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra มีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.28/78.84 และกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 86.40/75.25 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 75/75 ที่กำหนดไว้ 2) ดัชนีประสิทธิผลของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เท่ากับ 0.6408 แสดงว่านักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นหรือมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 64.08 และดัชนีประสิทธิผลของกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติเท่ากับ 0.5805 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra หลังเรียนและหลังเรียน 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 หรือนักเรียนกลุ่มดังกล่าวมีความคงทนในการเรียนรู้ 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สูงกว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 และ 5) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายด้านและรวมทุกด้านอยู่ในระดับมาก

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วทันยา กฤตติกานนท์ (2562) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบการใช้สมองเป็นฐาน (BBL) ร่วมกับเทคนิค STAD ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการใช้สมองเป็นฐาน (BBL) ร่วมกับเทคนิค STAD สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการใช้สมองเป็นฐาน (BBL) ร่วมกับเทคนิค STAD สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นริศรา ธรรมนันตา (2563) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน ผลการวิจัยพบว่า จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ชุดใช้วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในช่วงต้น ช่วงกลาง และช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นดังนี้ ชุดที่ 1 อยู่ในระดับพอใช้ ชุดที่ 2 อยู่ในระดับดี และชุดที่ 3 อยู่ในระดับดี ตามลำดับ โดยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ประกอบด้วย 1) การเขียนอธิบายจากกราฟ 2) การวาดกราฟ และ 3) การเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยรวมแล้วพบว่า ด้านการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นด้านที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด ในขณะที่ด้านการเขียนอธิบายจากกราฟนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

โจฮันนิง (Johanning, 2000: 151-160) ได้ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับการเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น โดยส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน และอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยให้ความสำคัญกับการเขียนที่จะช่วยให้นักเรียนอธิบายแนวคิดทาง

คณิตศาสตร์เพื่อเตรียมพร้อมไว้ใช้ในการอภิปราย อีกทั้งการเขียนของนักเรียนยังเป็นผลงานที่ครูใช้ตรวจสอบความเข้าใจได้อีกด้วย เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 14 คน และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 34 คน รวมทั้งสิ้น 48 คน ใช้เวลาในการดำเนินการเป็นเวลา 1 ปี มีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยการตรวจสอบการเขียนของนักเรียน การบันทึกเสียงขณะการอภิปรายกลุ่ม และการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการสื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษแล้วถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น นอกจากนี้การเขียนอธิบายก่อนการอภิปรายกลุ่ม ทำให้มั่นใจได้ว่านักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะอภิปรายร่วมกันกับครูและเพื่อน และการเขียนช่วยทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเต็มที่จากการคิด การเขียนและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

พอร์เตอร์ (Porter. 2009: abstract) ได้ศึกษาความสามารถในการเขียนเพื่ออธิบายความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูงที่วิทยาลัยเซนต์แมรี โดยเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการอ่าน เขียน และมีความรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ ซึ่งเทคนิคอย่างหนึ่งของการเรียนที่เน้นการอ่านและการเขียนนี้ คือ ให้นักเรียนเขียนอธิบายเทคนิคการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 หน้ากระดาษ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในห้องเรียนที่เรียนรู้แบบนี้ สามารถเขียนการพิสูจน์แบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ ในขณะที่นักเรียนห้องอื่นที่ไม่ได้เรียนรู้แบบนี้ เขียนการพิสูจน์โดยหาข้อขัดแย้ง นับได้ว่าการให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเพื่อสื่อสารแนวคิดหรือความเข้าใจนั้นเป็นประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด

คาร์เพนเทอร์ และคณะ (Carpenter et al., 1989) ได้ศึกษาการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน ถูกเลือกอย่างสุ่มจากแต่ละชั้นเรียนเพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิเคราะห์ผลจากแนวการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และนักเรียนอีก 20 คน ที่เหลือใช้การสอนแบบปกติ การประเมินผลวัดจากความสามารถในการคำนวณและการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เท่ากับ 8.6 คะแนน

วิลเลสนอร์ และเคปเนอร์ (Villasenor & Kapner. 1993: 62 - 69) ได้ทำการสำรวจการใช้รูปแบบการสอน CGI ของโรงเรียนขนาดใหญ่ในแถบตะวันตกตอนกลาง กลุ่มตัวอย่างเป็น

นักเรียนจำนวน 144 คนในชั้นเรียน CGI และนักเรียนอีก 144 คนในชั้นเรียนปกติเป็นกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินนักเรียน คือ แบบทดสอบวัดความสามารถทางเลขคณิต จากนั้นทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อประเมินขั้นตอนและยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาประเภทที่เป็นตัวเลขและเป็นโจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนคือ 9.14 คะแนนต่อ 3.18 คะแนนจากคะแนนเต็ม 14 คะแนน 2) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นโจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยคือ 5.44 คะแนนต่อ 2.93 คะแนน จากคะแนนเต็ม 6 คะแนน และ 3) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลขสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนคือ 4.68 คะแนนต่อ 3.00 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน

Saxe, Gearhart and Seitzer (1999) ได้ศึกษาผลของการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความเข้าใจของนักเรียน เรื่อง เศษส่วน นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการทดลองถูกแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน และกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน ในการศึกษาครั้งนี้ได้ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบ เรื่อง เศษส่วน ก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้คะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง นอกจากนี้ ผลการทดลองได้ให้ข้อสังเกตว่านักเรียนกลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจ เรื่อง เศษส่วน สามารถสร้างแนวคิดหรือหาวิธีแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วนได้ด้วยตนเอง แต่นักเรียนกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจ เรื่อง เศษส่วน พวกเขายังใช้วิธีแก้ปัญหาที่ยึดติดอยู่กับขั้นตอนวิธีการอยู่ ข้อสรุปของการทดลองนี้ ยืนยันว่าการสอนที่อยู่บนฐานการคิดของเด็กหรือการสอนแบบแนะให้รู้คิด นับว่าเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GeoGebra

Lew, Choi and Jeong (2010) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับพฤติกรรมของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้ซอฟต์แวร์พลวัตทางคณิตศาสตร์ (Dynamic Mathematical Software: DMS) โดยพวกเขาเลือกใช้ GeoGebra เป็นเครื่องมือสำหรับการวิจัยในครั้งนี้เพราะเป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้ง่ายและใช้คำสั่งที่มีโครงสร้างทางภาษาเหมือนกับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ในงานวิจัยนี้ พวกเขาทำการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนสองคนจากวิดีโอซึ่งบันทึกในคอมพิวเตอร์และหลังชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมเช่นเดียวกับนักวิจัยในห้องเรียนและมีการตั้งคำถามกับครู นักเรียนได้

ทำการปรับเปลี่ยนงานของเขาหลายครั้งและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น นักเรียนสามารถทำความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์จากการดำเนินการใน GeoGebra โดยไม่ต้องใช้คำศัพท์ใด ๆ ทางคณิตศาสตร์

ซุลไนดิ และซากาเรีย (Zulnaidi and Zakaria, 2012) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม จีโอจีบราที่มีต่อความคิดรวบยอด (Conceptual knowledge) และความรู้ด้านวิธีการ (Procedural knowledge) เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างระดับมัธยมศึกษาทั่วอินโดนีเซียทั้งหมด 124 คน 60 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราและ 64 คน เป็นนักเรียนกลุ่มควบคุม ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดรวบยอดและความรู้ด้านวิธีการของนักเรียนกลุ่มทดลอง สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อาร์เบิน และชุกอร์ (Arbain and Shukor, 2015) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมจีโอจีบราและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติและความพึงพอใจของนักเรียนต่อโปรแกรมจีโอจีบรา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในมาเลเซียจำนวน 62 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มควบคุม 32 คน ได้รับการสอนแบบปกติ และกลุ่มทดลอง 30 คนได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบรา ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้โปรแกรมจีโอจีบราอยู่ในระดับมากและผลสัมฤทธิ์ของกลุ่มทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางของนักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

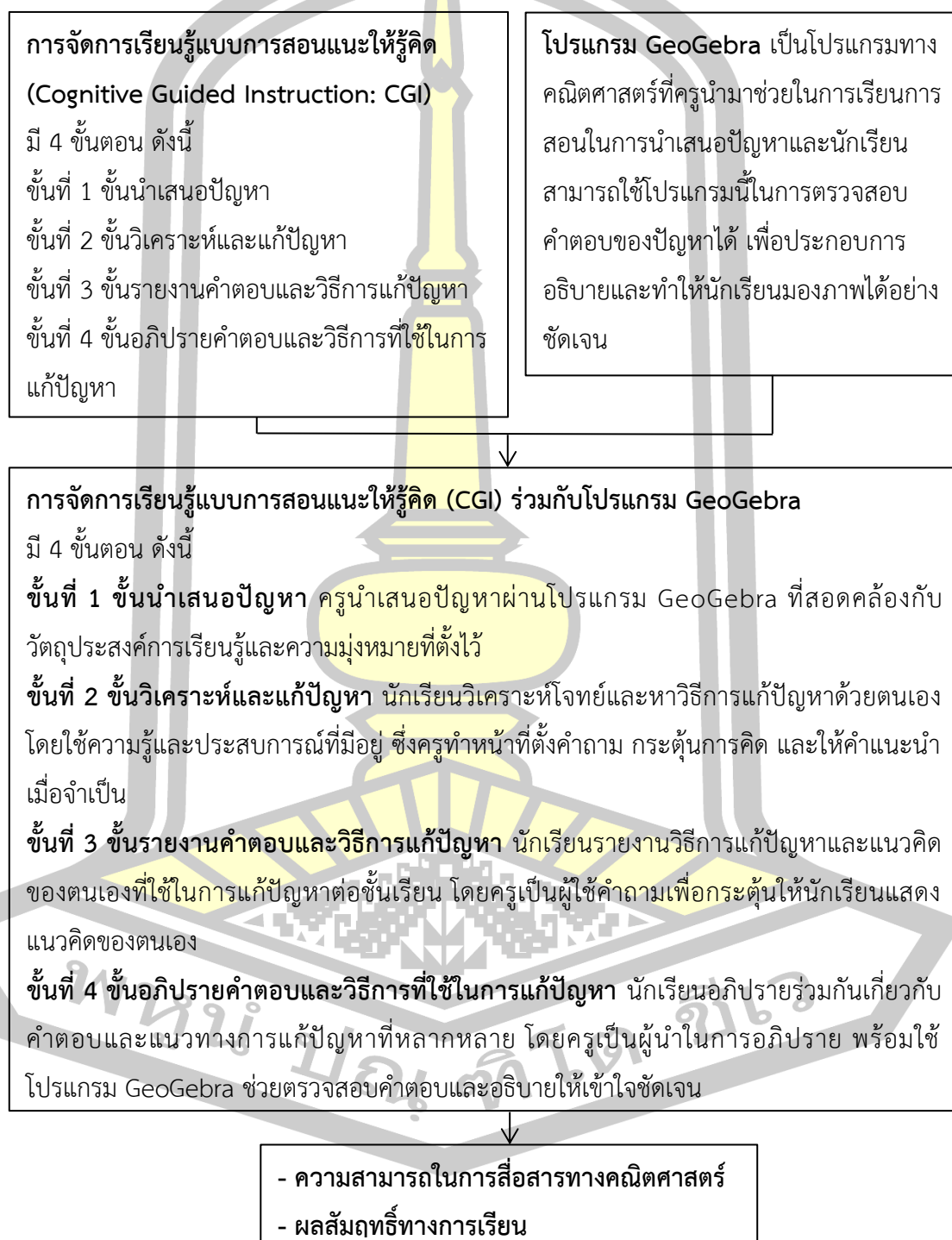
งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Hendricks (2013) ได้ศึกษาผลการใช้แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 53 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 51 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม รวมทั้งมีการพัฒนาในด้านความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และการใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพในการ ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียน ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงนำการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มาร่วมกับการใช้ โปรแกรม GeoGebra เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของนักเรียนต่อไป

8. กรอบแนวคิดการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีกรอบแนวคิดการวิจัย ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดวิธีดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

1. ขอบเขตของการวิจัย
2. แบบแผนการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. กรอบการดำเนินการวิจัย
6. การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ขอบเขตของการวิจัย

1.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยเป็นนักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 36 คน จากนักเรียนในชั้นเรียนทั้งหมด 40 คน ทั้งนี้ มีนักเรียนจำนวน 4 คน ที่ไม่ได้นำข้อมูลมาใช้ในการวิเคราะห์ โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ นักเรียนจำนวน 3 คน ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ จึงไม่ได้นำข้อมูลของนักเรียนกลุ่มนี้มาใช้ในการวิเคราะห์ และนักเรียนจำนวน 1 คน แม้จะทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แต่ไม่ได้ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในทุกวงจรของการวิจัย ผู้วิจัยจึงตัดออกจากการวิเคราะห์เพื่อรักษาความสมบูรณ์ของข้อมูล อย่างไรก็ตาม นักเรียนทั้ง 4 คนยังคงมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับเพื่อนร่วมชั้นตามปกติ เพื่อไม่ให้เกิดความแตกต่างในกระบวนการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

คะแนนเต็ม 16 คะแนน มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย รวมถึงนำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน โดยรายละเอียดของข้อคำถามมีดังนี้

ข้อที่ 1 ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a * b = (a + b) - ab$ แล้ว $10 * 2$ มีค่าเท่าใด

ข้อที่ 2 จงหาค่าของ m ที่ทำให้ $x - m$ หาร $3x^3 + 6$ แล้วเหลือเศษ 9

ข้อที่ 3 จงหาเซตคำตอบของสมการ $x^2 - 6x - 16 = 0$

ข้อที่ 4 จงหาเซตคำตอบของอสมการ $5 - 2x < x - (3 - x)$ พร้อมทั้งเขียนกราฟเส้นจำนวน โดยการให้คะแนนแบบวัดดังกล่าวใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบภาพรวม ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากเกณฑ์ของจริยา สุนทรหาญ (2561) ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบภาพรวมปรับปรุงจากเกณฑ์ของจริยา สุนทรหาญ (2561)

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องและครบถ้วน
3 (ดี)	เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน
2 (พอใช้)	เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ครบถ้วน แต่ไม่ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ ไม่ครบถ้วน แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด
0 (ต้องแก้ไข)	ไม่สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอน หรือไม่มีร่องรอยการเขียน

แบบวัดฉบับนี้ผ่านการตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา (Content Validity) จากผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม กับวัตถุประสงค์ของแบบวัด (Index of Item-Objective Congruence: IOC) ผลการประเมินพบว่า ค่า IOC ของข้อคำถามแต่ละข้ออยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ยอมรับได้ (มากกว่า 0.50) แสดงว่าแบบวัดมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และสามารถนำไปใช้ในการรวบรวมข้อมูลได้อย่างเหมาะสม จากนั้น ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาคิดเป็นร้อยละและเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ซึ่งเกณฑ์นี้เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2565 และ 2566 ที่มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 73 และ 74 ตามลำดับ (โรงเรียนสารคามพิทยาคม, 2565-2566) โดยการใช้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์สะท้อนถึงระดับความเข้าใจและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นรากฐานสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หากนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แสดงว่ายังขาดความเข้าใจและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ส่งผลต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ต่ำตามไปด้วย ดังนั้น การวิจัยครั้งนี้จึงมุ่งเน้นการพัฒนาทั้งความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควบคู่กันไป ผลการวิเคราะห์คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียน ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10

เลขที่	คะแนน (16 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับ เกณฑ์ ร้อยละ 75	เลขที่	คะแนน (16 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับ เกณฑ์ ร้อยละ 75
1	1	6	ไม่ผ่าน	21	4	25	ไม่ผ่าน
2	4	25	ไม่ผ่าน	22	4	25	ไม่ผ่าน
3	4	25	ไม่ผ่าน	23	4	25	ไม่ผ่าน
4	2	13	ไม่ผ่าน	24	4	25	ไม่ผ่าน
5	9	56	ไม่ผ่าน	25	5	31	ไม่ผ่าน
6	7	44	ไม่ผ่าน	26	4	25	ไม่ผ่าน
7	2	13	ไม่ผ่าน	27	4	25	ไม่ผ่าน
8	4	25	ไม่ผ่าน	28	7	44	ไม่ผ่าน
9	7	44	ไม่ผ่าน	29	7	44	ไม่ผ่าน

เลขที่	คะแนน (16 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับ เกณฑ์ ร้อยละ 75	เลขที่	คะแนน (16 คะแนน)	ร้อยละ	เทียบกับ เกณฑ์ ร้อยละ 75
10	11	69	ไม่ผ่าน	30	7	44	ไม่ผ่าน
11	4	25	ไม่ผ่าน	31	9	56	ไม่ผ่าน
12	6	38	ไม่ผ่าน	32	12	75	ผ่าน
13	7	44	ไม่ผ่าน	33	13	81	ผ่าน
14	7	44	ไม่ผ่าน	34	6	38	ไม่ผ่าน
15	7	44	ไม่ผ่าน	35	10	63	ไม่ผ่าน
16	4	25	ไม่ผ่าน	36	6	38	ไม่ผ่าน
17	7	44	ไม่ผ่าน	37	6	38	ไม่ผ่าน
18	6	38	ไม่ผ่าน	38	6	38	ไม่ผ่าน
19	12	75	ผ่าน	39	4	25	ไม่ผ่าน
20	7	44	ไม่ผ่าน				

จากตารางที่ 13 พบว่า มีนักเรียนจำนวน 36 คนที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ที่ร้อยละ 75 ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนกลุ่มนี้ เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการพูดและการเขียน รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่กำหนดไว้

1.2 ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1.2.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

1.2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

1.2.2.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.2.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้เนื้อหาในหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โดยเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งประกอบด้วย 11 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลาเรียน 11 ชั่วโมง

1.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวนทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 1 ชั่วโมง

2. แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1990) โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยดำเนินการสำรวจและวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียน เพื่อระบุประเด็นปัญหา รวมถึงทบทวนวรรณกรรม ทฤษฎี และแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อเลือกแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว พร้อมทั้งออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และจัดทำเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบไว้มาปฏิบัติจริงในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้ดำเนินการสอนตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการปฏิบัติการสอน ซึ่งข้อมูลที่ได้มาจากผลการเรียนรู้ของนักเรียน พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก การสัมภาษณ์นักเรียน โดยใช้เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการสังเกตและผลการดำเนินงานมาวิเคราะห์และสะท้อนผล เพื่อประเมินว่าบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัยหรือไม่ รวมถึงพิจารณาจุดแข็ง จุดที่ควรปรับปรุง และแนวทางในการพัฒนาเพิ่มเติม เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงและพัฒนาการดำเนินงานในวงจรปฏิบัติการต่อไป

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้กำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 11 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลาเรียน 11 ชั่วโมง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

2.1 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตร้อย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 2 ข้อ

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

2.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.4 แบบสัมภาษณ์นักเรียน เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง

4. การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 11 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลาเรียน 11 ชั่วโมง ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ คุณภาพผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย คำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และแนวทางการวัดและประเมินผลในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และหลักการจากเอกสาร ตำราต่าง ๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และการประยุกต์ใช้โปรแกรม GeoGebra ในการเรียนการสอน หลักการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล เพื่อเป็นแนวทางในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

1.3 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จากหนังสือที่เกี่ยวข้อง

1.4 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้และจำนวนชั่วโมงที่สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่ต้องเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

1.5 ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 11 แผน ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 การกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
1	เลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม	เข้าใจสมบัติของ เลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญห ได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลลัพธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการหาผลลัพธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
2	รากที่ n ใน ระบบจำนวน จริงและจำนวน จริงในรูปกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของ เลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญห ได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหารากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหารากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการ	1

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
			หารากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	
3	การบวก การลบ การคูณ และการหาร จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
4	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลลัพธ์เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการหาผลลัพธ์เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น	1

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
			จำนวนตรรกยะได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	
5	การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญห ได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาเซตคำตอบของสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการหาเซตคำตอบของสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
6	การแก้อสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญห ได้	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของอสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาเซตคำตอบของอสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการหาเซตคำตอบของอสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	1

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
			- นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	
7	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถตรวจสอบว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถอธิบายว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
8	กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
9	สมการเอกซ์โพเนนเชียล	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
10	อสมการเอกซ์โพเนนเชียล	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของอสมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	1
11	การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (การเพิ่มจำนวนประชากร)	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรื่องการเพิ่มจำนวนของประชากรได้ ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาเรื่องการเพิ่มจำนวนของ	1

แผน ที่	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
			ประชากรได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการ แก้ปัญหาเรื่องการเพิ่มจำนวนของ ประชากรได้ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ ได้รับมอบหมาย	

ซึ่งในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้

1.6 ดำเนินการสร้างแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้อง ความเหมาะสมและความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยสร้างขึ้นโดยใช้วิธีการของลิเคิร์ต (Likert) เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ซึ่งมี 5 ระดับ ดังนี้

5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง เหมาะสมมาก

3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ การจัดกิจกรรมเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล รวมถึงระยะเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้และความเหมาะสมของภาษา

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และการวัดและประเมินผล เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้อง ความเหมาะสมและความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ประกอบด้วย

1) รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชุตินันต์ ปร.ด. (สถิติ) ตำแหน่ง อาจารย์ประจำ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติ

2) ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์ ปร.ด. (คณิตศาสตร์) ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชา คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน คณิตศาสตร์

3) ดร.รณยุทธ นิลโคตร ปร.ด. (การบริหารและพัฒนาการศึกษา) ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการโรงเรียน โรงเรียนนาปีปทุม มีประสบการณ์ในการสอนคณิตศาสตร์ในระดับ มัธยมศึกษา เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

4) นางยุพิน พลเรือง วท.ม. (คณิตศาสตร์) ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

5) นางสาวพิมพ์สุภา วุ่นเหลี่ยม วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ตำแหน่ง ครูชำนาญการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

1.9 นำคะแนนการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด มาวิเคราะห์หา ค่าเฉลี่ย เพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2554)

ค่าเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง มีเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง มีเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

ค่าเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง มีเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง มีเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง มีเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

1.10 นำผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญเปรียบเทียบกับเกณฑ์ข้างต้น โดยเลือกใช้แผนการ จัดการเรียนรู้ที่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป จึงเหมาะสมที่จะ นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งค่าเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญประเมินอยู่ระหว่าง 4.65 – 4.87 และผลการ ประเมินมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.77 ถือว่าเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด (ภาคผนวก ก)

1.11 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขจากคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เสนอต่อ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมในทุก องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

2. ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 2 ข้อ โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูด ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

2.1 ศึกษาหนังสือเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผล วิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

2.3 วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดจำนวนแบบวัดให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ตามวงจรปฏิบัติการ

2.4 ดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 10 ข้อ ต้องการใช้จริง 5 ข้อ เพื่อใช้หลังจากสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยสร้างให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic rubrics) ดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏ
4 (ดีมาก)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน เข้าใจง่าย และมีรายละเอียดครบถ้วน
3 (ดี)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน หรือมีบางจุดที่อธิบายได้ไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏ
	ได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ แต่ยังไม่ชัดเจน หรือมีบางจุดที่ขาดความสมเหตุสมผล หรือข้ามรายละเอียดที่สำคัญ
1 (ปรับปรุง)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และไม่สามารถแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้
0 (ต้องแก้ไข)	ไม่สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ หรือไม่สามารถแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ หรือไม่มีร่องรอยการเขียน

2.5 ดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดแบบสอบปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 3 ข้อ ต้องการใช้จริง 2 ข้อ เพื่อใช้หลังจากสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยสร้างให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ และใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด (2551) ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic rubrics) ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ขอบเอียด (2551)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 (ดี)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 (พอใช้)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
3 (ดีมาก)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 (ดี)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
3 (ดีมาก)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิด ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้
4. ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้	
3 (ดีมาก)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 (ดี)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 (พอใช้)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

2.6 ดำเนินการสร้างแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบวัด เพื่อเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบวัดที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.9 นำผลการประเมินที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (อพันธ์ พูลพuthา, 2565) เพื่อหาความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ผลการประเมินพบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 (ภาคผนวก ก)

2.10 ปรับปรุงแก้ไขแบบวัดตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2.11 นำแบบวัดที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำมาจัดพิมพ์แบบวัดแล้วนำไปทดลอง (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม จำนวน 40 คน เพื่อหาค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัด

2.12 ตรวจให้คะแนนแบบวัดที่นักเรียนทำตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2.13 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) จากนั้นคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแบบวัดชุดที่ 1 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าตั้งแต่ 0.57 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าตั้งแต่ 0.50 – 0.60 แบบวัดชุดที่ 2 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าตั้งแต่ 0.68 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าตั้งแต่ 0.58 – 0.65 และแบบวัดชุดที่ 3 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าตั้งแต่ 0.58 – 0.74 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าตั้งแต่ 0.50 – 0.68 (ภาคผนวก ก)

2.14 คัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จำนวน 2 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแบบวัดชุดที่ 1 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าเท่ากับ 0.68 และ 0.72 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าเท่ากับ 0.57 และ 0.63 แบบวัดชุดที่ 2 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าเท่ากับ 0.73 และ 0.77 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าเท่ากับ 0.47 และ 0.53 และ

แบบวัดชุดที่ 3 ที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าเท่ากับ 0.61 และ 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าเท่ากับ 0.63 และ 0.78 (ภาคผนวก ก)

2.15 นำแบบวัดที่ได้คัดเลือกไว้มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีการของครอนบาค (Cronbach) (อพนันตรี พูลพุทธา, 2565) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการเขียน ชุดที่ 1 เท่ากับ 0.82 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการเขียน ชุดที่ 2 เท่ากับ 0.81 และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการเขียน ชุดที่ 3 เท่ากับ 0.82 (ภาคผนวก ก)

2.16 และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการพูด ชุดที่ 1 เท่ากับ 0.85 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการพูด ชุดที่ 2 เท่ากับ 0.82 และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดด้านการพูด ชุดที่ 3 เท่ากับ 0.84 (ภาคผนวก ก)

2.17 นำแบบวัดที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วมาจัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

3. ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยผู้วิจัยจะทำการทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอน ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสารคามพิทยาคมที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสารคามพิทยาคม

3.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และหลักการจากเอกสาร ตำราต่าง ๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3.4 ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ต้องการใช้จริง 20 ข้อ โดยสร้างให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ อย่างไรก็ตาม บางหัวข้อไม่ได้สร้างข้อสอบเพื่อไว้ เนื่องจากข้อจำกัดด้านเวลาในการสอบของนักเรียนและลักษณะข้อสอบในบางหัวข้อที่มีความคล้ายคลึงกันของ

เนื้อหาและรูปแบบการคิด ทำให้บางหัวข้อมีจำนวนข้อสอบเพื่อไว้เท่ากับหรือใกล้เคียงกับจำนวนข้อที่จะใช้จริง เพื่อรักษาความสมดุลของแบบทดสอบให้มีความหลากหลายและครอบคลุมเนื้อหาอย่างเหมาะสม เพื่อรักษาความหลากหลายของแบบทดสอบและให้ครอบคลุมเนื้อหาอย่างสมดุล ส่งผลให้สามารถประเมินความรู้ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ การกำหนดจำนวนแบบทดสอบสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 การกำหนดจำนวนแบบทดสอบสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
		สร้างขึ้น	ใช้จริง
1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลลัพธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	2	2
2. รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหารากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้	2	2
3. การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ได้	2	2
4. เลขยกกำลังที่เลขชี้กำลังเป็นตรรกยะ	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการหาผลลัพธ์เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้	2	2
5. การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้	2	1
6. การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้	2	1
7. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้	3	2
8. กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้	2	2

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
		สร้างขึ้น	ใช้จริง
9. สมการเอกซ์โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	3	2
10. อสมการเอกซ์โพเนนเชียล	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้	3	2
11. การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (การเพิ่มจำนวนของประชากร)	นักเรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาเรื่องการเพิ่มจำนวนของประชากรได้	2	2
รวม		25	20

3.5 ดำเนินการสร้างแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสม จากนั้นนำข้อเสนอแนะที่ได้รับมาปรับปรุงแก้ไขและเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบทดสอบที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

3.8 นำผลการประเมินที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ เพื่อหาความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (อพันตรี พูลพุทธา, 2565) ซึ่งพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ผลการประเมินพบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (ภาคผนวก ก)

3.9 ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

3.10 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำมาจัดพิมพ์แบบทดสอบแล้วนำไปทดลอง (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/10 โรงเรียนสารคามพิทยาคม จำนวน 40 คน เพื่อหาค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบ

3.11 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำตามเกณฑ์ที่กำหนดดังนี้

ได้ 1 คะแนน เมื่อ ตอบถูก

ได้ 0 คะแนน เมื่อ ตอบผิด หรือ ไม่ตอบ หรือ เลือกตอบเกิน 1 คำตอบ

3.12 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยาก (P) (ไพศาล วรคำ, 2562) และค่าอำนาจจำแนก (B) โดยใช้ดัชนีบี (B-index) ตามวิธีของเบรนแนน (Brennan) (อพันธ์ พูลพุทธา, 2565) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ จากนั้นคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 20 ข้อที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (B) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบที่คัดเลือกมีค่าความยาก (P) มีค่าตั้งแต่ 0.45 - 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (B) มีค่าตั้งแต่ 0.35 - 0.45 (ภาคผนวก ก)

3.13 นำแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกไว้มหาหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้วิธีการของโลเวทท์ (Lovett Method) (ไพศาล วรคำ, 2562) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ พบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.85 (ภาคผนวก ก)

3.14 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วมาจัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

4. ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะใช้ทำการสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายระหว่างการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.1 ศึกษาการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

4.2 ดำเนินการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แบ่งประเด็นพฤติกรรมที่แสดงออกได้ 1 ประเด็น คือ การเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน รวม 4 คะแนน

4.3 ดำเนินการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด แบ่งประเด็น พฤติกรรมที่แสดงออกได้ 4 ประเด็น ได้แก่ 1) การพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการ หาคำตอบ 2) การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง 3) การพูดแสดง ความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และ 4) ความชัดเจนในการพูดสรุป ตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ ประเด็นละ 3 คะแนน รวมทั้งหมด 9 คะแนน

4.4 ดำเนินการสร้างแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสังเกตพฤติกรรม เพื่อเสนอต่อ ผู้เชี่ยวชาญ

4.5 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูด และแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสังเกตพฤติกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม จากนั้นนำข้อเสนอแนะที่ได้รับมาปรับปรุง แก้ไขและเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง

4.6 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูด และแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสังเกตพฤติกรรมที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ ของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาความ สอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าแบบสังเกตมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าแบบสังเกตมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าแบบสังเกตไม่มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.7 นำผลการประเมินที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ เพื่อหาความสอดคล้องกับ พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (อพนันtri พูลพทุธา, 2565) ซึ่งพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ผลการประเมินพบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดของทุกข้อมีค่า เท่ากับ 1.00 (ภาคผนวก ก)

4.8 นำแบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขจากคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมในทุก องค์ประกอบแบบสังเกตพฤติกรรม และจัดพิมพ์แบบสังเกตพฤติกรรมที่ผ่านการตรวจสอบแล้ว เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

5. ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบสัมภาษณ์นักเรียน

แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง โดยนำไปใช้กับนักเรียนสองกลุ่ม ได้แก่ นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ และนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ขึ้นไป เพื่อเปรียบเทียบการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

5.1 ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์จากหนังสือ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5.2 ดำเนินการสร้างแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีลักษณะเป็นแบบกึ่งโครงสร้างให้ครอบคลุมทุกข้อคำถามซึ่งเกี่ยวกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ประเด็นคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เกี่ยวกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้	ประเด็นคำถาม
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	นักเรียนรู้สึกอย่างไรกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เพราะเหตุใด
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา	เมื่อนักเรียนพบปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีขั้นตอนหรือมีวิธีเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร
	นักเรียนสามารถทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหาได้ดีหรือไม่ เพราะเหตุใด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา	นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาที่กำหนดได้สำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด
	เมื่อนักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถอธิบายให้เพื่อนในชั้นเรียนและครูผู้สอนเข้าใจได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการใช้	นักเรียนรู้สึกอย่างไรเมื่อต้องอธิบายแนวคิดและขั้นตอนการแก้ปัญหาของตนเองให้เพื่อนในชั้นเรียน และครูผู้สอนฟัง

การจัดการเรียนรู้	ประเด็นคำถาม
	นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา กับเพื่อนในชั้นเรียนหรือไม่

และทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้ เพื่อการปรับปรุงและพัฒนาในวงจรปฏิบัติต่อไป ดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 ประเด็นคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนการสอน

การจัดการเรียนรู้	ประเด็นคำถาม
วิธีการจัดการเรียนรู้	นักเรียนคิดว่าครูผู้สอนมีบทบาทอย่างไรในการช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ในครั้งนี้หรือไม่
ปัญหาและอุปสรรค	หากนักเรียนพบอุปสรรคในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีวิธีการรับมือหรือจัดการกับอุปสรรคนั้นอย่างไร
ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม	นักเรียนมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดหรือไม่

5.3 ดำเนินการสร้างแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ

5.4 นำแบบสัมภาษณ์นักเรียนและแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อทำการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขในประเด็นปัญหาให้ครอบคลุมกับหลักการจัดการเรียนรู้และเพิ่มเติมในส่วนที่เกี่ยวข้องกับวิธีการจัดการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อเสนอแนะที่ได้รับมาปรับปรุงแก้ไขและเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง

5.5 นำแบบสัมภาษณ์นักเรียนและแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสม ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับประเด็นที่ต้องการทราบ โดยใช้เกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามไม่มีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

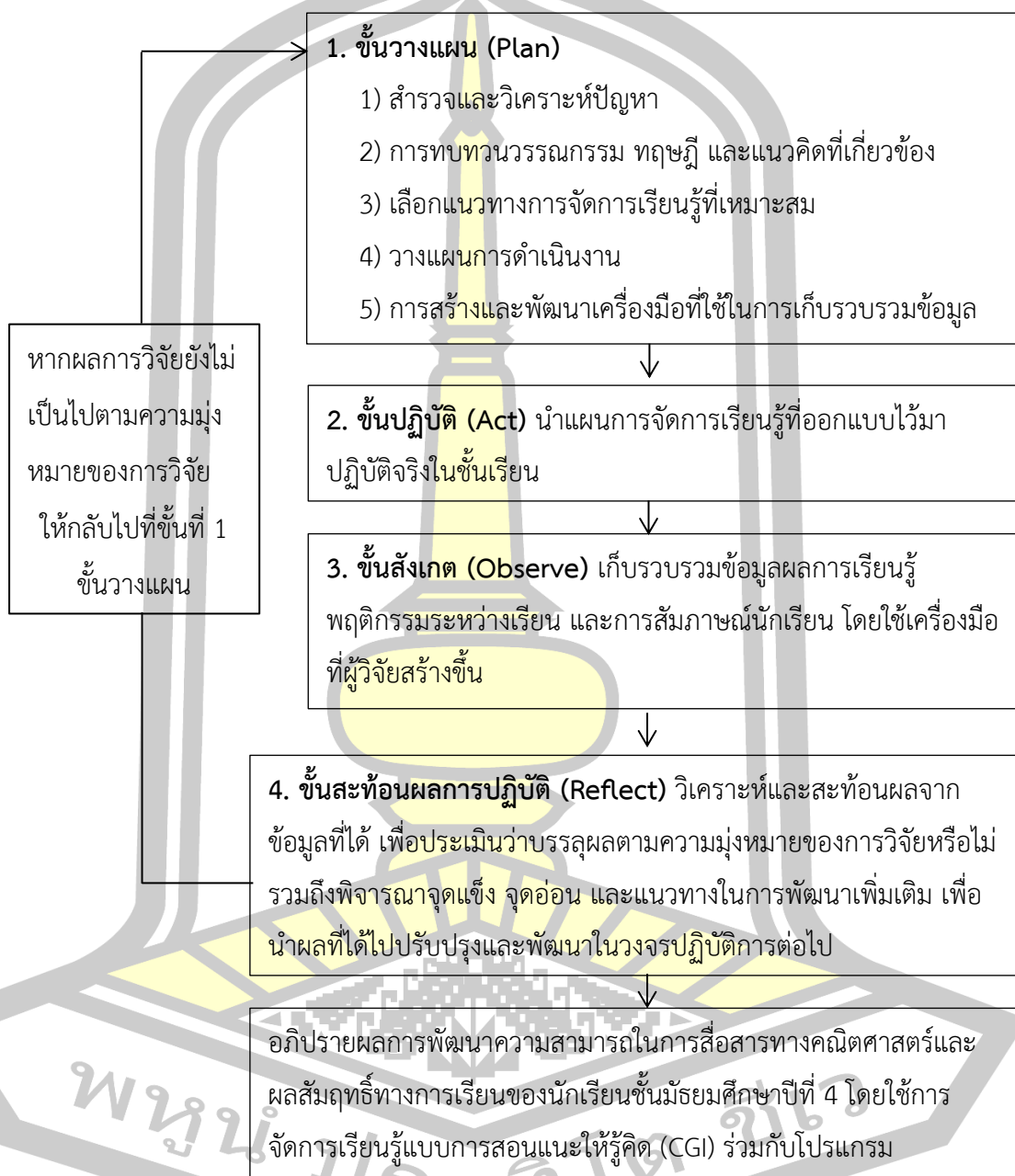
5.6 นำผลการประเมินที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ เพื่อหาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับประเด็นที่ต้องการทราบ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (อพันธ์ พูลพuthา, 2565) ซึ่งพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ผลการประเมินพบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 (ภาคผนวก ก)

5.7 นำแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขจากคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมในทุกองค์ประกอบของแบบสัมภาษณ์นักเรียน และจัดพิมพ์แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ผ่านการตรวจสอบแล้วเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป



5. กรอบการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1990) โดยมีกรอบการดำเนินการวิจัย ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กรอบการดำเนินการวิจัย

6. การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1990) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติ (Act) ขั้นสังเกต (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) โดยดำเนินการทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ ทั้งนี้ การแบ่งออกเป็น 3 วงจรมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการจัดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง โดยพิจารณาจากผลสะท้อนและปัญหาที่พบในแต่ละรอบเพื่อปรับวิธีการสอนให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) วงจรปฏิบัติการที่ 2 เพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อส่งเสริมความเข้าใจผ่านการแสดงภาพและตรวจสอบคำตอบ และวงจรปฏิบัติการที่ 3 ใช้การจัดการเรียนรู้เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 และมีการปรับในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น การดำเนินการทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการนี้สะท้อนถึงกระบวนการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยได้จัดเรียงเนื้อหาในแต่ละวงจรปฏิบัติการจากง่ายไปหายาก และคำนึงถึงความเชื่อมโยงของเนื้อหาในแต่ละช่วง เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจอย่างต่อเนื่องและเป็นระบบ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้และเนื้อหาในแต่ละวงจรปฏิบัติการแสดงไว้ ดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 แผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

วงจรปฏิบัติการที่	แผนที่	เรื่อง	เวลา (ชั่วโมง)
1	1	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	1
	2	รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	1
	3	การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์	1
	4	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	1
2	5	การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	1
	6	การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์	1
	7	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1
	8	กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1
3	9	สมการเอกซ์โพเนนเชียล	1

วงจร ปฏิบัติการที่	แผนที่	เรื่อง	เวลา (ชั่วโมง)
	10	อสมการเอกซ์โพเนนเชียล	1
	11	การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1
รวม			11

โดยมีรายละเอียดการดำเนินงานในแต่ละวงจรปฏิบัติการดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. สำรวจและสังเกตปัญหาภายในห้องเรียนที่ส่งผลต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน รวมถึงสังเกตและวิเคราะห์พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารคามพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน และศึกษาแนวคิด ทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3. ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 11 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลาเรียน 11 ชั่วโมง จำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ โดยวงจรปฏิบัติการที่ 1 ประกอบด้วย 4 แผนการจัดการเรียนรู้ วงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วย 4 แผนการจัดการเรียนรู้ และวงจรปฏิบัติการที่ 3 ประกอบด้วย 3 แผนการจัดการเรียนรู้

3.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 2 ข้อ

3.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.5 แบบสัมภาษณ์นักเรียน เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง

4. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นที่ใช้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อรับคำปรึกษาพร้อมทั้งแก้ไขตามคำแนะนำ

5. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นที่ใช้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของเครื่องมือ

6. ปรับปรุงและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ และจัดพิมพ์เครื่องมือเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act)

นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe)

1. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยผู้วิจัยใช้สังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้

2. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปวัดกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอบปากเปล่า จำนวน 2 ข้อ โดยผู้วิจัยจะใช้วัดนักเรียนเมื่อสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 1

3. นำแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียน โดยผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนเมื่อสิ้นสุดในวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

นำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ผลเพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 สังเกตพฤติกรรมจากแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ บทสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาออกแบบการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีคุณภาพยิ่งขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 2

วงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. ศึกษาหาวิธีการแก้ไขปัญหามาจากการวิเคราะห์จากวงจรปฏิบัติการที่ 1
2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และเพิ่มวิธีแนวทางการแก้ไขปัญหามาจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 โดยเพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาช่วยในการเรียนการสอนร่วมด้วย

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act)

นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ที่พัฒนาขึ้นนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ได้แก่

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe)

1. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยผู้วิจัยใช้สังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้
2. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปวัดกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอบปากเปล่า จำนวน 2 ข้อ โดยผู้วิจัยจะใช้วัดนักเรียนเมื่อสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 2
3. นำแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียน โดยผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนเมื่อสิ้นสุดในวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

นำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ผลเพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 สังเกตพฤติกรรมจากแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ บทสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาออกแบบการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีคุณภาพยิ่งขึ้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3

วงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. ศึกษาหาวิธีการแก้ไขปัญหามาจากการวิเคราะห์จากวงจรปฏิบัติการที่ 2
2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เช่นเดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act)

นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ที่มีการปรับในขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามาให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แล้วนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง สมการเอกซ์โพเนนเชียล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง อสมการเอกซ์โพเนนเชียล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกต (Observe)

1. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยผู้วิจัยใช้สังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้
2. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปวัดกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ และแบบวัดด้านการพูดแบบสอบปากเปล่า จำนวน 2 ข้อ โดยผู้วิจัยจะใช้วัดนักเรียนเมื่อสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 3
3. นำแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียน โดยผู้วิจัยจะสัมภาษณ์นักเรียนเมื่อสิ้นสุดในวงจรปฏิบัติการที่ 3
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ไปใช้ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยผู้วิจัยจะใช้ทดสอบนักเรียนเมื่อสิ้นสุดเนื้อหาในการสอน

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

นำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ผลเพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 สังเกตพฤติกรรมจากแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ บทสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการ และนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากสิ้นสุดทุกวงจรปฏิบัติการมาวิเคราะห์เพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 เพื่อสรุปภาพรวมของผลการจัดการเรียนรู้ จากนั้นนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ผลว่าเป็นไปตามความมุ่งหมายของการวิจัยหรือไม่

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 นำคะแนนของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.2 นำคะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาวิเคราะห์เพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 นำข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมจากแบบสังเกตพฤติกรรมมาวิเคราะห์ผล ดีความ และสรุปในรูปแบบของการเขียนบรรยาย

2.2 นำบทสัมภาษณ์ของนักเรียนมาวิเคราะห์ผล ดีความ และสรุปในรูปแบบของการเขียนบรรยาย

8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลประกอบด้วยสถิติพื้นฐาน และสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน (อพนันต์รี พูลพุทธา, 2565)

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

X_i แทน ข้อมูลชุดที่ i

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

1.2 ร้อยละ (Percentage) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ

f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงเป็นร้อยละ

N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation หรือ S.D.) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$S.D. = \sqrt{\frac{N(\sum_{i=1}^N X_i^2) - (\sum_{i=1}^N X_i)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X แทน คะแนนของแต่ละคน

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

Σ แทน ผลรวม

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 ค่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ของแผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ของนักเรียน โดยใช้วิธีหาค่าดัชนีความสอดคล้อง มีสูตรในการคำนวณดังนี้ (อพนันท์ พูลพทุฐา, 2565)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2.2 ค่าความยากง่าย (P) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney & Sabers) (ไพศาล วรคำ, 2562) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$P = \frac{S_H + S_L - (2nX_{\min})}{2n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบ

S_H	แทน	เป็นผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
S_L	แทน	เป็นผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือต่ำ

2.3 ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของ วิทนีและซาเบอร์ส (Whitney & Sabers) (ไพศาล วรคำ, 2562) มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$D = \frac{S_H - S_L}{n(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	S_H	แทน	เป็นผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	เป็นผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือต่ำ

2.4 ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีการของครอนบาค (Cronbach) มีสูตรในการคำนวณดังนี้ (อพนันท์ พูลพุทธา, 2565)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นแบบสัมประสิทธิ์แอลฟา
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ
	$\sum s_i^2$	แทน	ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนรายข้อทุกข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวม

2.5 ค่าความยาก (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ไพศาล วรคำ, 2562) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบ
-------	---	-----	-------------------------

R	แทน	จำนวนนักเรียนตอบถูกในแต่ละข้อ
N	แทน	จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด

2.6 ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้ดัชนีบี (B-index) ตามวิธีของเบรนนัน (Brennan) (อพันตรี พูลพุทธา, 2565) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ	B	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	U	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
	L	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
	N ₁	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์)
	N ₂	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)

2.7 ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้วิธีการของโลเวทท์ (Lovett Method) (ไพศาล วรคำ, 2562) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$r_{cc} = 1 - \left[\frac{K \sum X - \sum X^2}{(K - 1) \sum (X - C)^2} \right]$$

เมื่อ	r _{cc}	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	X	แทน	คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคน
	K	แทน	จำนวนข้อสอบทั้งหมด
	C	แทน	คะแนนเกณฑ์หรือจุดตัดของแบบทดสอบ เท่ากับ 15 ซึ่งคิดจากร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

พหุ ประถมศึกษา

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในการแปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์และความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเป้าหมาย

S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มเป้าหมาย

2. ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้แบ่งการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) จำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ โดยในแต่ละวงจรปฏิบัติการใช้การจัดการเรียนรู้ดังนี้ วงจรปฏิบัติการที่ 1 ใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) วงจรปฏิบัติการที่ 2 เพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อส่งเสริมความเข้าใจผ่านการแสดงภาพและตรวจสอบคำตอบ และวงจรปฏิบัติการที่ 3 ใช้การจัดการเรียนรู้เช่นเดียวกับ

วงจรปฏิบัติการที่ 2 และมีการปรับในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งการดำเนินการวิจัยทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

หลังจากสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บข้อมูลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วยแบบวัดด้านการเขียนแบบอัตนัย จำนวน 3 ชุด ชุดละ 5 ข้อ คะแนนเต็มชุดละ 20 คะแนน และแบบวัดด้านการพูดแบบสอปากเปล่า จำนวน 3 ชุด ชุดละ 2 ข้อ คะแนนเต็มชุดละ 24 คะแนน รวมคะแนนเต็มทั้งหมด 44 คะแนน นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังได้ใช้แบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ประกอบการเก็บข้อมูลร่วมกับการตรวจให้คะแนนแบบวัด เพื่อประเมินพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมเรียนรู้ จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการมาเทียบเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยใช้สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ

นักเรียน คนที่	คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์								
	วงจรปฏิบัติการที่ 1			วงจรปฏิบัติการที่ 2			วงจรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน
1	8	18.18	ไม่ผ่าน	17	38.64	ไม่ผ่าน	25	56.82	ไม่ผ่าน
2	18	40.91	ไม่ผ่าน	28	62.50	ไม่ผ่าน	39	88.64	ผ่าน
3	7	15.91	ไม่ผ่าน	17	37.50	ไม่ผ่าน	25	56.82	ไม่ผ่าน
4	9	20.45	ไม่ผ่าน	18	40.91	ไม่ผ่าน	25	56.82	ไม่ผ่าน

นักเรียน คนที่	คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์								
	วงจรปฏิบัติการที่ 1			วงจรปฏิบัติการที่ 2			วงจรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน
5	19	43.18	ไม่ผ่าน	27	61.36	ไม่ผ่าน	38	86.36	ผ่าน
6	37	84.09	ผ่าน	38	86.36	ผ่าน	36	81.82	ผ่าน
7	35	79.55	ผ่าน	36	81.82	ผ่าน	37	84.09	ผ่าน
8	30	68.18	ไม่ผ่าน	36	80.68	ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
9	15	34.09	ไม่ผ่าน	27	61.36	ไม่ผ่าน	25	56.82	ไม่ผ่าน
10	43	97.73	ผ่าน	38	85.23	ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
11	25	56.82	ไม่ผ่าน	33	75.00	ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
12	33	75.00	ผ่าน	34	77.27	ผ่าน	36	81.82	ผ่าน
13	34	77.27	ผ่าน	33	75.00	ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
14	18	40.91	ไม่ผ่าน	27	61.36	ไม่ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
15	33	75.00	ผ่าน	33	75.00	ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
16	18	40.91	ไม่ผ่าน	19	43.18	ไม่ผ่าน	24	54.55	ไม่ผ่าน
17	33	75.00	ผ่าน	35	78.41	ผ่าน	37	84.09	ผ่าน
18	29	65.91	ไม่ผ่าน	36	81.82	ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
19	43	97.73	ผ่าน	38	86.36	ผ่าน	39	88.64	ผ่าน
20	18	40.91	ไม่ผ่าน	31	70.45	ไม่ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
21	43	97.73	ผ่าน	38	85.23	ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
22	12	27.27	ไม่ผ่าน	18	40.91	ไม่ผ่าน	26	59.09	ไม่ผ่าน
23	16	36.36	ไม่ผ่าน	18	40.91	ไม่ผ่าน	22	50.00	ไม่ผ่าน
24	11	25.00	ไม่ผ่าน	16	36.36	ไม่ผ่าน	24	54.55	ไม่ผ่าน
25	35	79.55	ผ่าน	38	86.36	ผ่าน	38	86.36	ผ่าน
26	16	36.36	ไม่ผ่าน	20	45.45	ไม่ผ่าน	36	81.82	ผ่าน
27	17	38.64	ไม่ผ่าน	31	69.32	ไม่ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
28	41	93.18	ผ่าน	42	94.32	ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
29	39	88.64	ผ่าน	33	75.00	ผ่าน	39	88.64	ผ่าน
30	43	97.73	ผ่าน	38	85.23	ผ่าน	38	86.36	ผ่าน

นักเรียน คนที่	คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์								
	วงจรปฏิบัติการที่ 1			วงจรปฏิบัติการที่ 2			วงจรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน	คะแนน (44)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน
31	35	79.55	ผ่าน	33	75.00	ผ่าน	35	79.55	ผ่าน
32	37	84.09	ผ่าน	34	77.27	ผ่าน	37	84.09	ผ่าน
33	19	43.18	ไม่ผ่าน	22	48.86	ไม่ผ่าน	33	75.00	ผ่าน
34	27	61.36	ไม่ผ่าน	38	85.23	ผ่าน	41	93.18	ผ่าน
35	40	90.91	ผ่าน	36	81.82	ผ่าน	40	90.91	ผ่าน
36	41	93.18	ผ่าน	40	90.91	ผ่าน	42	95.45	ผ่าน
$\bar{X}$	27.14	61.68	ไม่ผ่าน	30.29	68.84	ไม่ผ่าน	34.78	79.04	ผ่าน
S. D.	11.71	26.61		7.91	17.97		6.03	13.71	
ผลการประเมินนักเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ									
วงจรปฏิบัติการที่	จำนวนนักเรียน ทั้งหมด		จำนวนนักเรียนที่ผ่าน เกณฑ์ร้อยละ 75		จำนวนนักเรียนที่ไม่ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75				
1	36		17		19				
2	36		21		15				
3	36		33		3				

จากตารางที่ 21 พบว่า คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 27.14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.68 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 17 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 30.29 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.84 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 21 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน และวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 34.78 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.04 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน และพบว่าคะแนนเฉลี่ยคะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มในวงจรปฏิบัติการที่ 3

นอกจากการวิเคราะห์คะแนนรวมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอข้างต้น เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในแต่ละด้านอย่างชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้วิเคราะห์ผลคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แยกเป็นด้านการเขียนและด้านการพูดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เพื่อสะท้อนจุดเด่นและจุดที่ควรพัฒนาของนักเรียนในแต่ละด้าน ซึ่งผลการวิเคราะห์แยกตามด้านในแต่ละวงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือขั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง และขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียน โดยการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ประกอบด้วยเนื้อหา 4 เรื่อง ได้แก่ 1) เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม 2) รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ 3) การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และ 4) เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการเขียน ประเมินการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน โดยมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน และด้านการพูด ประเมิน 4 ด้าน ได้แก่ 1) การพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ 2) การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง 3) การพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และ 4) ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ โดยมีคะแนนเต็ม 24 คะแนน รวมคะแนนเต็มทั้งหมด 44 คะแนน เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละด้านอย่างชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์แยกตามด้าน โดยเริ่มจากนำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
1	8	40
2	18	90
3	7	35
4	9	45
5	19	95
6	13	65
7	14	70
8	11	55
9	15	75
10	19	95
11	13	65
12	13	65
13	19	95
14	18	90
15	18	90
16	18	90
17	18	90
18	17	85
19	19	95
20	18	90
21	19	95
22	12	60
23	16	80
24	11	55
25	15	75
26	16	80
27	17	85
28	17	85

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
29	15	75
30	19	95
31	15	75
32	16	80
33	19	95
34	15	75
35	16	80
36	17	85
$\bar{X}$	15.53	77.65
S. D.	3.29	16.45

จากตารางที่ 22 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากับ 15.53 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.65 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.29

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน และการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ดังภาพประกอบต่อไปนี้

2. จงหารากที่ 4 ของ $\frac{16}{81}$ และอธิบายวิธีการหาคำตอบ	
รากที่ 4 ของ 16 = $\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt[4]{16} = 2$	รากที่ 4 ของ $\frac{16}{81}$ $= \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$
รากที่ 4 ของ 81 = $\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt[4]{81} = 3$	
2	

ภาพประกอบที่ 3 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1

จากภาพประกอบที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน หรือมีบางจุดที่อธิบายได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนใช้เครื่องหมายรากที่ 2 ($\sqrt{\quad}$) แทนรากที่ 4 ($\sqrt[4]{\quad}$) ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจากเครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ หมายถึงรากที่สองเท่านั้น จึงควรใช้สัญลักษณ์รากที่สี่ ($\sqrt[4]{\quad}$) แทน เพื่อให้ถูกต้อง และสื่อความหมายได้ชัดเจนยิ่งขึ้น นอกจากนี้ การอธิบายยังขาดการแสดงผลประกอบว่า 16 และ 81 สามารถเขียนในรูปเลขยกกำลังได้เป็น $16 = 2^4$ และ $81 = 3^4$ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจว่า $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ และ $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$ ดังนั้น รากที่ 4 ของ $\frac{16}{81}$ จึงเป็น $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{2}{3}$ ซึ่งแสดงแนวคิดที่สมบูรณ์และถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์

2. จงหารากที่ 4 ของ $\frac{16}{81}$ และอธิบายวิธีการหาคำตอบ

$$\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-2}{-3} = 2$$

ภาพประกอบที่ 4 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1

จากภาพประกอบที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ แต่ยังไม่ชัดเจน หรือมีบางจุดที่ขาดความสมเหตุสมผล หรือข้ามรายละเอียดที่สำคัญ เช่น นักเรียนเริ่มต้นด้วยการใช้สัญลักษณ์รากที่ 4 ($\sqrt[4]{\quad}$) ซึ่งถูกต้องตามหลักการ แต่ในขั้นตอนถัดมาเปลี่ยนไปใช้สัญลักษณ์รากที่ 2 ($\sqrt{\quad}$) ซึ่งไม่สอดคล้องกัน ส่งผลให้การแสดงวิธีทำขาดความสอดคล้องกัน ควรเขียนให้เป็นไปในทิศทางเดียวกันตลอด คือ $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$ และ $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3$ เพื่อให้ได้คำตอบของ $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$

โดยไม่จำเป็นต้องเขียนกรณีติดลบ $\left(\frac{-2}{-3}\right)$ เพราะโจทย์ถามหารากที่ 4 ซึ่งโดยทั่วไปหมายถึงรากที่ 4 บวกของจำนวนบวก

นอกจากการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแล้ว เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างครบถ้วน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 23

ตารางที่ 23 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 1

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	24	100
7	21	87.50
8	19	79.17
9	0	0
10	24	100
11	12	50
12	20	83.33
13	15	62.50
14	0	0
15	15	62.50
16	0	0
17	15	62.50
18	12	50
19	24	100
20	0	0
21	24	100

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
22	0	0
23	0	0
24	0	0
25	20	83.33
26	0	0
27	0	0
28	24	100
29	24	100
30	24	100
31	20	83.33
32	21	87.50
33	0	0
34	12	50
35	24	100
36	24	100
$\bar{X}$	11.61	48.38
S. D.	10.53	43.88

จากตารางที่ 23 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเท่ากับ 11.61 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 48.38 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.53

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ และจากการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมาย

แนวความคิดในการหาคำตอบได้ โดยนักเรียนไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนบางส่วนที่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล และพูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด ยกตัวอย่าง เช่น

จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของรากที่ 3 ของ -64

นักเรียนกล่าวว่า “ในการหาคำตอบของรากที่ 3 ของ -64 คือ $\sqrt[3]{-64} = -4$

เนื่องจาก $(-4)(-4)(-4) = -64$ ”

จากตัวอย่างการพูดอธิบายของนักเรียน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถพูดอธิบายวิธีการหาคำตอบของรากที่ 3 ของ -64 ได้อย่างถูกต้อง โดยใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสนับสนุนคำตอบ นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่า $\sqrt[3]{-64} = -4$ ได้อย่างชัดเจน พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยการคูณ $(-4)(-4)(-4) = -64$ ซึ่งเป็นการอธิบายที่สะท้อนถึงความเข้าใจเกี่ยวกับรากที่สามของจำนวนลบ

นอกจากการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยจากการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้วิจัยสามารถสรุปประเด็นได้ดังนี้

1. ปัญหาในขั้นนำเสนอปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา ซึ่งเกิดจากลักษณะของโจทย์ที่ครูนำเสนอมีความซับซ้อนหรือความยากที่เกินกว่าที่นักเรียนจะสามารถเข้าใจได้ด้วยตนเอง ในช่วงเริ่มต้น โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ปัญหาที่ครูนำเสนอมาบางข้อมีตัวแปรหลายตัว ทำให้ไม่รู้ว่าต้องเริ่มจากตรงไหนก่อน”

(นักเรียนคนที่ 1, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

2. ปัญหาในชั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนยังมีความสับสนเกี่ยวกับการเลือกใช้นิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ มาใช้ประกอบการแก้ปัญหา โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ไม่รู้ต้องใช้เนื้อหาหรือสมบัติไหนมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์นี้”

(นักเรียนคนที่ 3, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“คิดว่าโจทย์นี้น่าจะใช้สมบัตินี้ในการแก้โจทย์ แต่ลองทำแล้วได้คำตอบไม่เหมือนเพื่อน”

(นักเรียนคนที่ 8, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

3. ปัญหาในชั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนขาดความมั่นใจและมีความกังวลในการรายงานคำตอบของตนเอง เนื่องจากไม่มั่นใจในวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่ได้ว่าทำถูกต้องหรือไม่ โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ไม่มั่นใจว่าวิธีทำที่ทำ จะเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือเปล่า”

(นักเรียนคนที่ 11, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“กลัวที่จะพูดอธิบายในการหาคำตอบ เพราะไม่เคยพูดนำเสนอวิธีทำโจทย์หน้าชั้นเรียน”

(นักเรียนคนที่ 9, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

4. ปัญหาในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า การที่ทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ช่วยให้ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกันกับเพื่อนร่วมชั้น แต่ใช้เวลานาน โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ได้ฟังวิธีการคิดในการหาคำตอบที่หลากหลาย มีประโยชน์ที่จะนำวิธีการคิดของเพื่อนมาใช้อีกได้”

(นักเรียนคนที่ 7, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

อีกทั้งผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) อีกทั้งนักเรียนบางคนคิดว่าใช้เวลามากเกินไปในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ไม่เหมือนการเรียนการสอนที่เคยเรียนมา ทำให้รู้สึกว่ามันชิว”

(นักเรียนคนที่ 5, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“ครูใช้เวลาในการทำโจทย์น้อยไป ทำให้ทำโจทย์ไม่ทัน”

(นักเรียนคนที่ 7, 7 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

ผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์นักเรียน พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนเท่ากับ 15.53 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.65 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.29 และนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการพูดเท่ากับ 11.61 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 48.38 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 10.53 เมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 27.14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.68 ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 17 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ไม่ชัดเจน และไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลไปใช้ในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 โดยเพิ่มการใช้โปรแกรม GeoGebra ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพเชิงรูปธรรมของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมากขึ้น โดยเฉพาะเนื้อหาในวงจรถัดไปที่เกี่ยวข้องกับการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมการกับกราฟ ซึ่งโปรแกรมนี้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น เชื่อมโยงข้อมูลจากสมการสู่กราฟได้อย่างเป็นรูปธรรม และถ่ายทอดความคิดเป็นภาษาคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ทั้งการเขียนและการพูด เนื่องจากการมองเห็นความสัมพันธ์ในรูปแบบภาพจะช่วยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลและขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับ มีความมั่นใจในการสื่อสารมากขึ้น และกล้าที่จะแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนและครู โดยการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ครูนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาค้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง และขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการ

อภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อประกอบการอธิบายและให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน

วงจรปฏิบัติการที่ 2

ผู้วิจัยได้นำปัญหาที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับแก้ไขในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ได้แก่ ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ครูนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ขั้นที่ 2 ชี้นำวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา ขั้นที่ 3 ชี้นำรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง และขั้นที่ 4 ชี้นำอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อประกอบการอธิบายและให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน โดยการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วยเนื้อหา 4 เรื่อง ได้แก่ 1) การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ 2) การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ 3) ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และ 4) กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละด้านอย่างชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์แยกตามด้าน โดยเริ่มจากนำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 24

ตารางที่ 24 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
1	13	65
2	18	87.50
3	13	62.50
4	13	65
5	15	75
6	16	80
7	16	80
8	18	87.50

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
9	17	85
10	18	87.50
11	15	75
12	15	75
13	15	75
14	17	85
15	17	85
16	15	75
17	17	82.50
18	16	80
19	16	80
20	15	75
21	16	77.50
22	14	70
23	14	70
24	12	60
25	16	80
26	16	80
27	17	82.50
28	18	87.50
29	15	75
30	18	87.50
31	15	75
32	16	80
33	18	87.50
34	18	87.50
35	18	90
36	16	80
$\bar{X}$	15.74	78.68

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
S. D.	1.54	7.71

จากตารางที่ 24 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากับ 15.74 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.68 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.54

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน และการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ดังภาพประกอบต่อไปนี้

4. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบคำถาม

4.1 $y = 4^x + 1$

ฟังก์ชันเพิ่ม เนื่องจาก ค่าของราก 4 มีค่ามากกว่า 1 ($4 > 1$) และฟังก์ชันเลขชี้กำลังมีค่ามากกว่า 1 และฟังก์ชันเพิ่ม

4.2 $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ และ 0^a เมื่อ $0 < a < 1$

ฟังก์ชันลด เนื่องจาก ค่าของ $\frac{2}{3}$ อยู่ระหว่าง 0 และ 1 ($0 < \frac{2}{3} < 1$) และฟังก์ชันเลขชี้กำลังมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 และฟังก์ชันลด

ภาพประกอบที่ 5 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 5 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน เข้าใจง่าย และมีรายละเอียดครบถ้วน โดยนักเรียนสามารถพิจารณาค่าของ a ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เมื่อ $a > 1$ จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และเมื่อ $0 < a < 1$ จะเป็นฟังก์ชันลด ไปใช้ในการพิจารณาว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือลดได้อย่างถูกต้อง

3. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้ เป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบคำถาม	
3.1 $y = 2^{-2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$ เป็น เมื่อ ยกขึ้น ลัด เท่ากับ $\frac{1}{2}$ or 0.5 มาก มา 0 และ 1 2	3.2 $y = 5x - 1$ ไม่ใช่ เพราะ ไม่ตรงกับนิยาม เพราะไม่มียกกำลัง 2

ภาพประกอบที่ 6 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 6 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ แต่ยังไม่ชัดเจน หรือมีบางจุดที่ขาดความสมเหตุสมผล หรือข้ามรายละเอียดที่สำคัญ เนื่องจากในข้อที่ 1. นักเรียนไม่ได้เขียนแสดงการแปลงจาก $y = 2^{-2x}$ เป็น $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$ ประกอบการอธิบาย ซึ่งถ้าจะให้ชัดเจนและถูกต้อง ควรเขียนแสดงการแปลงด้วย เพราะมันเป็นจุดสำคัญในการอธิบายว่าทำไมฟังก์ชันนี้ถึงเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลฐานมีค่าเท่ากับ 0.50 และข้อที่ 2. นักเรียนตอบว่าไม่เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เพราะไม่ตรงกับนิยามและไม่มียกกำลัง แต่ยังอธิบายได้ไม่สมบูรณ์ คือ ไม่กล่าวถึงรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$

นอกจากการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแล้ว เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างครบถ้วน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 25

ตารางที่ 25 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 2

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
1	4	16.67
2	10	41.67
3	4	16.67
4	5	20.83
5	12	50
6	22	91.67

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
7	20	83.33
8	18	75
9	10	41.67
10	20	83.33
11	18	75
12	19	79.17
13	18	75
14	10	41.67
15	16	66.67
16	4	16.67
17	18	75
18	20	83.33
19	22	91.67
20	16	66.67
21	22	91.67
22	4	16.67
23	4	16.67
24	4	16.67
25	22	91.67
26	4	16.67
27	14	58.33
28	24	100
29	18	75
30	20	83.33
31	18	75
32	18	75
33	4	16.67
34	20	83.33
35	18	75

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
36	24	100
$\bar{X}$	14.56	60.65
S. D.	7.01	29.20

จากตารางที่ 25 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเท่ากับ 14.56 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 60.65 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.01

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ และจากการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล และพูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด ยกตัวอย่าง เช่น

จงอธิบายว่า $y = 5^{-x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบคำถาม

นักเรียนกล่าวว่า “ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ $y = a^x$

ถ้า $a > 1$ แล้วเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และถ้า $0 < a < 1$ แล้วเป็นฟังก์ชันลด

ในที่นี้ $y = 5^{-x}$ สามารถเขียนได้เป็น $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

เนื่องจาก $\frac{1}{5} < 1$ ดังนั้น เป็นฟังก์ชันลด ”

จากตัวอย่างการพูดอธิบายของนักเรียน พบว่า นักเรียนเริ่มจากการพิจารณารูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$ แล้วระบุว่าเมื่อ $a > 1$ จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และเมื่อ $0 < a < 1$ จะเป็นฟังก์ชันลด จากนั้นจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล แล้วใช้หลักการดังกล่าวในการพิจารณาค่าของ a แล้วนำไปสู่การสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

แต่นักเรียนบางส่วนที่พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ชัดเจนเป็นบางส่วน พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้เป็นส่วนใหญ่ และพูดสรุปได้อย่างถูกต้อง ยกตัวอย่าง เช่น

จงอธิบายว่า $y = 5^{-x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบคำถาม

นักเรียนกล่าวว่า “จัดรูป $y = 5^{-x}$ จะได้ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

จากนิยาม จะเห็นว่า ฐานคือ $\frac{1}{5}$ มีค่าเท่ากับ 0.2

และ 0.2 อยู่ในช่วง $0 < a < 1$

ดังนั้น เป็นฟังก์ชันลด”

จากตัวอย่างการพูดอธิบายของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง โดยเริ่มจากการจัดรูปจาก $y = 5^{-x}$ ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ จากนั้นนักเรียนสามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของนิยามกับฐานของฟังก์ชันและการพิจารณาค่าของ a ได้ แต่นักเรียนไม่ได้ระบุอย่างชัดเจนว่านิยามที่ใช้คืออะไร ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการอธิบายให้สมบูรณ์และมีความชัดเจนมากขึ้น

นอกจากการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยจากการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้วิจัยสามารถสรุปประเด็นได้ดังนี้

1. ปัญหาในชั้นนำเสนอปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา เนื่องจากเรื่องที่เรียนมีความยากขึ้นและมีการแสดงวิธีหาคำตอบด้วยการเขียนกราฟ โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียนดังนี้

“ตัวอย่างที่ให้มาน้อยเกินไป อยากได้ตัวอย่างที่หลากหลายมากขึ้น”

(นักเรียนคนที่ 6, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“เนื้อหาที่เรียนมีความซับซ้อนมากขึ้น

ไม่รู้ว่าจะต้องเรียงลำดับในการหาคำตอบแล้วเขียนกราฟอย่างไร”

(นักเรียนคนที่ 9, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

2. ปัญหาในขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้ แต่ยังไม่สามารถตอบได้อย่างครบถ้วน โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“คิดว่าที่เขียนไป น่าจะถูกต้อแล้ว”

(นักเรียนคนที่ 6, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

3. ปัญหาในขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความตื่นเต้นเมื่อต้องไปรายงานคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน ทำให้อธิบายคำตอบของตนเองได้ไม่ชัดเจนพอ โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ไม่รู้จะใช้คำพูดไหนในการอธิบายคำตอบ”

(นักเรียนคนที่ 3, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

4. ปัญหาในขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนบางส่วนไม่สนใจในขณะที่ยกอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“เพื่อนไม่ค่อยฟังคำตอบตอนที่กำลังอธิบายหน้าชั้นเรียน

แม้แต่เทียบคำตอบของตัวเองว่าเหมือนหรือแตกต่างกัน”

(นักเรียนคนที่ 6, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

อีกทั้งผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ว่า เวลาในการใช้การจัดการเรียนการสอนไม่เพียงพอ ทำให้ไม่สามารถร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ครบทุกชั่วโมงในวงจรปฏิบัติการที่ 2 โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“รู้สึกเวลาในการอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาน้อยมาก”

(นักเรียนคนที่ 3, 14 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

ผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนเท่ากับ 15.74 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.68 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.54 และนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการพูดเท่ากับ 14.56 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 60.65 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.01 เมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 30.29 คะแนน จาก

คะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.84 ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 21 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน และเมื่อเปรียบเทียบกับผลการพัฒนาในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนเพิ่มขึ้นจาก 15.53 เป็น 15.74 คะแนนเฉลี่ยด้านการพูดเพิ่มขึ้นจาก 11.61 เป็น 14.56 และคะแนนเฉลี่ยรวมเพิ่มขึ้นจาก 61.68 เป็น 68.84 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 เพิ่มขึ้นจาก 17 คน เป็น 21 คน ดังนั้น ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยยังคงใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 ทั้งนี้ จากบทสัมภาษณ์พบว่า เวลาในการจัดการเรียนรู้ไม่เพียงพอ ทำให้ไม่สามารถร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาได้ครบทุกชั่วโมง ผู้วิจัยจึงได้มีการปรับในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

วงจรปฏิบัติการที่ 3

ผู้วิจัยได้นำปัญหาที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับแก้ไขในวงจรปฏิบัติการที่ 3 โดยยังคงใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 แต่มีการปรับปรุงปรับในขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ได้แก่ ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ครูนำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ขั้นที่ 2 ชี้นิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งคำถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา ขั้นที่ 3 ชี้นิรายนคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง และขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจัดเวลาให้นักเรียนได้อภิปรายในกลุ่มย่อยที่มีวิธีการแก้ปัญหาลักษณะก่อน เพื่อให้ นักเรียนได้อธิบายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันในกลุ่มย่อย จากนั้นจึงอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและให้นักเรียนกลุ่มย่อยนำเสนอ

แนวคิดของกลุ่ม แล้วครูจะสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อประกอบการอธิบายและให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน โดยการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วยเนื้อหา 3 เรื่อง ได้แก่ 1) สมการเอกซ์โพเนนเชียล 2) อสมการเอกซ์โพเนนเชียล และ 3) การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (การเพิ่มจำนวนของประชากร) เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละด้านอย่างชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์แยกตามด้าน โดยเริ่มจากนำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 26

ตารางที่ 26 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
1	15	75
2	17	85
3	15	75
4	15	75
5	17	85
6	16	80
7	16	80
8	14	70
9	15	75
10	18	90
11	16	80
12	15	75
13	14	70
14	16	80
15	14	70
16	14	70
17	16	80
18	18	90
19	18	90

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การเขียน (20)	ร้อยละ
20	18	90
21	18	90
22	16	80
23	14	70
24	16	80
25	18	90
26	16	80
27	15	75
28	18	90
29	16	80
30	15	75
31	16	80
32	15	75
33	13	65
34	18	90
35	18	90
36	18	90
$\bar{X}$	16.03	80.14
S. D.	1.50	7.51

จากตารางที่ 24 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากับ 16.03 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 80.14 ของคะแนนเต็ม และมี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.50

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านการเขียน และการ

ประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ดังภาพประกอบต่อไปนี้

2. จงหาผลบวกของคำตอบของสมการ $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

ตั้ง $y = 2^x$, ได้ $y^2 - 6y + 8 = 0$

แยกตัวประกอบ $(y-4)(y-2) = 0$

ได้ $2^x = 4 \rightarrow x = 2$ และ $2^x = 2 \rightarrow x = 1$

ผลบวก = $2 + 1 = 3$

ภาพประกอบที่ 7 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3

จากภาพประกอบที่ 7 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน เข้าใจง่าย และมีรายละเอียดครบถ้วน โดยนักเรียนสามารถแปลงสมการให้อยู่ในรูปที่ง่ายต่อการแก้ปัญหา โดยใช้การตั้งตัวแปรช่วย คือ ให้ $y = 2^x$ ทำให้สมการกลายเป็นสมการกำลังสอง $y^2 - 6y + 8 = 0$ จากนั้นแยกตัวประกอบได้เป็น $(y-4)(y-2) = 0$ จากนั้นนักเรียนสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า y แล้วแทนค่าย้อนกลับไปเป็นค่า x ได้อย่างถูกต้อง อีกทั้งยังนักเรียนยังสามารถนำเสนอคำตอบโดยการสรุปผลบวกของคำตอบของสมการได้ถูกต้อง

1. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} = 27^{2x-1}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} = 27^{2x-1}$$

เปลี่ยนเป็นฐาน 3 : $3^{-(2x+1)} = 3^{6x-3}$

เปรียบเทียบเลขชี้กำลัง : $-2x-1 = 6x-3$

$$x = \frac{1}{4}$$

ภาพประกอบที่ 8 ตัวอย่างการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3

จากภาพประกอบที่ 8 พบว่า สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน หรือมีบางจุดที่อธิบายได้ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตาม ยังมีบางจุดที่ขาดรายละเอียดหรืออธิบายได้ไม่ถูกต้องครบถ้วน เนื่องจากนักเรียนไม่ได้อธิบายว่าทำไมจึงสามารถเปรียบเทียบเลขชี้กำลังได้ (ซึ่งควรกล่าวถึงหลักการว่าเนื่องจากฐานเท่ากันและไม่ใช่ศูนย์) รวมถึงไม่ได้แสดงขั้นตอนในการเปลี่ยนรูปจาก 27^{2x-1} เป็น 3^{6x-3} อย่างชัดเจน ซึ่งควรเขียนให้ครบถ้วนว่า $27^{2x-1} = (3^3)^{2x-1} = 3^{3(2x-1)} = 3^{6x-3}$ และควรมีการสรุปคำตอบอย่างชัดเจน เช่น “ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ ”

ซึ่งจะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการเพิ่มจำนวนประชากรได้ โดยสามารถแทนค่าตัวเลขลงในสูตรและคำนวณหาคำตอบได้ แต่นักเรียนยังขาดความละเอียดในการแสดงวิธีคำนวณ เช่น นักเรียนสามารถแทนค่าตัวเลขลงในสูตรการเพิ่มจำนวนประชากรของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ถูกต้องและหาคำตอบได้ แต่ไม่ได้เขียนแสดงขั้นตอนการคำนวณอย่างละเอียด ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์

นอกจากการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนแล้ว เพื่อให้เห็นภาพการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างครบถ้วน ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังตารางที่ 27

ตารางที่ 27 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในวงจรปฏิบัติการที่ 3

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
1	10	41.67
2	22	91.67
3	10	41.67
4	10	41.67
5	21	87.50
6	20	83.33
7	21	87.50
8	21	87.50

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
9	10	41.67
10	23	95.83
11	19	79.17
12	21	87.50
13	21	87.50
14	19	79.17
15	21	87.50
16	10	41.67
17	21	87.50
18	23	95.83
19	21	87.50
20	23	95.83
21	23	95.83
22	10	41.67
23	8	33.33
24	8	33.33
25	20	83.33
26	20	83.33
27	20	83.33
28	23	95.83
29	23	95.83
30	23	95.83
31	19	79.17
32	22	91.67
33	20	83.33
34	23	95.83
35	22	91.67
36	24	100.00
$\bar{X}$	18.75	78.13

นักเรียนคนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์การพูด (24)	ร้อยละ
S. D.	5.19	21.62

จากตารางที่ 27 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเท่ากับ 18.75 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.13 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.19

จากผลการวิเคราะห์คะแนนข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละคนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยนำเสนอข้อมูลในส่วนของการพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ และจากการประเมินผลของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พบว่า นักเรียนสามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล และพูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด ยกตัวอย่าง เช่น

ในเวลา 5 ปี สวนยางพาราแห่งหนึ่งมียางพารา 2,100 ต้น และมีอัตราการเติบโตของจำนวนยางพารา 50% ต่อปี อยากทราบว่าสวนนี้มียางพารา ณ จุดเริ่มต้น กี่ต้น

นักเรียนกล่าวว่า “โจทย์ให้ $t = 5$, $r = \frac{50}{100} = 0.5$ และ $n(t) = 2100$

หา n_0

จากสูตร $n(t) = n_0(1 + r)^t$

จะได้ $2100 = n_0(1 + 0.5)^5$

$$2100 = n_0(1.5)^5$$

$$2100 = n_0(7.59375)$$

$$n_0 = \frac{2100}{7.59375}$$

$$n_0 = 276.54$$

$$n_0 \approx 277$$

∴ จำนวนยางพารา ณ จุดเริ่มต้นมี 277 ต้น”

จากตัวอย่างการพูดอธิบายของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถแสดงขั้นตอนการคิดได้อย่างครบถ้วน โดยเริ่มจากการระบุค่าที่โจทย์กำหนดให้และแปลงเป็นค่าที่ใช้ในสูตรทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง ต่อมาได้นำสูตรที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการคำนวณอย่างเหมาะสม พร้อมทั้งจัดลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในแนวคิดของการแก้ปัญหาแบบการเพิ่มจำนวนของประชากร (Exponential Growth) ได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสามารถใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และสัญลักษณ์ได้อย่างเหมาะสม รวมถึงสามารถอธิบายความหมายของคำตอบได้ตรงตามบริบทของสถานการณ์ที่กำหนด

นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด แต่ยังไม่สามารถพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ และพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล ยกตัวอย่าง เช่น

จงอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบของสมการ $2^{x^2} \cdot 4^x = 8$

นักเรียนกล่าวว่า “จาก $2^{x^2} \cdot 4^x = 8$ (ทำให้ฐานให้เหมือนกัน)

จะได้ $2^{x^2} \cdot (2^2)^x = 2^3$ (ฝั่งซ้ายคูณกัน เอาเลขชี้กำลังมาบวกกัน)

$2^{x^2+2x} = 2^3$ (เมื่อฐานเท่ากัน เอาเลขชี้กำลังมาเท่ากัน)

$x^2 + 2x = 3$ (ย้าย 3 ไปฝั่งซ้ายได้ -3)

$x^2 + 2x - 3 = 0$ (แยกตัวประกอบ)

$(x + 3)(x - 1) = 0$

$x + 3 = 0$ หรือ $x - 1 = 0$

$x = -3$ หรือ $x = 1$

$\therefore x = -3, 1$ ”

จากตัวอย่างการพูดอธิบายของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถพูดอธิบายได้ถูกต้องตามลำดับ โดยเริ่มจากการแปลงฐานของเลขยกกำลังให้เท่ากัน กล่าวคือ นักเรียนอธิบายว่า 4^x สามารถเขียนเป็น $(2^2)^x$ เพื่อให้ฐานเป็น 2 เช่นเดียวกับ 2^{x^2} จากนั้นนักเรียนทำการบวกเลขชี้กำลังเมื่อฐานเท่ากัน จึงได้ $2^{x^2+2x} = 2^3$ แล้วเมื่อฐานเท่ากันแล้ว นักเรียนจึงเอาเลขชี้กำลังทั้งสองข้างมาเท่ากัน แล้วจะได้ $x^2 + 2x = 3$ และทำการย้ายข้าง -3 เพื่อจัดรูปเป็น $x^2 + 2x - 3 = 0$ แล้วแยกตัวประกอบได้เป็น $(x + 3)(x - 1) = 0$ จากนั้นได้คำตอบคือ $x = -3$ หรือ $x = 1$ นักเรียน

สามารถสรุปได้อย่างถูกต้องและชัดเจนว่า คำตอบของสมการนี้คือ $x = -3$ หรือ $x = 1$ ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม นักเรียนยังมีความคลาดเคลื่อนเล็กน้อยในการพูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์และพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนกล่าวว่า ทำการย้ายข้าง -3 เพื่อจัดรูปเป็น $x^2 + 2x - 3 = 0$ ซึ่งไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ เนื่องจากควรอธิบายว่าต้อง -3 ทั้งสองข้างของสมการ แทนการใช้คำว่า ย้ายข้าง ซึ่งอาจทำให้เกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมบัติของสมการได้

นอกจากการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านและไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยจากการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้วิจัยสามารถสรุปประเด็นได้ดังนี้

1. ชี้นำเสนอปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังพบปัญหาในการตีความจากโจทย์ปัญหาที่ได้รับจากครู โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ตอนอ่านโจทย์ปัญหาใช้เวลานานในการคิด แต่ก็ยังพอนึกว่าวิธีการแก้ปัญหาก็ได้”
(นักเรียนคนที่ 8, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

2. ชี้นำวิเคราะห์และแก้ปัญหามาจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในการเขียนแสดงวิธีทำ และกล้าที่จะอธิบายเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาก็ได้ในแต่ละข้อ โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ตอนอ่านโจทย์แล้ว รู้เลยว่าจะใช้สมบัติไหนในการตอบคำถาม”
(นักเรียนคนที่ 36, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“รู้สึกว่ตอนทำโจทย์อ่านแล้วทำได้เร็วกว่าเดิมจากก่อนหน้านี้”
(นักเรียนคนที่ 23, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

3. ชี้นำรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามาจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนยังมีความตื่นเต้น แต่มีความกล้าแสดงออกในการออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“รู้สึกตื่นเต้น แต่กล้าพูดมากกว่าเมื่อก่อน”
(นักเรียนคนที่ 33, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

4. ขึ้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า เมื่อให้นักเรียนรวมกลุ่มของคนที่มีคำตอบคล้ายกัน มีการถกเถียงกันของสมาชิกในกลุ่มและระหว่างกลุ่มที่มีความคิดไม่เหมือนกัน โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ตอนรวมกลุ่มแล้วมีเพื่อนที่มีคำตอบคล้ายกันก็รู้สึกดี แต่พอลองคุยกับอีกกลุ่มก็มีความคิดที่ไม่ตรงกัน”

(นักเรียนคนที่ 23, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

อีกทั้งผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการกิจกรรมการเรียนการสอน ให้ความร่วมมือ และตั้งใจในการเรียนมากขึ้น เนื่องจากกลัวว่าจะทำได้ไม่ดี โดยจะเห็นได้จากคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“รู้สึกว่าการได้คิดร่วมกันกับเพื่อน และได้ฟังกลุ่มอื่นนำเสนอ”

(นักเรียนคนที่ 36, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

“ชอบที่ได้คุยกับเพื่อนเรื่องวิธีคิดของแต่ละคน มันช่วยให้เรารู้ว่ามีหลายวิธีในการแก้ปัญหา”

(นักเรียนคนที่ 8, 21 กุมภาพันธ์ 2568 : สัมภาษณ์)

ผลการวิเคราะห์ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนเท่ากับ 16.03 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 80.14 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.50 และนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการพูดเท่ากับ 18.75 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.13 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 5.19 เมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 34.78 คะแนน จากคะแนนเต็ม 44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.04 ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน เมื่อเปรียบเทียบกับผลการพัฒนาในวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนเพิ่มขึ้นจาก 15.74 เป็น 16.03 คะแนนเฉลี่ยด้านการพูดเพิ่มขึ้นจาก 14.56 เป็น 18.75 และคะแนนเฉลี่ยรวมเพิ่มขึ้นจาก 68.84 เป็น 79.04 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 เพิ่มขึ้นจาก 21 คน เป็น 33 คน นอกจากนี้ จากผลการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น แม้ยังมีส่วนที่ยังพบปัญหาในการตีความโจทย์ แต่โดยรวมแล้วนักเรียนมีความมั่นใจในการเขียนแสดงวิธีทำ กล่าวที่จะอธิบายเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา และมีความกล้าแสดงออกในการนำเสนอหน้าชั้น

เรียนมากขึ้น แม้จะยังมีความตื่นเต้นอยู่บ้าง และเมื่อนักเรียนรวมกลุ่มของคนที่มีคำตอบคล้ายกัน นักเรียนยังมีความกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนในกลุ่มและระหว่างกลุ่มที่มีแนวคิดต่างกัน จากผลการวิเคราะห์ข้างต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงหยุดการดำเนินการวิจัยไว้ที่วงจรปฏิบัติการที่ 3 เนื่องจากบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัย

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

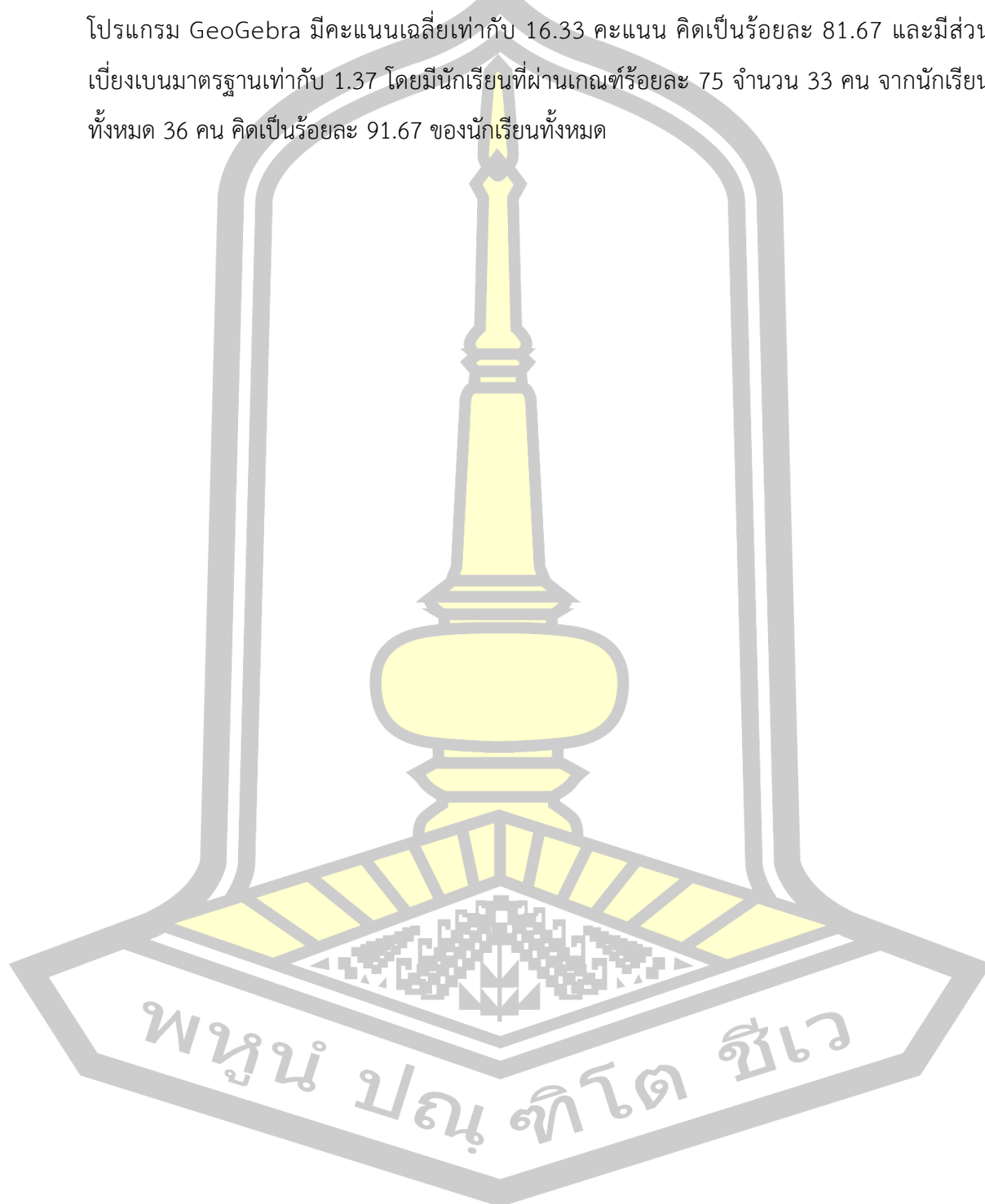
หลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอนแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้แบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาเทียบเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยใช้สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังตารางที่ 28

ตารางที่ 28 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

นักเรียนคนที่	คะแนน (20)	ร้อยละ	ผลการประเมิน
1	15	75	ผ่าน
2	16	80	ผ่าน
3	15	75	ผ่าน
4	18	90	ผ่าน
5	18	90	ผ่าน
6	16	80	ผ่าน
7	17	85	ผ่าน
8	18	90	ผ่าน
9	18	90	ผ่าน
10	19	95	ผ่าน
11	17	85	ผ่าน

นักเรียนคนที่	คะแนน (20)	ร้อยละ	ผลการประเมิน
12	15	75	ผ่าน
13	14	70	ไม่ผ่าน
14	14	70	ไม่ผ่าน
15	15	75	ผ่าน
16	17	85	ผ่าน
17	17	85	ผ่าน
18	18	90	ผ่าน
19	17	85	ผ่าน
20	16	80	ผ่าน
21	19	95	ผ่าน
22	16	80	ผ่าน
23	15	75	ผ่าน
24	16	80	ผ่าน
25	15	75	ผ่าน
26	14	70	ไม่ผ่าน
27	16	80	ผ่าน
28	15	75	ผ่าน
29	17	85	ผ่าน
30	16	80	ผ่าน
31	15	75	ผ่าน
32	17	85	ผ่าน
33	16	80	ผ่าน
34	18	90	ผ่าน
35	17	85	ผ่าน
36	16	80	ผ่าน
$\bar{X}$	16.33	81.67	ผ่าน
S. D.	1.37		

จากตารางที่ 28 พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 16.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.67 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.37 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน คิดเป็นร้อยละ 91.67 ของนักเรียนทั้งหมด



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอการสรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ความมุ่งหมายของการวิจัย
2. สรุปผล
3. อภิปรายผล
4. ข้อเสนอแนะ

1. ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

2. เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ให้คะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

2. สรุปผล

จากผลการวิจัย เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 27.14 คิดเป็นร้อยละ 61.68 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 47.22 ของนักเรียนทั้งหมด ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อส่งเสริมความเข้าใจ

ผ่านการแสดงผลและตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 30.29 คิดเป็นร้อยละ 68.84 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 58.33 ของนักเรียนทั้งหมด และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ใช้การจัดการเรียนรู้เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 และมีการปรับในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 34.78 คิดเป็นร้อยละ 79.04 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 77.78 ของนักเรียนทั้งหมด แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra สามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 3

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยเพิ่มโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อส่งเสริมความเข้าใจผ่านการแสดงผลและตรวจสอบคำตอบ และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยใช้การจัดการเรียนรู้เช่นเดียวกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 และมีการปรับในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อยก่อนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายและร่วมสรุปแนวคิดกับนักเรียน พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบและอธิบายภาพรวมของปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยทดสอบหลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอนครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 16.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.37 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 91.67 ของนักเรียนทั้งหมด แสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัย

3. อภิปรายผล

จากผลการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยสามารถอภิปรายผลตามลำดับผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยในรูปแบบของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน จำนวน 3 วงจร ปฏิบัติการ เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสามารถอภิปรายผลของแต่ละวงจรปฏิบัติการได้ดังนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา และขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างกล่าว พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 27.14 คิดเป็นร้อยละ 61.68 ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 17 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน คิดเป็นร้อยละ 47.22 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งผลดังกล่าวเกิดจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มาก่อน โดยในขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ผู้วิจัยนำเสนอโจทย์ปัญหาโดยไม่ได้เรียงลำดับความยากง่าย มีความซับซ้อนเล็กน้อย พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา ซึ่งอาจเกิดจากลักษณะของโจทย์ที่ครูนำเสนอมีความซับซ้อนหรือความยากที่เกินกว่าที่นักเรียนจะสามารถเข้าใจได้ด้วยตนเองในช่วงเริ่มต้น ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา พบว่า นักเรียนยังมีความสับสนเกี่ยวกับการเลือกใช้นิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ มาใช้ประกอบการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง พบว่า นักเรียนขาดความมั่นใจและมีความกังวลในการรายงานคำตอบของตนเอง เนื่องจากไม่มั่นใจในวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือคำตอบที่ได้ว่าทำถูกต้องหรือไม่ ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียน พบว่า การที่ทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน ช่วยให้ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกันกับเพื่อนร่วมชั้น แต่ใช้เวลานาน นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนยังไม่

คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) อีกทั้งนักเรียนบางคนคิดว่าใช้เวลามากเกินไปในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ และเมื่อวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดเท่ากับ 15.53 และ 11.61 ตามลำดับ จะเห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนมากกว่าด้านการพูด เนื่องจากในการเขียนช่วยให้นักเรียนมีโอกาสไตร่ตรองและแสดงความคิดอย่างรอบคอบมากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถจัดระเบียบความคิดของตนเองได้ดี และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ (Firdaus, 2017) ในขณะที่การพูดอาจมีการพูดคุ้ยได้ต่อกันทันทีอาจทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้ เพราะนักเรียนอาจจะเรียบเรียงความคิดได้ไม่ดีเท่าตอนที่เขียน (Lomibao et al., 2016) นอกจากนี้ ปัจจัยด้านความมั่นใจและความคุ้นเคยกับรูปแบบการนำเสนอผ่านการเขียน อาจส่งผลให้นักเรียนสามารถแสดงออกผ่านการเขียนได้ดีกว่าการพูด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Ing, Webb, Kersting, & Freund (2015) พบว่า การพูดอธิบายแนวคิดคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนอาจเป็นอุปสรรคสำหรับนักเรียนที่ขาดความมั่นใจหรือไม่ชินกับการแสดงความคิดเห็นต่อหน้าผู้อื่น ส่งผลให้การสื่อสารขาดความชัดเจนและประสิทธิภาพ นอกจากนี้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม เกิดจากนักเรียนยังไม่สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องและแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ไม่ชัดเจน และไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน

วงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยได้นำปัญหาที่พบจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 โดยนำโปรแกรม GeoGebra มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นรูปธรรมชัดเจนยิ่งขึ้น โดยเนื้อหาในวงจรนี้เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างสมการและกราฟ การใช้โปรแกรมนี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น และสามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากสมการสู่กราฟได้อย่างเป็นรูปธรรม ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ในขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหาผ่านโปรแกรม GeoGebra ขั้นที่ 2 ชี้นวิเคราะห์และแก้ปัญา ขั้นที่ 3 ชี้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญา โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง และขั้นที่ 4 ชี้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญา โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ซึ่งหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างกล่าว พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเท่ากับ 30.29 คิดเป็นร้อยละ 68.84 ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 21 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 58.33 ของนักเรียนทั้งหมด โดยในชั้นที่ 1 ชื่อนำเสนอปัญหา ผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 โดยนำเสนอโจทย์ปัญหาที่เรียงลำดับความยากผ่านโปรแกรม GeoGebra พบว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา เนื่องจากเรื่องที่เรียนมีความยากขึ้นและมีการแสดงวิธีหาคำตอบด้วยการเขียนกราฟ ชั้นที่ 2 ชั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหานักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญห ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา พบว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหเพื่อหาคำตอบได้ แต่ยังไม่สามารถตอบได้อย่างครบถ้วน ชั้นที่ 3 ชื่นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหานักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง พบว่า นักเรียนมีความตื่นเต้นเมื่อต้องไปรายงานคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน ทำให้อธิบายคำตอบของตนเองได้ไม่ชัดเจนพอ ชั้นที่ 4 ชื่นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหานักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อประกอบการอธิบายและให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน พบว่า นักเรียนบางส่วนไม่สนใจในขณะที่ร่วมกันอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ พบว่า เวลาในการใช้การจัดการเรียนการสอนไม่เพียงพอ ทำให้ไม่สามารถร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหได้ไม่ครบทุกชั่วโมงในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และเมื่อวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดเท่ากับ 15.74 และ 14.56 ตามลำดับ จะเห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนมากกว่าด้านการพูด และเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเพิ่มขึ้นจาก 15.53 เป็น 15.74 และคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนจาก 11.61 เป็น 14.56 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยเฉพาะด้านการพูดให้ดีขึ้นอย่างชัดเจน ซึ่งผลดังกล่าวเกิดจากผู้วิจัยปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในชั้นวิธีการนำเสนอปัญหาและชั้น

อภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ซึ่งโปรแกรมนี้ช่วยในการสร้างภาพและแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยส่งเสริมความเข้าใจและการสื่อสารของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Schreiberova & Morávková, 2023) ส่งผลให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการอธิบายวิธีคิดของตนเองและสามารถสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดได้ดีขึ้น นอกจากนี้ ผลการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นจาก 61.68 เป็น 68.84 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 เพิ่มขึ้นจาก 17 คน เป็น 21 คน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ต่อไป

วงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยได้นำปัญหาที่พบจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra และได้ปรับในขั้นที่ 4 ขึ้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้เวลาให้นักเรียนได้อภิปรายในกลุ่มย่อยกับเพื่อนที่มีวิธีแก้ปัญหาค่คล้ายกันก่อน ให้นักเรียนได้อธิบายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม จากนั้นจึงนำเสนอแนวคิดในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิดของกลุ่มได้อย่างกระชับและมีความมั่นใจมากขึ้น หลังจากการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเท่ากับ 34.78 คิดเป็นร้อยละ 79.04 ซึ่งผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 28 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 77.78 ของนักเรียนทั้งหมด โดยในขั้นที่ 1 ขึ้นนำเสนอปัญหา ผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 โดยเสนอโจทย์ปัญหาที่เรียงลำดับความยากง่ายผ่านโปรแกรม GeoGebra ซึ่งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังพบปัญหาในการตีความจากโจทย์ปัญหาที่ได้รับจากครู ขั้นที่ 2 ขึ้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา นักเรียนวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งถามกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา พบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในการเขียนแสดงวิธีทำ และกล้าที่จะอธิบายเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาที่ได้ในแต่ละข้อ ขั้นที่ 3 ขึ้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่ต่อชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง พบว่า นักเรียนยังมีความตื่นเต้นแต่มีความกล้าแสดงออกในการออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ขั้นที่ 4 ขึ้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้เวลานักเรียนอภิปรายในกลุ่มย่อยที่มีวิธีการแก้ปัญหาค่คล้ายกันก่อน จากนั้นให้กลุ่ม

ย่อแนะนำเสนอแนวคิดในชั้นเรียน โดยครูจะนำการอภิปรายและใช้โปรแกรม GeoGebra ช่วยตรวจสอบคำตอบเพื่อให้นักเรียนมองภาพได้ชัดเจน พบว่า เมื่อให้นักเรียนรวมกลุ่มของคนที่มีคำตอบคล้ายกัน มีการถกเถียงกันของสมาชิกในกลุ่มและระหว่างกลุ่มที่มีความคิดไม่เหมือนกัน นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการกิจกรรมการเรียนการสอน ให้ความร่วมมือ และตั้งใจในการเรียนมากขึ้น เนื่องจากกลัวว่าจะทำได้ไม่ดี และเมื่อวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดเท่ากับ 16.03 และ 18.75 ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเพิ่มขึ้นจาก 15.74 เป็น 16.03 และคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนจาก 14.56 เป็น 18.75 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนและด้านการพูดเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน โดยบรรลุผลตามความมุ่งหมายของการวิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ซึ่งผลดังกล่าวเกิดจากผู้วิจัยนำปัญหาที่พบในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงส่งผลให้กระบวนการเรียนรู้สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายในกลุ่มย่อยที่มีวิธีแก้ปัญหาล้ำคลึงกันก่อน จากนั้นจึงนำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีโอกาแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฝึกการอธิบายเหตุผล และเรียนรู้จากกันและกันภายในกลุ่ม ซึ่งนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้งและสามารถนำเสนอแนวคิดได้อย่างมั่นใจมากขึ้น โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหามากขึ้น ทำให้ในการอภิปรายคำตอบและวิธีการมีการสะท้อนความคิดเห็นต่อโจทย์ปัญหา และการนำโปรแกรม GeoGebra มาใช้ในการเรียนการสอนช่วยให้เห็นภาพของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้น ส่งเสริมให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบและสะท้อนแนวคิดของตนได้อย่างมีเหตุผล อีกทั้งการตั้งคำถามของครูในแต่ละขั้นตอนยังช่วยกระตุ้นการคิดวิเคราะห์ การอธิบาย และการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าวิธีการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีส่วนร่วม ฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล และมีความกล้าแสดงออกทางวิชาการ นำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการเขียนและด้านการพูด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ภาคภูมิ เพ็ชรนบ่อ (2560) ได้ทำวิจัยเรื่อง การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้าน

การเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ กุลิสรา อินทราช (2566) ได้ทำวิจัยเรื่อง การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think Pair Share) เรื่อง อสมการ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think Pair Share) เรื่อง อสมการ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และ ความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think Pair Share) เรื่อง อสมการ แบ่งได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดสูง ปานกลาง ต่ำ โดย นักเรียนร้อยละ 70.97 เป็นกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดสูง นักเรียนร้อยละ 19.35 เป็นกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดปานกลาง และนักเรียนร้อยละ 9.68 เป็นกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดต่ำ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra จากผลการทดสอบหลังจากสิ้นสุดเนื้อหาในการสอน พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 16.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.67 โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 36 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 91.67 ของนักเรียนทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.37 ซึ่งบ่งชี้ว่า คะแนนของนักเรียนส่วนใหญ่มีความใกล้เคียงกัน แสดงถึงความสม่ำเสมอของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra สามารถลดความแตกต่างของผลการเรียนรู้ระหว่างนักเรียนได้ ซึ่งผลดังกล่าวเกิดจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดวิเคราะห์และอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ ยังช่วยให้ครูเข้าใจความคิดและความรู้พื้นฐานของนักเรียน เพื่อนำไปปรับกลยุทธ์การตั้งคำถามและการสอนให้ตอบสนองความต้องการของนักเรียน ส่งผลให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมี

ประสิทธิภาพ ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น (Franke et al., 2009; Schoen et al., 2022) รวมทั้งการนำโปรแกรม GeoGebra มาใช้ในการเรียนการสอน ช่วยให้นักเรียนเห็นภาพแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจนและแบบไดนามิก ทำให้สามารถตรวจสอบคำตอบและสังเกตการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันแบบเรียลไทม์ ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งและลดความเข้าใจผิดในการเรียนรู้ (Zulnaldi et al., 2020; Majerek, 2014) นอกจากนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็เป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงความเข้าใจ แสดงความคิด และแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทั้งในรูปแบบวาจาและลายลักษณ์อักษร ส่งเสริมความเข้าใจเชิงลึก การให้เหตุผล และการทำงานร่วมกัน ซึ่งล้วนมีส่วนช่วยให้ผลการเรียนดีขึ้น (Irawati, 2017; Paridjo & Waluya, 2017; Alhaddad et al., 2015) ดังนั้น การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra และการที่นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อำภารัตน์ ผลววรรณ (2556) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด(CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็นที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิดและความมีวินัยในตนเองของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ญัฐสรณ์ ภูดี และคณะ (2566) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 คะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ Lomibao และคณะ (2016) ได้ทำวิจัยเรื่อง The Influence of Mathematical Communication on Students' Mathematics Performance and Anxiety ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ อีกทั้งยังช่วยลดความวิตกกังวลใน

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ด้วย การสื่อสารผ่านการพูด การเขียน และการใช้ภาพ ช่วยให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น และส่งเสริมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

4. ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ในชั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนอาจเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูจึงจำเป็นต้องทำความเข้าใจแนวทางต่าง ๆ ที่นักเรียนนำเสนอ เพื่อให้สามารถให้คำแนะนำหรือข้อเสนอแนะได้อย่างเหมาะสม

1.2 เมื่อให้นักเรียนเขียนหรือพูดอธิบายขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา ครูควรใช้คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

1.3 ครูควรจัดเวลาให้เหมาะสมในทุกขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

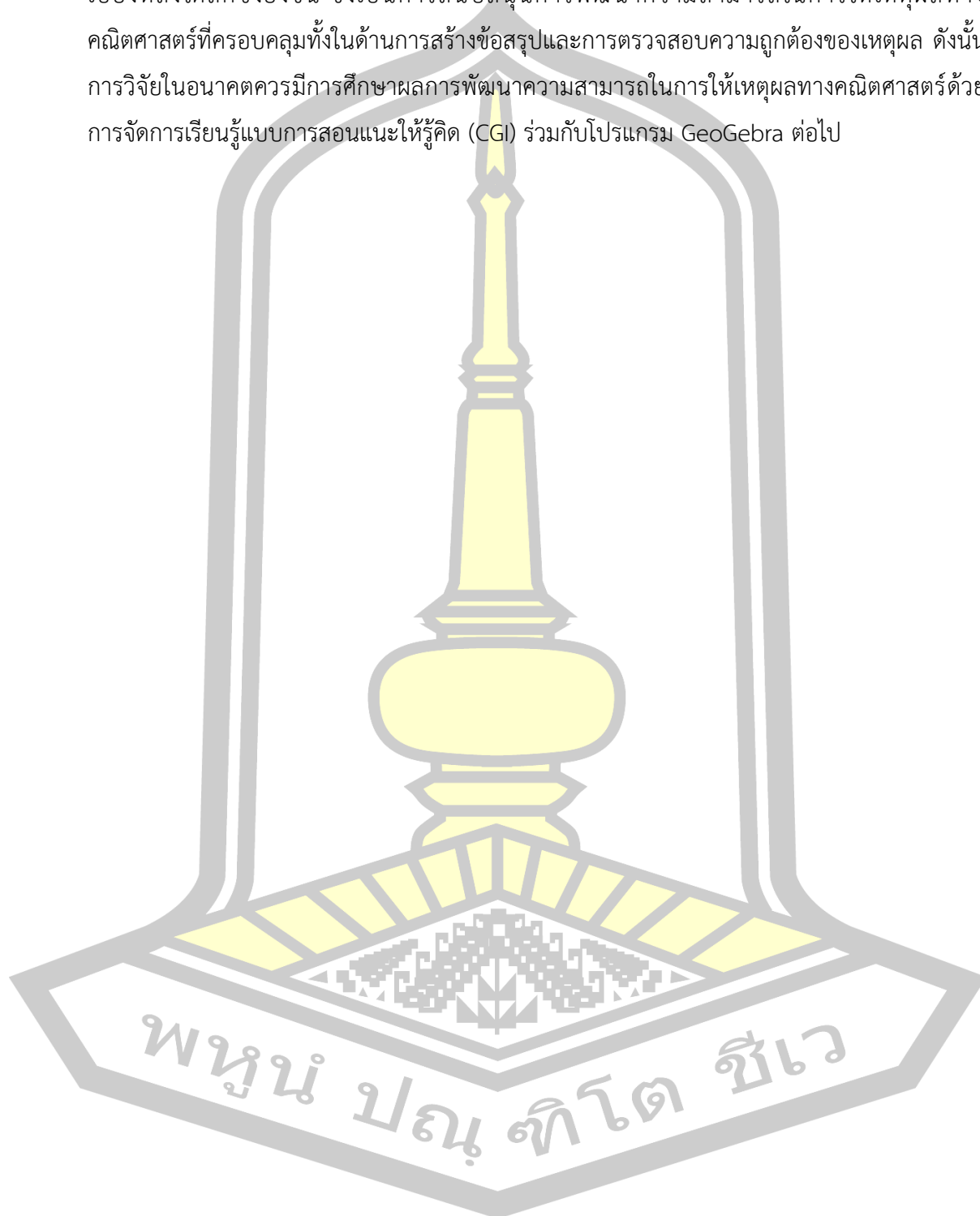
2.1 ควรมีการศึกษาลงมือการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ และในระดับชั้นที่แตกต่างกัน เพื่อยืนยันและขยายขอบเขตของผลลัพธ์ที่ได้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจถึงประสิทธิผลของแนวทางการสอนนี้ในบริบทที่หลากหลายมากขึ้น

2.2 ควรมีการศึกษการใช้เครื่องมือเทคโนโลยีอื่นๆ นอกเหนือจาก GeoGebra เช่น Desmos, PhET, โปรแกรม CAS (Computer Algebra System), Padlet, Kahoot! หรือ Quizizz รวมถึงสื่อดิจิทัลแบบอินเทอร์แอคทีฟ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพและสร้างสรรค์ประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลายและน่าสนใจยิ่งขึ้น

2.3 ควรมีการศึกษารูปแบบการอภิปรายและการแลกเปลี่ยนแนวคิดในกลุ่มย่อย โดยอาจเพิ่มกิจกรรมหรือเทคนิคการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมอย่างเท่าเทียมและกล้าสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

2.4 ควรมีการศึกษากำหนดการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ เนื่องจากในชั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลและเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับเพื่อนในกลุ่มย่อยที่มีวิธีแก้ปัญหาล้ำกัน ซึ่งเป็นการฝึกฝนการคิดวิเคราะห์และจัดระเบียบความคิด จากนั้นเมื่อกลุ่มย่อยนำเสนอแนวคิดในชั้นเรียน ครูทำหน้าที่นำการอภิปรายและใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือสำคัญในการตรวจสอบคำตอบและสร้างภาพให้เห็นชัดเจน การใช้

GeoGebra นี้ช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์และเข้าใจหลักการเบื้องหลังได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นการสนับสนุนการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งในด้านการสร้างข้อสรุปและการตรวจสอบความถูกต้องของเหตุผล ดังนั้นการวิจัยในอนาคตควรมีการศึกษาผลการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ต่อไป



บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กัญญภัสสก์ เอกภัทร์ชัยวงศ์. (2564). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TAI ร่วมกับ KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการเรียนการสอน, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏ มหาสารคาม.
- กรวิกา ปานศักดิ์, วรินทร์ สุภาพ และจักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม. (2562). การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอด้วยการจัดการเรียนรู้แบบเสริมต่อการเรียนรู้ เรื่อง จำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 13(2), 32-44.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ขวัญ เพี้ยซ้าย. (2553). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาการศึกษาคุณบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จรรยา สุนทรหาญ. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ชัยวัฒน์ อัยปาอาจ. (2552). ผลการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปรินญามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชนิดา ยอดสาลี และกาญจนา บุญส่ง. (2559). ปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาประจวบคีรีขันธ์ เขต 2. วารสารวิชาการ
Veridian E-Journal, Silpakorn University ฉบับภาษาไทย สาขามนุษยศาสตร์
สังคมศาสตร์ และศิลปะ, 9(1), 1208-1223.
- ฉลาด สายสินธุ์. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมจีโอจีบรา เรื่อง
ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- พัฒนธร จุ้ยสวัสดิ์. (2564). การวิจัยเชิงปฏิบัติการในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปรากฏการณ์เป็นฐาน
เรื่อง จลนศาสตร์เคมี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
และทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (การสอน
วิทยาศาสตร์). มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทิตนา แคมมณี. (2562). ศาสตร์การสอน (พิมพ์ครั้งที่ 23). สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นพดล อุณหศิริกุล. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra
เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล”. การประชุม
วิชาการระดับชาติ "มสธ. วิจัย" ประจำปี 2559. สุโขทัย: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- นริศรา ธรรมนันดา. (2563). ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็น
ฐาน. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา, 31(3), 81-98.
- ณัฐกรณ์ ภูดี, ปวีณา ชันธิลา และ ประภาพร หนองหารพิทักษ์. (2023). ผลการใช้โปรแกรม
GeoGebra ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง
ฟังก์ชัน. วารสารวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา, 15(1), 51-64. สืบค้น
จาก <https://so05.tci-thaijo.org/index.php/irdssru/article/view/263323>
- บังอร ไกรรอด. (2561). ผลการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวนนับ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียน คณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตลุกข่อยน้ำ จังหวัดนครสวรรค์. ปริญญานิพนธ์วิทยาศาสตร
มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- บรรหาร กาศเกษม และ ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์. (2560). *ความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดและความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่สอนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra*. ปรินญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2554). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 9 ฉบับปรับปรุงใหม่). กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- บุญศรี พรหมมาพันธุ์ และนวลเสนอห์ วงศ์เชิดธรรม. (2545). *แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. ใน: ประมวลสาระของชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือสำหรับการประเมินการศึกษาหน่วยที่ 5. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์, นนทบุรี.
- ประสาธน์ เนืองเฉลิม. (2554). *วิจัยการเรียนการสอน*. มหาสารคาม : อภิชาดิการพิมพ์.
- ประสาธน์ เนืองเฉลิม. (2556). *วิจัยการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราณี กองจินดา. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบชิปปาโดยใช้แบบฝึกหัดที่เน้นทักษะการคิดเลขในใจกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้คู่มือครู*. พระนครศรีอยุธยา: วิทยานิพนธ์ ครุศาสตร์มหาบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน), มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา.
- พงศ์ศักดิ์ วุฒิสันต์. (2556). *GeoGebra อีกทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจของครูคณิตศาสตร์*. นิตยสาร สสวท., 41(181), 13-16.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคอง. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2551). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : แฮสออฟเคอร์มีส์.

- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2564). *เทคนิคการวัดและประเมินผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: เพชรเกษมการพิมพ์.
- พิสุทธิ ยงทางเรือ. (2559). *ผลการเรียนรู้โดยใช้แนวทางการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยโปรแกรมจิโอจีบร้า เรื่อง ภาคตัดกรวย*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารการศึกษา). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- ภูริต แก้วเจริญเนตร. (2565). *การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การเรียนรู้แบบออนไลน์บนฐานแนวคิดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง*. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ไพศาล วรคำ. (2562). *การวิจัยทางการศึกษา*. (พิมพ์ครั้งที่ 10). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- มนัส บุญลือชา. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWL ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว*. (วิทยาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- โรงเรียนสารคามพิทยาคม. (2561). *หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม ปีการศึกษา 2561 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*.
- _____. (2565). *รายงานการประเมินตนเองของสถานศึกษา (Self-Assessment Report: SAR) ปีการศึกษา 2565*.
- _____. (2566). *รายงานการประเมินตนเองของสถานศึกษา (Self-Assessment Report: SAR) ปีการศึกษา 2566*.
- วณิชชา สิทธิพล. (2562). *การพัฒนากระบวนการเสริมสร้างความสามารถในการทำวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนของครูอนุบาลโดยใช้หลักการประเมินเพื่อการเรียนรู้และชุมชนแห่งการเรียนรู้เชิงวิชาชีพ*. ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
<https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd/9118>
- วทันยา กฤตติกานนท์. (2562). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบการใช้สมองเป็นฐาน (BBL) ร่วมกับเทคนิค STAD*. ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์จังหวัดปทุมธานี.
- วิศวัฒน์ ลิ้มมงคล. (2561). *การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น*

โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดแบบคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับการบวนการสอนการ
แก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต:
มหาวิทยาลัยบูรพา.

วีรพล เทพบรรหาร. (2560). การใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิด
การสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยง
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต,
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้
ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การ
วิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาณิพนธ์
ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

_____. (2552). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) :
รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์, 21(1), 1-12.

_____. (2554). เอกสารคำสอน วิชา 410541 ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
เอกสารการสอน.

_____. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์. หลักสูตรการสอน
และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.

_____. (2556). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติและการเชื่อมโยง
คณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริงโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการ
ใช้คำถามระดับสูงสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารศึกษาศาสตร์, 24(1),
15-33.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ศิขรินทร์ แซ่ลือ, แสงเดือน เจริญนิม และ สุมาลี รวมธรรม. (2563). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ SSCS ร่วมกับเทคนิค KWDL.
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศุภกรณ์ เพิ่มพูน. (2564). การพัฒนาการทำวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนโดยการสร้างชุมชนการเรียนรู้ทางวิชาชีพของครูร่วมกับจิตศึกษาโรงเรียนบางมูลนากภูมิวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพิจิตร. การศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.

_____. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3 แก้ไขเพิ่มเติม. กรุงเทพฯ : 3-คิว มีเดีย.

_____. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.

สมนึก ภัททิยธนี. (2553). การวัดผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 7. กทม: ประสานการพิมพ์.

สมพร เชื้อพันธ์. (2547). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนแบบสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองกับการจัดการเรียนการสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา.

สรณัฐ ใจนนท์. (2562). การใช้เทคนิคคิด พูด เขียน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

https://archive.lib.cmu.ac.th/full/T/2562/emath10762sjan_full.pdf

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2553). การเรียนรู้ดิจิทัลเทคโนโลยีโรงเรียนมาตรฐานสากล. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.

ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

สุนีย์ คำควร. (2559). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

- ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาทิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา.
(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอน คณิตศาสตร์). มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุรัชย์ วงศ์จันเสื่อ. (2555). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
DAPIC และ CGI ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต,
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพฯ.
- หทัยรัตน์ นาราษฎร์. (2561). การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอน STAD. วิทยา
ศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- อธิภูมิ พาสงค์. (2559). การใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบ
4MAT เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ในรายงานการวิจัย. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- อรทัย จันใด. (2553). ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษ นักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากลนคร. วิทยานิพนธ์ปริญญา
มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- อพนันตรี พูลพุทรา. (2565). การวัดและประเมินผลการเรียนรู้. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.
กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- อัศวิน พุ่มมรินทร์. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา), กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Alhaddad, I., Kusumah, Y. S., Sabandar, J., & Dahlan, J. A. (2015). Enhancing Students' Communication Skills through Treffinger Teaching Model. Journal on Mathematics Education, 6(1), 31–39. <https://doi.org/10.22342/JME.6.1.1856.31-39>
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students achievement.

- Procedia-Social and Behavioral Sciences, 172, 208-214.
- Cai, Jinfa.; Jakabcsin, Mary S.; & Lane, Suzanne. (1996, May). *Assessing Student's Mathematication*. School Science and Mathematics. 96(5): 238-246.
- Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1988). Research and Cognitively Guided Instruction. Integrating research on teaching and learning mathematics, 1, 2-19
- Carpenter, T. P. (1989). *Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study*. American Educational Research Journal, 26(4), 499-531.
- Carpenter, T. P., et al. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics: Research report*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Carpenter, Fennema, Franke, Levi, and Empson. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Denbel, D. G. (2019). *Students' difficulties of understanding exponents and exponential expressions*. Engineering and Technology Research, 1(3), 083-088.
- Dwijayani, N. M. (2019). *Effect of Worksheet Aided GeoGebra on Mathematical Communication Skill*. <https://doi.org/10.1109/ICORIS.2019.8874882>
- Firdaus, H. P. E. (2017). *Analysis of mathematical communication skills students in mathematics education at study course junior high school mathematics*. 1(1). <http://jurnal.unmuhjember.ac.id/index.php/IECO/article/download/529/380>
- Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). *Teacher Questioning to Elicit Students' Mathematical Thinking in Elementary School Classrooms*. Journal of Teacher Education, 60(4), 380–392. <https://doi.org/10.1177/0022487109339906>
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Hendricks, C. (2013). *The Effects of Cognitively Guided Instruction on Mathematics*

Achievement of Second Grade Children. (Degree of Doctor of Education).

Walden University.

Ing, M., Webb, N. M., Kersting, N., & Freund, L. (2015). *Student participation in elementary mathematics classrooms: The missing link between teacher practices and student achievement?*, *Educational Studies in Mathematics*, 90(3), 341-356.

Irawati, T. N. (2017). *Improving Mathematic Communications Skill by Using Mathematic Realistic Setting Cooperative Learning with Student Teams Achievement Divisions (STAD) type*. 2(1), 65-79.

<http://ejurnal.uji.ac.id/index.php/AXI/article/download/288/274>

Jitrungsri, P., Chuntra, C., & Somchaipeng, T. (2024). *THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA FIVE STUDENTS ON SERIES BY USING COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION (CGI) AND QUESTIONING*. *Journal of Industrial Education*, 23(2), 1-14.

<https://doi.org/10.55003/JIE.23204>

Johanning, D. L. (2000). *An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra*. *School Science and Mathematics*, 100(3), 151-160.

Kennedy, Leonard M. and Steve Tipp. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Woodworth Publishing.

Lomibao, L. S., Luna, C. A., & Namoco, R. A. (2016). *The Influence of Mathematical Communication on Students' Mathematics Performance and Anxiety*.

American Journal of Educational Research, 4(5), 378-382.

<https://doi.org/10.12691/EDUCATION-4-5-3>

Majerek, D. (2014). *Application of geogebra for teaching mathematics*. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 8(24), 51-54.

<https://doi.org/10.12913/22998624/567>

Mark Hohenwarter. (2021). *What is GeoGebra?*. Retrieved April 3, 2024, from

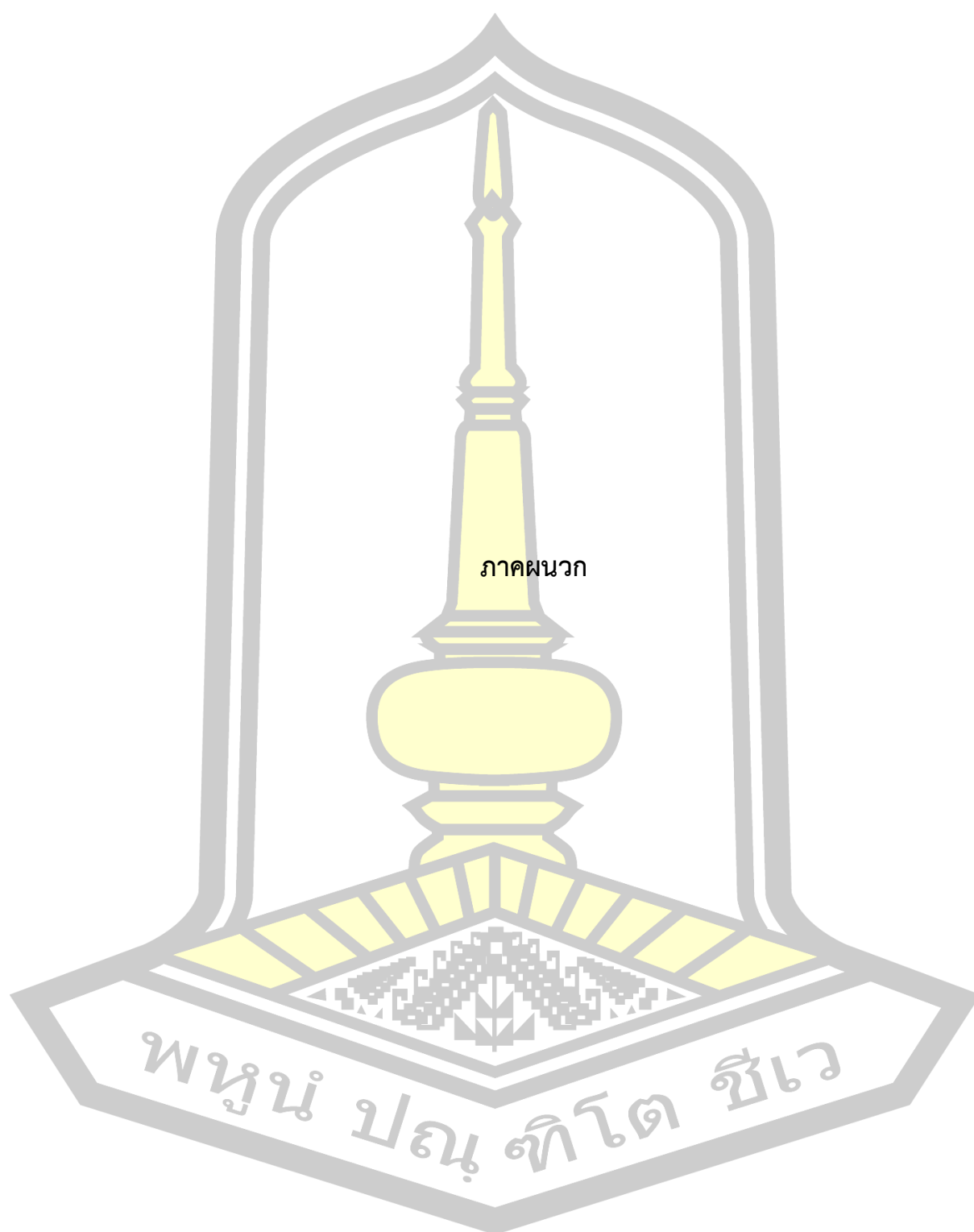
<https://www.geogebra.org/about>.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. US: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Paridjo, P., & Waluya, St. B. (2017). *Analysis Mathematical Communication Skills Students In The Matter Algebra Based Nctm*. IOSR Journal of Mathematics, 13(01), 60–66. <https://doi.org/10.9790/5728-1301056066>
- Porter, Mary. (2009). *Writing to Understand Mathematical Proofs*. In Paper Present at the Annual Meeting of the Mathematical Association of America Math Fest.
- Reys, Robert E., and others. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards: reading from the arithmetic Teacher*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Saxe, G. B., Gearhart, M., & Seltzer, M. (1999). *Relation between classroom practices and student learning in the domain of fractions*. Cognition and Instruction, 17(1), 1-24.
- Schoen, R. C., Bray, W. S., Tazaz, A. M., & Buntin, C. K. (2022). *A Description of the Cognitively Guided Instruction Professional Development Program in Florida: 2013–2020*. Florida State University. <https://diginole.lib.fsu.edu/islandora/object/fsu%3A791292/datastream/PDF/view>
- Schreiberova, P., & Morávková, Z. (2023). *The use of geogebra in technical mathematics*. MM Science Journal, 2023(1). https://doi.org/10.17973/mmsj.2023_03_2022112
- Thurber, W. A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Allyn and Bacon.
- Villasenor Jr, A., & Kepner Jr, H. S. (1993). *Arithmetic from a Problem-Solving Perspective: An Urban Implementation*. Journal for research in mathematics Implementation. education, 24(1), 62-69.

Zulnaldi, H., & Zakaria, E. (2012). *The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students*. Asian Social Science, 8(11), 102.

Zulnaldi, H., Oktavika, E., & Hidayat, R. (2020). *Effect of use of GeoGebra on achievement of high school mathematics students*. Education and Information Technologies, 25(1), 51–72. <https://doi.org/10.1007/S10639-019-09899-Y>





ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
5. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน
6. การวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
7. การวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) และค่าความเชื่อมั่น (r_{cc}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

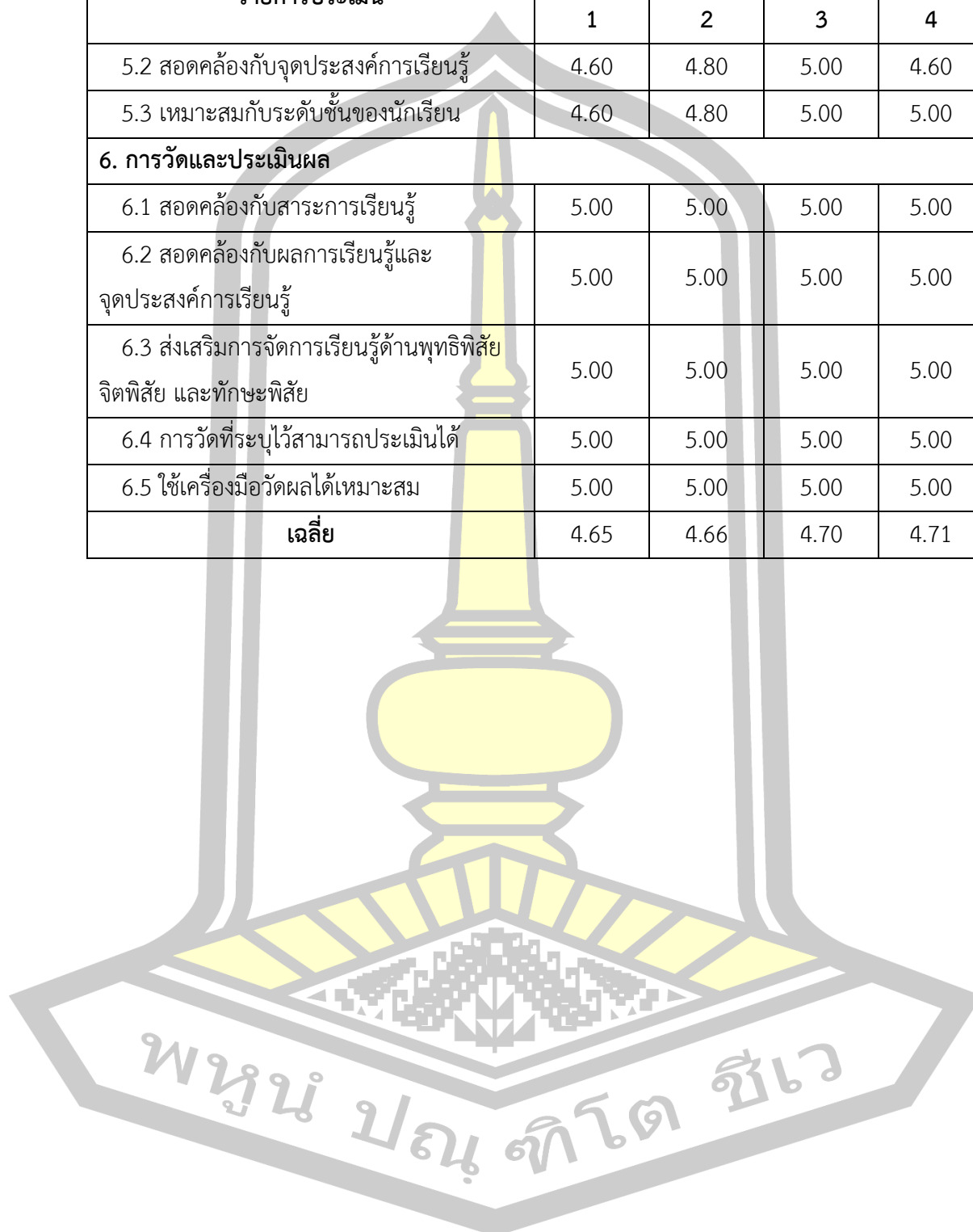
พูน ปณ จิต ชีเว

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 29 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่			
	1	2	3	4
1. สารสำคัญ				
1.1 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้	4.60	4.40	4.60	4.80
1.2 ครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหาสาระที่กำหนด	4.40	4.40	4.60	4.60
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	4.80
2. จุดประสงค์การเรียนรู้				
2.1 ระบุความสามารถของนักเรียนที่ต้องการพัฒนาชัดเจน	4.60	4.60	4.60	4.60
2.2 สามารถประเมินผลได้	4.80	5.00	5.00	5.00
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00
3. สารการเรียนรู้				
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.40	4.00	4.40	4.20
3.2 บอกขอบข่ายเนื้อหาที่จะจัดให้นักเรียนในชั่วโมงนั้น	4.40	4.20	4.20	4.20
3.3 มีความถูกต้อง	4.40	4.00	4.00	4.00
4. กิจกรรมการเรียนรู้				
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.00	4.00	4.40	4.60
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.60	4.60	4.60	4.80
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	5.00	4.80	5.00
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.60	5.00	4.80	5.00
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน	4.20	4.00	4.20	4.00
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	4.60	4.20	4.40
5. สื่อการเรียนการสอน				
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.60	4.80	4.80	4.60

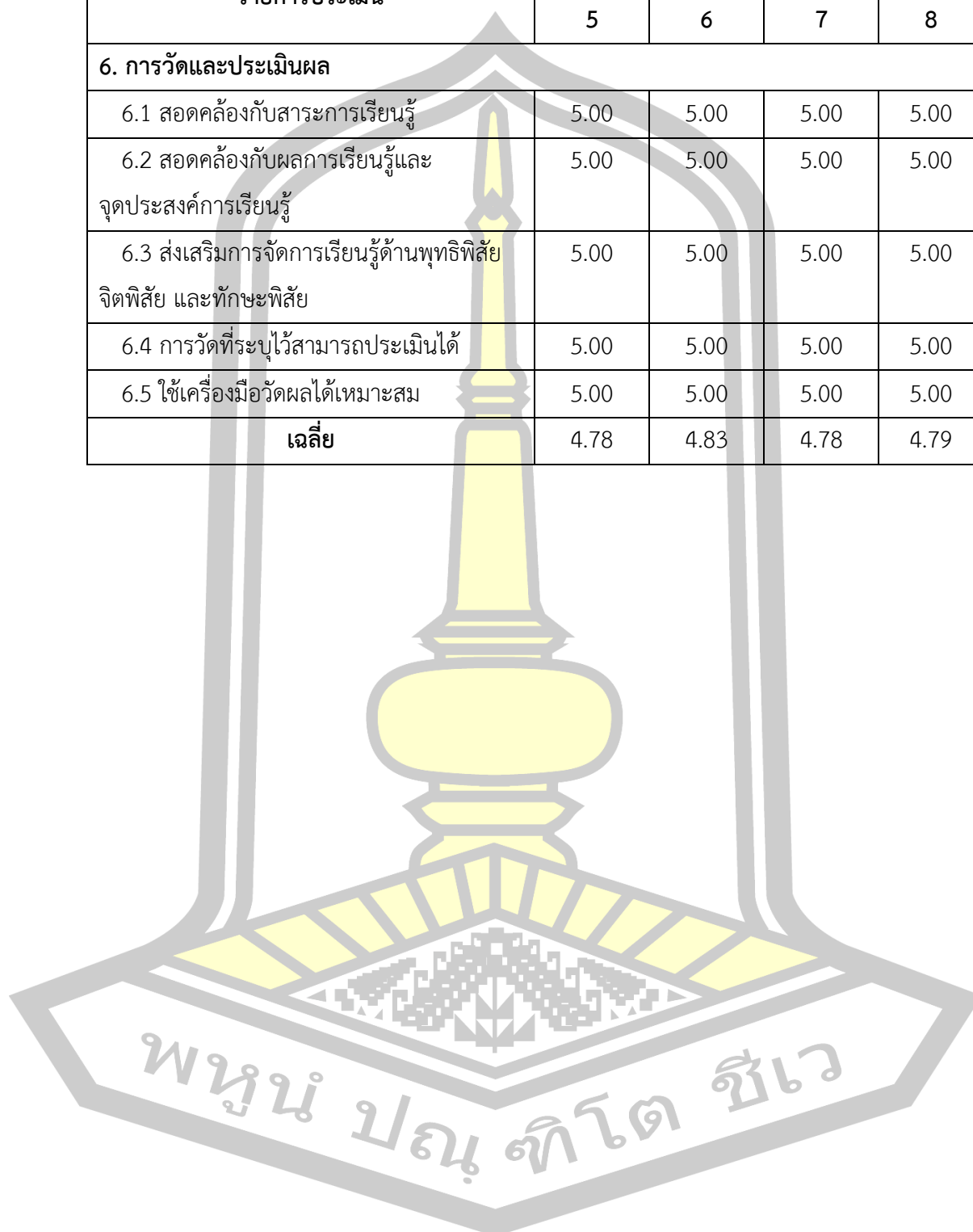
รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่			
	1	2	3	4
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	4.80	5.00	4.60
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	4.60	4.80	5.00	5.00
6. การวัดและประเมินผล				
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.2 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.3 ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย	5.00	5.00	5.00	5.00
6.4 การวัดที่ระบุไว้สามารถประเมินได้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.5 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	5.00	5.00	5.00	5.00
เฉลี่ย	4.65	4.66	4.70	4.71



ตารางที่ 30 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่			
	5	6	7	8
1. สาระสำคัญ				
1.1 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้	4.60	4.80	4.80	4.80
1.2 ครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหาสาระที่กำหนด	4.40	4.80	4.60	4.60
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00
2. จุดประสงค์การเรียนรู้				
2.1 ระบุความสามารถของนักเรียนที่ต้องการพัฒนาชัดเจน	4.60	4.80	4.80	4.80
2.2 สามารถประเมินผลได้	4.80	5.00	5.00	5.00
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00	5.00
3. สาระการเรียนรู้				
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	4.60	4.40	4.60
3.2 บอกขอบข่ายเนื้อหาที่จะจัดให้นักเรียนในชั่วโมงนั้น	4.80	4.60	4.80	4.60
3.3 มีความถูกต้อง	4.80	4.80	4.40	4.80
4. กิจกรรมการเรียนรู้				
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.60	4.60	4.40	4.60
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.60	4.60	4.60	4.80
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	5.00	4.80	5.00
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.60	5.00	4.80	5.00
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน	4.40	4.60	4.40	4.00
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้	4.40	4.40	4.40	4.40
5. สื่อการเรียนการสอน				
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	4.80	4.80	4.60
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	4.80	5.00	4.60
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	5.00	4.80	5.00	5.00

รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่			
	5	6	7	8
6. การวัดและประเมินผล				
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.2 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และ จุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.3 ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย	5.00	5.00	5.00	5.00
6.4 การวัดที่ระบุไว้สามารถประเมินได้	5.00	5.00	5.00	5.00
6.5 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	5.00	5.00	5.00	5.00
เฉลี่ย	4.78	4.83	4.78	4.79



ตารางที่ 31 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่		
	9	10	11
1. สารสำคัญ			
1.1 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้	4.80	4.80	5.00
1.2 ครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหาสาระที่กำหนด	4.60	4.80	5.00
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	5.00	5.00	5.00
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุความสามารถของนักเรียนที่ต้องการพัฒนาชัดเจน	4.80	4.80	4.80
2.2 สามารถประเมินผลได้	4.80	5.00	5.00
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	4.80	5.00	5.00
3. สาระการเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	4.80	4.80
3.2 บอกขอบข่ายเนื้อหาที่จะจัดให้นักเรียนในชั่วโมงนั้น	4.60	4.60	4.80
3.3 มีความถูกต้อง	4.80	4.60	4.80
4. กิจกรรมการเรียนรู้			
4.1 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.60	4.60	4.40
4.2 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.60	4.60	4.60
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.60	5.00	4.80
4.4 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.60	5.00	4.80
4.5 เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดในแต่ละแผน	4.60	4.60	4.60
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	4.60	4.60
5. สื่อการเรียนการสอน			
5.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00
5.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00
5.3 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	5.00	5.00	5.00

รายการประเมิน	แผนการจัดการเรียนรู้ที่		
	9	10	11
6. การวัดและประเมินผล			
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5.00	5.00	5.00
6.2 สอดคล้องกับผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00
6.3 ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย	5.00	5.00	5.00
6.4 การวัดที่ระบุไว้สามารถประเมินได้	5.00	5.00	5.00
6.5 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	5.00	5.00	5.00
เฉลี่ย	4.80	4.86	4.87

จากตารางที่ 29 – 31 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญประเมินอยู่ระหว่าง 4.65 – 4.87 และผลการประเมินมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.77 ถือว่าเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด



2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 32 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	0	+1	+1	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

จากตารางที่ 32 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 10 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 33 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

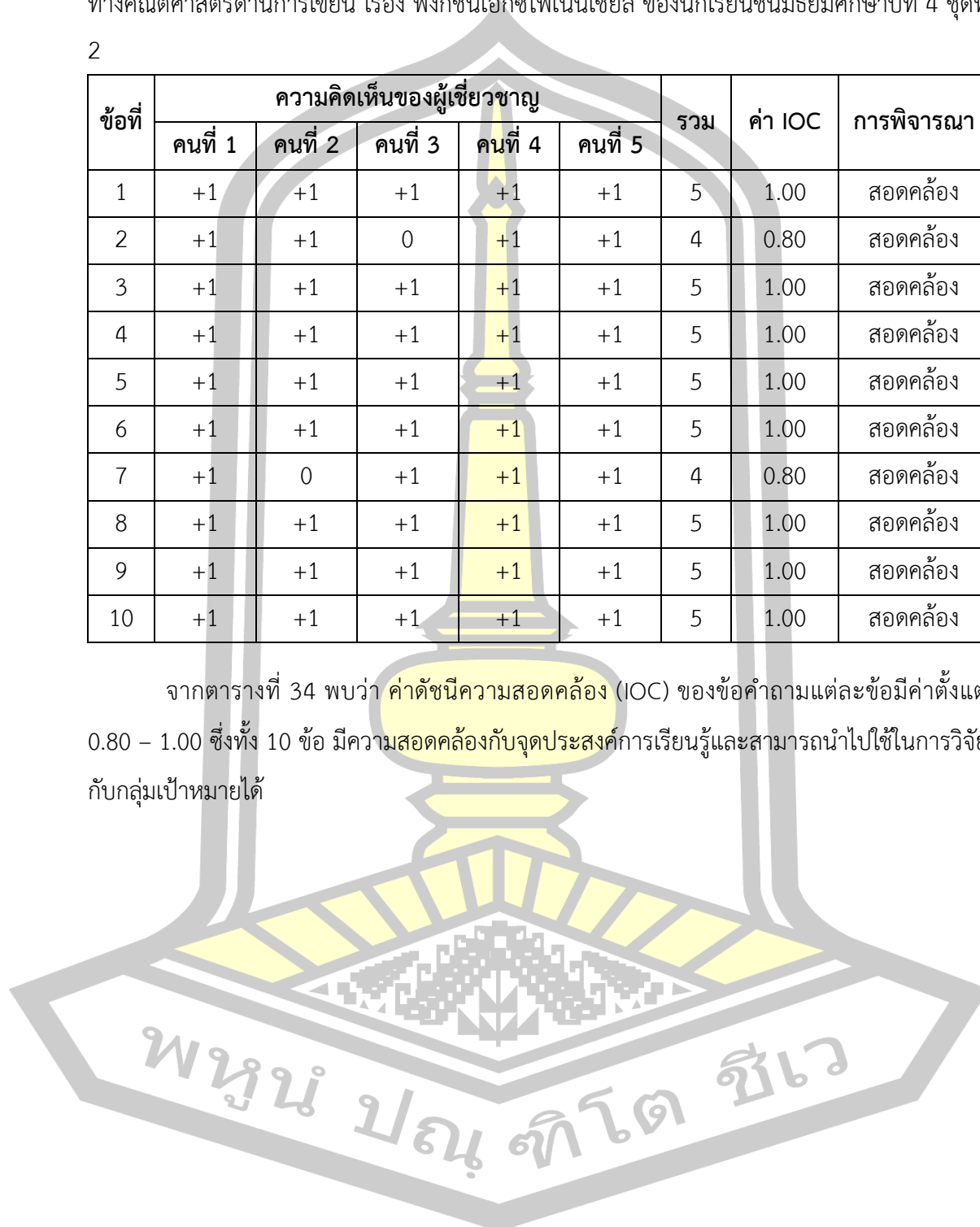
จากตารางที่ 33 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าเท่ากับ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 3 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 34 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	0	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
7	+1	0	+1	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

จากตารางที่ 34 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 10 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 35 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	0	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

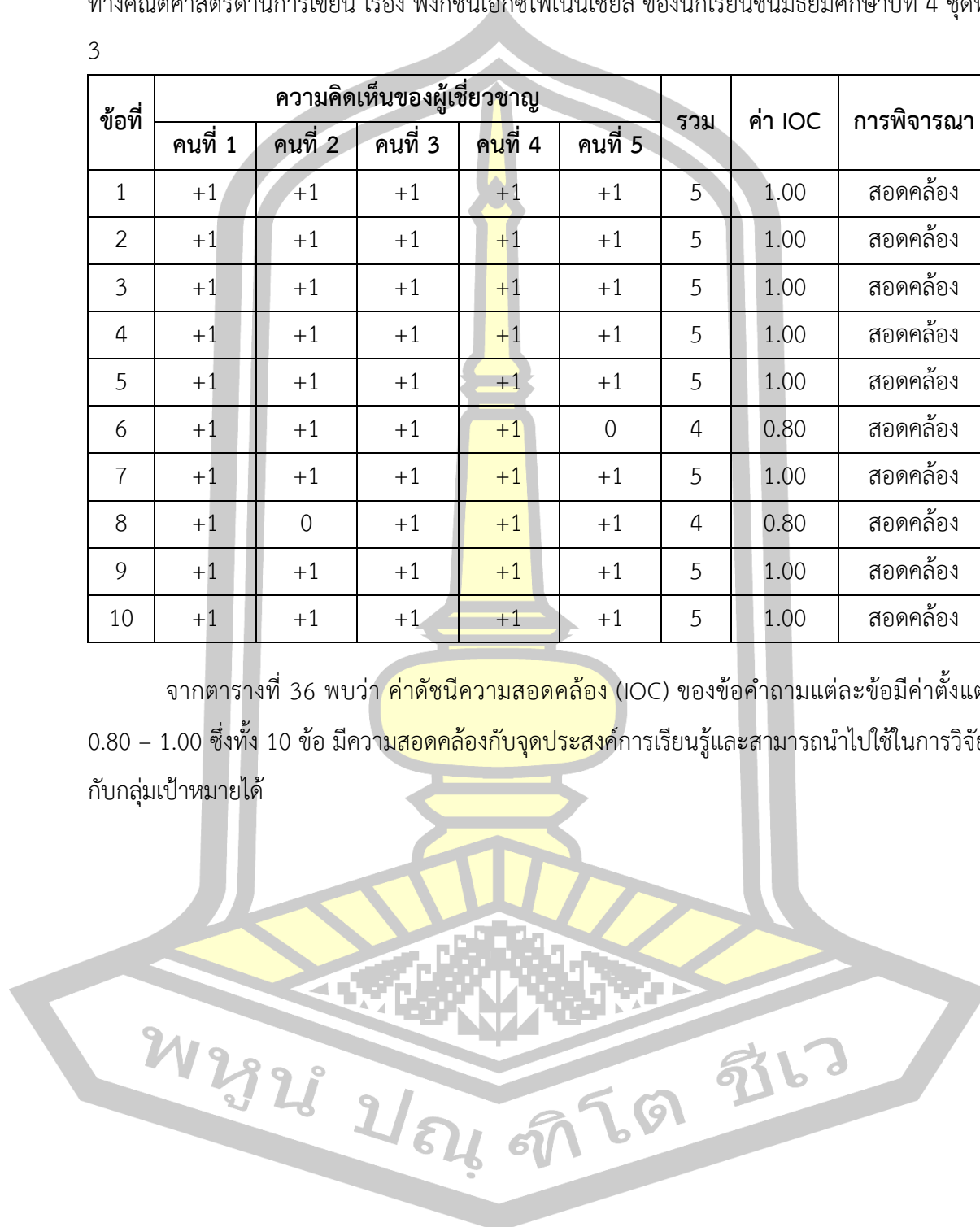
จากตารางที่ 35 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 3 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 36 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	0	4	0.80	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	0	+1	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

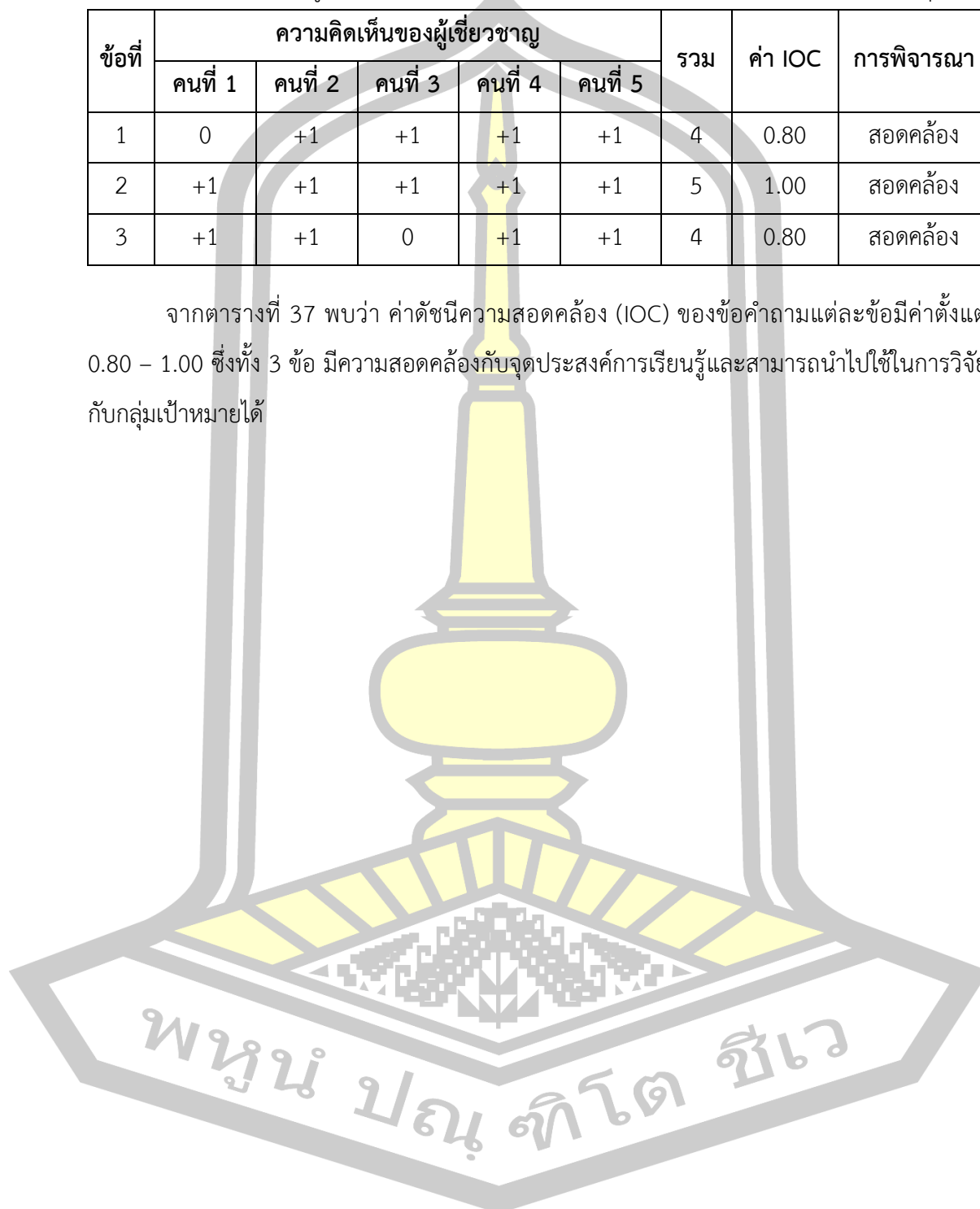
จากตารางที่ 36 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 10 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 37 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	0	+1	+1	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	0	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง

จากตารางที่ 37 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 3 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



3. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 38 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
14	-1	+1	+1	+1	+1	3	0.60	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
18	-1	+1	+1	+1	+1	3	0.60	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
21	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

จากตารางที่ 38 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.60 – 1.00 ซึ่งทั้ง 25 ข้อ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



4. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 39 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
พฤติกรรม : เขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมาย นำเสนอแนวคิดตัวเองผ่านการเขียน								
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
0	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

จากตารางที่ 39 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แต่ละคะแนนมีค่าเท่ากับ 1.00 ซึ่งมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



ตารางที่ 40 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

คะแนน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
พฤติกรรม : พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ								
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
0	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
พฤติกรรม : พูดอธิบายโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง								
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
0	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
พฤติกรรม : พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลนำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้								
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
0	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
พฤติกรรม : ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้								
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
0	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

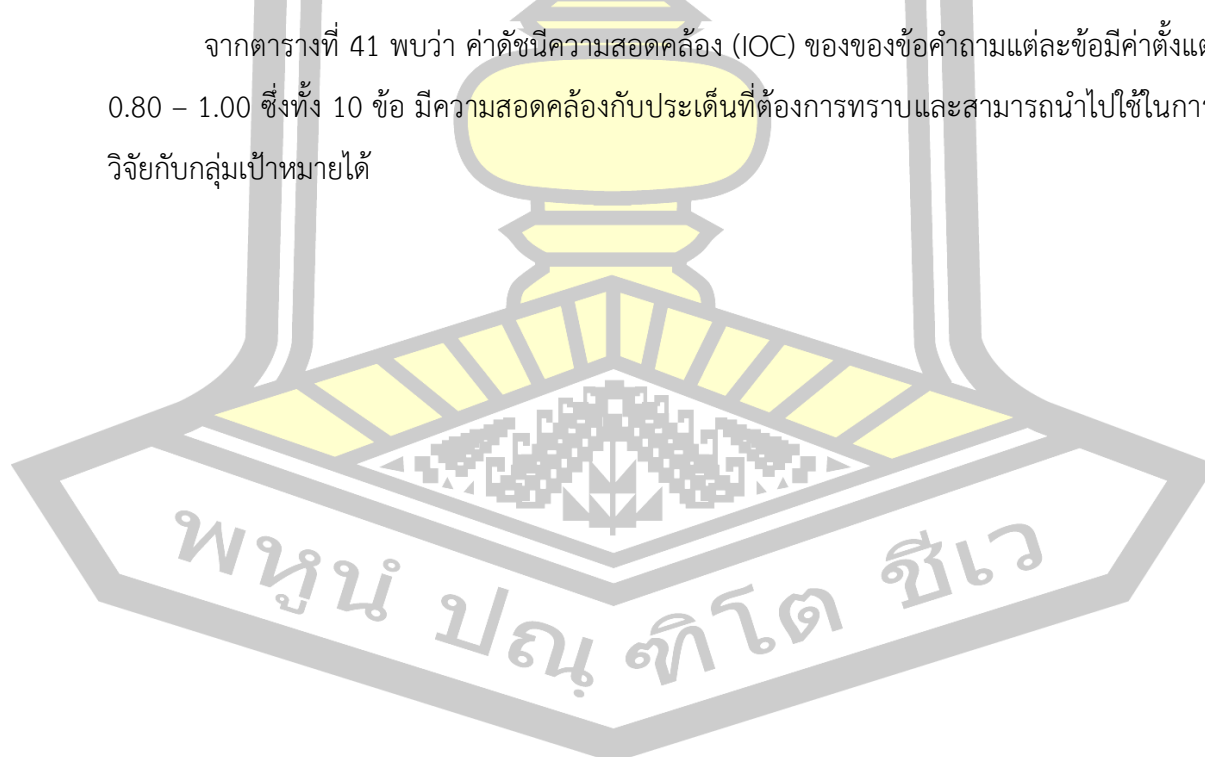
จากตารางที่ 40 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แต่ละคะแนนมีค่าเท่ากับ 1.00 ซึ่งมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้

5. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน

ตารางที่ 41 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					รวม	ค่า IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
2	+1	0	+1	+1	+1	4	0.80	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	สอดคล้อง

จากตารางที่ 41 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80 – 1.00 ซึ่งทั้ง 10 ข้อ มีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบและสามารถนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายได้



6. การวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 42 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.74	ใช้ได้	0.18	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
2	0.70	ใช้ได้	0.55	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
3	0.57	ใช้ได้	0.60	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
4	0.65	ใช้ได้	0.10	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
5	0.58	ใช้ได้	0.60	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
6	0.78	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
7	0.65	ใช้ได้	0.55	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
8	0.85	ใช้ได้	0.10	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
9	0.78	ใช้ได้	0.17	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
10	0.75	ใช้ได้	0.50	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

จากตารางที่ 42 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1 จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.57 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.50 – 0.60 ได้แก่ ข้อที่ 2, 3, 5, 7 และ 10 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1 จำนวน 5 ข้อ เท่ากับ 0.82 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{6.02}{17.45} \right] \\
 &= 0.82
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 43 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.71	ใช้ได้	0.58	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
2	0.85	ใช้ได้	0.17	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
3	0.70	ใช้ได้	0.60	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

จากตารางที่ 43 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1 จำนวน 2 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) เท่ากับ 0.68 และ 0.72 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.57 และ 0.63 ได้แก่ ข้อที่ 1 และ 3 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1 จำนวน 2 ข้อ เท่ากับ 0.85 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{2}{2-1} \left[1 - \frac{5.37}{9.38} \right] \\
 &= 0.85
 \end{aligned}$$

พูน ปณ จิตโต ชีเว

ตารางที่ 44 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.78	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
2	0.71	ใช้ได้	0.58	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
3	0.68	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
4	0.78	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
5	0.68	ใช้ได้	0.65	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
6	0.73	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
7	0.68	ใช้ได้	0.65	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
8	0.73	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
9	0.77	ใช้ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
10	0.71	ใช้ได้	0.58	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

จากตารางที่ 44 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.68 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.58 – 0.65 ได้แก่ ข้อที่ 2, 3, 5, 7 และ 10 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ เท่ากับ 0.81 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{6.75}{19.14} \right] \\
 &= 0.81
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 45 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.77	ใช้ได้	0.47	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
2	0.88	ใช้ได้	0.05	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
3	0.73	ใช้ได้	0.53	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

จากตารางที่ 45 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2 จำนวน 2 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) เท่ากับ 0.73 และ 0.77 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.47 และ 0.53 ได้แก่ ข้อที่ 1 และ 3 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 2 จำนวน 2 ข้อ เท่ากับ 0.82 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{2}{2-1} \left[1 - \frac{10.66}{18.04} \right] \\
 &= 0.82
 \end{aligned}$$

พูน ปณ จิตโต ชีเว

ตารางที่ 46 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.70	ใช้ได้	0.50	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
2	0.76	ใช้ได้	0.18	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
3	0.58	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
4	0.84	ใช้ได้	0.18	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
5	0.79	ใช้ได้	0.18	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
6	0.61	ใช้ได้	0.68	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
7	0.65	ใช้ได้	0.65	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
8	0.83	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
9	0.74	ใช้ได้	0.53	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
10	0.81	ใช้ได้	0.18	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง

จากตารางที่ 46 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3 จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.58 – 0.74 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.50 – 0.68 ได้แก่ ข้อที่ 1, 3, 6, 7 และ 9 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3 จำนวน 5 ข้อ เท่ากับ 0.82 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{5.96}{17.20} \right] \\
 &= 0.82
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 47 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.61	ใช้ได้	0.78	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
2	0.69	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
3	0.74	ใช้ได้	0.19	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง

จากตารางที่ 47 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3 จำนวน 2 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) เท่ากับ 0.61 และ 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.63 และ 0.78 ได้แก่ ข้อที่ 1 และ 2 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 3 จำนวน 2 ข้อ เท่ากับ 0.84 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{2}{2-1} \left[1 - \frac{3.39}{5.85} \right] \\
 &= 0.84
 \end{aligned}$$

พูน ปณ จิตโต ชีเว

7. การวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) และค่าความเชื่อมั่น (r_{cc}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 48 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (B)	การแปลผล	การพิจารณา
1	0.50	ใช้ได้	0.36	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
2	0.48	ใช้ได้	0.39	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
3	0.58	ใช้ได้	0.41	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
4	0.70	ใช้ได้	0.39	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
5	0.48	ใช้ได้	0.39	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
6	0.58	ใช้ได้	0.41	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
7	0.45	ใช้ได้	0.42	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
8	0.45	ใช้ได้	0.42	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
9	0.63	ใช้ได้	0.12	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
10	0.60	ใช้ได้	0.37	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
11	0.75	ใช้ได้	0.10	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
12	0.55	ใช้ได้	0.44	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
13	0.68	ใช้ได้	0.42	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
14	0.63	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
15	0.65	ใช้ได้	0.45	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
16	0.58	ใช้ได้	0.41	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
17	0.55	ใช้ได้	0.44	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
18	0.58	ใช้ได้	0.41	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
19	0.50	ใช้ได้	0.14	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
20	0.73	ใช้ได้	0.35	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
21	0.60	ใช้ได้	0.15	ใช้ไม่ได้	ตัดทิ้ง
22	0.68	ใช้ได้	0.42	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
23	0.65	ใช้ได้	0.45	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	การแปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (B)	การแปลผล	การพิจารณา
24	0.68	ใช้ได้	0.42	ใช้ได้	คัดเลือกไว้
25	0.50	ใช้ได้	0.36	ใช้ได้	คัดเลือกไว้

จากตารางที่ 48 ผู้วิจัยคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P) ตั้งแต่ 0.45 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (B) ตั้งแต่ 0.35 – 0.45 ได้แก่ ข้อที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 24 และ 25 ไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

โดยค่าความเชื่อมั่น (r_{cc}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 20 ข้อ เท่ากับ 0.85 ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 r_{cc} &= 1 - \left[\frac{K \sum X - \sum X^2}{(K - 1) \sum (X - C)^2} \right] \\
 &= 1 - \left[\frac{20(464) - 6042}{(20 - 1)(1122)} \right] \\
 &= 0.85
 \end{aligned}$$

พูน ปณ ทิโต ชีเว

ภาคผนวก ข
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

พูน ปณ จิต ชีเว

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2567

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

จำนวน 29 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้ เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

จำนวน 1 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาววริษา ศกุนตนาค

ครูพี่เลี้ยง นางสาวพิมพ์สุภา วุ่นเหลียม

1. ผลการเรียนรู้

เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

3. สาระสำคัญ

กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$ ถ้า $a > 1$ ฟังก์ชัน $y = a^x$ จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และถ้า $0 < a < 1$ ฟังก์ชัน $y = a^x$ จะเป็นฟังก์ชันลด

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

- นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้

ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

- นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
- นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

- นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

5. กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา

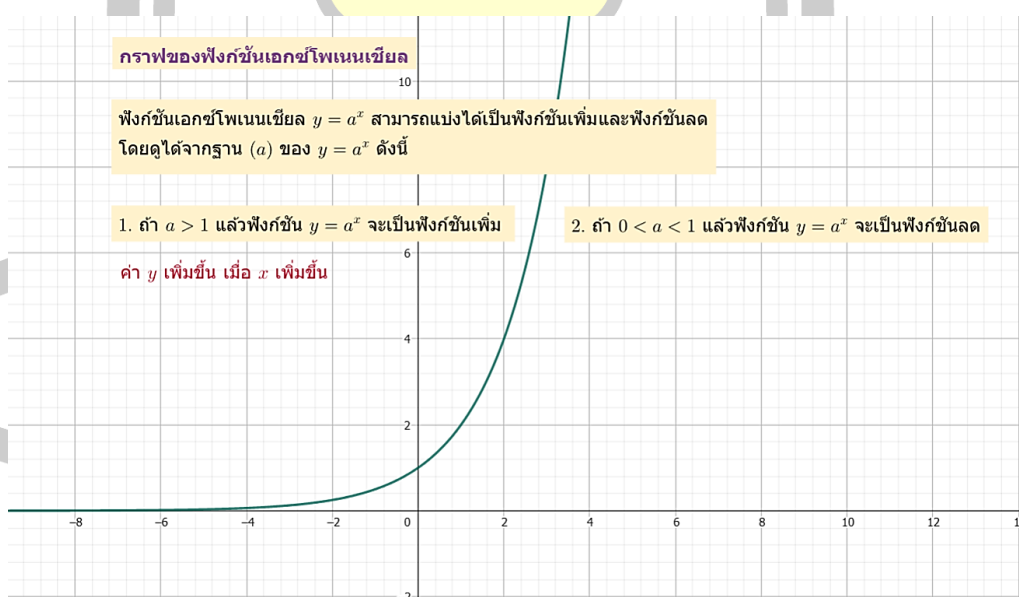
1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจากคาบเรียนที่แล้ว โดยใช้การถาม-ตอบพร้อมยกตัวอย่างประกอบ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ดังนี้

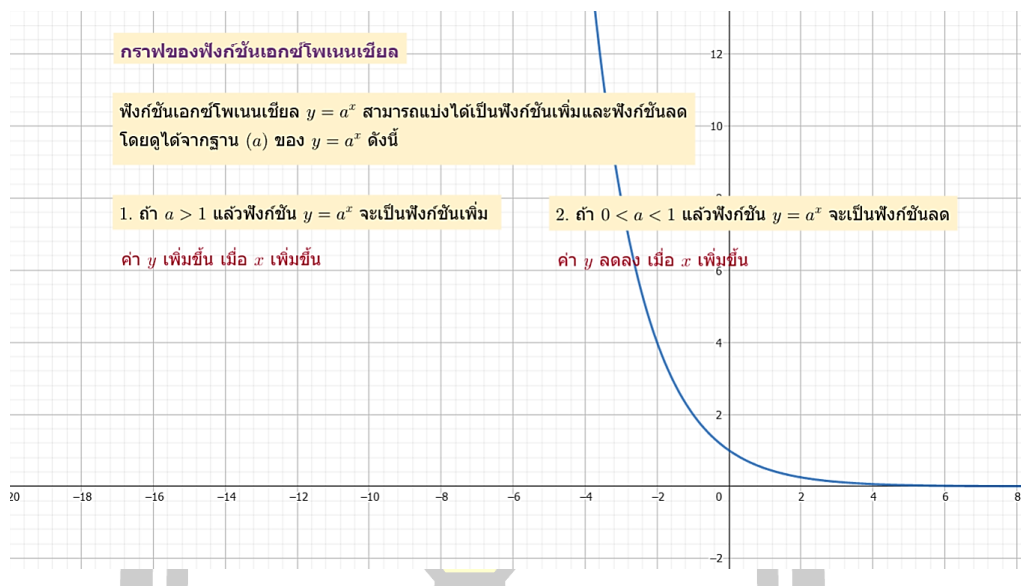
คำถาม : ฟังก์ชัน $f(x) = 2^x$ เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลหรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ : เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เนื่องจากฐานคือ 2 ซึ่งมีความมากกว่า 0 และไม่เป็น 1 ซึ่งตรงกับนิยามฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $f(x) = a^x$ โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$

2. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาใหม่ว่า “เมื่อเราเข้าใจนิยามของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลแล้ว นักเรียนคิดว่า เราจะรู้ได้อย่างไรว่าฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด และลักษณะกราฟของฟังก์ชันนั้นจะบอกอะไรเราได้บ้าง” โดยให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นและอธิบายเหตุผล และครูจะกระตุ้นให้มีการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน โดยอาจใช้คำถามเสริม เช่น “มีใครมีความคิดเห็นแตกต่างออกไปไหม” หรือ “ทำไมถึงคิดแบบนั้น”

3. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาใบความรู้ที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และให้บันทึกข้อสังเกตสำคัญลงในสมุด ดังนี้





การเลื่อนกราฟ

การเลื่อนกราฟ คือ การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของกราฟบนระนาบ XY โดยที่รูปร่างของกราฟยังคงเดิม

1. การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง

เมื่อ $y = a^x + k$

ถ้า $k > 0$ กราฟจะถูกเลื่อนขึ้นไป k หน่วย

ถ้า $k < 0$ กราฟจะถูกเลื่อนลงมา $|k|$ หน่วย

ตัวอย่างเช่น

กราฟของ $y = 2^x + 3$ จะเป็นการเลื่อนกราฟขึ้นไป 3 หน่วย

กราฟของ $y = 2^x - 1$ จะเป็นการเลื่อนกราฟลงมา 1 หน่วย

2. การเลื่อนกราฟในแนวนอน

เมื่อ $y = a^{(x-k)}$

ถ้า $h > 0$ กราฟจะถูกเลื่อนไปทางขวา h หน่วย

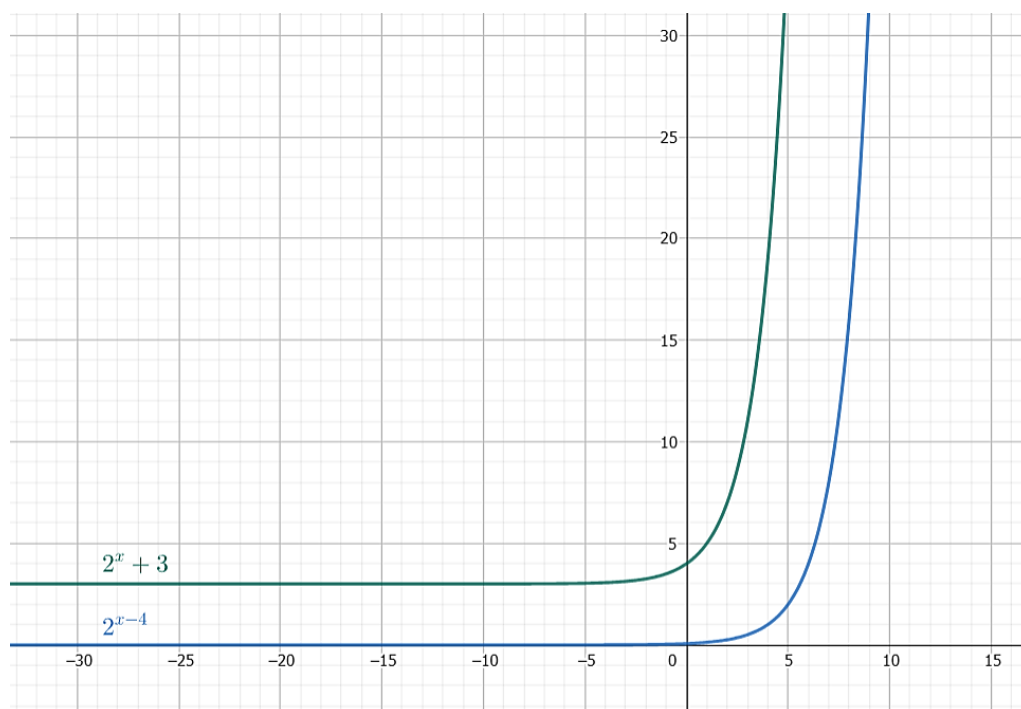
ถ้า $h < 0$ กราฟจะถูกเลื่อนไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย

ตัวอย่างเช่น

กราฟของ $y = 2^{x-4}$ จะเป็นการเลื่อนกราฟไปทางขวา 4 หน่วย

กราฟของ $y = 2^{x+2}$ จะเป็นการเลื่อนกราฟไปทางซ้าย 2 หน่วย

พูน ปณ ทิโต ชีเว



4. ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลผ่านโปรแกรม GeoGebra จากนั้นให้นักเรียนบันทึกลงในสมุด โดยให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่กำหนดให้ พร้อมทั้งพิจารณาและระบุว่ากราฟที่ได้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด และอธิบายเหตุผลประกอบว่า เพราะเหตุใดฟังก์ชันดังกล่าวจึงเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด ประกอบด้วยปัญหาดังนี้

จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. $y = 3^{-x}$ เป็นฟังก์ชัน...

2. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน...

แนวคำตอบ :

พูน ปณ ทิโต ชีเว

จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. $y = 3^{-x}$ เป็นฟังก์ชัน...

✓ เฉลย

แทน $x = -2$ จะได้ $y = 3^{-(-2)} = 3^2 = 9$

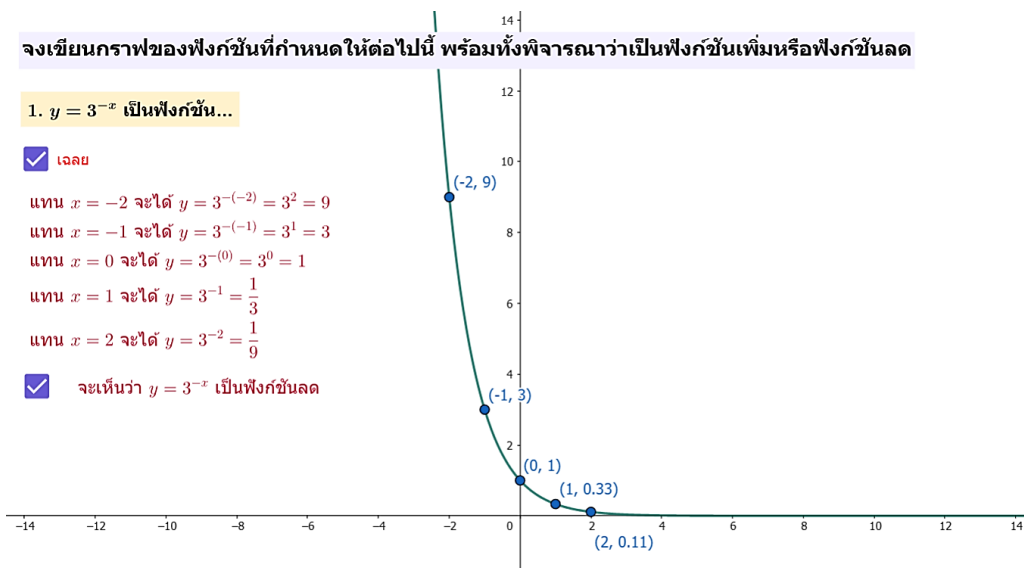
แทน $x = -1$ จะได้ $y = 3^{-(-1)} = 3^1 = 3$

แทน $x = 0$ จะได้ $y = 3^{-(0)} = 3^0 = 1$

แทน $x = 1$ จะได้ $y = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

แทน $x = 2$ จะได้ $y = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

✓ จะเห็นว่า $y = 3^{-x}$ เป็นฟังก์ชันลด



เหตุผล : เนื่องจาก $y = 3^{-x}$ สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ โดยมีฐานของเลขยกกำลังคือ $\frac{1}{3}$ ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ในฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$ ถ้าค่า a อยู่ระหว่าง 0 และ 1 จะเป็นฟังก์ชันลด แสดงว่า เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะลดลง

จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

2. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน...

✓ เฉลย

แทน $x = -2$ จะได้ $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

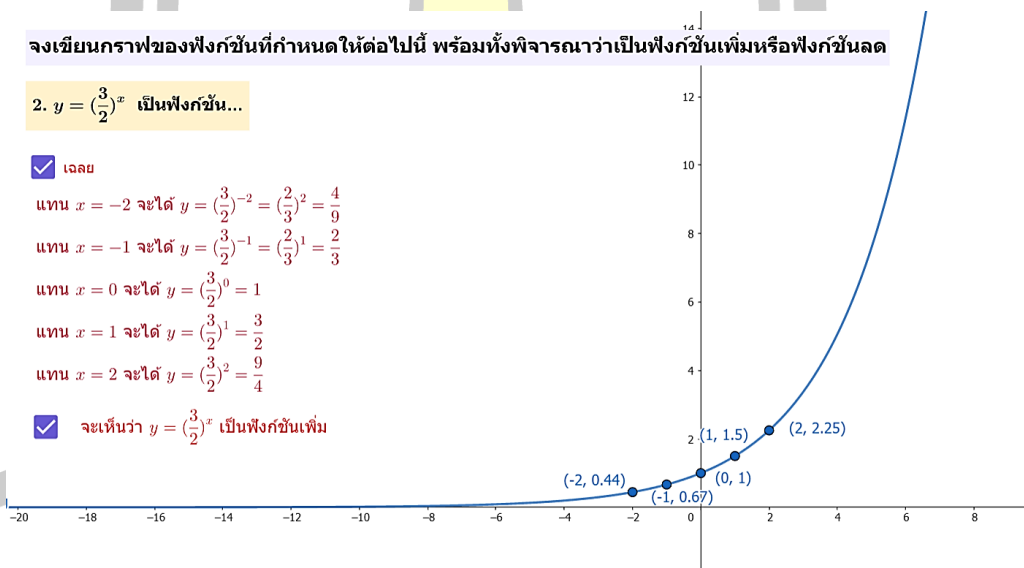
แทน $x = -1$ จะได้ $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$

แทน $x = 0$ จะได้ $y = \left(\frac{3}{2}\right)^0 = 1$

แทน $x = 1$ จะได้ $y = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$

แทน $x = 2$ จะได้ $y = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

✓ จะเห็นว่า $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม



เหตุผล : เนื่องจากฐานของเลขยกกำลังคือ $\frac{3}{2}$ มีค่าเท่ากับ 1.5 ซึ่งมีความมากกว่า 1 ในฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$ ถ้า $a > 1$ ฟังก์ชันจะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม แสดงว่า เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะเพิ่มขึ้นตาม

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์และแก้ปัญหา

5. นักเรียนแต่ละคนวิเคราะห์และหาวิธีแก้ปัญหาที่กำหนดให้ในขั้นนำเสนอปัญหา ในขั้นนี้ครูจะให้คำแนะนำและตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นการคิด เช่น “ทำไมถึงเลือกวิธีนี้ในการแก้ปัญหา” หรือ “คิด

ว่ามีวิธีอื่นในการแก้ปัญหาใหม่” เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์หาแนวทางแก้ไขปัญหด้วยตนเอง โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างอิสระ ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ และครูจะคอยสังเกตและให้คำแนะนำเฉพาะเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือปัญหา

6. เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ให้นักเรียนบันทึกขั้นตอนการแก้ปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้ลงในสมุดของตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

7. ครูสุ่มนักเรียน 3 – 4 คน โดยให้นักเรียนเลือกปัญหามา 1 ข้อ และรายงานวิธีการแก้ปัญหาพร้อมผลลัพธ์ที่ได้ต่อในชั้นเรียน ในขั้นนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารแนวคิดของตนเองได้หลากหลายวิธี ทั้งผ่านการพูด (อธิบายปากเปล่า, ใช้ภาพประกอบ) หรือการเขียน (เขียนบนกระดาน) โดยครูจะทำหน้าที่เป็นผู้ฟังและตั้งคำถามกระตุ้น เช่น “นักเรียนได้คำตอบนี้มาได้อย่างไร” หรือ “นักเรียนคิดว่าคำตอบนี้ถูกต้องหรือไม่ และเพราะอะไร” เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้นำการอภิปราย โดยใช้การถาม-ตอบกับนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง เช่น “วิธีที่เพื่อนนำเสนอมาถูกต้องหรือไม่ หรือมีวิธีอื่นในการหาผลลัพธ์หรือไม่” หรือ “นักเรียนคิดว่าใช้สมบัติใดที่ง่ายต่อการหาผลลัพธ์แต่ละข้อ” เพื่อสร้างโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกัน

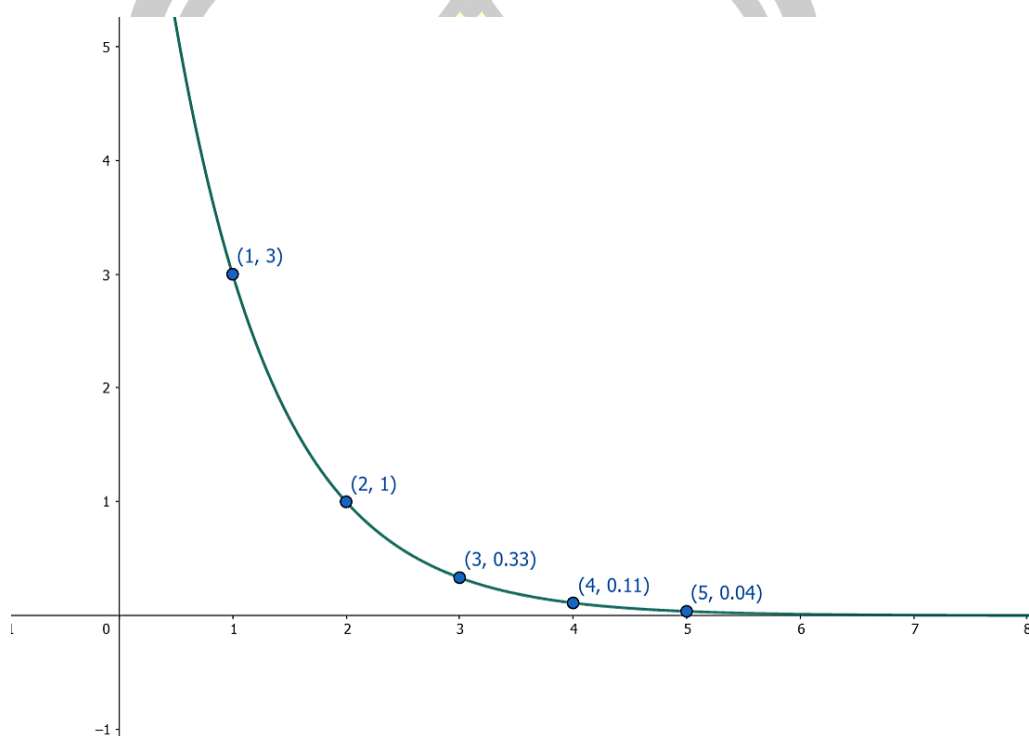
9. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นรายบุคคล

10. เมื่อทำใบงานเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 3 – 4 คน ให้ออกมานำเสนอคำตอบและอธิบายวิธีคิดหน้าชั้นเรียน หลังจากนักเรียนได้นำเสนอเสร็จแล้ว ครูจะถามนักเรียนในชั้นเรียนว่า “มีใครได้คำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนไหม” ถ้ามี ครูจะให้นักเรียนคนนั้นออกมาเขียนและอธิบายคำตอบหรือวิธีคิดให้เพื่อน ๆ ดูหน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้นำในการอภิปรายและสรุปร่วมกันกับนักเรียนผ่านการใช้โปรแกรม GeoGebra ในการช่วยตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพื่อประกอบการอธิบายและให้นักเรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน ดังนี้

$$1. y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$$

x	1	2	3	4	5
y	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

เขียนกราฟ จะได้ว่า



เป็นฟังก์ชัน.....ลด.....

เนื่องจาก $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ มีฐานของเลขยกกำลังคือ $\frac{1}{3}$ ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 จึงเป็นฟังก์ชันลด เพราะเมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะลดลง และเลขชี้กำลัง $x - 2$ ทำให้กราฟถูกเลื่อนทางขวา 2 หน่วย จากกราฟเดิมของ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

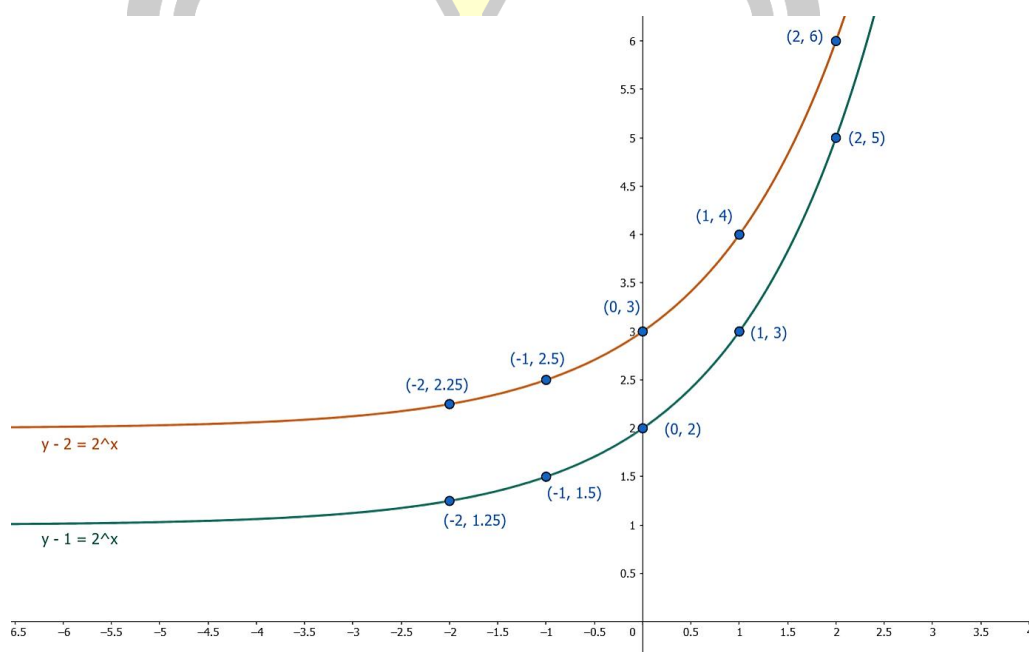
พูน ปณ ทิโต ชีเว

2. $y - 1 = 2^x$ และ $y - 2 = 2^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	5

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	3	4	6

เขียนกราฟ จะได้ว่า



เป็นฟังก์ชัน.....เพิ่ม.....

เนื่องจาก $y - 1 = 2^x$ สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป $y = 2^x + 1$ และ $y - 2 = 2^x$ สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป $y = 2^x + 2$ ทั้งสองฟังก์ชันเป็นที่มีฐานเท่ากับ $2 > 1$ เมื่อฐานมากกว่า 1 จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะเพิ่มขึ้นตาม นอกจากนี้ (+1) และ (+2) เป็นการเลื่อนกราฟในแนวตั้ง โดยกราฟ $y = 2^x + 1$ ถูกเลื่อนขึ้น 1 หน่วย และกราฟ $y = 2^x + 2$ ถูกเลื่อนขึ้น 2 หน่วย

11. จากนั้นให้นักเรียนเลือกโจทย์คนละ 1 ข้อจากใบงานที่ 8 แล้วอัดคลิปอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาจากโจทย์ที่เลือกไว้ โดยในคลิปต้องมีการนำเสนอที่ชัดเจน ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และสามารถอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้

6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

6.1 ใบงานที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

6.2 คลิปอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาจากโจทย์ที่เลือกไว้ในใบงานที่ 8

7. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

7.1 ใบความรู้ที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

7.2 ฐานข้อมูลบนอินเทอร์เน็ต

8. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การผ่าน
ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้	- ตรวจใบงานที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	- ใบงานที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75
ด้านทักษะและกระบวนการ (P) - นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนในการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้	- ตรวจใบงานที่ 8 เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) - นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	- สังเกตพฤติกรรมของนักเรียน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	ผ่านเกณฑ์ระดับดีขึ้นไป

เกณฑ์การประเมินด้านความรู้ (K)

รายการประเมิน	ระดับคะแนน		
	2	1	0
นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้	นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ ถูกต้อง	นักเรียนสามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ แต่ไม่ถูกต้อง	นักเรียนไม่เขียนหรือไม่สามารถพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้

เกณฑ์การประเมินด้านทักษะและกระบวนการ (P)
แบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

เลขที่	ชื่อ - นามสกุล	ข้อที่ 1 (4 คะแนน)	ข้อที่ 2 (4 คะแนน)	รวม (8 คะแนน)

เกณฑ์การให้คะแนนแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการเขียน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏ
4 (ดีมาก)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และแสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน เข้าใจง่าย และมีรายละเอียดครบถ้วน
3 (ดี)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ถูกต้อง แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน หรือมีบางจุดที่อธิบายได้ไม่ถูกต้อง
2 (พอใช้)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อความหมายได้ แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด แสดงแนวคิดของตนเองผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนได้ แต่ยังไม่ชัดเจน หรือมีบางจุดที่ขาดความสมเหตุสมผล หรือข้ามรายละเอียดที่สำคัญ
1 (ปรับปรุง)	สามารถเขียนภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความเพื่อสื่อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการพูด

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 (ดี)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 (พอใช้)	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	
3 (ดีมาก)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 (ดี)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
3 (ดีมาก)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 (พอใช้)	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้
4. ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้	

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏ
3 (ดีมาก)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 (ดี)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 (พอใช้)	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

เลขที่	ชื่อ - นามสกุล	พฤติกรรมที่แสดงออก				รวม (3 คะแนน)
		ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย				
		3	2	1	0	

เกณฑ์การให้คะแนนด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏ
3 (ดีมาก)	ส่งงานก่อนหรือตรงตามเวลาที่กำหนด
2 (ดี)	ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1 (พอใช้)	ส่งงานช้ากว่ากำหนด
0 (ควรปรับปรุง)	ไม่ส่งงานที่ได้รับมอบหมาย

9. บันทึกผลหลังสอน

9.1 ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 การแก้ไขและผลการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.4 ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

10. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของครูพี่เลี้ยง

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นางสาววริษา ศกุนตนาค)

ผู้วิจัย

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

11. ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ลงชื่อ.....

(นางสาวพิมพ์สุภา วุ่นเหลียม)

ครูพี่เลี้ยง

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ลงชื่อ.....

(นายทรงรัตน์ ภารสถิตย์)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ใบงานที่ 8

เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$

x					
y					

เขียนกราฟ จะได้ว่า

เป็นฟังก์ชัน.....

เนื่องจาก

.....

.....

.....

2. $y - 1 = 2^x$ และ $y - 2 = 2^x$

x					
y					

x					
y					

เขียนกราฟ จะได้ว่า

เป็นฟังก์ชัน

เนื่องจาก

พหุคูณ ปณ จก โต ชเว

เฉลยใบงานที่ 8

เรื่อง กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

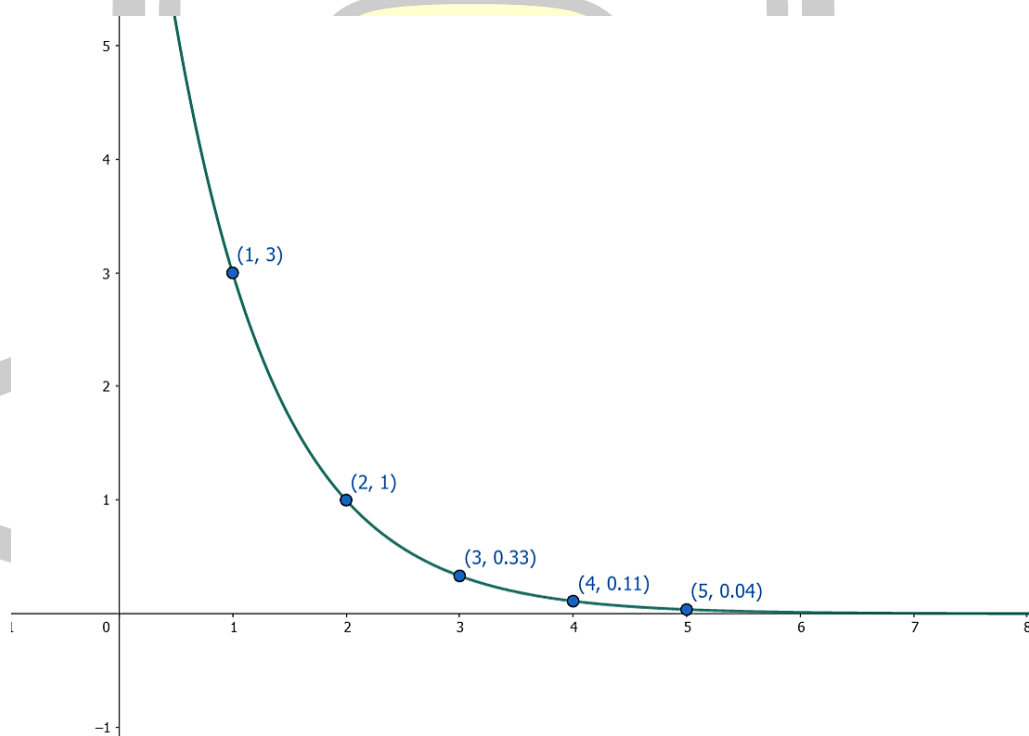
ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งพิจารณาว่ากราฟที่ได้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดและอธิบายเหตุผลประกอบว่า เพราะเหตุใดฟังก์ชันดังกล่าวจึงเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$

x	1	2	3	4	5
y	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

เขียนกราฟ จะได้ว่า



เป็นฟังก์ชัน.....ลด.....

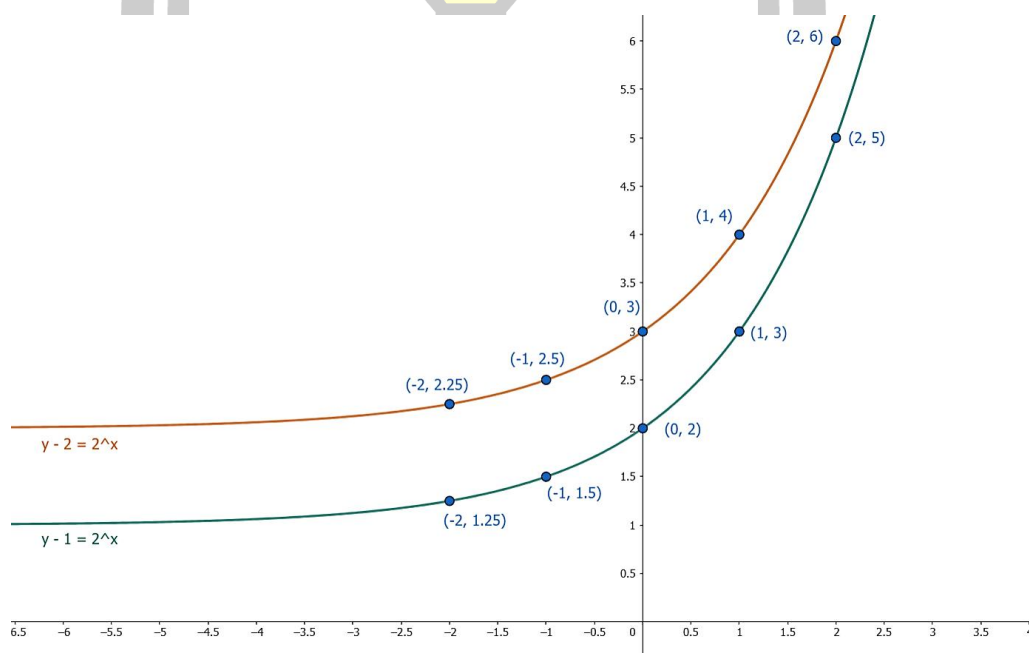
เนื่องจาก $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ มีฐานของเลขยกกำลังคือ $\frac{1}{3}$ ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 จึงเป็นฟังก์ชันลด เพราะเมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะลดลง และเลขชี้กำลัง $x-2$ ทำให้กราฟถูกเลื่อนทางขวา 2 หน่วย จากกราฟเดิมของ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

2. $y - 1 = 2^x$ และ $y - 2 = 2^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	5

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	3	4	6

เขียนกราฟ จะได้ว่า



เป็นฟังก์ชัน.....เพิ่ม.....

เนื่องจาก $y - 1 = 2^x$ สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป $y = 2^x + 1$ และ $y - 2 = 2^x$ สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูป $y = 2^x + 2$ ทั้งสองฟังก์ชันเป็นที่มีฐานเท่ากับ $2 > 1$ เมื่อฐานมากกว่า 1 จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y จะเพิ่มขึ้นตาม นอกจากนี้ $(+1)$ และ $(+2)$ เป็นการเลื่อนกราฟในแนวตั้ง โดยกราฟ $y = 2^x + 1$ ถูกเลื่อนขึ้น 1 หน่วย และกราฟ $y = 2^x + 2$ ถูกเลื่อนขึ้น 2 หน่วย

2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ครั้งที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดประเภทอัตนัย ประกอบด้วยคำถามทั้งหมด 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีเวลาในการทำแบบวัด 55 นาที
2. ให้นักเรียนอ่านคำชี้แจงและโจทย์ที่กำหนดในแต่ละข้ออย่างละเอียด ก่อนลงมือทำแบบวัด
3. ให้นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือแนวคิดของตนเองเพื่อสื่อความหมายโดยนำเสนอความคิดผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจตามลำดับขั้นตอนอย่างถูกต้องและครบถ้วน
4. ไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องมือคำนวณและเครื่องมือสื่อสารทุกชนิดในการทำแบบวัด
5. หากนักเรียนมีข้อสงสัยในการทำแบบวัด ให้สอบถามครูผู้สอนเท่านั้น
6. การประเมินจะพิจารณาจากความครบถ้วนของคำตอบ การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และความชัดเจนในการอธิบายแนวคิด

พูน ปณ จิต ชีเว

1. จงเขียน $\left(\frac{x^3y^3}{z^2}\right)^{-2} \left(\frac{z^2x^3}{y^{-2}}\right)^3$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหารากที่ 4 ของ $\frac{16}{81}$ และอธิบายวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาผลสำเร็จของ $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$

.....

.....

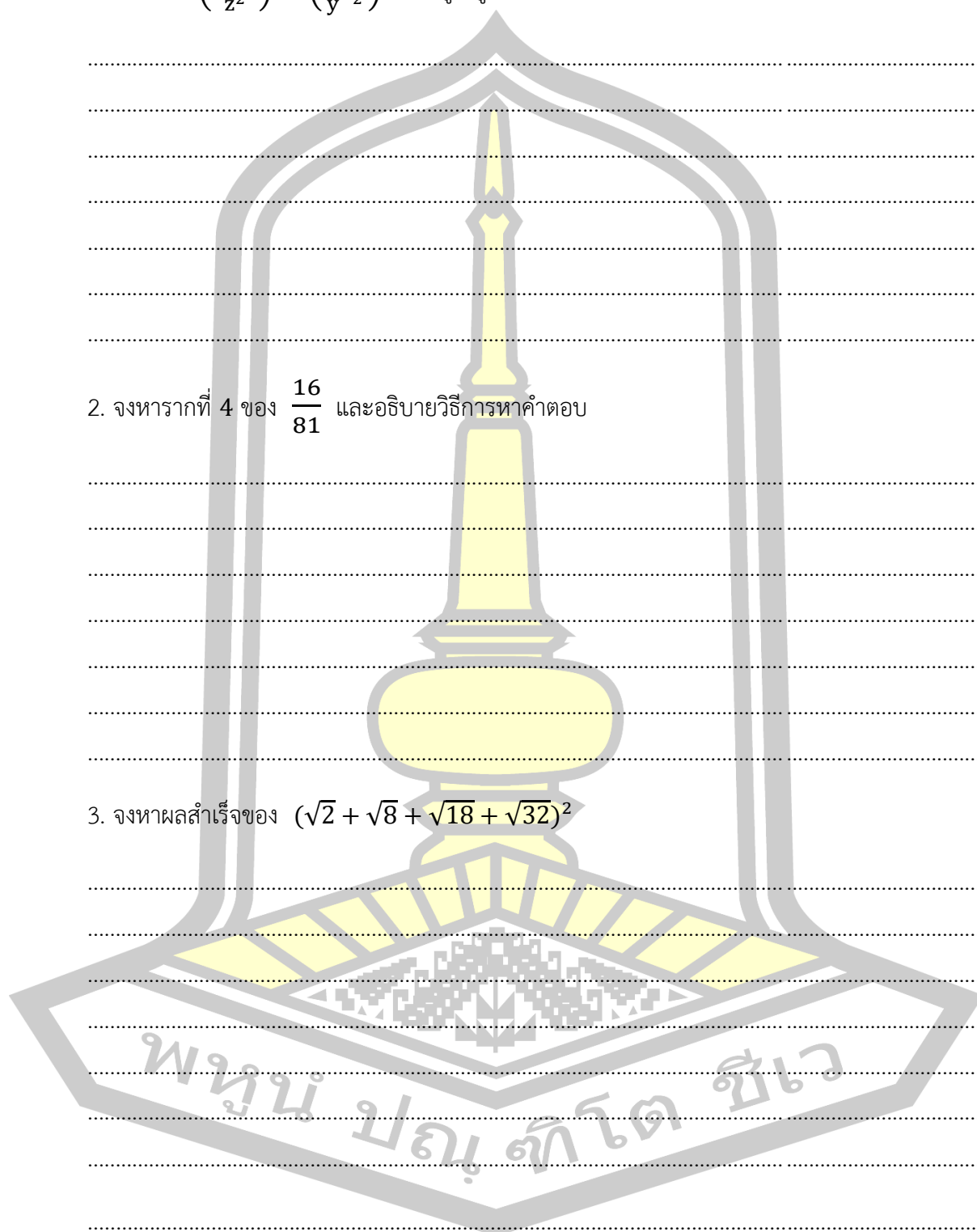
.....

.....

.....

.....

.....



4. จงเขียน $\frac{40}{9\sqrt{5}-5\sqrt{7}}$ ให้อยู่ในรูปที่ตัวส่วนไม่ติดกรณฑ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก จงหาผลสำเร็จของ $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{b^2}}\right)^8 \left(\frac{b^{\frac{1}{3}}}{\frac{4}{a^{\frac{1}{3}}}}\right)^3$

.....

.....

.....

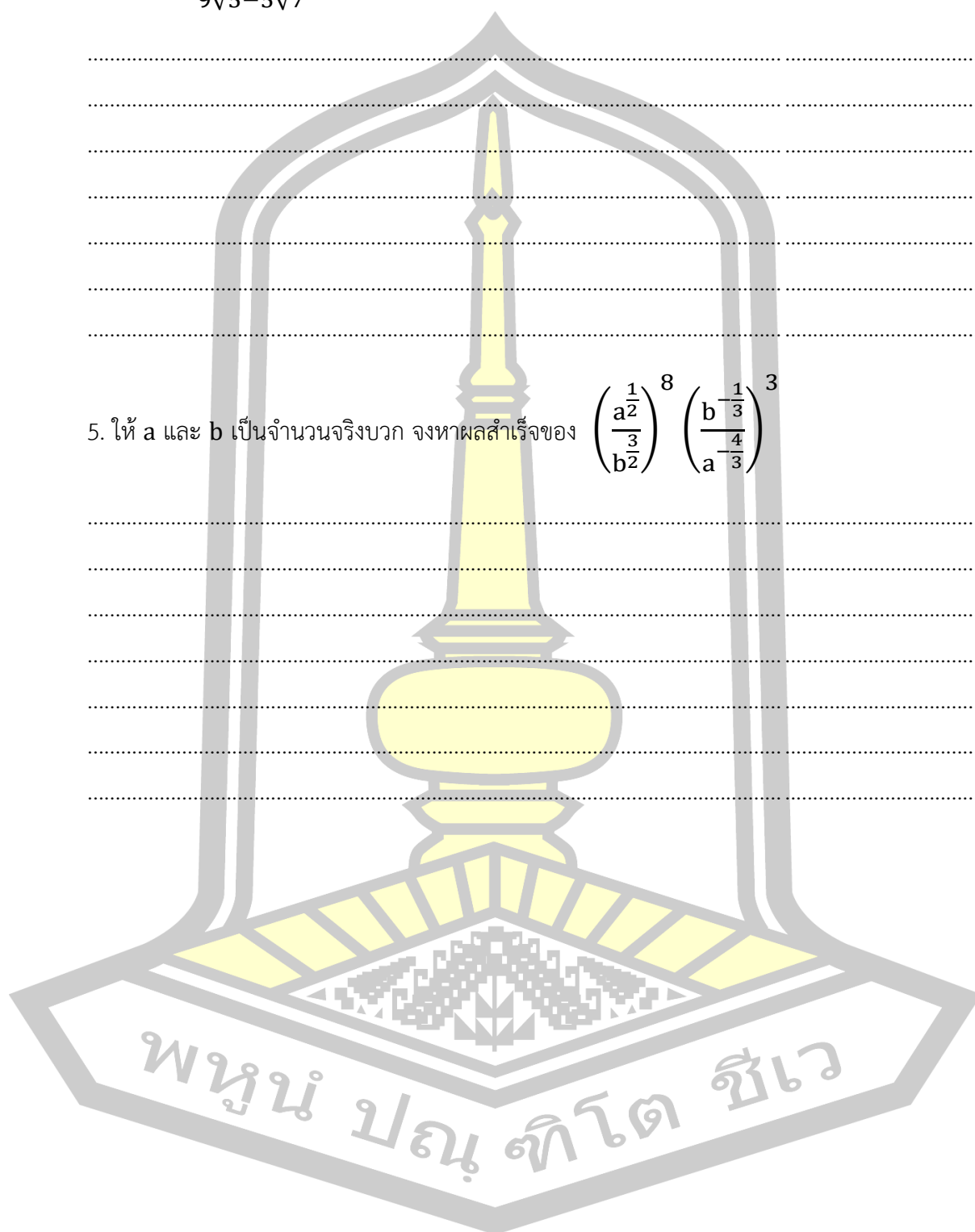
.....

.....

.....

.....

.....



แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ครั้งที่ 1
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

แบบวัดฉบับนี้จัดทำขึ้นเพื่อประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด
 ของนักเรียน โดยให้นักเรียนตอบคำถามและอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้
 ซึ่งแบบวัดนี้เป็นการสอบปากเปล่า ประกอบด้วยคำถามทั้งหมด 2 ข้อ รวมคะแนนเต็ม 24 คะแนน
 ดังนี้

1. จงอธิบายวิธีการหาคำตอบของรากที่ 3 ของ -64

.....

.....

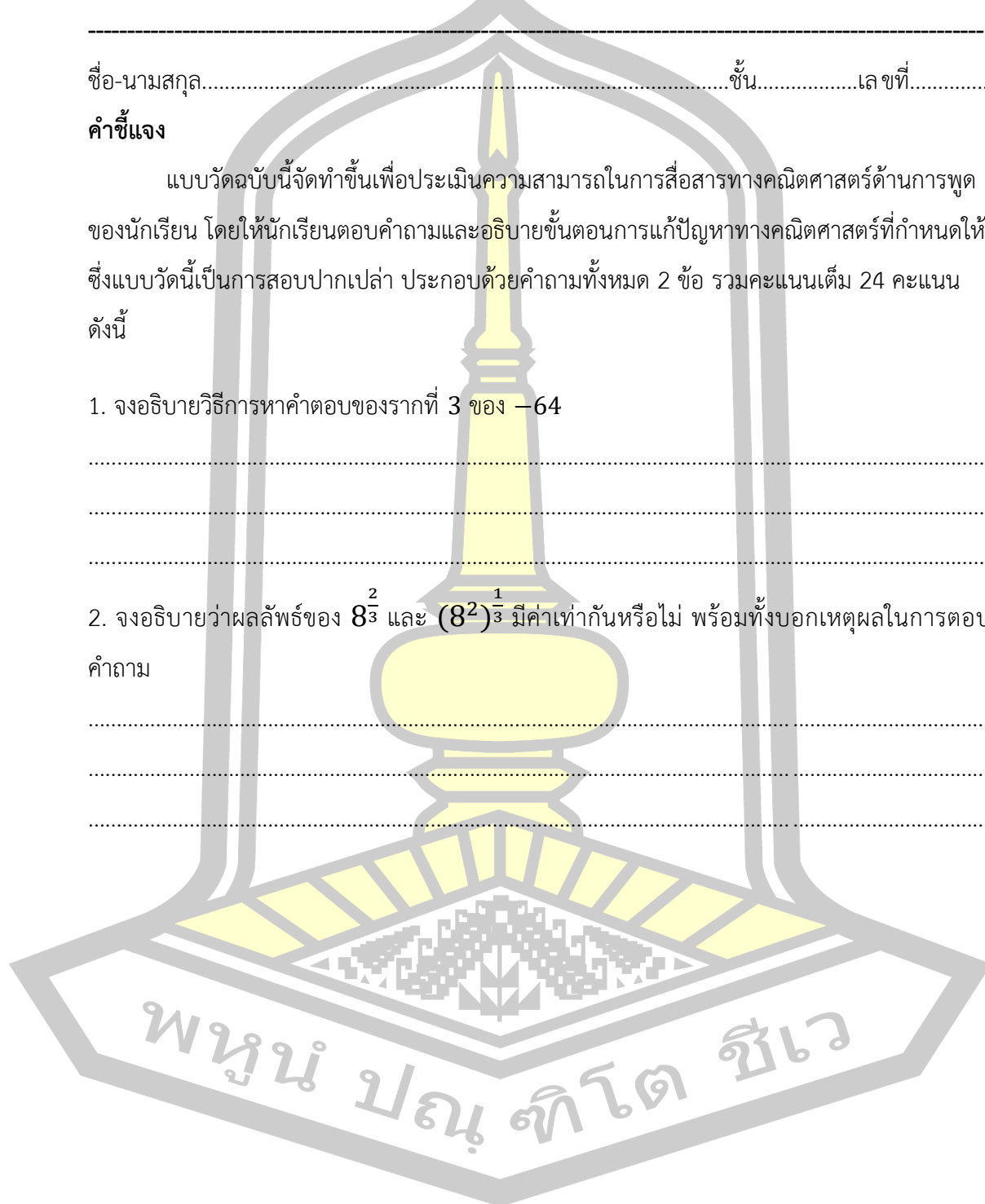
.....

2. จงอธิบายว่าผลลัพธ์ของ $8^{\frac{2}{3}}$ และ $(8^2)^{\frac{1}{3}}$ มีค่าเท่ากันหรือไม่ พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการตอบ
 คำถาม

.....

.....

.....



3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ค 31202
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบประเภทปรนัย ประกอบด้วยคำถามจำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน และมีเวลาในการทำแบบทดสอบ 55 นาที
2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

1. $(2^{-3})^2 \cdot (4^{-1})^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 2^{10} ข. 2^{-10} ค. $(-2)^{10}$ ง. $(-2)^{-10}$ จ. 2^0

2. ถ้า x และ $y \neq 0$ แล้ว $\frac{3x^{-3}y^2}{9x^5y^4}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{1}{3x^8y^2}$ ข. $\frac{1}{3x^2y^8}$ ค. $\frac{1}{9x^8y^2}$ ง. $3x^8y^2$ จ. $\frac{x^8y^2}{3}$

3. ข้อใดคือรากที่ 7 ของ -128

ก. 2 ข. -2 ค. 128 ง. -128 จ. ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนจริง

4. ถ้า $x = \sqrt[5]{243}$ แล้ว $x + 5$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 6 ข. 8 ค. 10 ง. 20 จ. ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนจริง

5. ข้อใดคือรูปอย่างง่ายของ $3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt[4]{16}$

ก. $3\sqrt{2} + 2$ ข. $4\sqrt{2} - 2$ ค. $5\sqrt{2} - 2$ ง. $5\sqrt{2} + 2$ จ. $7\sqrt{2} - 2$

6. $(2 + 3\sqrt{2})^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $4 + 6\sqrt{2}$ ข. $4 + 9\sqrt{2}$ ค. $20 + 12\sqrt{2}$ ง. $22 + 12\sqrt{2}$ จ. $22 + 18\sqrt{2}$

7. ข้อใดต่อไปนี้เป็นรากที่สอง

ก. $2^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{-2}$ ข. $4^{\frac{5}{6}} = \sqrt[5]{4^6}$ ค. $(-3)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$ ง. $(-32)^{\frac{1}{5}} = -2$ จ. $2^{\frac{2}{3}} = 2$

8. ข้อใดคือค่าของ $\frac{2^{-\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}}{8^{-\frac{2}{6}}}$

ก. 1 ข. 2 ค. 4 ง. 8 จ. 16

9. ข้อใดคือคำตอบของ $\sqrt[3]{2x+1} - 3 = 0$

ก. 10 ข. 11 ค. 12 ง. 13 จ. 0

10. ข้อใดคือคำตอบของ $-2\sqrt{x+1} \leq -4$

ก. $x \geq 3$ ข. $x \leq 3$ ค. $x > 3$ ง. $x < 3$ จ. $x = 3$

11. ข้อใดเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ก. $y = 0.25^x$ ข. $y = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$ ค. $y = 1^x$ ง. $y = 2^3$ จ. $y = 3x$

12. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) ถ้า $0 > a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
- 2) ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด
- 3) ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
- 4) ถ้า $a = 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

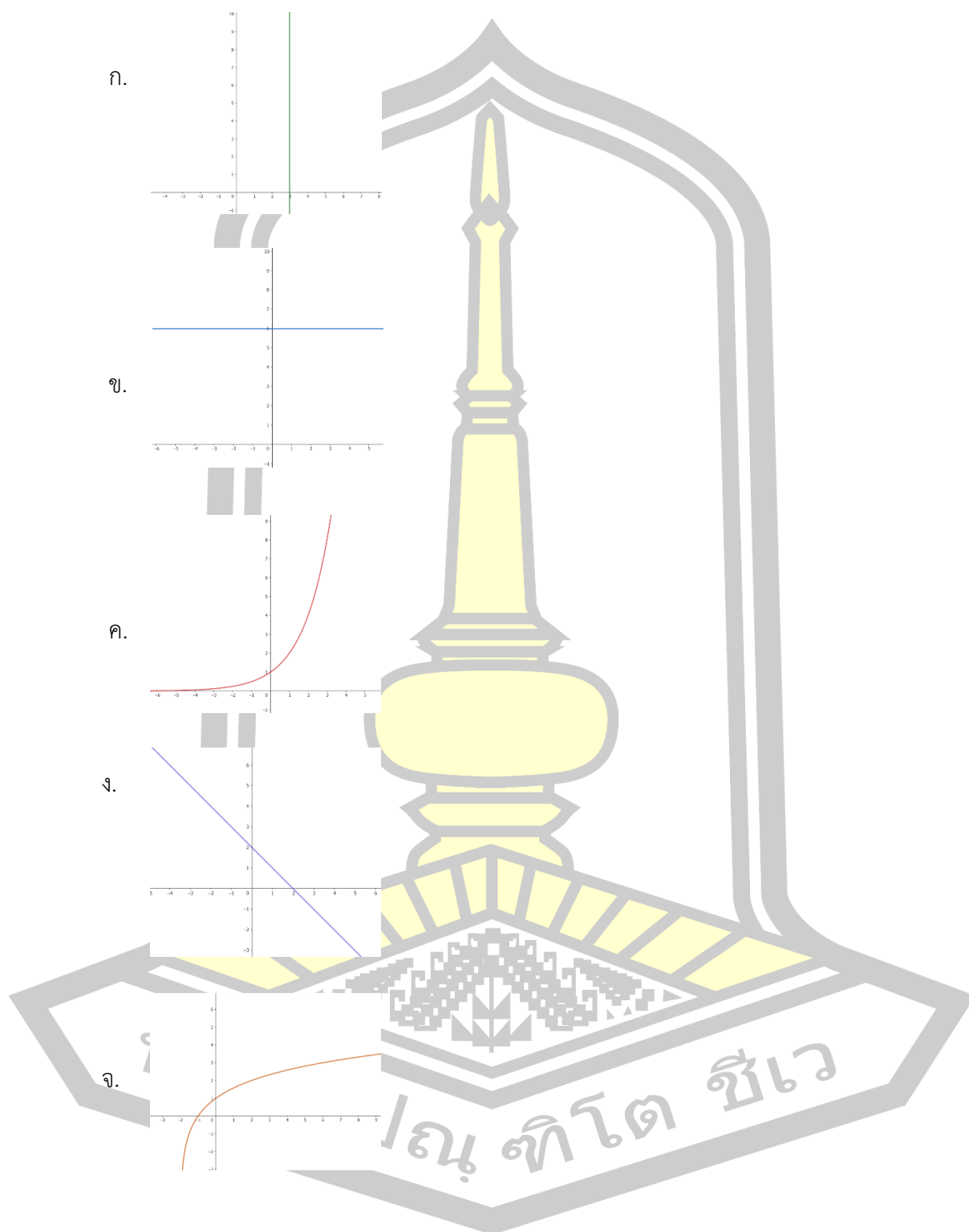
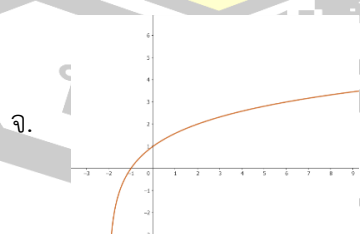
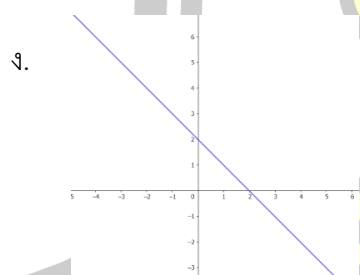
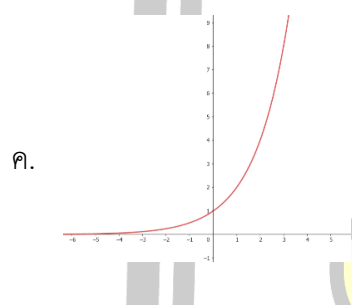
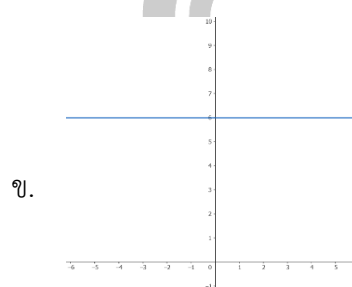
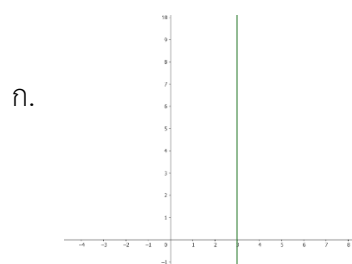
ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อ 1) ถูก และข้อ 2) ผิด ข. ข้อ 1) ถูก และข้อ 4) ผิด

ค. ข้อ 2) ผิด และข้อ 4) ผิด ง. ข้อ 2) และ 3) ถูก

จ. ข้อ 3) และ 4) ถูก

13. กราฟใดเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



14. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $y = 2^{2x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ข. $y = 2^{-2x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ค. $y = 2^{1-x}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ง. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันลด

จ. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$ เป็นฟังก์ชันลด

15. ค่า x ของ $\left(\frac{4}{5}\right)^{3x} = \frac{25}{16}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{-4}{5}$

ข. $\frac{4}{5}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{-2}{3}$

จ. $\frac{2}{3}$

16. ข้อใดคือเซตคำตอบของ x เมื่อ

$$2^{3x^2-4x-4} = \frac{1}{32}$$

ก. $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$

ข. $\left\{-1, -\frac{1}{3}\right\}$

ค. $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$

ง. $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

จ. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

17. ข้อใดคือเซตคำตอบของ x เมื่อ

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{3x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^6$$

ก. $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

ข. $(-\infty, 4)$

ค. $(4, +\infty)$

ง. $(-\infty, 4]$

จ. $[4, +\infty)$

18. ข้อใดคือเซตคำตอบของ x เมื่อ

$$3^x \leq 243$$

ก. $(5, 243)$

ข. $(-\infty, 5)$

ค. $(5, +\infty)$

ง. $(-\infty, 5]$

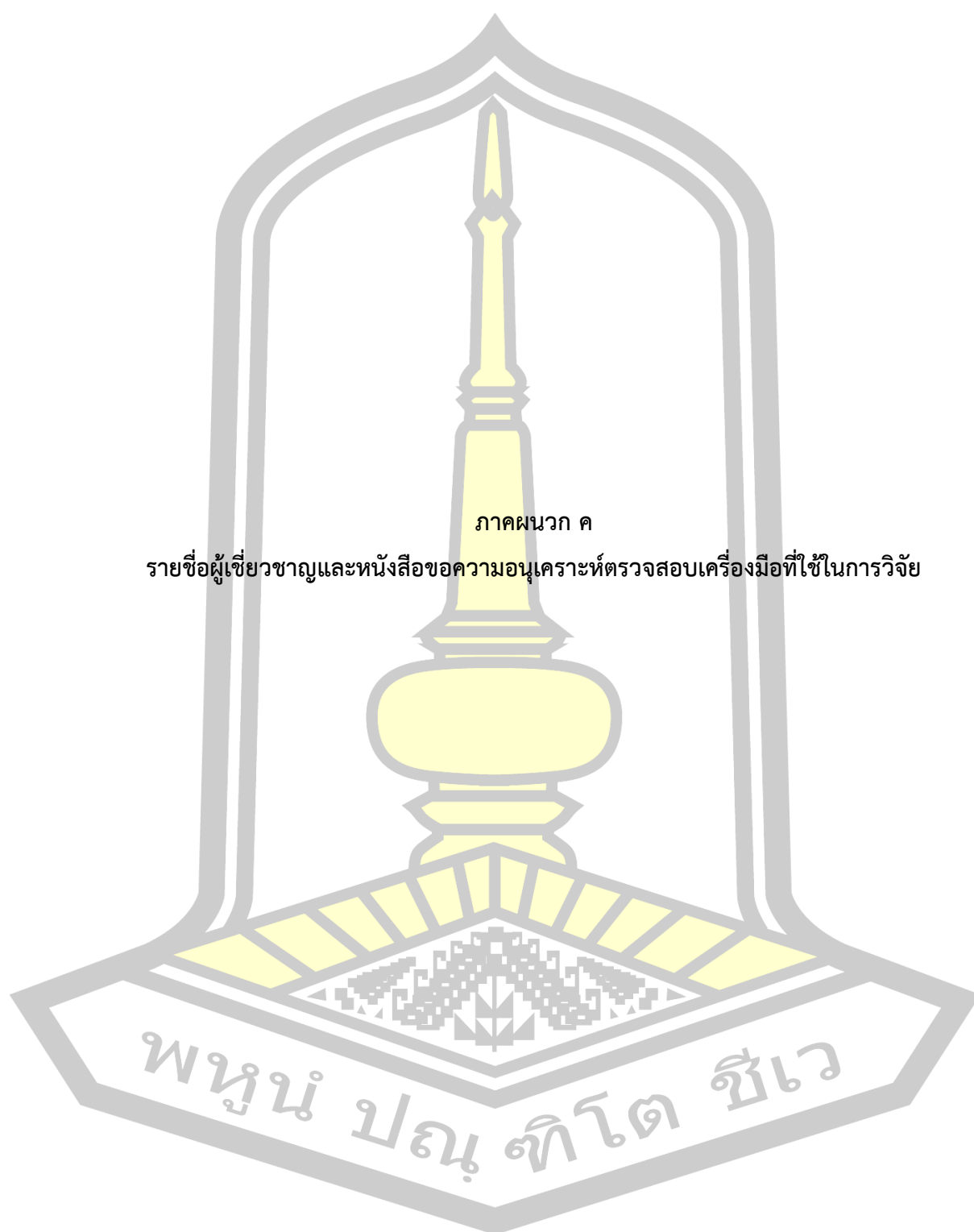
จ. $[5, +\infty)$

19. ในปี 2024 พบว่ามีจำนวนประชากรของชุมชนหนึ่ง 50,000 คน และมีอัตราการเติบโตของประชากร 2% ต่อปี อยากรู้ว่า ในปี 2028 จะมีจำนวนประชากรกี่คน

ก. 54,080 คน ข. 54,122 คน ค. 54,200 คน ง. 54,320 คน จ. 54,400 คน

20. ในการเพาะแบคทีเรีย เริ่มต้นจากมีแบคทีเรีย 100 เซลล์ พบว่า มีอัตราการเติบโต 20% ต่อชั่วโมง เมื่อเวลาผ่านไป 5 ชั่วโมง จะมีจำนวนแบคทีเรียประมาณกี่เซลล์ (กำหนดให้ $e \approx 2.72$)

ก. 150 เซลล์ ข. 250 เซลล์ ค. 272 เซลล์ ง. 300 เซลล์ จ. 320 เซลล์



รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชุตินันต์ ปร.ด. (สถิติ) ตำแหน่ง อาจารย์ประจำ
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เป็น
ผู้เชี่ยวชาญด้านสถิติ
2. ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์ ปร.ด. (คณิตศาสตร์) ตำแหน่ง อาจารย์
ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏ
มหาสารคาม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการ
สอนคณิตศาสตร์
3. ดร.รณยุทธ นิลโคตร ปร.ด. (การบริหารและพัฒนา
การศึกษา) ตำแหน่ง รองผู้อำนวยการ
โรงเรียน โรงเรียนวาปีปทุม
มีประสบการณ์ในการสอนคณิตศาสตร์
ในระดับมัธยมศึกษา เป็นผู้เชี่ยวชาญ
ด้านการสอนคณิตศาสตร์
4. นางยุพิน พลเรือง วท.ม. (คณิตศาสตร์) ตำแหน่ง ครู
ชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม
เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
คณิตศาสตร์
5. นางสาวพิมพ์สุภา วุ่นเหลียม วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ตำแหน่ง ครู
ชำนาญการ กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม
เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
คณิตศาสตร์

พหุ ประถมศึกษา

หนังสือขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม โทรสาร. 0-4372-1764 ภายใน 6216

ที่ อว 0605.5(2)/ ว1381

วันที่ 1 เมษายน 2568

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชุตินันต์

ด้วย นางสาววิภา ศกุนตนาค นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra" ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำเนินการหลักสูตร กศ.ม. การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

มณ จก ๕๔



ที่ อว 0605.5(2)/ว1381

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

1 เมษายน 2568

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

เรียน ดร.เจนจิรา ปุยวงศ์

ด้วย นางสาววิรัช ศกุนตนาค นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra" ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำรงหลักสูตร กศ.ม. การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กูสีอ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขานุการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

เบอร์โทรศัพท์มือถือ 0986512213

พจนานุกรม ปณ จก โต ชิง



ที่ อว 0605.5(2)/ว1381

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

1 เมษายน 2568

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

เรียน ดร.รณยุทธ นิลโคตร

ด้วย นางสาววิรัช ศกุนตนาค นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra" ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำรงหลักสูตร กศ.ม. การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสืออ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขานุการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

เบอร์โทรศัพท์มือถือ 0986512213

พญูณ ปณ จักโต ชีเว



ที่ อว 0605.5(2)/ว1381

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

1 เมษายน 2568

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

เรียน นางยุพิน พลเรือง

ด้วย นางสาววิรัช ศกุนตนาค นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra" ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำเนินการหลักสูตร กศ.ม. การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กุสืออ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขานุการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

เบอร์โทรศัพท์มือถือ 0986512213

พญานัก ปณ จิตโต ชีวะ



ที่ อว 0605.5(2)/ว1381

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

1 เมษายน 2568

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

เรียน นางสาวพิมพ์สุภา วุ่นเหลี่ยม

ด้วย นางสาววิรัช ศกุนตนาค นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra" ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำรงหลักสูตร กศ.ม. การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ กูสีอ่อน)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

สำนักงานเลขานุการคณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์ 0-4375-4322-40 ต่อ 6216

เบอร์โทรศัพท์มือถือ 0986512213

งานศูนย์ ปณ. จิตโต ชีวะ

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นางสาววิรัช ศกุนตนาค
วันเกิด 03 มีนาคม พ.ศ. 2544
สถานที่เกิด บุรีรัมย์
สถานที่อยู่ปัจจุบัน 228 หมู่ 18 ตำบลชุมเห็ด อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ 31000
ประวัติการศึกษา พ.ศ. 2561 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม จังหวัดบุรีรัมย์
พ.ศ. 2566 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พ.ศ. 2568 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาการสอน
วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

พูน ปณ ภัโต ชีเว