



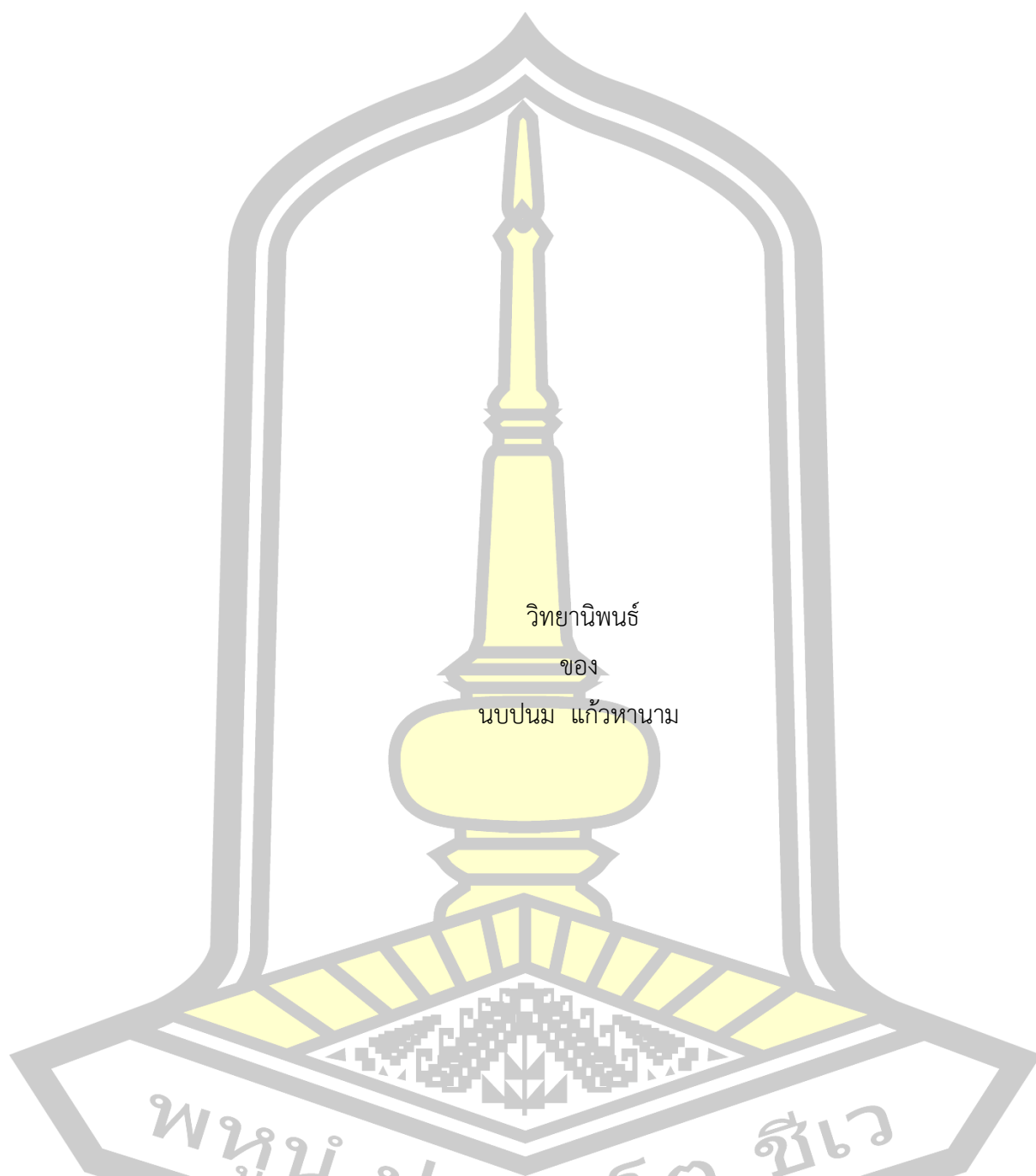
การพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิกฤตสำหรับดินทรายปนดินตะกอน

วิทยานิพนธ์  
ของ  
นบปนม แก้วหานาม

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา  
สิงหาคม 2562

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิกฤตสำหรับดินทรายปนดินตะกอน



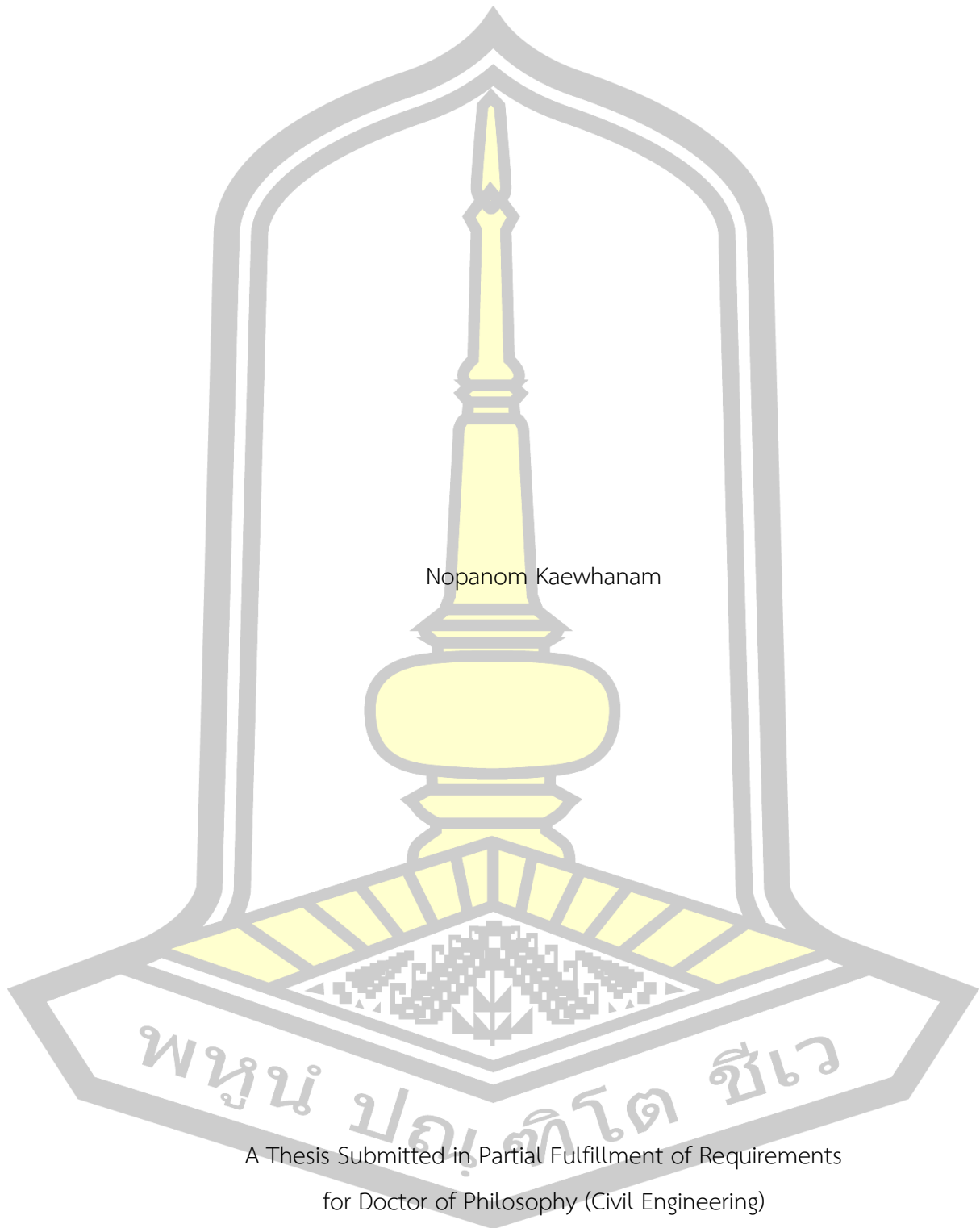
เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

สิงหาคม 2562

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

Development of Critical State Constitutive Model for Silty Sand



Nopanom Kaewhanam

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements  
for Doctor of Philosophy (Civil Engineering)

August 2019

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนายณบปนม แก้วทานาม  
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชา  
วิศวกรรมโยธา ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร. รัตมณี นันทสาร )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล )

กรรมการ

(ผศ. ดร. สหลาภ หอมวุฒิม่วงค์ )

กรรมการ

(ผศ. ดร. เรืองรุชดี ชีระโรจน์ )

กรรมการ

(รศ. ดร. อนงค์ฤทธิ์ แข็งแรง )

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญา ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

(รศ. ดร. อนงค์ฤทธิ์ แข็งแรง )

คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ผศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

พูน ปณฺฑิต สีเว

ชื่อเรื่อง การพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิกฤตสำหรับดินทรายปนดินตะกอน  
 ผู้วิจัย นบปนม แก้วหานาม  
 อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กริสน์ ชัยมูล  
 ปริญญา ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา  
 มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ปีที่พิมพ์ 2562

### บทคัดย่อ

แบบจำลองดินที่มีส่วนใหญเป็นแบบจำลองเพื่อดินเหนียว และ/หรือดินทราย งานวิจัยในปัจจุบันมีความพยายามศึกษาพฤติกรรมของดินตะกอนปนทรายรวมถึงดินทรายปนดินตะกอน แต่ส่วนใหญ่เป็นแบบจำลองระดับไมโคร การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองดินอีลาสโตพลาสติกสำหรับดินทรายปนดินตะกอนในระดับมาโคร โดยใช้หลักการของกลศาสตร์ดินในสภาพวิกฤตในการศึกษาได้เลือกแบบจำลองสำหรับดินทรายที่ดีเป็นพื้นฐาน ทำการพัฒนาให้มีตัวแปรที่ดีและง่ายสำหรับดินตะกอนในแบบจำลอง ได้แก่ปริมาณดินตะกอนที่ปะปนในดินทรายซึ่งแทนด้วยตัวแปร  $f_c$  ( $0\% \leq f_c \leq 100\%$ ) รวมถึงอิทธิพลของดินตะกอนต่อโครงสร้างดินทรายปนดินตะกอน หลักการสองประการหลักของแบบจำลองใหม่คือ ข้อแรก ใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $e-\ln(p)$  ที่เหมาะสมมากขึ้นซึ่งได้รวมอิทธิพลของอัตราส่วนช่องว่างผ่านตัวแปร  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) ข้อสองคือ พิจารณาผลของความกลมมนและขนาดของเม็ดดินในแบบจำลองด้วย พารามิเตอร์ของแบบจำลองสามารถทดสอบได้จากการทดสอบ แรงอัดสามแกน การทดสอบอัดตัวคายน้ำ การทดสอบการกระจายขนาด และภาพถ่ายเม็ดดิน การทดสอบดินทรายผสมดินตะกอนในห้องปฏิบัติการเพื่อเปรียบเทียบผลกับการคำนวณจากแบบจำลอง โดยวิธีทางตรงแบบ Euler Backward การเปรียบเทียบให้ผลกำลังสูงสุดที่สอดคล้องระหว่างทั้งสองกรณีและยังพบว่าแบบจำลองสามารถให้ค่ากำลังสูงสุดแปรเปลี่ยนตามค่า  $f_c$  ได้สำหรับดินที่มี  $\beta$  เดียวกัน

คำสำคัญ : แบบจำลองดิน, สภาพวิกฤต, ดินทรายปนดินตะกอน, แบบจำลองมาโคร

**TITLE** Development of Critical State Constitutive Model for Silty Sand  
**AUTHOR** Nopanom Kaewhanam  
**ADVISORS** Assistant Professor Krit Chaimoon , Ph.D.  
**DEGREE** Doctor of Philosophy **MAJOR** Civil Engineering  
**UNIVERSITY** Mahasarakham **YEAR** 2019  
 University

### ABSTRACT

Most existing soil models are for clay and/or sand. Recent researches show an attempt to study the behavior of sandy silt and silty sand by using microscopic models. This research aims to develop the elastoplastic soil model for silty sand in the macroscopic level using the concept of critical state soil mechanic. In the study a good sand model was selected as a based model and then was developed to incorporate with the simple and suitable variable, i.e., the non-plastic fine content  $f_c$  ( $0\% \leq f_c \leq 100\%$ ) and the influence of silt grains in the silty sand structure. The model adopted two principles: 1) using a more realistic relation of  $e-\ln(p)$  which takes into account the effect of void ratio via the variable  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ), and 2) considering the effect of roundness and sizing of soil grains as well. A whole set of soil parameters can be evaluated from triaxial test, consolidation test, gradation test and photo of soil grains. The laboratory tests of sand mixed with silt were carried out to compare with the prediction results obtained from the proposed model using the explicit integration (Euler backward scheme). The model can predict the soil strength reasonably and can capture the effect of the  $f_c$  value on the soil strength for silty sand having the same  $\beta$ .

Keyword : soil model, critical state, silty sand, macroscopic model

## กิตติกรรมประกาศ

ในความสำเร็จของวิทยานิพนธ์นี้ ผมใคร่ขอขอบพระคุณบุคคลจำนวนมากที่ได้มีส่วนในการศึกษาครั้งนี้ ขอขอบพระคุณท่านอธิการบดีมหาวิทยาลัยมหาสารคาม ศาสตราจารย์ ดร. สัมพันธ์ ฤทธิเดช ที่ได้แนะนำและให้โอกาสในการพัฒนาตนเองเพื่อศึกษาต่อในระดับปริญญาเอก ขอขอบพระคุณท่านคณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม รองศาสตราจารย์ ดร. อนงค์ฤทธิ แข็งแรง ที่ได้ให้คำแนะนำตลอดจนความช่วยเหลือต่างๆในระหว่างการศึกษา ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กริสน์ ชัยมูล สำหรับการดูแลทุกเรื่องของการศึกษาครั้งนี้ด้วยความเมตตาอย่างสูง ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รัตมณี นันทสาร ที่ได้คำแนะนำต่าง ๆ ในการสอบและตรวจแก้รูปเล่ม ขอขอบพระคุณกรรมการสอบวิทยานิพนธ์อีก 2 ท่าน คือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สทลภ หอมวุฒิมังค์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์เรืองรุชต์ ชีระโรจน์ ที่มอบคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่าง ๆ รวมถึงความช่วยเหลือด้านต่างๆด้วย

นอกจากนี้ผมขอขอบคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาวิศวกรรมโยธาและคณาจารย์ในครอบครัว คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคามทุกท่าน ที่ให้กำลังใจ ให้คำแนะนำ ให้ความช่วยเหลือต่าง ๆ และมอบมิตรภาพที่ดีเสมอมา ขอขอบคุณน้องหญิง วรินญา ชื่นใจ เจ้าหน้าที่วิชาการระดับบัณฑิตศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ข้อมูลด้านเอกสารและอำนวยความสะดวกในขั้นตอนต่าง ๆ ตลอดจนการสอบต่าง ๆ แล้วเสร็จเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณพระพรหมมงคลญาณ พระอาจารย์หลวงพ่อวิริยงค์ สิริธโร ที่ได้ก่อตั้งสถาบันพลังจิตตานุภาพและเผยแผ่วิชาสมาธิให้แก่ประชาชนทั่วไปรวมถึงข้าพเจ้าด้วย ทั้งนี้ข้าพเจ้าได้น้อมรับคำสอนในหลักสูตร วิทนต์สมาธิ อาจารย์สมาธิ สมาธิขั้นสูง ญาณสมาธิ ที่ได้เรียนมาทั้งหมด และได้ปฏิบัติสมาธิเพื่อสะสมพลังจิตมาอย่างต่อเนื่องเป็นผลให้มีพลังจิตเพิ่มมากขึ้น มีจิตใจที่สะอาดมากยิ่งขึ้น และเป็นผลให้ข้าพเจ้าสามารถเล่าเรียนจนสำเร็จได้ นอกจากนี้ขอขอบคุณกัลยาณมิตรจากสถาบันพลังจิตตานุภาพ 125 ทุกท่านสำหรับมิตรภาพและกำลังใจที่ให้กับเสมอมา

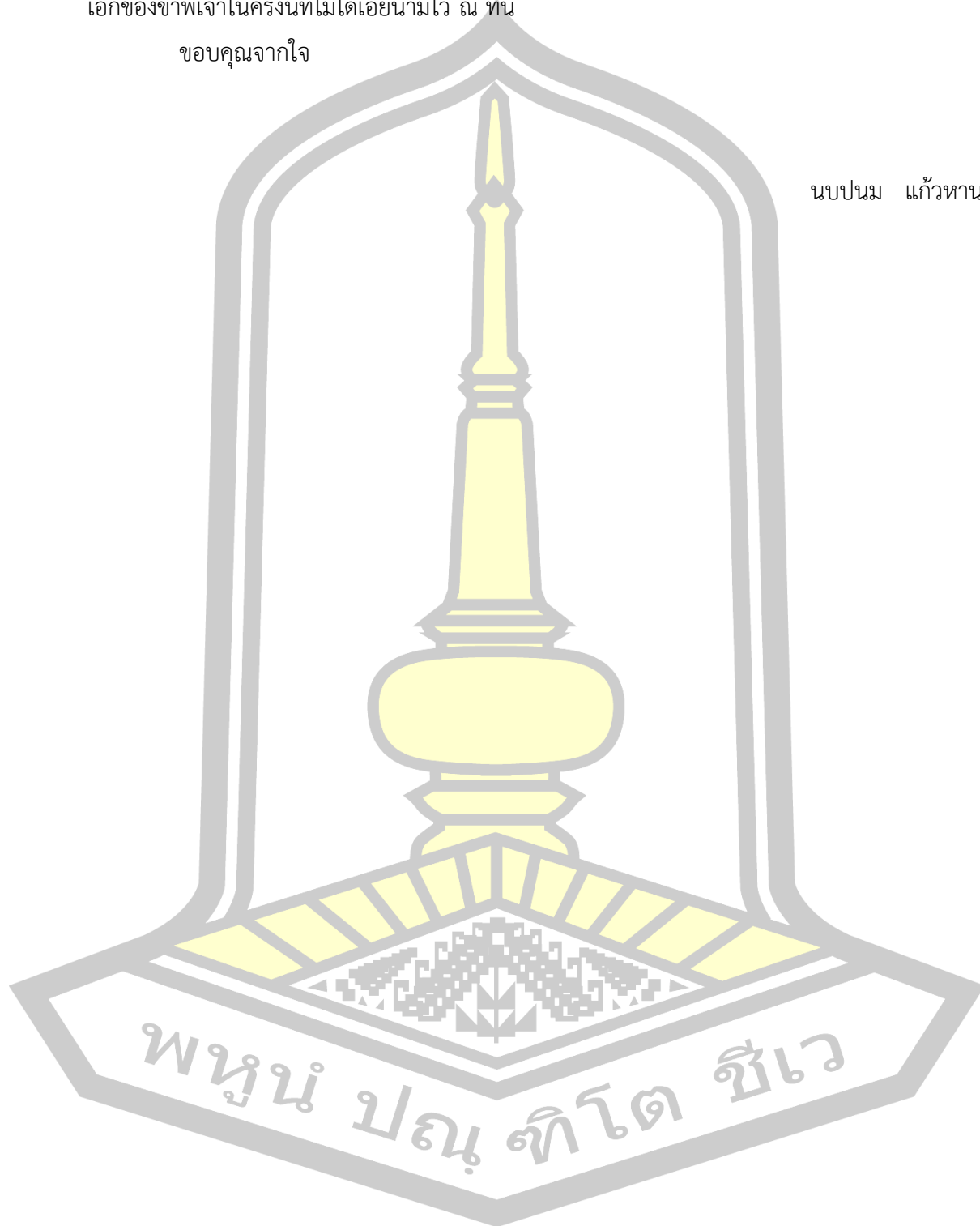
ขอขอบพระคุณ คุณพอนิล แก้วหานาม และคุณแม่ อรุณี แก้วหานาม ผู้ให้กำเนิด อบรมเลี้ยงดู และผู้มอบสิ่งที่ดีที่สุดในชีวิตนี้ ขอขอบคุณพี่หิว (พี่สาว) และครอบครัว พี่ตุ๊ก(พี่ชาย) และครอบครัว ที่เกิดมาเป็นส่วนหนึ่งของฉันและกันและกันและเติมเต็มสิ่งต่าง ๆ เสมอมา

ขอขอบคุณลูกศิษย์ไปเจกระดับปริญญาตรีห้องวิจัยวิศวกรรมปฐพีและฐานรากทุกท่านที่ตั้งใจทำงานวิจัยอย่างเต็มที่จนสามารถตีพิมพ์ได้ทุกเรื่อง และทำให้ข้าพเจ้าสามารถยื่นผลงานวิจัยผ่านระดับผู้ช่วยศาสตราจารย์ได้สำเร็จ

ขอบคุณทีมงานแก๊งลูกหมูทุกท่านและขอขอบพระคุณท่านที่มีส่วนร่วมในการศึกษาปริญญาเอกของข้าพเจ้าในครั้งนี้ที่ไม่ได้เอ่ยนามไว้ ณ ที่นี้

ขอบคุณจากใจ

นบปนม แก้วทานาม

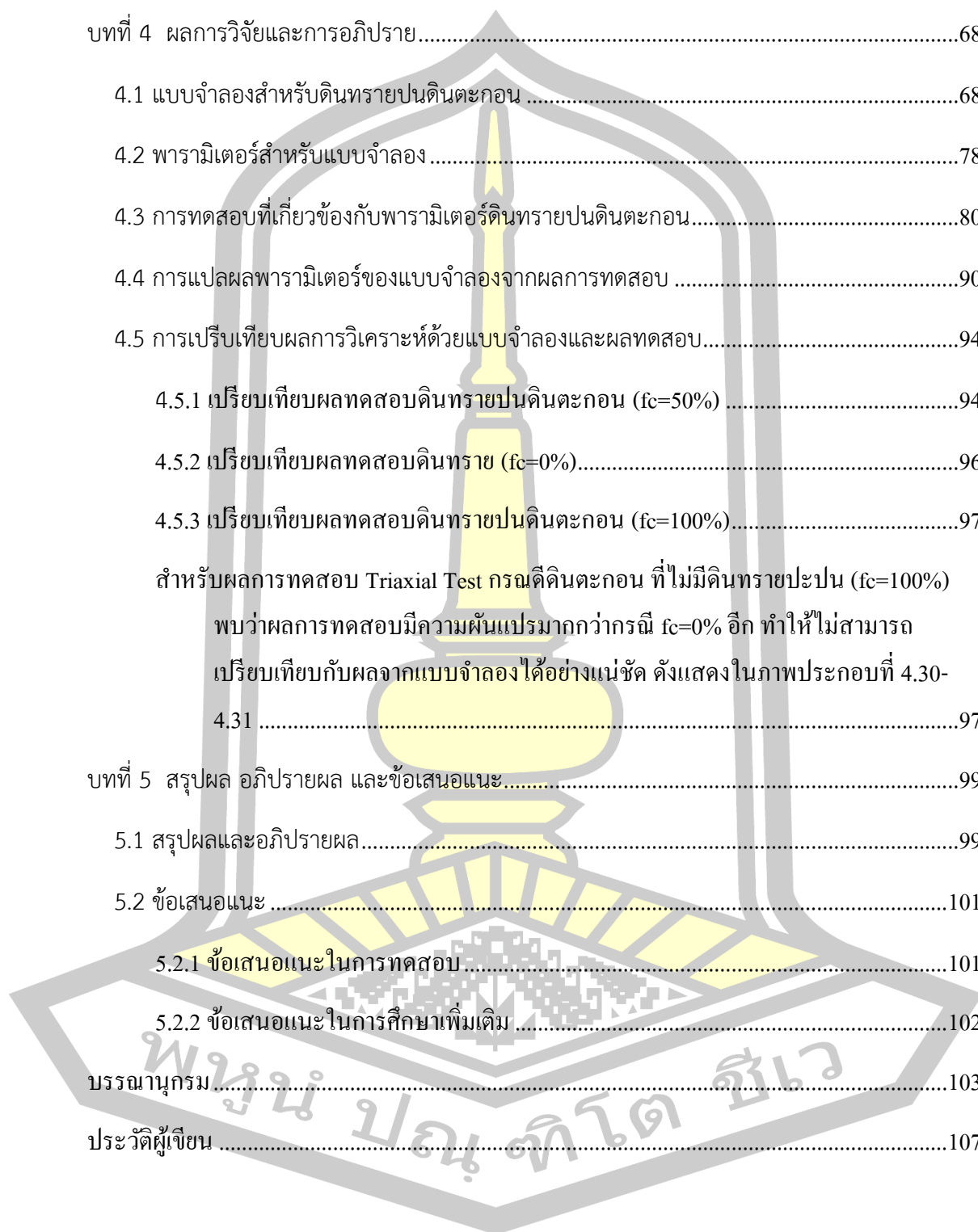




## สารบัญ

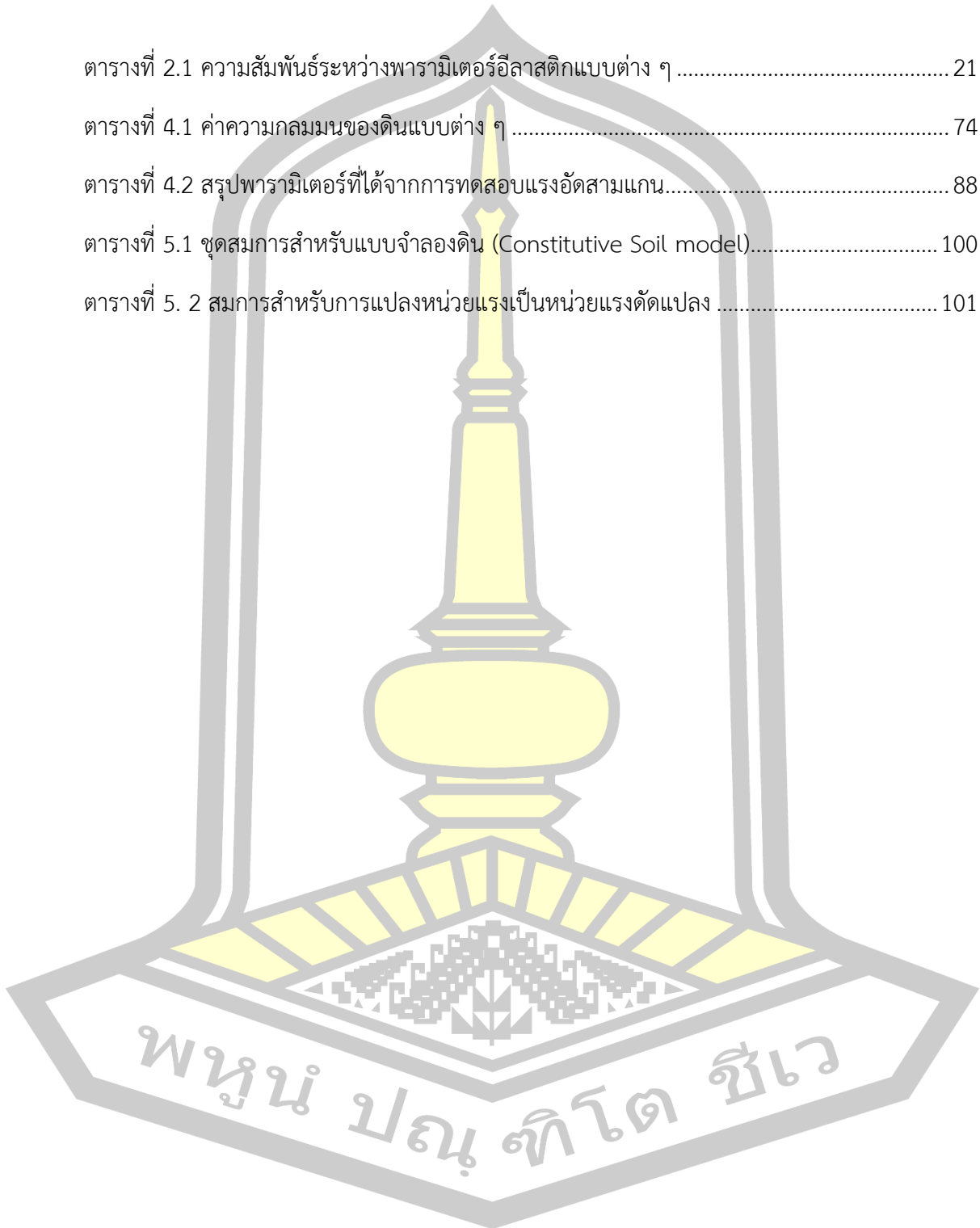
	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ .....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ .....	3
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย .....	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 ปรัชญาเอกสารข้อมูล .....	5
2.1 ความเค้น (Stress).....	5
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดิน (Constitutive Soil Model) .....	19
2.3 การคำนวณของแบบจำลองอีลาสโตพลาสติก.....	27
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	37
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	41
3.1 ศึกษาทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และรวบรวมข้อมูล .....	41
3.2 พัฒนาแบบจำลอง และการปรับเทียบแบบจำลอง.....	43
3.3 การทดลอง (Testing Program).....	45
3.4 ตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลอง.....	46

3.5 สรุปผลการศึกษา และจัดเตรียมเอกสารวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	46
บทที่ 4 ผลการวิจัยและการอภิปราย.....	68
4.1 แบบจำลองสำหรับดินทรายปนดินตะกอน .....	68
4.2 พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลอง .....	78
4.3 การทดสอบที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ดินทรายปนดินตะกอน.....	80
4.4 การแปลผลพารามิเตอร์ของแบบจำลองจากผลการทดสอบ .....	90
4.5 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองและผลทดสอบ.....	94
4.5.1 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทรายปนดินตะกอน ( $f_c=50\%$ ) .....	94
4.5.2 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทราย ( $f_c=0\%$ ).....	96
4.5.3 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทรายปนดินตะกอน ( $f_c=100\%$ ).....	97
สำหรับผลการทดสอบ Triaxial Test กรณีดินตะกอน ที่ไม่มีดินทรายปะปน ( $f_c=100\%$ ) พบว่าผลการทดสอบมีความผันแปรมากกว่ากรณี $f_c=0\%$ อีก ทำให้ไม่สามารถ เปรียบเทียบกับผลจากแบบจำลองได้อย่างแน่ชัด ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.30- 4.31 .....	97
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	99
5.1 สรุปผลและอภิปรายผล.....	99
5.2 ข้อเสนอแนะ .....	101
5.2.1 ข้อเสนอแนะในการทดสอบ .....	101
5.2.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาเพิ่มเติม .....	102
บรรณานุกรม.....	103
ประวัติผู้เขียน .....	107



สารบัญตาราง

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์อีลาสติกแบบต่าง ๆ .....	21
ตารางที่ 4.1 ค่าความกลมนของดินแบบต่าง ๆ .....	74
ตารางที่ 4.2 สรุปพารามิเตอร์ที่ได้จากการทดสอบแรงอัดสามแกน.....	88
ตารางที่ 5.1 ชุดสมการสำหรับแบบจำลองดิน (Constitutive Soil model).....	100
ตารางที่ 5. 2 สมการสำหรับการแปลงหน่วยแรงเป็นหน่วยแรงดัดแปลง .....	101



สารบัญภาพ

ภาพประกอบที่ 2.1 ความเค้นบนพื้นที่หน้าตัด ความเค้นตั้งฉาก และความเค้นเฉือน.....	6
ภาพประกอบที่ 2.2 หน่วยแรงในดินในระบบแกน 3 มิติ .....	6
ภาพประกอบที่ 2.3 ช่องว่างที่แทรกอยู่ระหว่างเม็ดดิน.....	8
ภาพประกอบที่ 2.4 วงกลมมอร์ (Mohr's circle) ของความเค้นรวม ความเค้นประสิทธิผล และแรงดันน้ำ .....	11
ภาพประกอบที่ 2.5 การหมุนหน่วยแรงจากระบบพิกัด xyz ไประบบพิกัด x'y'z' .....	12
ภาพประกอบที่ 2.6 ความเค้นหลัก (Principal stress).....	15
ภาพประกอบที่ 2.7 หน่วยแรงบนระบบพิกัดของหน่วยแรงหลัก .....	17
ภาพประกอบที่ 2.8 กากแยกเวกเตอร์ความเค้นบนระบบพิกัดความเค้นหลัก.....	18
ภาพประกอบที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดของแบบจำลองดินแบบอีลาสติก .	20
ภาพประกอบที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด ของดินตามแบบจำลองอีลาสติก-พลาสติก.....	22
ภาพประกอบที่ 2.11 พื้นผิวครากแบบต่าง ๆ สำหรับแบบจำลองดิน.....	23
ภาพประกอบที่ 2.12 ตัวอย่างความสัมพันธ์ ความเค้น - ความเครียดของแบบจำลองอีลาสโตพลาสติก.....	24
ภาพประกอบที่ 2.13 พื้นผิวครากแบบต่าง ๆ สำหรับแบบจำลองดิน.....	25
ภาพประกอบที่ 2.14 พื้นผิวขอบเขตของแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกขั้นสูง .....	26
ภาพประกอบที่ 2.15 เปรียบเทียบผลการทดลองและการคาดคะเนของแบบจำลอง MIT-S .....	26
ภาพประกอบที่ 2.16 ค่าของฟังก์ชันผิวครากมีค่าคงที่เป็นศูนย์ในขณะเกิดการไหลแบบพลาสติกจากพื้นผิวครากหนึ่งไปสู่พื้นผิวครากใหม่ .....	29
ภาพประกอบที่ 2.17 พื้นผิวครากรูปวงรี (Ellipse) สำหรับแบบจำลอง MCC .....	36

### สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบที่ 3.1 การศึกษาแบบจำลองในสภาพวิกฤติ.....	42
ภาพประกอบที่ 3.2 แผนภูมิการดำเนินการศึกษาเพื่อพัฒนาแบบจำลอง .....	44
ภาพประกอบที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่าง ความเค้นเฉลี่ย $p$ และค่าปริมาตร จำเพาะ $v$ ที่ใช้ในแบบจำลองสำหรับดินทราย .....	70
ภาพประกอบที่ 4.2 Yield function สำหรับดินทรายที่หลวมกว่า RCL ที่มีค่า $\chi_1$ แตกต่างกัน .....	71
ภาพประกอบที่ 4.3 แนวคิดที่นำเสนอของ $e-\ln(p)$ สำหรับตะกอนปนทราย.....	75
ภาพประกอบที่ 4.4 การจำแนกรูปร่างของเม็ดดิน.....	74
ภาพประกอบที่ 4.5 Failure Criterion แบบ Spatial Mobilized Plane (SMP) ของ Matsuoka- Nakai เปรียบเทียบกับ Extended Tresca, Extended Mises และ Mohr-Coulomb .....	76
ภาพประกอบที่ 4.6 สภาพหลุมเก็บตัวอย่างดิน จังหวัดกาฬสินธุ์.....	80
ภาพประกอบที่ 4.7 การฝังดินตัวอย่างที่เก็บมาได้ก่อนเริ่มทำการทดสอบ .....	81
ภาพประกอบที่ 4.8 การร่อนผ่านตะแกรงเพื่อหาการกระจายขนาด .....	81
ภาพประกอบที่ 4.9 การติดตั้งเครื่องทดสอบแรงอัดสามแกน .....	82
ภาพประกอบที่ 4.10 แผงควบคุมแรงดันระบบไฮดรอลิกส์.....	82
ภาพประกอบที่ 4.11 การเตรียมตัวอย่างเพื่อทดสอบแรงอัดสามแกน .....	83
ภาพประกอบที่ 4.12 การติดตั้งตัวอย่างดินบนเครื่องทดสอบแรงอัดสามแกน .....	83
ภาพประกอบที่ 4.13 เซลล์สำหรับทดสอบการอัดตัวคายน้ำ.....	84
ภาพประกอบที่ 4.14 เครื่องทดสอบการอัดตัวคายน้ำบนที่ก้ออัตโนมัติ.....	84
ภาพประกอบที่ 4.15 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test.....	85
ภาพประกอบที่ 4.16 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test.....	86
ภาพประกอบที่ 4.17 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test.....	87
ภาพประกอบที่ 4.18 ผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำ (ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 0:100) .....	88

ภาพประกอบที่ 4.19 การทดสอบอัดตัวคายนํ้า (ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 50:50) ..... 89

ภาพประกอบที่ 4.20 ผลการทดสอบอัดตัวคายนํ้า (ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 100:0) ..... 89

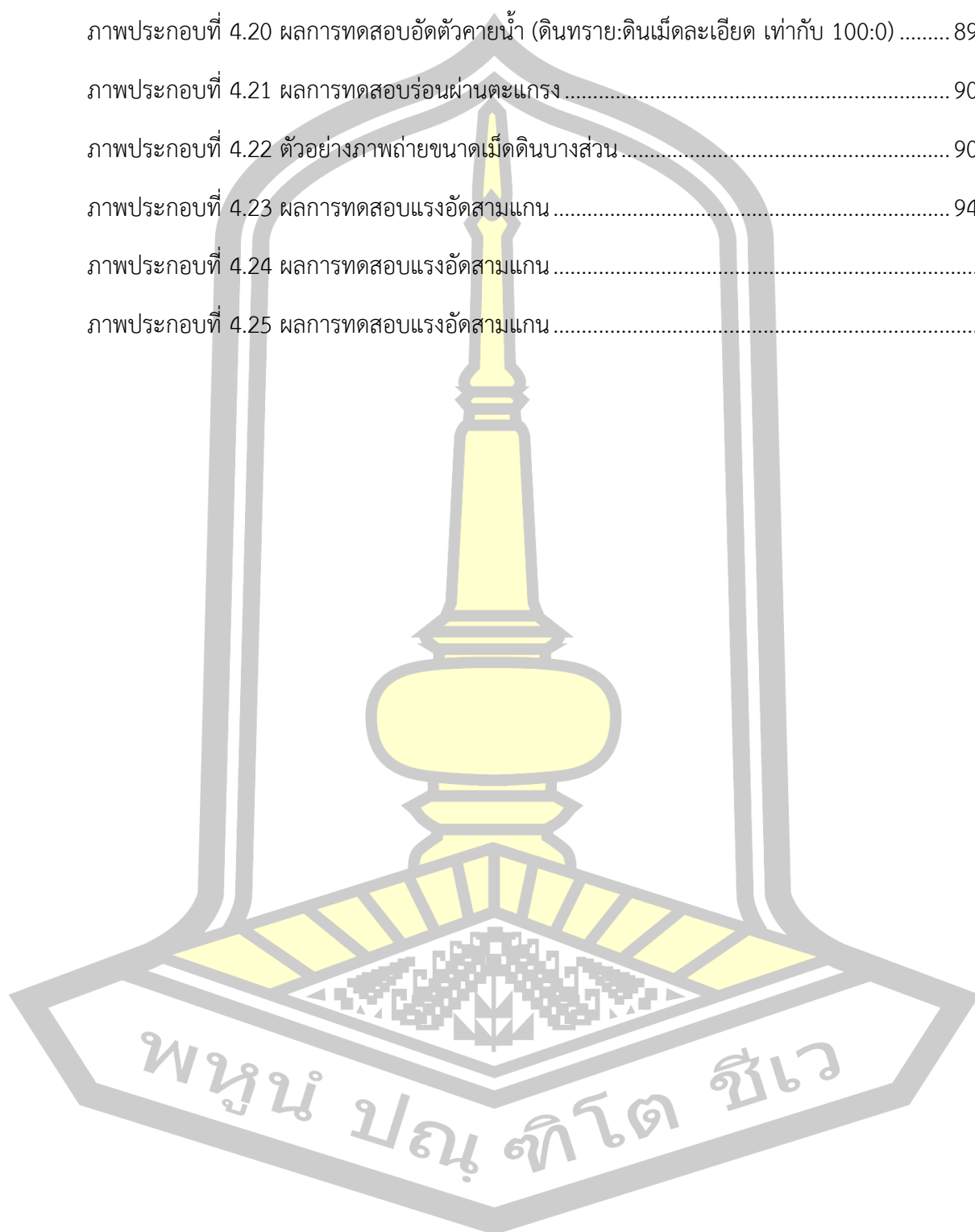
ภาพประกอบที่ 4.21 ผลการทดสอบร่อนผ่านตะแกรง ..... 90

ภาพประกอบที่ 4.22 ตัวอย่างภาพถ่ายขนาดเม็ดดินบางส่วน ..... 90

ภาพประกอบที่ 4.23 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน ..... 94

ภาพประกอบที่ 4.24 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน ..... 94

ภาพประกอบที่ 4.25 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน ..... 94



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

ที่มาและความสำคัญการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีโดยใช้การวิเคราะห์ทางตัวเลข (Numerical Analysis) นั้นเป็นวิธีที่มีความละเอียด (Accuracy) และประสิทธิภาพ (Efficiency) สูง เนื่องจากสามารถจำลองปัญหาที่มีความซับซ้อนสูงมากได้ทั้งในด้านรูปร่างเรขาคณิตของปัญหาและด้านแรงกระทำที่ซับซ้อนมากได้ดี ซึ่งปัญหาที่มีความซับซ้อนสูงนี้ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรง (Analytical Close Form) ได้ ในการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีการทางตัวเลขนี้ได้แก่ วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ หรือ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นต้น จำเป็นจะต้องเลือกใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดินให้เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อจะได้ผลเฉลยที่มีความถูกต้องและความแม่นยำ (Rigorous) มากขึ้น ซึ่งทั้งความละเอียดและความแม่นยำต่างก็เป็นสิ่งจำเป็นในการหาผลเฉลยสำหรับปัญหาหนึ่ง ๆ แต่อย่างไรก็ตามแบบจำลองดินส่วนใหญ่ที่นักวิจัยพัฒนาขึ้นมักจะเป็นแบบจำลองสำหรับดินเหนียว ดินทราย หรือทั้งดินเหนียวและดินทราย เช่น Horpibulsuk, Liu, Liyanapathirana, & Suebsuk, 2010; Huang, Huang, Kuo, & Tsai, 2004; K. H. Roscoe and J. B. Burland, 1970; Nguyen, Fatahi, & Khabbaz, 2014; Pestana & Whittle, 1999; K. H. Roscoe, Schofield, & Thurairajah, 1963; Suebsuk, Horpibulsuk, & Liu, 2010, 2011; Whittle & Kavvas, 1994; Y. Yao, Hou, & Zhou, 2008a โดยเฉพาะแบบจำลองดินที่ไม่มีในซอฟต์แวร์เพื่อการคำนวณทางวิศวกรรมปฐพีนั้น จะมีแบบจำลองให้เลือกใช้ที่จำกัดและส่วนใหญ่ไม่สามารถเพิ่มเติมแบบจำลองเข้าไปได้ ยิ่งไปกว่านั้นซอฟต์แวร์ดังกล่าวไม่มีแบบจำลองเฉพาะสำหรับดินตะกอนปนทรายด้วย ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับดินตะกอนปนทรายจึงมีความสำคัญในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีสำหรับพื้นที่ที่ดินตามธรรมชาติเป็นดินทรายนปนตะกอน ดังเช่น พื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือของไทย ที่พบเห็นดินตะกอนปนทรายได้ทั่วไปที่ความลึกตั้งแต่ผิวดินถึงประมาณ 5-6 เมตร (Phien-wej, Pientong, & Balasubramaniam, 1992) หรือ พื้นที่ส่วนกลางของภาคตะวันตกของไต้หวัน (Huang et al., 2004) เป็นต้น

K. H. Roscoe et al., 1963 ได้เสนอแบบจำลองดิน Cam Clay ที่เป็นแบบจำลองดินประเภท Elastoplastic โดยใช้หลักการของสถานะวิกฤต เพื่ออธิบายพฤติกรรมของดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติ (Normally Consolidated Clay) สำหรับดินเหนียวลอนดอน และ K. H. Roscoe and J. B. Burland, 1970 ประสบผลสำเร็จอย่างสูงในการปรับปรุงแบบจำลอง Cam Clay โดยใช้ชื่อใหม่ว่า

Modified Cam Clay (MCC) และหลังจากนั้นก็มีการวิจัยจำนวนมากได้นำแบบจำลองทั้งสองนี้ไปพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้มีขีดความสามารถในการอธิบายพฤติกรรมของดินเหนียวต่าง ๆ ได้มากขึ้น หรืออธิบายของดินชนิดอื่นนอกจากดินเหนียวได้ เช่น ดินเหนียวอัดตัวคายน้ำมากกว่าปกติ (Overconsolidated Clay) (Pestana & Whittle, 1999; Whittle & Kavvas, 1994; Y. Yao, Hou, & Zhou, 2008b) ดินเหนียวมีคุณสมบัติไม่เท่ากันทุกทิศทาง (Anisotropic Clay) (Pestana & Whittle, 1999; Whittle & Kavvas, 1994) ดินเหนียวโครงสร้างแบบต่าง ๆ (Horribulsuk et al., 2010; Huang et al., 2004; Suebsuk et al., 2011) ดินเหนียวและดินทราย (Pestana & Whittle, 1999; Y. P. Yao, Sun, & Matsuoka, 2008) โดยแบบจำลองเหล่านี้รวมเรียกเป็นกลุ่มว่า Cam Clay Model Family ในการพัฒนาแบบจำลองดินต่าง ๆ ขึ้นมา ผู้วิจัยมักตรวจสอบความแม่นยำของผลการคาดการณ์จากแบบจำลองที่เสนอขึ้นด้วยผลการทดลองแรงอัดสามแกนที่มีคุณภาพสูง ดังนั้นงานวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองดินต่าง ๆ นอกจากให้แบบจำลองดินใหม่ ๆ แล้วยังนำเสนอผลการทดลองแรงอัดสามแกนที่มีคุณภาพสูงด้วย

แบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทรายเริ่มมีการพัฒนามากขึ้นทั้งนี้อาจเนื่องจากความจำเป็นดังได้กล่าวมาแล้ว C. S. Chang & Hicher, 2005 ได้พัฒนาแบบจำลองสำหรับดินเม็ดหยาบขึ้น และ Ching S. Chang & Yin, 2011 ได้พัฒนาแบบจำลองของ C. S. Chang & Hicher, 2005 ให้สามารถอธิบายพฤติกรรมของดินทรายที่มีดินตะกอนปนได้ และนอกจากนี้ Yin, Zhao, & Hicher, 2014 ก็ได้เสนอแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบมากขึ้นทั้งดินทรายปนดินตะกอน (มีดินทรายมากกว่า) และดินตะกอนปนทราย (มีดินตะกอนมากกว่า) แต่ทว่าแบบจำลองทั้งสามที่กล่าวมานี้ ถึงแม้ว่าจะเป็นแบบจำลองประเภท Elastoplastic แต่แบบจำลองในกลุ่มนี้ได้จำลองพฤติกรรมของดินในระดับอนุภาค (Microscopic) กล่าวคืออธิบายความสัมพันธ์ของแรงระหว่างอนุภาคและการเคลื่อนตัวในระดับเม็ดดิน ซึ่งจากการเปรียบเทียบผลการทดลองและการคาดการณ์จากแบบจำลองในงานวิจัยดังกล่าว พบว่ามีความแม่นยำพอสมควร แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากเป็นแบบจำลองในระดับอนุภาคของเม็ดดิน จึงทำให้เกิดตัวแปรสำหรับแบบจำลองดินที่แปลกใหม่ และบางที่ไม่อาจหาได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการทั่วไป ซึ่งไม่เหมือนกับแบบจำลองในระดับ Macroscopic ที่สามารถหาพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองจากการทดลองในห้องปฏิบัติการทั่วไปเช่น การทดลองแรงอัดสามแกน การทดลองอัดตัวคายน้ำ เป็นต้น ดังนั้นหากมีการพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทราย ในระดับ Macroscopic ขึ้นมาก็จะทำให้การวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพีในพื้นที่ที่เป็นดินตะกอนปนทรายทำได้ง่ายขึ้นและได้ผลเฉลยที่มีความถูกต้องมากขึ้น

การศึกษานี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดินสำหรับดินตะกอนปนทรายในระดับ Macroscopic โดยใช้หลักการของสถานะวิกฤต เช่นเดียวกับแบบจำลองใน



ตระกูล Cam Clay และเพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้จริงในทางปฏิบัติ แบบจำลองจะต้องใช้พารามิเตอร์ที่สามารถทดลองได้จากห้องปฏิบัติการทั่วไปและมีจำนวนพารามิเตอร์ไม่มากเกินไป

## 1.2 วัตถุประสงค์

การศึกษานี้มุ่งพัฒนาแบบจำลองดินสำหรับดินตะกอนปนทรายโดยใช้หลักการสถานะวิกฤติ (Critical State Soil Mechanics) ในระดับมาโคร ผู้วิจัยตั้งใจที่จะไม่เพียงพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทรายเท่านั้น ยังมีความตั้งใจที่จะให้แบบจำลองที่พัฒนาไม่ซับซ้อนจนเกินไป มีจำนวนพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองไม่มากเกินไปและสามารถทดลองหาค่าได้จากห้องปฏิบัติการทั่วไป ดังนั้นวัตถุประสงค์ของงานวิจัยเพื่อ

1.2.1 พัฒนาแบบจำลองดินสำหรับดินตะกอนปนทรายในระดับมาโคร โดยใช้หลักการของสถานะวิกฤติ และใช้จำนวนพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองไม่มากเกินไปที่สามารถทดสอบได้จากห้องปฏิบัติการปฐพีกลศาสตร์ทั่วไป

1.2.2 ทดสอบดินตะกอนปนทรายเพื่อให้สามารถหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองดินที่พัฒนาได้และเปรียบเทียบผลการทดสอบกับแบบจำลอง

## 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองประกอบด้วย ทฤษฎีพลาสติกซิตี ร่วมกับหลักการของสถานะวิกฤติ ขอบเขตของงานวิจัย

1.3.1 พัฒนาแบบจำลองในระดับมาโคร (Macroscopic model)

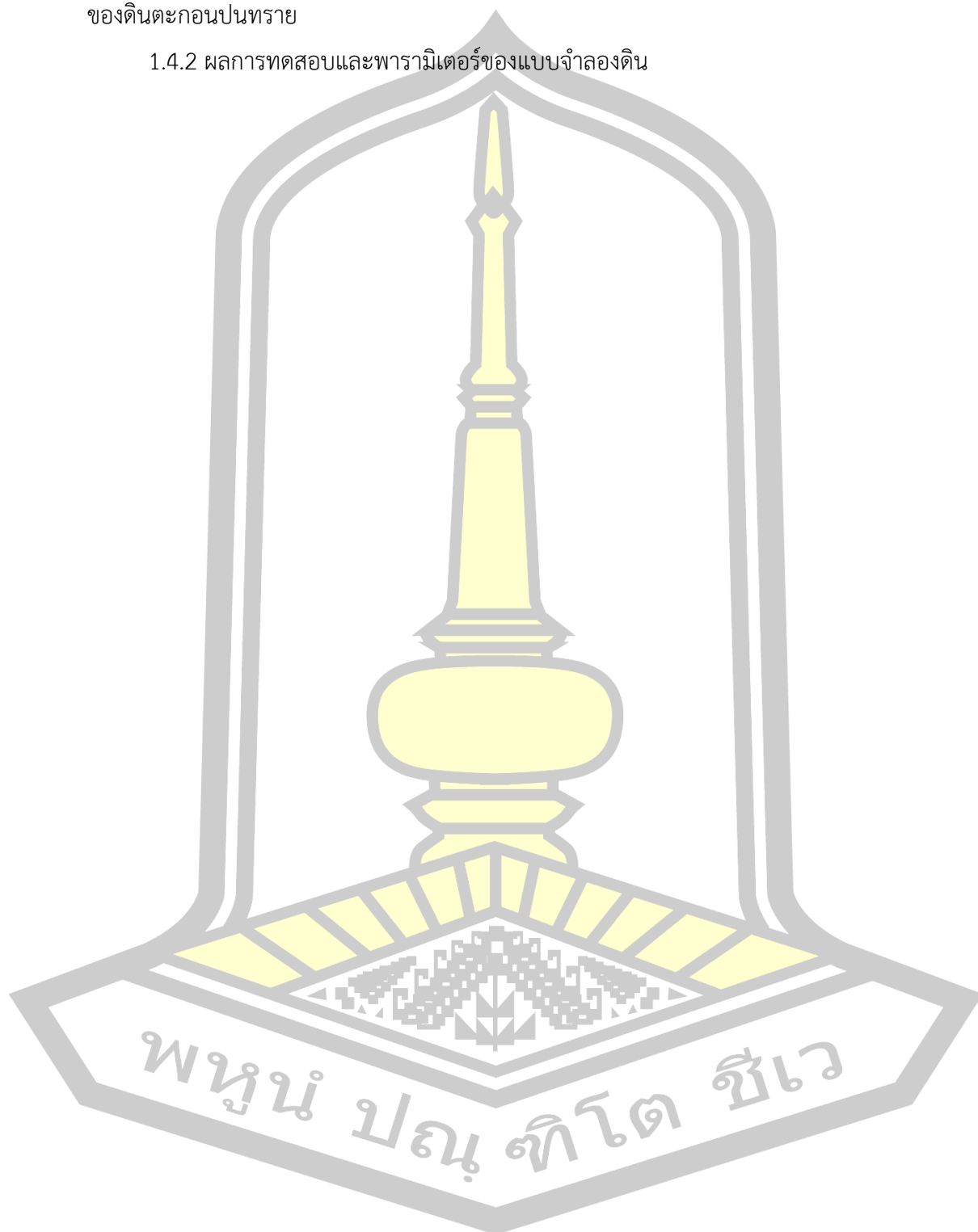
1.3.2 พัฒนาแบบจำลองประเภท Elastoplastic และหลักการสถานะวิกฤติ เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น-ความเครียด ของดินตะกอนปนทราย

1.3.3 ทดสอบดินทรายเป็นดินตะกอนในอัตราส่วนระหว่างดินตะกอนเป็น 0:100 50:50 และ 100:0

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 สมการต่าง ๆ ประกอบกันเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น – ความเครียด  
ของดินตะกอนปนทราย

1.4.2 ผลการทดสอบและพารามิเตอร์ของแบบจำลองดิน



## บทที่ 2

### ปริทัศน์เอกสารข้อมูล

ในบทนี้จะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องในการพัฒนาแบบจำลองดิน (Constitutive Law) ได้แก่ ส่วนแรกที่เกี่ยวข้องกับนิยามของความเค้น (Stress) ความเครียด (Strain) (DAS, 2014; Karl Terzaghi, 1996) และส่วนที่สองเกี่ยวกับทฤษฎีพลาสติกซิตี อันได้แก่เนื้อหาเกี่ยวกับ สมการพื้นฐานของความเค้น - ความเครียด กฎการไหล (Flow Rule) ของดินในสภาพพลาสติก กฎการสอดคล้อง (Consistency Rule) (W.F. Chen, 1985) นอกจากนี้ยังมีสรุปเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองด้วย

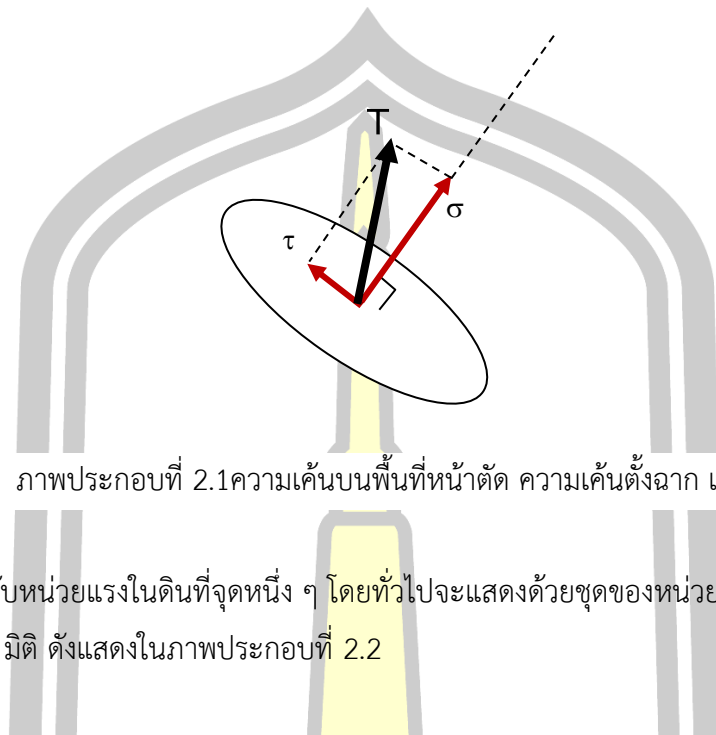
#### 2.1 ความเค้น (Stress)

2.1.1 ความเค้นในระบบพิกัด 3 มิติ (Cartesian Stress) ความเค้น หรือ หน่วยแรง (Stress) ซึ่งนิยามมาจากแรงที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังแสดงในสมการที่ 2.1

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2.1)$$

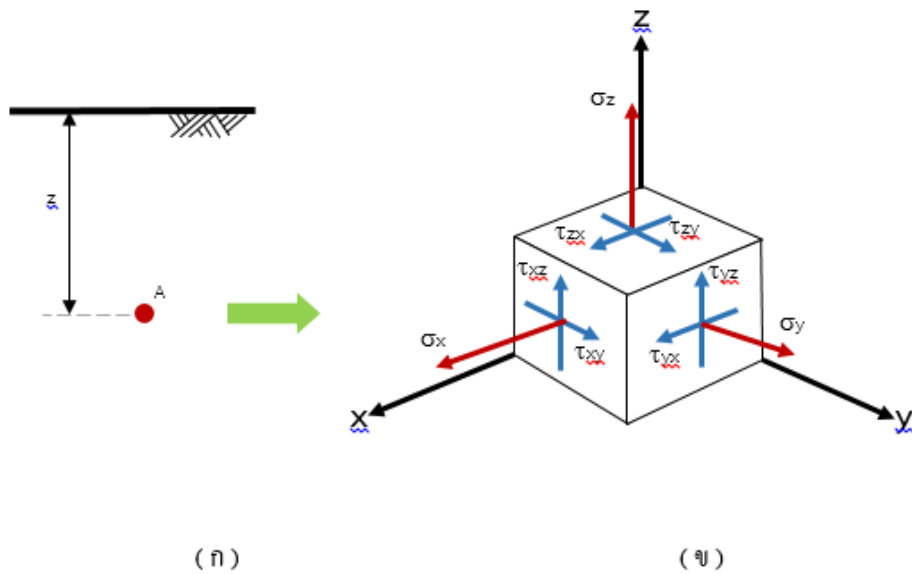
เมื่อ  $\sigma$  คือ ความเค้น หรือ หน่วยแรง  
 $P$  คือ แรงที่กระทำต่อพื้นที่  
 $A$  คือ พื้นที่ที่แรงกระทำ

สำหรับหน้าตัดหนึ่ง ๆ ที่มีความเค้นเกิดขึ้น ตามหลักการทางกลศาสตร์ก็มักจะนิยามความเค้นที่อยู่บนพื้นผิวนั้นเป็น 2 ลักษณะคือ ความเค้นที่ตั้งฉากกับพื้นผิว (Normal Stress,  $\sigma$ ) และ ความเค้นที่อยู่บนผิวสัมผัส (Shear Stress,  $\tau$ ) ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.1



ภาพประกอบที่ 2.1 ความเค้นบนพื้นที่หน้าตัด ความเค้นตั้งฉาก และความเค้นเฉือน

สำหรับหน่วยแรงในดินที่จุดหนึ่ง ๆ โดยทั่วไปจะแสดงด้วยชุดของหน่วยแรงที่อยู่บนพื้นผิวที่ตั้งฉากกันใน 3 มิติ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.2



ภาพประกอบที่ 2.2 หน่วยแรงในดินในระบบแกน 3 มิติ

จากภาพประกอบที่ 2.2 จะได้ว่าหน่วยแรงที่สมบูรณ์แบบของดินจุดหนึ่งจะประกอบไปด้วยหน่วยแรงถึง 9 ค่า คือ หน่วยแรงตั้งฉาก 3 ค่า ( $\sigma_x$   $\sigma_y$  และ  $\sigma_z$ ) และหน่วยแรงเฉือน 6 ค่า ( $\tau_{xy}$

$\tau_{yx}$   $\tau_{yz}$   $\tau_{zy}$   $\tau_{zx}$  และ  $\tau_{xz}$ ) ซึ่งสามารถเขียนปริมาณทั้ง 9 รวมกันเป็นหน่วยแรงเดียว ในลักษณะที่เรียกว่าเทนเซอร์ได้ดังแสดงในสมการที่ 2.2

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

จากสมการที่ 2.2 ถ้าดินอยู่ในสภาวะสมดุลต่อการเลื่อน ( $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$  และ  $\sum F_z = 0$ ) และสมดุลต่อการหมุน ( $\sum M_x = 0$ ,  $\sum M_y = 0$  และ  $\sum M_z = 0$ )

ซึ่งจะทำให้  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$   $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  และ  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$  ดังนั้นจะสามารถแทนที่ความเค้นของดิน ณ จุด ๆ หนึ่งด้วยเทนเซอร์  $\{\sigma\}$  ที่ประกอบด้วยหน่วยแรงที่แตกต่างกันเพียง 6 ค่า ดังสมการที่ 2.3

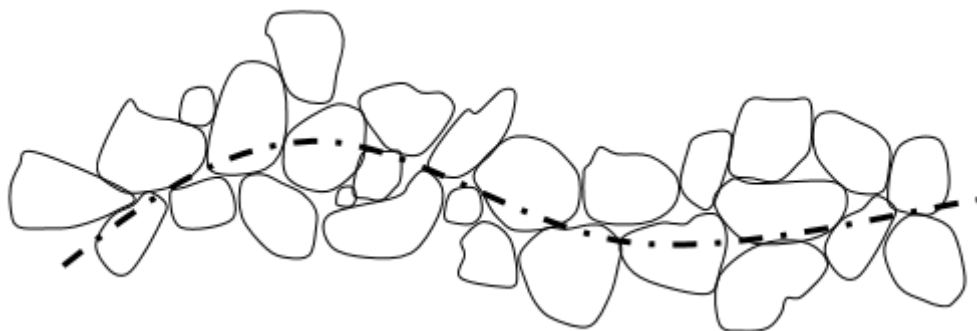
$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

และความเครียด (Strain) ที่สอดคล้องกับหน่วยแรงในสมการที่ 2.3 สามารถเขียนได้ ดังสมการที่ 2.4

$$\{\varepsilon\} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

### 2.1.2 ความเค้นรวมและความเค้นประสิทธิผล

เนื่องจากดินเป็นวัสดุที่มีลักษณะเป็นเม็ด (Grain) ซึ่งโดยธรรมชาติจะมีช่องว่าง (Void) หรือโพรง (Pore) ระหว่างเม็ดดินต่อเนื่องกันปนไปกับเนื้อดิน ทำให้นอกจากอากาศแล้วน้ำยังสามารถเข้าไปอยู่ในโพรงระหว่างเม็ดดินได้ด้วย สำหรับหน้าตัดหนึ่งในมวลดินจะต้องประกอบด้วยส่วนที่เป็นเนื้อดิน (Solid) และส่วนที่เป็นโพรง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.3



ภาพประกอบที่ 2.3 ช่องว่างที่แทรกอยู่ระหว่างเม็ดดิน

นอกจากนี้ หากดินมีการอิ่มตัวด้วยน้ำ (โพรงเต็มไปด้วยน้ำและไม่มีอากาศอยู่ในโพรง) ก็จะทำให้ความเค้นที่เกิดขึ้นทั้งหมด (Total Stress,  $\sigma$ ) ต่อหน้าตัดดินหนึ่ง ๆ แบ่งออกเป็นสองส่วนตามสมการของ Terzaghi คือหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเนื้อเม็ดดิน ซึ่งเรียกว่าหน่วยแรงประสิทธิผล (Effective Stress,  $\sigma'$ ) และหน่วยแรงที่เกิดขึ้นของน้ำในโพรง (Pore Water Pressure,  $u$ ) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\sigma = \sigma' + u \quad (2.5)$$

เมื่อ

- $\sigma$  คือ ความเค้นรวม (Total Stress)
- $\sigma'$  คือ ความเค้นประสิทธิผล (Effective Stress)
- $u$  คือ แรงดันโพรง (Pore Water Pressure)

### 2.1.3 หน่วยแรงเชิงปริมาตร และหน่วยแรงเบี่ยงเบน

ในหลาย ๆ สถานการณ์ เพื่อให้ง่ายต่อการจำลองพฤติกรรมของดิน และสามารถให้เห็นภาพประกอบได้ง่าย ความเค้นในสมการที่ 2.3 และความเครียดในสมการที่ 2.4 จึงมักจะถูกแปลงเป็นปริมาณเชิงปริมาตร (Volumetric Quantity) และ ปริมาณเบี่ยงเบน (Deviatoric Quantity)

ความเค้นเชิงปริมาตร (Volumetric Stress) คือความเค้นที่จะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลง ปริมาตรของดินได้ ซึ่งโดยทั่วไปคำนวณจากหน่วยแรงที่เฉลี่ยจากหน่วยแรงตั้งฉากที่หน้าตัดทั้ง 3 ของ ดินในภาพประกอบที่ 2.2 (ข) ซึ่งอาจแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sigma_p$  ดังนี้

$$\sigma_p = p \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad p = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \right) \quad (2.6)$$

ความเค้นเบี่ยงเบน (Deviatoric Stress) หากพิจารณาว่าความเค้น  $\{\sigma\}$  ตามสมการที่ 2.2 ประกอบไปด้วยสองส่วนรวมกัน คือความเค้นเชิงปริมาตร  $\sigma_p$  และความเค้นเบี่ยงเบน  $\{s\}$  ดังนั้น ความเค้นเบี่ยงเบนจึงเป็นความเค้นส่วนที่เหลือเมื่อนำ ความเค้นเชิงปริมาตรในสมการที่ 2.6 หักออกจากความเค้นในสมการที่ 2.2 ดังนี้

$$\{s\} = \begin{Bmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_y & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} - p \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

หรือ

$$\{s\} = \begin{Bmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_y & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\sigma_x - p) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - p) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - p) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

หรือ เขียนให้กะทัดรัดขึ้น จะได้ว่า

$$\{s\} = \{\sigma\} - p\{\delta\} \quad (2.9)$$

เมื่อ

$$\{\delta\} \text{ คือ Kronecker's delta} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

จากสมการที่ 2.7 – 2.9 ทำให้ได้ความหมายทางกายภาพของความเค้นเบี่ยงเบน ก็คือความเค้นส่วนที่เหลือจากการหักผลเนื่องจาก  $\sigma_p$  หรือความเค้นเชิงปริมาตรไปแล้วนั่นเอง ดังนั้น ความเค้นเบี่ยงเบนจึงมีผลต่อเฉพาะการเฉือนของดินเท่านั้น หรืออาจเรียกว่า Pure Shear Stress ซึ่งเป็น

ปริมาณที่มี 9 เอลิเมนต์หรือเรียกว่าเทนเซอร์ สำหรับขนาดหรือสเกลาร์ (Scalar) ของความเค้น เบี่ยงเบนสามารถหาได้ดังสมการที่ 2.11

$$|s| = \sqrt{s \cdot s} \quad (2.11a)$$

$$= \sqrt{(\sigma_x - p)^2 + (\sigma_y - p)^2 + (\sigma_z - p)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yx}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2} \quad (2.11b)$$

$$= \sqrt{(\sigma_x - p)^2 + (\sigma_y - p)^2 + (\sigma_z - p)^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{xz}^2 + 2\tau_{yx}^2} \quad (2.11c)$$

ความเค้นเฉือนสูงสุด  $q$  (Maximum Shear Stress,  $\tau_{\max}$ ) ซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์ที่มีความเชื่อมโยงกับความเค้นเบี่ยงเบน และหาได้จากสมการที่ 2.12

$$q = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right) s \cdot s} \quad (2.12a)$$

$$q = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right) [(\sigma_x - p)^2 + (\sigma_y - p)^2 + (\sigma_z - p)^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{xz}^2 + 2\tau_{yx}^2]} \quad (2.12b)$$

สำหรับความเค้นรวม  $\sigma$  หรือ  $\{\sigma\}$  ก็จะสามารถหาค่า  $p$  และ  $q$  ได้ตามสมการที่ 2.6 และสมการที่ 2.12 ตามลำดับ และในทำนองเดียวกัน ความเค้นประสิทธิผล  $\sigma'$  หรือ  $\{\sigma'\}$  ก็สามารถหา  $p'$  และ  $q'$  ได้ดังสมการที่ 2.13 และ 2.14 ตามลำดับ

$$p' = \left( \frac{\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z}{3} \right) \quad (2.13)$$

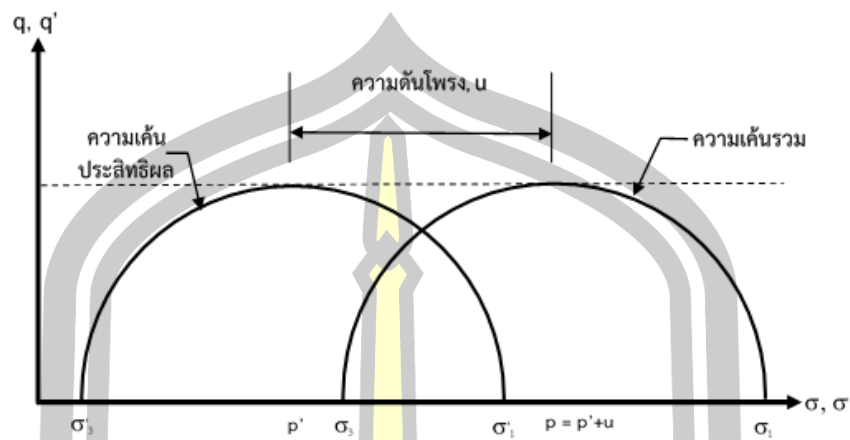
โดยที่  $q' = q \quad (2.14)$

จากความสัมพันธ์ของ ความเค้นรวม ความเค้นประสิทธิผล และแรงดันน้ำในสมการที่ 2.5 ทำให้สามารถหาค่าความเค้นเฉลี่ยประสิทธิผล  $p'$  (Effective Volumetric Stress) ได้ดังสมการที่ 2.15

$$p = p' + u \quad (2.15)$$

จากสมการที่ 2.14 และ สมการที่ 2.15 จะได้ว่าวงกลมมอร์ (Mohr's circle) ของความเค้นรวม ความเค้นประสิทธิผล และแรงดันน้ำดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.4





ภาพประกอบที่ 2.4 วงกลมมอร์ (Mohr's Circle) ของความเค้นรวม ความเค้นประสิทธิผล และแรงดันน้ำ

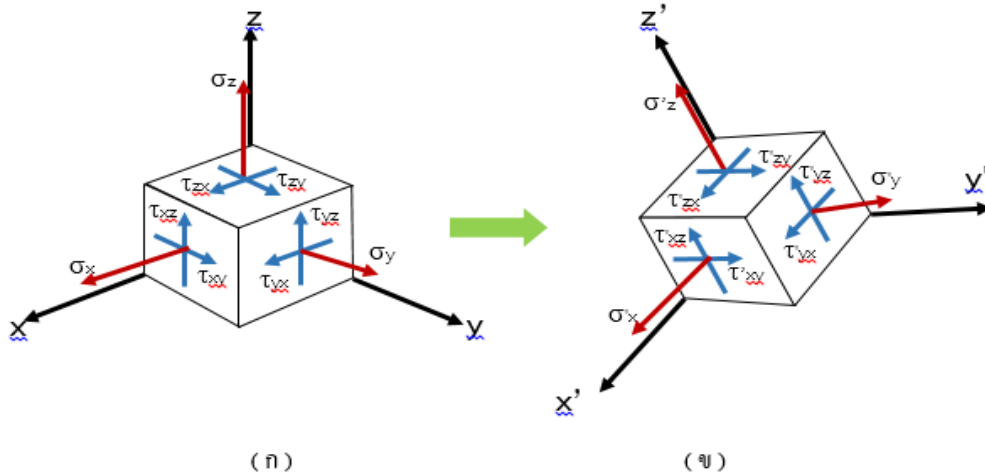
2.1.4 ค่าไม่ผันแปรของความเค้น (Stress Invariants)

สำหรับความเค้นของดินที่จุดหนึ่งดังในภาพประกอบที่ 2.2 ซึ่งแทนด้วยความเค้นชุดหนึ่งหรือเทนเซอร์ของความเค้นดังแสดงในสมการที่ 2.2 นั้น หากทำการหมุนแกน xyz ของดินจุดเดียวกันนี้ไปอยู่ในทิศทางอื่น เช่น ระบบพิกัด x'y'z' ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.5 จะทำให้ได้ปริมาณในสมการที่ 2.2 นั้นเปลี่ยนไปจาก  $\{\sigma\}_1$  ในภาพประกอบที่ 2.5(ก) เป็น  $\{\sigma\}_2$  ในภาพประกอบที่ 2.5 (ข) โดยที่

$$\{\sigma\}_2 = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix}_2 \tag{2.16}$$

หรือ

$$\{\sigma\}_2 = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}_2 \tag{2.17}$$



ภาพประกอบที่ 2.5 การหมุนหน่วยแรงจากระบบพิกัด xyz ไประบบพิกัด x'y'z'

ในการหมุนความเค้นลักษณะดังกล่าวนี้จะมีปริมาณที่เกี่ยวข้องเนื่องจากเทนเซอร์ความเค้น  $\{\sigma\}$  อยู่ชุดหนึ่ง ที่ไม่ว่าจะหมุนระบบพิกัด xyz ไปในทิศทางใดก็ตามก็จะมีค่าคงที่เสมอ ซึ่งเรียกดัวยแปรดังกล่าวว่า ค่าไม่ผันแปรของความเค้น (Stress Invariants) ซึ่งได้แก่  $I_1$   $I_2$  และ  $I_3$  และเรียก  $I_1$   $I_2$  และ  $I_3$  ว่า ค่าไม่ผันแปรที่ 1 ค่าไม่ผันแปรที่ 2 และ ค่าไม่ผันแปรที่ 3 ตามลำดับ และหาค่าได้จากสมการที่ 2.18 - 2.20

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \tag{2.18}$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_z & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \sigma_x \end{vmatrix} \tag{2.19a}$$

$$= \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \tag{2.19b}$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \tag{2.20a}$$

$$= \sigma_x \sigma_y \sigma_z - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 - 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} \tag{2.20b}$$

นอกจากนี้ ในการหมุนเทนเซอร์ความเค้น  $\{\sigma\}$  ก็จะทำให้เทนเซอร์ความเค้นเบี่ยงเบน  $\{s\}$  ในสมการที่ 2.8 เปลี่ยนแปลงด้วยเช่นกัน และก็มีค่าไม่ผันแปรของความเค้นเบี่ยงเบน  $J_1$   $J_2$  และ  $J_3$

ซึ่งหมายความว่า ไม่ว่าจะหมุนเทนเซอร์ความเค้น  $\{\sigma\}$  ไปในทิศทางใดก็ตาม ถึงแม้ว่าเทนเซอร์ความเค้นเบี่ยงเบน  $\{s\}$  จะเปลี่ยนไป แต่ค่าไม่แปรผันของความเค้นเบี่ยงเบน  $J_1$ ,  $J_2$  และ  $J_3$  ก็จะมีค่าคงที่เสมอ และสามารถหาค่าได้จากสมการที่ 2.21 – 2.23

$$J_1 = s_x + s_y + s_z \quad (2.21)$$

$$J_2 = \begin{vmatrix} s_x & s_{xy} \\ s_{yx} & s_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} s_y & s_{yz} \\ s_{zy} & s_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} s_z & s_{zx} \\ s_{xz} & s_x \end{vmatrix} \quad (2.22a)$$

$$= s_x s_y + s_y s_z + s_z s_x - s_{xy}^2 - s_{yz}^2 - s_{zx}^2 \quad (2.22b)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_y & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_z \end{vmatrix} \quad (2.23a)$$

$$= s_x s_y s_z - s_x s_{yz}^2 - s_y s_{zx}^2 - s_z s_{xy}^2 - 2s_{xy} s_{yz} s_{zx} \quad (2.23b)$$

จากสมการที่ 2.6 และสมการที่ 2.18 จะได้ว่า  $p$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าไม่แปรผันของความเค้นที่ 1 ได้ ดังสมการที่ 2.24 และเนื่องจากความเค้นเบี่ยงเบนมีผลต่อหน่วยแรงเฉือน ดังนั้น ค่าไม่แปรผันของความเค้นเบี่ยงเบน ก็จะมีความสัมพันธ์กับหน่วยแรงเฉือนสูงสุด ( $q = \tau_{\max}$ ) ด้วย ซึ่งคำนวณได้สมการที่ 2.25

$$p = \frac{J_1}{3} \quad (2.24)$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad (2.25)$$

จะเห็นว่า ตัวแปร  $p$  และ  $q$  นั้นมีความสำคัญในการแสดงลักษณะแทนความเค้นที่จุดหนึ่ง ๆ ได้ง่ายกว่าเทนเซอร์ความเค้นในสมการที่ 2.2 ซึ่งมีความเค้นถึง 9 ค่า นอกจากนี้  $p$  ยังมีความหมายเชื่อมโยงถึงพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงปริมาตรของดิน และ  $q$  เชื่อมโยงกับพฤติกรรมเฉือนของดินได้ ดังนั้นทั้ง  $p$  และ  $q$  จึงเป็นที่นิยมใช้ในการพัฒนาแบบจำลองสำหรับดิน จากความเท่ากันของสมการที่ 2.12a และ สมการที่ 2.25 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเบี่ยงเบนและค่าไม่แปรผันของความเค้นเบี่ยงเบนที่ 2 ดังแสดงในสมการที่ 2.26

$$J_2 = \frac{1}{2} s \cdot s \quad (2.26)$$

### 2.1.5 ความเค้นหลัก (Principal Stress)

ในกรณีที่การหมุนแกนทำให้ความเค้นเปลี่ยนไปจนกระทั่งความเค้นเฉือนทุกกระนาบเป็นศูนย์หมดทุกค่า ( $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0$ ) และคงเหลือเฉพาะความเค้นตั้งฉาก ในสภาพเช่นนี้จะเรียกหน่วยแรงตั้งฉากทั้ง 3 ว่า หน่วยแรงหลัก (Principal Stresses) และใช้สัญลักษณ์แทนหน่วยแรงหลักทั้งสามเป็น  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  โดยที่  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  และ

$\sigma_1$  คือ หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุดที่เกิดขึ้น (Major Principal Stress)

$\sigma_3$  คือ หน่วยแรงตั้งฉากต่ำที่สุดที่เกิดขึ้น (Minor Principal Stress)

$\sigma_2$  คือ หน่วยแรงตั้งฉากที่มีค่าอยู่ระหว่าง  $\sigma_1$  และ  $\sigma_3$  (Intermediate Principal Stress)

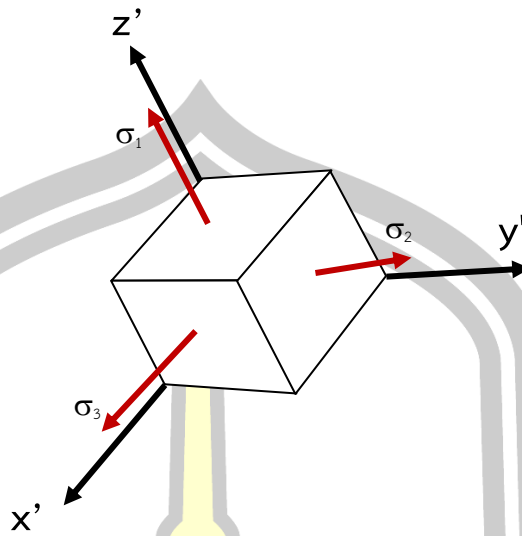
ภาพประกอบที่ 2.6 แสดงการหมุนแกนของความเค้นจนเกิดหน่วยแรงเฉือนทุกค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด และหน่วยแรงตั้งฉากที่เหลือคือหน่วยแรงหลักทั้งสาม สภาพะความเค้นในภาพประกอบที่ 2.6 สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ความเค้นได้ดังสมการที่ 2.27

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

หรือเขียนเป็น

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

พหุบัน ปณ ทิโต ชีเว



ภาพประกอบที่ 2.6 ความเค้นหลัก (Principal Stress)

จากภาพประกอบที่ 2.6 เป็นสภาวะที่ไม่มีหน่วยแรงเฉือน แต่ค่าไม่แปรผันของความเค้นย่อมต้องมีเท่าเดิม ดังนั้นสามารถหาค่า  $I_1$  และค่าความเค้นเฉลี่ย  $p$  ได้ดังแสดงในสมการที่ 2.29 และสมการ 2.30 ตามลำดับ

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.29)$$

$$p = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.30)$$

เนื่องจากความเค้นหลักจะอยู่บนระบบพิกัดหรือแกนที่หมุนไปจนกระทั่งไม่เกิดหน่วยแรงเฉือน ดังนั้นการคำนวณหาค่าหน่วยแรงหลักทั้งสามค่านี้ ทำได้โดยหาค่าดีเทอร์มิแนนท์ (Determinant) ของเมตริกซ์ความเค้นเบี่ยงเบน  $\{s\}$  แล้วกำหนดให้มีค่าดีเทอร์มิแนนท์เป็นศูนย์ ดังนี้

$$\det(s) = \begin{vmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_y & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\sigma_x - p) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - p) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - p) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.31)$$

จากสมการที่ 2.28 ค่า  $p$  สามารถหาได้จากความเค้นหลักทั้งสาม ดังนั้น เราสามารถใช้  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  แทนค่า  $p$  ในสมการที่ 2.29 ได้ และเนื่องจาก  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  ยังไม่ทราบค่าตอบ

และเพื่อให้หาค่าได้ จึงกำหนดค่า  $\sigma$  ซึ่งเป็นตัวแทนของ  $\sigma_1$   $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  เข้าไปในสมการที่ 2.29 ดังนี้

$$\begin{vmatrix} (\sigma x - \sigma) & \tau y & \tau z \\ \tau y & (\sigma y - \sigma) & \tau z \\ \tau x & \tau y & (\sigma z - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.32)$$

ในการหา  $\sigma_1$   $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  จากสมการที่ 2.32 ซึ่งจะได้ว่า การหาความเค้นหลักทั้งสามก็คือ ราก (root) ทั้งสามของสมการที่ 2.33

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.33)$$

ผลเฉลยของสมการกำลังสาม ในสมการ 2.31 สามารถหาได้จาก Analytical close form (Howard C. Mcallister, 1997) ดังแสดงในสมการที่ 2.34 – 2.40

$$P = \frac{1}{3}I_2 + \frac{1}{9}(I_1)^2 \quad (2.34)$$

$$Q = \frac{1}{6}(3I_3 - I_1I_2) + \frac{1}{27}(I_1)^3 \quad (2.35)$$

$$R = \left(Q + (P^3 + Q^2)^{1/2}\right)^{1/3} \quad (2.36)$$

$$S = \left(Q - (P^3 + Q^2)^{1/2}\right)^{1/3} \quad (2.37)$$

$$\sigma_1 = (R + S) + \frac{I_1}{3} \quad (2.38)$$

$$\sigma_2 = -\frac{1}{2}(R + S) + \frac{I_1}{3} + \frac{i\sqrt{3}}{2}(R - S) \quad (2.39)$$

$$\sigma_3 = -\frac{1}{2}(R + S) + \frac{I_1}{3} - \frac{i\sqrt{3}}{2}(R - S) \quad (2.40)$$

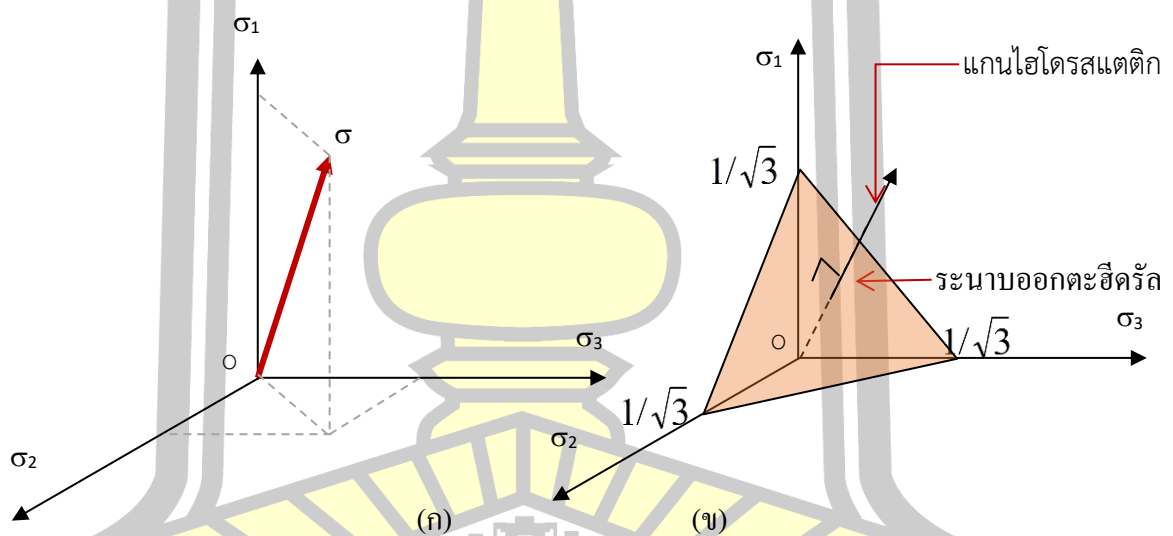
โดยที่  $i = \sqrt{-1}$  และ  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

หน่วยแรงหลัก  $\sigma_1$   $\sigma_2$  และ  $\sigma_3$  ในสมการที่ 2.27 หรือ 2.28 สามารถอธิบายความเค้นที่สถานะหนึ่ง ได้ครบถ้วนเช่นเดียวกับความเค้นในสมการที่ 2.2 และง่ายในการนำไปใช้เช่นเดียวกับการใช้ p

กับ  $q$  ในสมการ 2.24 - 2.25 เนื่องจาก จำนวนความเค้นไม่มากเกินไป ดังปรากฏในหลายแบบจำลอง ที่นิยมใช้  $(p, q)$  หรือ  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  ในการสร้างสมการของพื้นผิวคราก

### 2.1.6 แกนไฮโดรสแตติก และระนาบออกตะฮีดรัล (Hydrostatic axis & Octahedral Plane)

เพื่อความสะดวกในการนำเสนอหรือการกล่าวอ้างถึงความเค้นหนึ่ง ๆ โดยทั่วไปก็จะใช้ระบบ พิกัดแกนความเค้นหลักดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.7(ก) และบนระบบพิกัดแกนของหน่วยแรกหลัก นี้ สามารถนิยามระนาบที่ชื่อว่าระนาบออกตะฮีดรัล (Octahedral Plane) ได้ว่าระนาบที่มีเวกเตอร์ ตั้งฉากเป็นเส้นตรงที่มีระยะห่างจากแกนของหน่วยแรงหลักทั้งสามเท่ากัน หรือ  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  และมี เวกเตอร์หนึ่งหน่วยของระนาบออกตะฮีดรัลคือ  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$  ซึ่งระนาบออกตะฮีดรัลจะมี ทั้งหมด 8 หน้าตามอกแดนท์ (Octant) ทั้ง 8



ภาพประกอบที่ 2.7 หน่วยแรงบนระบบพิกัดของหน่วยแรงหลัก

ตั้งฉากของระนาบออกตะฮีดรัลนี้ มีชื่อเรียกว่า แกนไฮโดรสแตติก (Hydrostatic Axis) สำหรับ เวกเตอร์ที่ใช้แทนความเค้นหนึ่ง สามารถแยกพิจารณาเป็นสองส่วนได้เช่นเดียวกับการแยกความเค้น เป็น ความเค้นเชิงปริมาตร  $p$  และความเค้นเบี่ยงเบน  $q$  ได้ดังนี้คือ ถ้าเวกเตอร์  $OB$  แทนเวกเตอร์สำหรับความเค้นหนึ่ง บนระบบพิกัดแกนหน่วยแรงหลักสามารถแทนได้ด้วยเวกเตอร์  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  จะสามารถแยกออกเป็นสองส่วน คือ เวกเตอร์  $OA$  ที่อยู่บนแกนไฮโดรสแตติก  $(\sigma_{oct})$  และเวกเตอร์  $AB$  คือส่วนที่อยู่บนระนาบออกตะฮีดรัล  $(\tau_{oct})$  ได้ ดังแสดงในภาพประกอบที่

2.8 และค่าของ  $\sigma_{oct}$  และ  $\tau_{oct}$  ก็คือความยาวของเวกเตอร์  $OA$  และ  $AB$  ตามลำดับ ซึ่งหาค่าได้จากสมการที่ 2.41 - 2.42

$$\sigma_{oct} = OB \cdot OA = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad (2.41a)$$

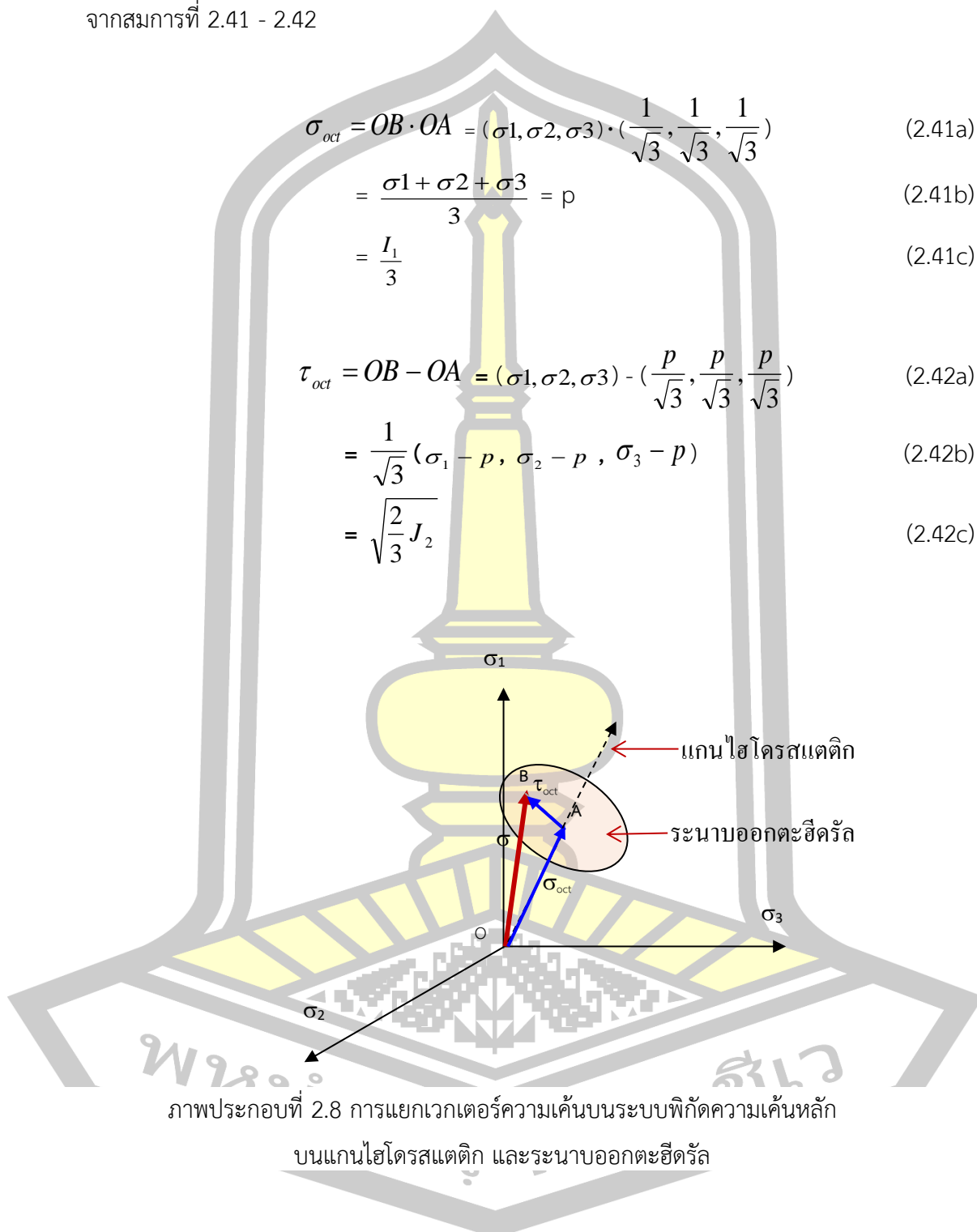
$$= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = p \quad (2.41b)$$

$$= \frac{I_1}{3} \quad (2.41c)$$

$$\tau_{oct} = OB - OA = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - \left(\frac{p}{\sqrt{3}}, \frac{p}{\sqrt{3}}, \frac{p}{\sqrt{3}}\right) \quad (2.42a)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 - p, \sigma_2 - p, \sigma_3 - p) \quad (2.42b)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 \quad (2.42c)$$



ภาพประกอบที่ 2.8 การแยกเวกเตอร์ความเค้นบนระบบพิกัดความเค้นหลัก

บนแกนไฮโดรสแตติก และระนาบออกตะฮีดรัล

ประโยชน์ของการแยกพิจารณาเวกเตอร์ความเค้นเป็นสองส่วนคือ สามารถเชื่อมโยงเวกเตอร์ที่แตกไปบนแกนไฮโดรสแตติกกับพฤติกรรมเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงปริมาตรได้โดยตรง ซึ่งก็คือค่าความเค้นตั้งฉากเฉลี่ย  $p$  ดังแสดงได้จากสมการ 2.41b และปริมาณความเค้นที่อยู่บนระนาบออกตะฮีดรัลก็คือ



ความเค้นที่ไม่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงปริมาตรเลย และจะเกี่ยวข้องกับการเฉือนดังแสดงขนาด ด้วยความยาวของเวกเตอร์  $AB$

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดิน (Constitutive Soil Model)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดิน หรือ แบบจำลองดิน เป็นสมการหรือกลุ่มสมการที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น - ความเครียด หรือ ความเค้น - ความเครียด - กำลังของดินได้ แบบจำลองดินมีมากมายหลายแบบซึ่งถูกพัฒนาขึ้นจากนักวิจัยต่าง ๆ และสามารถจำแนกได้หลายแบบ เช่น จำแนกโดยพิจารณาประเภทของความเค้น จำแนกโดยใช้ลักษณะของความเครียด เป็นต้น

โดยทั่วไปแบบจำลองดินคือความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความเค้น  $\{\sigma\}$  และปริมาณความเครียด  $\{\varepsilon\}$  ซึ่งมี 2 แบบคือ

- 1) เมตริกซ์คอมไพลเอนซ์ (Compliance Matrix) โดยจะมีความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\} \quad (2.43)$$

โดยที่ C คือ เมตริกซ์คอมไพลเอนซ์ (Compliance Matrix)

- 2) เมตริกซ์สติฟเนส (Stiffness Matrix) โดยจะมีความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (2.44)$$

โดยที่ D คือ เมตริกซ์สติฟเนส (Stiffness Matrix) และ  $[D] = [C]^{-1}$

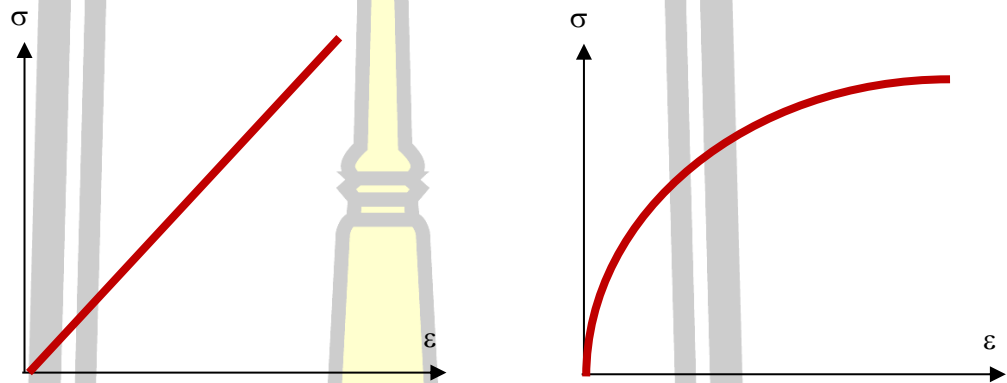
แบบจำลองดินสามารถจำแนกตามสภาพความเป็นอีลาสติก และพลาสติกได้ 3 แบบได้ ดังนี้

- 1) แบบจำลองอีลาสติก (Elastic Soil Model)
- 2) แบบจำลองอีลาสติก-พลาสติก (Elastic-Perfectly Plastic Soil Model)
- 3) แบบจำลองอีลาสโตพลาสติก (Elastoplastic Soil Model)

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.2.1 แบบจำลองดินแบบอีลาสติก (Elastic Soil Model) คือแบบจำลองดินที่กำหนดให้ดินเป็นวัสดุแบบอีลาสติก คือสามารถคืนรูปได้ทั้งหมดเมื่อนำแรงหรือหน่วยแรงที่กระทำออกไป ซึ่งมีทั้ง

แบบที่เป็นเส้นตรง เช่นแบบจำลอง Linear Isotropic Elastic (LIE) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ง่ายในการนำไปใช้และต้องการพารามิเตอร์เพียง 2 ตัวตามกฎของฮุก (Hook's Law) คือ โมดูลัสยืดหยุ่นของยัง E (Young's Modulus) และ อัตราส่วนปัวซอง  $\nu$  (Poisson's Ratio) ถึงจะมีความง่ายแต่เป็นที่ทราบกันว่าความสัมพันธ์ความเค้น - ความเครียดของดินไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นจึงมีผู้คิดค้นแบบจำลองอีลาสติกอีกแบบหนึ่งคือ แบบจำลองอีลาสติกที่ไม่เป็นเส้นตรง (Nonlinear Elastic soil model) สำหรับแบบจำลอง LIE นั้นสามารถเขียนเมทริกสติเฟนดั่งสมการที่ 2.45



(ก) Linear Isotropic Elastic model

(ข) Nonlinear Elastic model

ภาพประกอบที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดของแบบจำลองดินแบบอีลาสติก

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

นอกจากพารามิเตอร์ E และ  $\nu$  แล้วยังมีการใช้พารามิเตอร์อีลาสติกรูปแบบอื่นเช่น ค่าคงที่ของลามเม  $\lambda$  (Lame' Constant) กับ โมดูลัสยืดหยุ่นเฉือน G หรือ K กับ G ดังแสดงในสมการที่ 2.46 และ สมการที่ 2.47 ตามลำดับ และความสัมพันธ์ดังแสดงในตารางที่ 2.1

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4G}{3} & K - \frac{2G}{3} & K - \frac{2G}{3} & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2G}{3} & K + \frac{4G}{3} & K - \frac{2G}{3} & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2G}{3} & K - \frac{2G}{3} & K + \frac{4G}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์อีลาสติกแบบต่าง ๆ

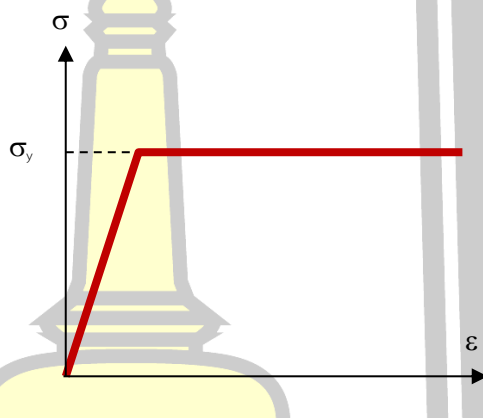
(“<http://kiska.giseis.alaska.edu>,” n.d.)

$E =$	$\frac{9KG}{3K + G}$	$2G(1 + \nu)$	$G \left( \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} \right)$	$3K(1 - 2\nu)$
$\nu =$	$\frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$	$\frac{\lambda}{(3K - \lambda)}$	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$\frac{3K - E}{6K}$
$\lambda =$	$K - \frac{2G}{3}$	$\frac{2G\nu}{(1 - 2\nu)}$	$3K \frac{\nu}{(1 + \nu)}$	$\frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$
$K =$	$\lambda + \frac{2G}{3}$	$G \left[ \frac{2(1 - \nu)}{3(1 - 2\nu)} \right]$	$\lambda \left( \frac{1 + \nu}{3\nu} \right)$	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$
$G =$	$\frac{3(K - \lambda)}{2}$	$\lambda \left( \frac{1 - 2\nu}{2\nu} \right)$	$3K \left( \frac{1 - 2\nu}{2 + 2\nu} \right)$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$

สำหรับแบบจำลองดินแบบอีลาสติกไม่เชิงเส้นจะมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นกว่าแบบเชิงเส้นมาก ซึ่งจะไม่กล่าวถึง ณ ที่นี้

### 2.2.2 แบบจำลองดินแบบ อีลาสติก-พลาสติก (Elastic-Perfectly Plastic Soil Model, EPP)

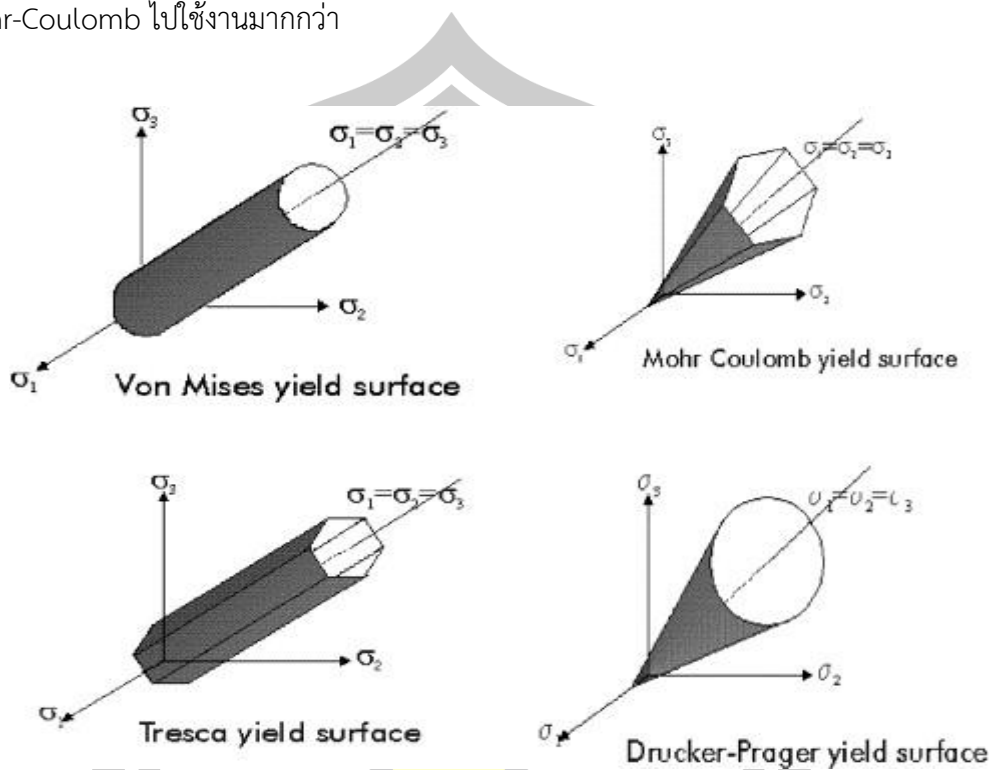
แบบจำลองอีลาสติก-พลาสติก กำหนดว่าดินเป็นอีลาสติกแบบเชิงเส้นในช่วงความเครียดช่วงหนึ่ง ถ้าเพิ่มความเครียดต่อไป ดินจะเกิดการคราก (Yield) และเมื่อดินเกิดการครากแล้วจะเปลี่ยนพฤติกรรมจากอีลาสติกเป็นพลาสติก ซึ่งในสภาพพลาสติกนี้ดินจะไม่สามารถคืนรูปร่างได้สมบูรณ์เมื่อนำแรงหรือความเค้นกระทำออกไป ค่าความเค้น ณ จุดที่ดินเปลี่ยนจากสภาวะอีลาสติกเป็นพลาสติกอย่างสมบูรณ์นั้นเรียกว่าความเค้นคราก (Yield Stress,  $\sigma_y$ ) ภาพประกอบที่ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น - ความเครียด ของดินตามแบบจำลองอีลาสติก - พลาสติก



ภาพประกอบที่ 2. 10 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด ของดินตามแบบจำลองอีลาสติก - พลาสติก

สำหรับแบบจำลองดินที่เป็นแบบอีลาสติก - พลาสติก ในสภาพ 3 มิติ จะมีกำหนดพื้นผิวที่จำกัดสภาพความเป็นอีลาสติก หรือพลาสติก ซึ่งก็คือพื้นผิวคราก (Yield Surface) โดยที่ความเค้นที่อยู่ภายในพื้นผิวครากจะแสดงพฤติกรรมเป็นแบบอีลาสติก และความเค้นที่อยู่บนพื้นผิวครากจะแสดงพฤติกรรมเป็นแบบพลาสติกสมบูรณ์แบบ ตัวอย่างพื้นผิวครากเช่น พื้นผิวครากของ Von-Mises, Tresca, Drucker-Prager และ Mohr-Coulomb แสดงในภาพประกอบที่ 2.12 จากภาพประกอบที่ 2.12 พื้นผิวครากแบบต่าง ๆ วาดบนระบบพิกัดแกนความเค้นหลัก  $\sigma_1, \sigma_2$  และ  $\sigma_3$  และจะเห็นได้ชัดเจนว่าพื้นผิวครากของ Von Mises และ Tresca นั้น พื้นผิวจะอยู่ห่างจากแกนไฮโดรสแตติกเท่ากันสำหรับความเค้นหลักเฉลี่ยค่าหนึ่ง หรือให้กำลังครากของดินเท่ากันสำหรับความเค้นเฉลี่ยหนึ่ง ๆ ซึ่งไม่สอดคล้องกับพฤติกรรมของดินนักที่กำลังจะแปรเปลี่ยนตามความเค้นเฉลี่ย สำหรับพื้นผิวครากของ Drucker-Prager และ Mohr-Coulomb นั้นพื้นผิวครากจะอยู่ห่างจากแกนไฮโดรสแตติกแบบแปรเปลี่ยนเชิงเส้นกับค่าความเค้นตั้งฉากเฉลี่ย นั่นคือกำลังขึ้นอยู่กับความเค้นตั้งฉากเฉลี่ย  $p$

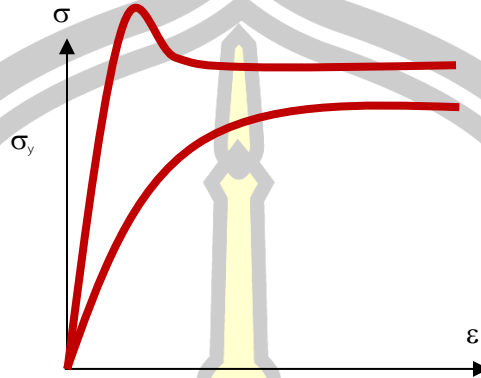
ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมของดินมากกว่า ซึ่งทำให้มีการพื้นผิวครากของ Drucker-Prager และ Mohr-Coulomb ไปใช้งานมากกว่า



ภาพประกอบที่ 2.11 พื้นผิวครากแบบต่าง ๆ สำหรับแบบจำลองดินแบบอีลาสติก - พลาสติก (Derradji-Aouat, 2003)

### 2.2.3 แบบจำลองอีลาสติกแบบ อีลาสโตพลาสติก (Elastoplastic Soil Model)

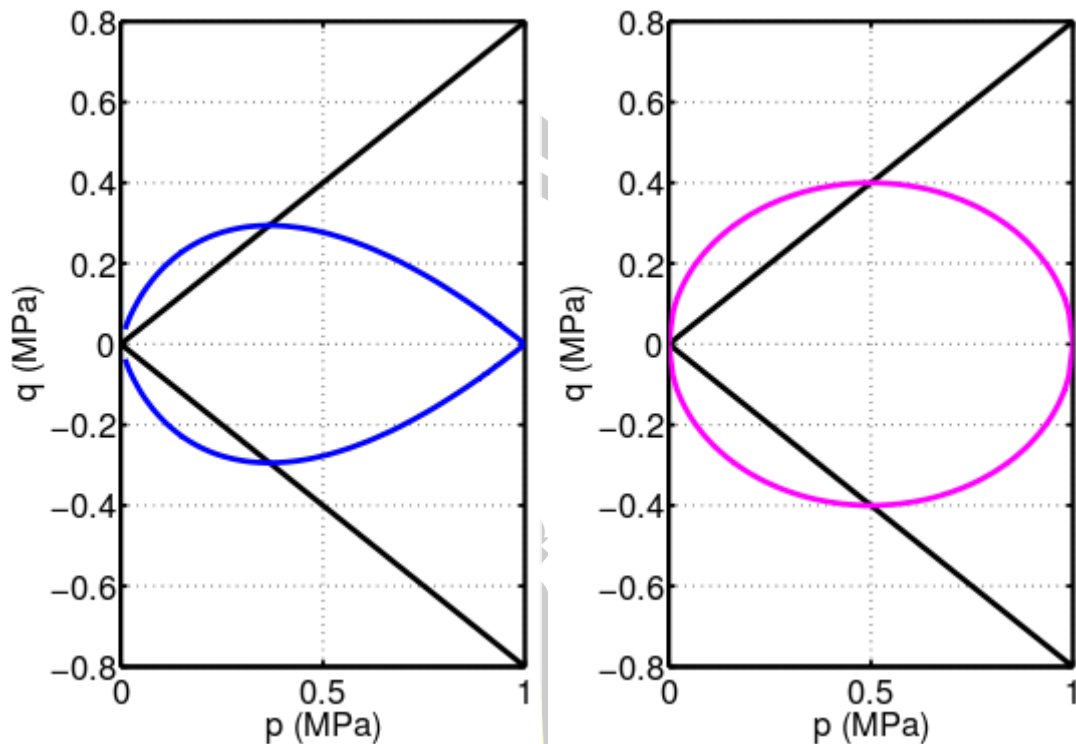
สำหรับแบบจำลองแบบอีลาสโตพลาสติกนั้น จะมีพื้นผิวครากเช่นเดียวกับแบบจำลองดินแบบอีลาสติก-พลาสติก ซึ่งภายในพื้นผิวครากดินจะแสดงพฤติกรรมเป็นแบบอีลาสติก ซึ่งอาจจะเป็นเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้นก็ได้ และเมื่อความเค้นอยู่บนพื้นผิวคราก ก็ทำมีพฤติกรรมเป็นทั้ง อีลาสติก และพลาสติกไปพร้อม ๆ กัน ซึ่งจะเห็นว่าแบบจำลองแบบนี้สามารถจำลองพฤติกรรมของดินได้ดีกว่าแบบอีลาสติก หรือแบบ อีลาสติก-พลาสติก จึงมีนักวิจัยมากมายพัฒนาแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกสำหรับดินต่าง ๆ ขึ้นมา ตัวอย่างแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกนี้ เช่น แบบจำลองดิน Cam Clay (Roscoe และ Schofield, 1963) และแบบจำลองดิน Modified Cam Clay Roscoe และ Burland, (1968) ภาพประกอบที่ 2.12 แสดงตัวอย่างของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดของแบบจำลองดินแบบ อีลาสโตพลาสติก ภาพประกอบที่ 2.13 แสดงพื้นผิวครากของแบบจำลอง Cam Clay และแบบจำลอง Modified Cam Clay



ภาพประกอบที่ 2.12 ตัวอย่างความสัมพันธ์ ความเค้น-ความเครียดของแบบจำลองอีลาสโตพลาสติก

สำหรับแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกขั้นสูงนั้นอาจจะใช้พื้นผิวมากกว่า 1 พื้นผิว ในการจำลองพฤติกรรมอีลาสติกและพลาสติกของดิน ทั้งนี้เนื่องจากการที่แบบจำลองอีลาสโตพลาสติกแบบดั้งเดิมกำหนดว่าความเค้นที่อยู่ภายในพื้นผิวครากมีพฤติกรรมเป็นแบบอีลาสติกนั้น อาจไม่เหมาะสม ซึ่งควรเป็นทั้งอีลาสติกและพลาสติก จึงเกิดเป็นแนวความคิดที่จะจำลองพฤติกรรมทั้งอีลาสติกและพลาสติกของดินภายในพื้นผิวชั้น และสามารถจำลองพฤติกรรมของดินได้ดีขึ้น ดังนั้นพื้นผิวครากจึงต้องให้นิยามความหมายใหม่ และเปลี่ยนชื่อเป็น พื้นผิวขอบเขต (Bounding Surface)

พหุ ประ โท ชี เว



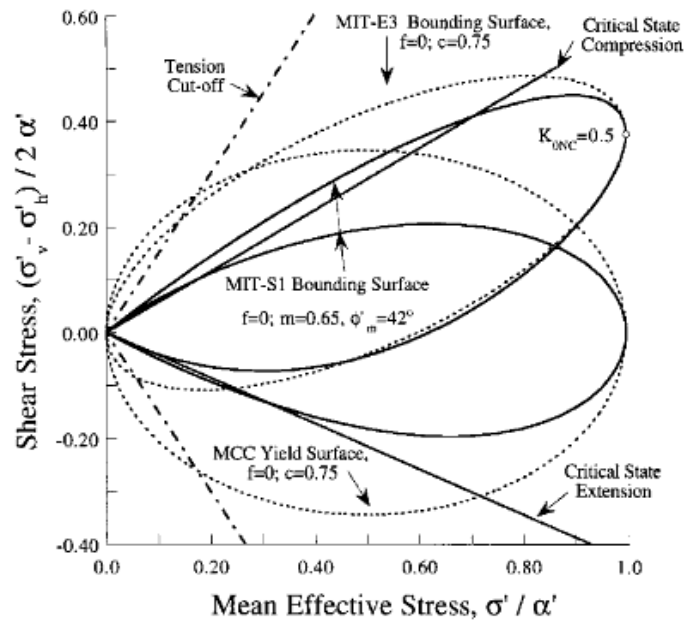
(ก) Yield Surface ของ Cam Clay (ข) Yield Surface ของ Modified Cam Clay

ภาพประกอบที่ 2.13 พื้นผิวครากแบบต่าง ๆ สำหรับแบบจำลองดิน

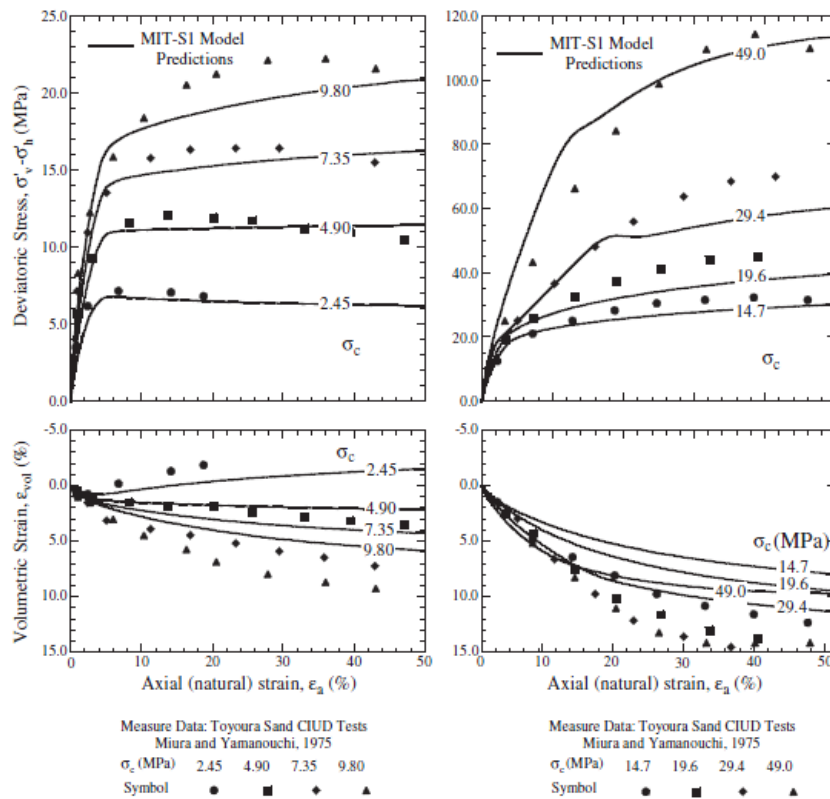
แบบอีลาสโตพลาสติกบนระบบพิกัดแกน  $p$ - $q$

(<https://en.wikipedia.org>, n.d.)

แบบจำลองดินที่ใช้พื้นผิวขอบเขต นี้มักจะมีพื้นผิวอีกชนิดหนึ่งอยู่ในพื้นผิวขอบเขต เพื่อจำลองพฤติกรรมทั้งอีลาสติกและแบบพลาสติกของความเค้นที่อยู่ภายในพื้นผิวขอบเขต ตัวอย่างเช่น แบบจำลอง MIT-E3 ซึ่งเป็นแบบจำลองสำหรับดินเหนียวในสภาพ Anisotropy ทั้งที่เป็น Normally Consolidated Clay Overconsolidated Clay หรือแบบจำลอง MIT-S1 ซึ่งเป็นแบบจำลองที่สามารถจำลองพฤติกรรมทั้งดินเหนียวและดินทรายได้ในแบบจำลองเดียวกัน นอกจากสภาพความเป็นอีลาสติก และพลาสติกแล้ว แบบจำลองขั้นสูงเหล่านี้ยังสามารถจำลองพฤติกรรมอื่น ๆ ที่สำคัญของดินได้อีกด้วย เช่น Anisotropy, Dilation, Strain Hardening, Strain Softening เป็นต้น ตัวอย่างพื้นผิวขอบเขตของแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกขั้นสูง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.14 และผลการจำลองเปรียบเทียบกับการคาดคะเนจากแบบจำลองดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.15



ภาพประกอบที่ 2.14 พื้นผิวขอบเขตของแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติกขั้นสูง (Pestana & Whittle, 1999)



ภาพประกอบที่ 2.15 ตัวอย่างการคาดคะเนของแบบจำลอง MIT-S กับผลการทดลอง (Pestana & Whittle, 1999)



### 2.3 การคำนวณของแบบจำลองอีลาสโตพลาสติก

การคำนวณในส่วนนี้เรียกได้อีกอย่างหนึ่งว่าการอินทิเกรตแบบจำลองดิน ซึ่งเริ่มต้นจากดินมีความเค้นเริ่มต้น  $\sigma_i$  และเมื่อมีความเค้นกระทำต่อดินดังกล่าวจนเกิดความเครียดขึ้นปริมาณหนึ่งเป็น  $\Delta\varepsilon$  แล้วอาศัยความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในทฤษฎีของพลาสติกซิตีและความสัมพันธ์ตามแบบจำลองดิน เพื่อคำนวณหาความเค้นที่เพิ่มขึ้นของดิน  $\Delta\sigma$  และความเค้นสุดท้าย  $\sigma_f$  ที่เกิดขึ้นสามารถแสดงดังสมการที่ 2.48

$$\sigma_f = \sigma_i + \Delta\sigma \quad (2.48)$$

เมื่อ  $\sigma_i$  คือความเค้นเริ่มต้นก่อนมีความเครียดเพิ่มขึ้น  
 $\sigma_f$  คือความเค้นสุดท้ายหลังจากมีความเครียดเพิ่มขึ้น  
 $\Delta\sigma$  คือความเค้นส่วนที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากความเครียด  $\Delta\varepsilon$

จากสมการที่ 2.48 จะเห็นได้ว่า ความเค้นส่วนที่เพิ่มขึ้นจะต้องสัมพันธ์กันกับความเครียดส่วนที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงได้ตามสมการที่ 2.49

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon \quad (2.49)$$

โดยที่ D คือเมตริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด ที่เปลี่ยนแปลงไปตามแบบจำลองที่พิจารณา ซึ่งในการหาเมตริกซ์ D นี้จะใช้หลักการหลาย ๆ อย่างประกอบกัน (Constitutive Law) ดังมีรายละเอียดดังนี้

1) Incremental Elastoplastic Equations ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของความเครียดรวมที่เพิ่มขึ้นกับความเครียดอีลาสติกที่เพิ่มขึ้น และความเครียดพลาสติกที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงในสมการที่ 2.50

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^p \quad (2.50)$$

โดยที่  $\Delta\varepsilon$  คือความเครียดรวมที่เกิดขึ้นทั้งหมด (Total Strain Increment)

$\Delta\varepsilon^e$  คือความเครียดแบบอีลาสติก (Elastic Strain Increment)

$\Delta\varepsilon^p$  คือความเครียดแบบพลาสติก (Plastic Strain Increment)

การคำนวณในส่วนนี้ มีการใช้สมมติฐานว่าความเค้นส่วนที่เพิ่มขึ้น  $\Delta\sigma$  เกิดจากความเครียดส่วนที่เพิ่มขึ้นแบบอีลาสติกเท่านั้น หรือความเครียดที่เพิ่มขึ้นแบบพลาสติกไม่ทำให้เกิดความเค้นเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นจะได้ว่า

$$\Delta\sigma = D^e(\Delta\varepsilon^e) = D^e(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^p) \quad (2.51)$$

เมื่อ  $D^e$  คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด แบบอีลาสติกซึ่งหาได้จากสมการที่ 2.45 - 2.47

2) Flow Rule ซึ่งเป็นสมการที่อธิบายการไหลในสภาพพลาสติก คือ ความเครียดแบบพลาสติก  $\Delta\varepsilon^p$  เกิดจากปริมาณเชิงสเกลาร์  $\Lambda$  ซึ่งเกี่ยวข้องกับขนาดของความเครียดแบบพลาสติกซึ่งเรียกว่า Plastic Multiplier คูณกับปริมาณเวกเตอร์  $Q$  ที่ควบคุมทิศทางของความเครียดแบบพลาสติก ซึ่งโดยทั่วไป  $Q$  จะแตกต่างกันสำหรับจุดต่าง ๆ บนพื้นผิวหนึ่ง ๆ ดังนั้นเวกเตอร์  $Q$  จึงเป็นเวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งของความเค้นบนพื้นผิวที่นิยามความเครียดแบบพลาสติก (Plastic Potential Function,  $g$ ) หากเลือกใช้พื้นผิว  $g$  เป็นพื้นผิวเดียวกับพื้นผิวคราก  $f$  จะเรียกว่า Associated Flow Rule หรือหากใช้พื้นผิว  $g$  แตกต่างจากพื้นผิวคราก  $f$  จะเรียกว่า Non-Associated Flow Rule ดังนั้นอาจใช้ความชัน (Gradient) ของพื้นผิว  $g$  ในการนิยามความหมายของ  $Q$  ได้ดังนี้

สำหรับ Associated Flow Rule

$$Q = \frac{\partial g}{\partial \sigma} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2.52)$$

สำหรับแบบจำลองแบบ Non-Associated Flow Rule

$$Q = \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (2.53)$$

และเวกเตอร์ความเครียดแบบพลาสติกสามารถเขียนได้เป็น

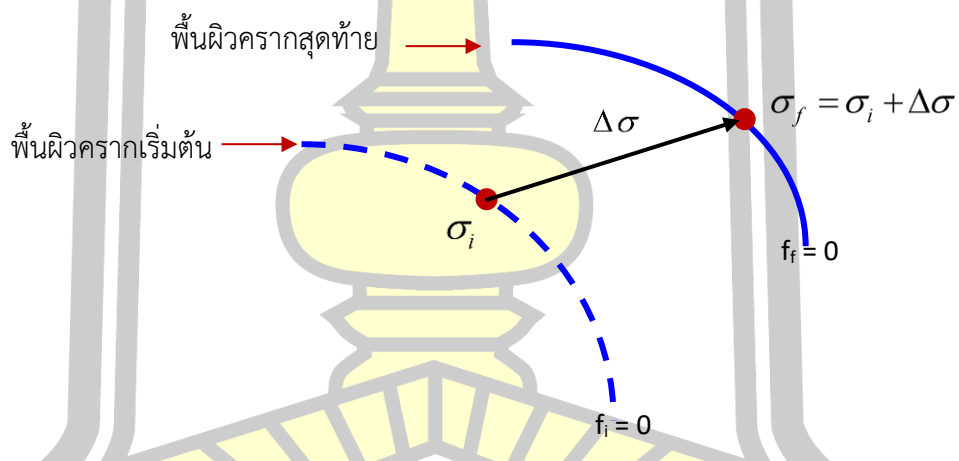
$$\Delta\varepsilon^p = \Lambda(Q) = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (2.54)$$

เมื่อแทนค่า  $\Delta\varepsilon^p$  จากสมการ 2.54 ลงในสมการ 2.51 จะได้ว่า

$$\Delta\sigma = D^e \left( \Delta\varepsilon - \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) \quad (2.55)$$

สำหรับแบบจำลองอีลาสโตพลาสติกขั้นสูง (Advanced Elastoplastic Constitutive Model) นั้นจะมีการใช้พื้นผิวที่พิเศษขึ้นไปอีก เรียกว่าพื้นผิวขอบเขต (Bounding surface) แทนพื้นผิวคราก ทั้งนี้เพื่อจำลองความไม่เชิงเส้นของความเค้น-ความเครียดภายในพื้นผิวครากได้ดีมากขึ้น และภายในพื้นผิวขอบเขตนี้จะมีอีกหนึ่งพื้นผิวที่ระบุสถานะของความเครียดหนึ่ง ๆ ซึ่งแบบจำลองในลักษณะนี้จะมี ความซับซ้อนมากขึ้นไปอีก เช่น แบบจำลอง MIT-E3 (Whittle & Kavvas, 1994) และแบบจำลอง MIT-S1 (Pestana & Whittle, 1999)

3) Consistency Condition เป็นเงื่อนไขที่เพิ่มขึ้นในแบบจำลองในขณะที่ความเค้นที่อยู่บนพื้นผิวครากหนึ่ง เมื่อได้รับความเครียดแบบพลาสติก  $\Delta \epsilon^p$  แล้วเคลื่อนที่ไปอยู่บนอีกพื้นผิวครากใหม่ ซึ่งสำหรับค่าของฟังก์ชัน  $f$  เมื่อความเค้นอยู่บนพื้นผิวครากพอดีจะมีค่าเป็นศูนย์ ไม่ว่าจะพื้นผิวใด ๆก็ตาม ดังนั้นในขณะเกิดความเครียดแบบพลาสติกขึ้น ความเค้นจะเคลื่อนย้ายจากพื้นผิวหนึ่งไปสู่อีกพื้นผิวครากใหม่โดยที่ค่าของฟังก์ชัน  $f$  ยังคงเป็นศูนย์เท่าเดิม ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.16 ดังนั้นสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า



ภาพประกอบที่ 2.16 ค่าของฟังก์ชันครากมีค่าคงที่เป็นศูนย์ในขณะเกิดการไหลแบบพลาสติกจากพื้นผิวครากหนึ่งไปสู่พื้นผิวครากใหม่

$$df = 0 \quad (2.56)$$

สำหรับแบบจำลองดินต่าง ๆ ก็จะมีการนิยามพื้นผิวครากที่แตกต่างกันออกไป แต่ส่วนใหญ่จะมีตัวแปรที่ใช้ในฟังก์ชันครากซึ่งได้แก่ ความเค้น  $\sigma$  ฮาร์ดเดนนิ่งพารามิเตอร์  $h$  (Hardening

Parameter) ปรากฏอยู่ในสมการด้วย นอกจากนี้ยังมีตัวแปรอื่น ๆ เช่น อัตราส่วนช่องว่าง (Void Ratio,  $e$ ) หรือตัวแปรอื่น ๆ รวมอยู่ด้วย ยิ่งมีจำนวนตัวแปรมากความซับซ้อนของแบบจำลองก็จะมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งการเลือกฮาร์ดเดนนึ่งพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจะสามารถจำลองพฤติกรรมการเกิด Strain Hardening หรือ Strain Softening ของดินได้ดังแสดงตัวอย่างความเค้น - ความเครียด ในภาพประกอบที่ 2.12

จากสมการที่ 2.56 หากในสมการของพื้นผิวครากมีตัวแปรเพียงความเค้น  $\sigma$  และ ฮาร์ดเดนนึ่งพารามิเตอร์  $h$  หรือ  $f = f(\sigma, h)$  Consistency Condition จะสามารถเขียนได้เป็น

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h = 0 \quad (2.57)$$

และสำหรับพื้นผิวคราก  $f = f(\sigma, h, e)$  ซึ่งมีอัตราส่วนช่องว่าง  $e$  เป็นตัวแปรด้วย Consistency Condition จะเขียนได้เป็น

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial e} \Delta e = 0 \quad (2.58)$$

เป็นต้น

สำหรับแบบจำลองที่ใช้ตัวแปรอื่น ๆ ในฟังก์ชันครากก็สามารถเขียนได้ในทำนองเดียวกันกับสมการที่ 2.57 และ 2.58 เมื่อแทนค่า  $\Delta \sigma$  จากสมการ 2.55 ลงในสมการ 2.57 จะได้ว่า

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} \left[ D^e \left( \Delta \varepsilon - \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) \right] + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h = 0 \quad (2.59)$$

ในทำนองเดียวกับความเครียดแบบพลาสติกในสมการที่ 2.54 ฮาร์ดเดนนึ่งพารามิเตอร์ก็เป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเครียดแบบพลาสติกเช่นกัน ดังนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการที่มี Plastic Multiplier  $\Lambda$  ได้ว่า

$$\Delta h = \Lambda B \quad (2.60)$$

- เมื่อ  $\Delta h$  คือ การเปลี่ยนแปลงของฮาร์ดเดนนึ่งพารามิเตอร์  
 $\Lambda$  คือ ตัวแปรเกี่ยวกับขนาดของความเครียดพลาสติก (Plastic Multiplier)  
 $B$  คือ ตัวแปรที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลง  $\Delta h$  ขึ้นกับแต่ละแบบจำลอง

เมื่อแทน  $\Delta h$  ในสมการที่ 2.60 ลงในสมการ 2.59 แล้วจัดรูปใหม่จะได้สมการสำหรับหาค่า  $\Lambda$  ได้ดังนี้

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \Delta \varepsilon}{-\frac{\partial f}{\partial h} B + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \quad (2.61)$$

หรือ

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \Delta \varepsilon}{H + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \quad (2.62)$$

เมื่อ  $H$  คือ โมดูลัสสำหรับการเกิดฮาร์ดเดนนิง (Hardening Modulus) และ

$$H = -\frac{\partial f}{\partial h} B \quad (2.63)$$

ในขั้นตอนสุดท้าย แทนค่า  $\Lambda$  ในสมการที่ 2.62 ลงในสมการที่ 2.55 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น-ความเครียด ดังนี้

$$\Delta \sigma = \left[ D^e - \frac{(D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}) (\frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e)}{H + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \right] \Delta \varepsilon \quad (2.64)$$

สมการ 2.64 สามารถเขียนสั้น ๆ ได้ดังนี้

$$\Delta \sigma = D^{ep} \Delta \varepsilon = (D^e - D^p) \Delta \varepsilon \quad (2.65)$$

เมื่อ  $D^{ep} = D^e - D^p$

$D^e$  คือ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด แบบอีลาสติกซึ่งหา

ได้จากสมการที่ 2.45 - 2.47

$D^p$  คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดแบบพลาสติก

$$D^p = \frac{\left( D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \right)}{H + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}} \quad (2.66)$$

สำหรับการหาค่า  $B$  ในสมการที่ 2.67 นั้น ขึ้นอยู่กับว่าแบบจำลองใช้หลักการใด ในการจำลองพฤติกรรมของดิน หากใช้หลักการ Strain Hardening หรือ Strain Softening จะหาค่า  $B$  ได้ตั้งสมการที่ 2.67- 2.69 หรืออาจใช้หลักการอื่น ๆ เพื่อควบคุมพฤติกรรมของดินได้ดีกว่านี้ก็ได้ สำหรับ Strain Hardening

$$H = -\frac{\partial f}{\partial h} B = -\frac{\partial f}{\partial h} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial g}{\partial \sigma} M \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (2.67)$$

โดยที่

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

สำหรับ Work Softening (Sloan, 1987)

$$H = -\frac{\partial f}{\partial h} B = -\frac{\partial f}{\partial h} \{\sigma\} \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \quad (2.69)$$

นอกจากนี้ยังมีเงื่อนไขพิเศษสำหรับการตรวจสอบสถานะ Loading หรือ Unloading ดังแสดงในหัวข้อถัดไป

4) Load Direction ในหลาย ๆ แบบจำลองสถานะ Loading หรือ Unload จะให้ค่าผลลัพธ์  $\Delta\sigma$  ที่แตกต่างกัน สำหรับ  $\Delta\varepsilon$  หนึ่ง ๆ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ด้วยเงื่อนไขดังต่อไปนี้

สำหรับ Loading Condition

$$\{Q\} : \{\Delta\varepsilon\} > 0 \quad (2.70)$$

สำหรับ Unloading Condition

$$\{Q\} : \{\Delta\varepsilon\} < 0 \quad (2.71)$$

โดยที่ เครื่องหมาย : หมายถึง Double Contraction ระหว่าง 2 เวกเตอร์ สำหรับการคำนวณในหัวข้อ 2.3 นี้ เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ตามสมการ 2.64 จะต้องทำการแบ่งความเค้นส่วนเพิ่ม  $\Delta\varepsilon$  เป็นส่วนเล็ก ๆ แล้วคำนวณทีละขั้นตอนต่อเนื่องไปจนครบทุกส่วน (Sub Stepping) เพื่อให้ได้ค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้สำหรับความเค้นที่เพิ่มขึ้นได้อย่างแม่นยำสูง ซึ่งในการคำนวณตามแนวทางนี้

สามารถทำได้ 2 วิธีคือ

- 1) Implicit Method ตัวอย่างการคำนวณ เช่น Crisfield, 1979; Ortiz & Simo, 1986 และสำหรับแบบจำลองในสภาพวิฤติ เช่น R I Borja, 1991; Ronaldo I. Borja & Lee, 1990
- 2) Explicit Method ตัวอย่างการคำนวณ เช่น Sloan, 1987; Wissmann & Hauck, 1983

ซึ่งการใช้แนวทางใดนั้นล้วนแล้วแต่ความซับซ้อนของแบบจำลองด้วย หากแบบจำลองมีความซับซ้อนมาก แนวทางแบบ Implicit Method อาจไม่เหมาะสม ดังรายงานไว้ใน Crisfield, 1979; Ortiz & Simo, 1986 สำหรับการศึกษานี้เลือกใช้แนวทางคำนวณตาม Sloan, 1987 ซึ่งเป็น Explicit Method โดยมีข้อดีและมีรายละเอียดของการคำนวณตามแนวทางของ Sloan, 1987 ซึ่งเป็น Euler Backward Scheme มีข้อดีดังต่อไปนี้

- 1) สามารถใช้กับแบบจำลองที่มีความซับซ้อนสูงได้
- 2) มีการควบคุมค่าคลาดเคลื่อนของความเค้นในแต่ละช่วงให้อยู่ในค่าที่ยอมรับได้อัตโนมัติ
- 3) มีการแบ่ง  $\Delta \epsilon$  เป็นส่วนย่อย ๆ เองอัตโนมัติ

รายละเอียดของการคำนวณตามแนวทางของ Sloan, 1987 พอสั่งเขบดังแสดงในหัวข้อ 2.3.1

### 2.3.1 การคำนวณความเค้นแบบ Explicit Method

การคำนวณตามแนวทาง Explicit Method Sloan, 1987 จะแบ่งความเครียดออกเป็นช่วงๆ ช่วงสั้นๆ (Sub Stepping) เพื่อให้การคำนวณมาความแม่นยำขึ้น โดยเฉพาะสำหรับแบบจำลองดินที่เป็น Non-Linear ในแต่ละช่วงสั้นๆนั้นทำการคำนวณตามสมการต่างๆดังกล่าว ซึ่งมีโอกาสเกิดเป็นกรณีต่างๆ 4 กรณีดังนี้

- 1) Purely Elastic คือกรณีที่ความเค้นเริ่มต้นอยู่ภายในพื้นผิวคราก (สถานะอีลาสติก) และความเค้นที่เพิ่มขึ้น  $\Delta \sigma$  จาก  $\Delta \epsilon$  ทำให้ความเค้นในสถานะใหม่ ยังคงอยู่ภายในพื้นผิวครากเดิม
- 2) Plastic Unloading คือกรณีที่ ความเค้นเริ่มต้นอยู่บนผิวคราก แล้ว  $\Delta \sigma$  ทำให้ความเค้นสถานะใหม่อยู่บนพื้นที่ผิวครากใหม่อีกอันหนึ่ง
- 3) Plastic Loading คือกรณีที่ความเค้นเริ่มต้นอยู่บนพื้นที่ผิวครากซึ่งเป็นสถานะพลาสติก แต่  $\Delta \sigma$  ทำให้ความเค้นใหม่มีทิศทางเข้าไปภายในพื้นผิวครากซึ่งเป็นสถานะอีลาสติก
- 4) Elastic to Plastic Loading คือกรณีที่ความเค้นเริ่มต้นอยู่ภายในพื้นที่ผิวครากซึ่งมีสถานะเป็นอีลาสติก และ ความเค้นใหม่อยู่บนพื้นที่ผิวครากเดิม (หรืออยู่บนพื้นที่ผิวครากใหม่)

สำหรับอัลกอริทึม (Algorithm) ในการคำนวณความเค้นส่วนเพิ่มทั้ง 4 กรณีข้างต้น ดังแสดงตามลำดับต่อไปนี้

- 1) เริ่มต้นด้วย ความเค้นเริ่มต้น  $\sigma_i$  และความเครียดที่เพิ่มขึ้น  $\Delta \epsilon$
- 2) ตรวจสอบสถานะว่าความเค้นเริ่มต้น  $\sigma_i$  อยู่ภายใน หรืออยู่บนผิวคราก โดยที่
  - 2.1) ถ้า ( $f_1 < 0$ ) อยู่ภายในผิวคราก
  - 2.2) ถ้า ( $f_1 = 0$ ) อยู่บนพื้นผิวคราก สำหรับเงื่อนไขสามารถแทน  $f=0$  ด้วย  $|f| < ytol$  เมื่อ  $ytol$  คือค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ได้ที่มีขนาดเล็กมาก สามารถเลือกได้ตามต้องการ
  - 2.3) ถ้า ( $f_1 > 0$ ) อยู่นอกพื้นผิวคราก ซึ่งเป็นไปไม่ได้ สมมติว่าความเครียดที่เพิ่มขึ้นเป็นแบบ purely elastic ( $\Delta \epsilon = \Delta \epsilon^e$ ) แล้วคำนวณ ความเค้นส่วนเพิ่ม  $\Delta \sigma$  ตามสมการในหัวข้อ 2.3.4
- 3) คำนวณความเค้นใหม่  $\sigma_f = \sigma_i + \Delta \sigma$
- 4) ตรวจสอบความเค้นใหม่  $\sigma_f$  กับฟังก์ชันพื้นผิวคราก  $f$  เดิม
  - 4.1) ถ้า  $\sigma_i$  และ  $\sigma_f$  อยู่ภายใน ( $f_1 < 0$  และ  $f_2 < 0$ ) แสดงว่าเป็นกรณี purely elastic ทำการอัปเดตความเค้นใหม่เป็น  $\sigma_f$  ก็จบการคำนวณ
  - 4.2) ถ้า  $\sigma_i$  อยู่บนผิวคราก ( $f_1 = 0$ ) และ  $\sigma_f$  อยู่ภายนอก ( $f_2 > 0$ ) แสดงว่าเป็นกรณี Plastic loading หรือ Elastic Unloading ให้ทำการตรวจสอบเงื่อนไข ตามสมการที่ 2.69 - 2.70
    - 4.2.1) ถ้าเป็นกรณี plastic loading ข้ามไปคำนวณในขั้นตอนที่ 6
    - 4.2.2) ถ้าเป็นกรณีที่เป็น Elastic unloading ให้คำนวณจุดตัดผิวครากก่อน แล้วอัปเดตความเค้นไปไว้ที่จุดตัดผิวครากใหม่ ก่อนข้ามไปคำนวณในขั้นตอนที่ 6
- 5) ถ้า  $\sigma_i$  อยู่บนผิวคราก ( $f_1 < 0$ ) และ  $\sigma_f$  อยู่ภายนอก ( $f_2 > 0$ ) แสดงว่าเป็นกรณี Elastic to Plastic loading ให้คำนวณจุดตัดผิวคราก แล้วอัปเดตความเค้นไปยังจุดตัดผิวคราก ก่อนข้ามไปคำนวณในขั้นตอนที่ 6
- 6) ให้คำนวณความเค้นเพิ่ม  $\Delta \sigma$  ตามสมการที่ 2.64
- 7) ประเมินความคลาดเคลื่อนของการคำนวณในขั้นตอนนี้โดยใช้การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของความเค้น และความคลาดเคลื่อนของฮาร์ดเดนิ่งพารามิเตอร์
  - 7.1) หากค่าคลาดเคลื่อนอยู่ในค่าที่ยอมรับได้  $stol$  ก็อัปเดตความเค้นใหม่เป็นความเค้นสุดท้ายก่อน คำนวณขนาด  $\Delta \epsilon$  ที่มีค่าใหญ่ขึ้นโดยอัตโนมัติ แล้วข้ามไปขั้นตอนที่ 8)
  - 7.2) หากค่าคลาดเคลื่อนเกินค่าที่ยอมรับได้  $stol$  ก็ให้ปรับขนาด  $\Delta \epsilon$  ให้มีค่าเล็กลงอัตโนมัติแล้ว แล้วย้อนกลับไปคำนวณใหม่อีกครั้งตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1)
- 8) ตรวจสอบว่าความเครียด  $\Delta \epsilon$  สละสมที่คำนวณมาตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ครบตามที่ต้องการแล้วหรือยัง ถ้ายังไม่ครบก็วนกลับไปคำนวณตามขั้นตอนข้างต้นอีก ถ้าครบแล้วก็จบรายการคำนวณ



## 9) จบการคำนวณ

### 2.3.2 แบบจำลอง Modified Cam Clay (MCC)

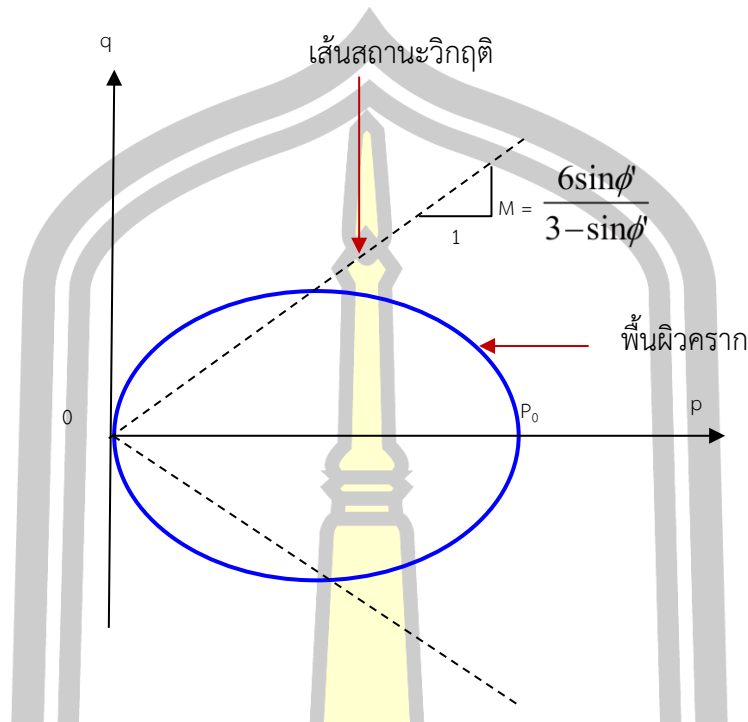
แบบจำลอง Modified Cam Clay (Kenneth Harry Roscoe & Burland, 1968) พัฒนาขึ้นมาสำหรับดินเหนียวในสภาพอัดตัวแน่นปกติ (Normally Consolidated Clay, NCC) โดยใช้หลักการของแบบจำลองอีลาสโตพลาสติกที่แสดงในหัวข้อ 2.3.4 ร่วมกับสภาพวิกฤติ (Critical State Soil Mechanics) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวาง และมีการนำไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมสำหรับดินประเภทอื่น ๆ มากมายซึ่งรวมเรียกว่า MCC Family เช่น Matsuoka, Yao, & Sun, 1999; Matsuoka et al., 1999; Y. P. Yao, Sun, & Luo, 2004; C. S. Chang & Hicher, 2005; C. S. Chang & Hicher, 2005; Y. P. Yao et al., 2008 & McDowell & Hau, 2004 เป็นต้น ในปี 2006 ตัวอย่างแบบจำลองที่พัฒนาต่อจากแบบจำลอง Modified Cam Clay เช่น Likitlersuang, 2006 ได้เสนอแบบจำลองดินที่ปรับปรุงแบบจำลอง Modified Cam Clay โดยเพิ่มเติมหลักการของ Hyperplasticity เพื่อปรับแก้พฤติกรรมเปลี่ยนแปลงของดินในช่วงอีลาสติก (ภายใน Yield Surface) ไปสู่สภาพพลาสติก (หน่วยแรงอยู่บน Yield Surface) และ Ratananikom, Likitlersuang, & Yimsiri, 2013 ได้ประเมินดินเหนียวอ่อนกรุงเทพฯ โดยใช้แบบจำลอง Hyperplasticity Modified Cam Clay สำหรับดินเหนียวแบบ Structured Clay ได้ถูกพัฒนาต่อยอดจาก MCC เช่นกัน เช่น Suebsuk et al., 2011; Suebsuk et al., 2010 และสำหรับดินเหนียวแบบมีสารเชื่อมแน่น (Cemented Clay) เช่น Nguyen et al., 2014 นอกจากนี้ ยังมีการพัฒนาแบบจำลองดิน MCC โดยใช้หลักการของ Hyperplasticity สำหรับดินตะกอนแข็งแข็ง (Lai, Xu, Yu, & Qi, 2014; Lai et al., 2014 & Lai et al., 2014) และสำหรับดินเม็ดละเอียด (Coombs, Crouch, & Augarde, 2013)

จะเห็นได้ว่ามีงานวิจัยจำนวนมากนำหลักการของแบบจำลอง MCC ไปพัฒนาได้อย่างมากมายสำหรับดินหลาย ๆ แบบ ไม่จำกัดเพียงดินเหนียวอ่อนแบบอัดตัวคายน้ำปกติ ซึ่งการศึกษาแบบจำลอง MCC นี้จะช่วยให้เข้าใจรอบการคำนวณอีลาสโตพลาสติกของดินในสภาพวิกฤติได้เป็นอย่างดี รายละเอียดสำหรับแบบจำลอง MCC พอสังเขปมีดังต่อไปนี้

#### 1) ฟังก์ชันการคราก และ พื้นผิวการคราก (Yield Function และ Yield Surface)

เนื่องจากแบบจำลอง MCC ใช้ Associated Flow Rule ดังนั้นฟังก์ชัน  $g$  ของ Plastic Potential Surface จะเป็นฟังก์ชันเดียวกันกับฟังก์ชันการครากของแบบจำลอง MCC ดังแสดงในสมการที่ 2.72 และพื้นผิวการครากบนระบบพิกัด  $p$ - $q$  ดังแสดงในภาพประกอบที่ 2.21 ตามลำดับ

$$f = g = q^2 + M^2 p(p - p_0) = 0 \quad (2.72)$$



ภาพประกอบที่ 2.17 พื้นผิวครากรูปวงรี (Ellipse) สำหรับแบบจำลอง MCC

สมการเงื่อนไขการวิบัติ ได้แก่

$$q/p = M \tag{2.73}$$

โดยที่

$$M = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \tag{2.74}$$

สมการ Stress-Dilatancy ได้แก่

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 p^2 - q^2}{2pq} \tag{2.75}$$

สมการ Normality Condition ได้แก่

$$\frac{dq}{dp} \times \frac{d\varepsilon_d^p}{d\varepsilon_v^p} = -1 \tag{2.76}$$

สมการสำหรับความเครียดแบบพลาสติกตาม Flow Rule ได้แก่

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{df}{d\sigma_{ij}} \quad (2.77)$$

โดยที่

$$\Lambda = dp + \frac{2pq}{M^2 p^2 - q^2} dq \quad (2.78)$$

และ

$$\frac{df}{d\sigma_{ij}} = \frac{(\lambda - \kappa)}{(1 + e_0)(M^2 p^2 + q^2)} \left[ \frac{M^2 p^2 - q^2}{3p} \delta_{ij} + 3(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \right] \quad (2.79)$$

โดยพารามิเตอร์ที่ใช้สำหรับแบบจำลอง MCC ได้แก่  $\phi$ ,  $\lambda/(1 + e_0)$ ,  $\kappa/(1 + e_0)$  และ  $v$  โดยที่  $e_0$  คือค่าอัตราส่วนโพรงเริ่มต้น  $\phi$  คือค่ามุมเสียดทานภายในจากการทดลองแรงอัดสามแกน  $\lambda$  และ  $\kappa$  คือดัชนีการอัดตัวและดัชนีการบวมตัวจากการทดสอบอัดตัวคายน้ำ และ  $v$  คืออัตราส่วนปัวซอง

นอกจากนี้ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง งานวิจัยที่ศึกษาพัฒนาแบบจำลอง MCC ในรูปแบบต่างๆที่น่าสนใจและมีประโยชน์ในการพัฒนาแบบจำลองขึ้นมาใหม่ รวมถึงงานวิจัยที่ไม่ได้เกี่ยวข้องกับแบบจำลอง MCC เลยได้สรุปไว้ในหัวข้อถัดไป

#### 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สนใจงานวิจัยหลายส่วนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินทรายปนดินตะกอน ซึ่งผลการศึกษางานวิจัยต่าง ๆ บางส่วนดังแสดงต่อไปนี้

K. H. Roscoe et al., 1963 ได้ทำการศึกษาเรื่อง Yielding of Clay in state wetter than critical เป็นงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิกฤติสำหรับดินเหนียวที่มีอัตราส่วนการอัดตัวคายน้ำแบบปกติ (Normally Consolidated Clay) สามารถให้ผลการทำนายความสัมพันธ์ stress-strain ได้เป็นอย่างดี โดยมี yield function เป็นรูปหยดน้ำ และใช้ failure condition เป็น Extended Mises ตั้งชื่อแบบจำลองว่า Cam Clay ต้องการพารามิเตอร์สำหรับดิน 5 ตัวจากการทดสอบอัดตัวคายน้ำ และการทดสอบแรงอัดสามแกน แบบจำลองที่เสนอเป็นแบบจำลองสำหรับหน่วยแรงประสิทธิผล ซึ่งเมื่อใช้งานวิเคราะห์ร่วมกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ Couple Analysis สามารถให้ผลเฉลยได้ทั้งสภาพระบายน้ำและไม่ระบายน้ำ

Kenneth Harry Roscoe & Burland, 1968 ได้ทำการศึกษาเรื่อง On the Generalised Stress-Strain Behavior of 'Wet,' Clay โดยปรับปรุงแบบจำลองดิน Cam Clay ซึ่งมีข้อผิดพลาดบางประการ คือ รูปร่างของ Yield Function จากรูปหยดน้ำ ให้เป็นรูปวงรี ทำให้แบบจำลองสามารถหา Gradient ของ Yield Function ได้ทุกตำแหน่ง และปรับปรุงสมการ Stress-Dilatancy ขึ้นมาใหม่ แล้วตั้งชื่อแบบจำลองว่า Modified Cam Clay หรือ MCC

Matsuoka et al., 1999 ได้ทำการศึกษาเรื่อง The Cam Clay Models Revised by the SMP Criterion ผู้แต่งได้เสนอการใช้หน่วยแรงตัดแปลง (Transformed Stress) ขึ้นมา และใช้หน่วยแรงดันแปลงบนระบัพกักตัวของ SMP (Spatial Mobilized Plane) ในแบบจำลอง Cam Clay และ Modified Cam Clay ทั้งนี้เพื่อแก้ไขความเครียดแบบพลาสติกที่มากเกินไปได้ โดยเปลี่ยนมาใช้ Failure Criterion ของ Matsuoka แทนที่ Failure แบบเดิมคือ Extended Mises ข้อดีของการศึกษานี้คือทำให้สามารถได้แบบจำลองที่มีความแม่นยำมากขึ้นสำหรับดินเหนียวที่มีการอัดตัวแน่นปกติหรืออัดแน่นมากกว่าปกติเล็กน้อย แต่อย่างไรก็ตาม การใช้ความเค้นตัดแปลงมีผลเท่ากับไม่ใช้ความเค้นตัดแปลงในกรณีของ Compression และมีความแตกต่างกันแต่มีความแม่นยำมากขึ้นในกรณีของการรับน้ำหนักแบบ Extension นอกจากนี้ประโยชน์ของการใช้ความเค้นตัดแปลงอีกข้อหนึ่งคือ สามารถทำให้แบบจำลองดินใช้ได้ทั้งกรณี 1 มิติ 2 มิติ และ 3 มิติ ได้

Y. P. Yao et al., 2004 ได้ทำการศึกษาเรื่อง A Critical State Model for Sand Dependent on Stress and Density การศึกษานี้แสดงให้เห็นถึงความพยายามในการดัดแบบจำลองสำหรับดินเหนียวได้แก่ แบบจำลอง MCC ที่ใช้หน่วยงานดัดแปลงบนระบัพกัก SMP เพื่อให้สามารถใช้ได้กับดินทรายได้ โดยพิจารณาถึงปัจจัยหลัก ๆ (จากปัจจัยต่าง ๆ มากมาย) 2 เรื่องคือ อัตราส่วนโพรงเริ่มต้น (Initial Void Ratio,  $e_0$ ) และความเค้นเริ่มต้น (Initial Mean Stress,  $p_0$ ) ทั้งนี้ได้นำเสนอ State Parameter ใหม่ 2 ตัวในแบบจำลอง สำหรับ ดินทรายหลวม และสำหรับดินทรายแน่น นอกจากนี้ได้ดัดแปลงรูปร่างของ Yield Function จากรูปวงรี เป็นรูปวงรีไขว้ข้างเพื่อใช้ในกรณีดิน

ทรายหลวม แบบจำลองนี้สามารถใช้ได้กับการวิเคราะห์ทั้งในสภาพระคายน้ำและไม่ระคายน้ำ และมีความแม่นยำสูง ต้องการพารามิเตอร์สำหรับดินจำนวน 7 ตัว จากการทดลองแรงอัดสามแกนและอัดตัวคายน้ำ แบบจำลองนี้ มีจุดเด่นคือได้กำหนดให้ความลาดชันของเส้น Critical State Line มีการแปรเปลี่ยนไปตาม สถานะความเค้น ทำให้สามารถทำนายพฤติกรรม Dilatancy ได้ทั้งแบบบวมและลบได้ นอกจากนี้ยังสามารถจำลองความเป็น Hardening / Softening ของดินทรายต่างๆได้เป็นอย่างดี

Y. P. Yao et al., 2008 ได้วิจัยเรื่อง A unified Constitutive Model for Both Clay and Sand with Hardening Parameter Independent on Stress Path ผู้แต่งได้พัฒนาแบบจำลองดินในตระกูล Cam Clay เพื่อให้สามารถใช้ได้กับทั้งดินเหนียวและดินทรายโดยใช้พารามิเตอร์ชุดเดียวกันจำนวน 5 ตัว แบบจำลองยังคงมีการใช้หน่วยแรงตัดแปลงบน SMP แต่ว่าได้เสนอวิธีตัดแปลงหน่วยแรงตัดแปลงขึ้นมาใหม่ นอกจากนี้ได้นำเสนอ Hardening Parameter ที่ศึกษาจากเส้นทางหน่วยแรงต่าง ๆ ให้สามารถใช้ได้กับทั้งดินเหนียวและดินทราย yield function และ Plastic Potential Function ยังคงใช้เหมือนแบบจำลอง MCC มีการประมาณความลาดชันของ เส้น Critical State Line ให้มีความลาดชันคงที่เพื่อความเรียบง่ายของแบบจำลอง ผลการตรวจสอบแบบจำลองพบว่าแบบจำลองสามารถทำนาย Stress-Strain ได้ดีทั้ง Toyoura Sand และ Fujinomori Clay อย่างไรก็ตามแบบจำลองไม่ได้แสดงว่ามีความสามารถทำนายพฤติกรรม Hardening/Softening ของดินทรายได้อย่างเด่นชัดนัก

C. S. Chang & Hicher, 2005 ได้ทำการวิจัยเรื่อง An Elasto-Plastic Model for Granular Materials with Microstructural Consideration เป็นงานวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทราย ซึ่งพบว่าดินเม็ดละเอียดมีผลต่อพฤติกรรมของโครงสร้างดินโดยรวม แบบจำลองนี้ นำเสนอในรูปแบบ Microstructure คือในระดับขนาดเล็กมาก ทำให้มีความซับซ้อน และบางพารามิเตอร์ไม่มีความหมายทางกายภาพ

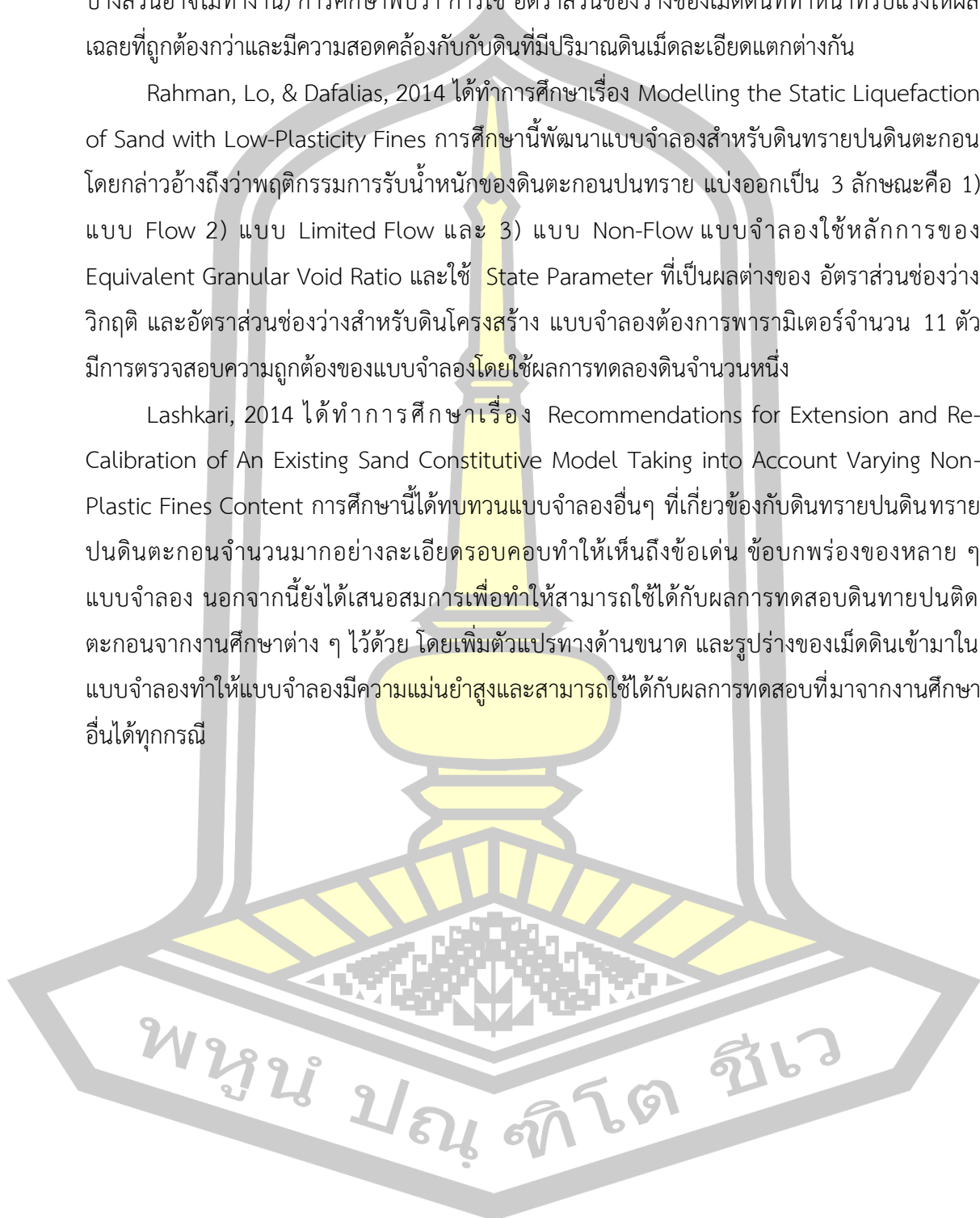
Ching S. Chang & Yin, 2011 ได้ทำวิจัยเรื่อง Micromechanical Modelling for Effect of Inherent Anisotropy on Cyclic Behaviour of Sand เป็นอีกหนึ่งแบบจำลองที่พัฒนาเพื่อดินทรายปนดินตะกอน ยังคงเป็นแบบจำลองในระดับ Micromechanical มีการพิจารณาถึงปัจจัยทางด้านความไม่สม่ำเสมอของดินทราย (Anisotropy) ด้วย นอกจากนี้สามารถใช้ได้ในกรณี การให้แรงซ้ำ ๆ (Cyclic Loading) ซึ่งสามารถนำไปประเมินปัญหาเกี่ยวกับแผ่นดินไหวได้ เป็นแบบจำลองที่มีความแม่นยำ ต้องการพารามิเตอร์ 10 ตัว

Yang, Wei, & Dai, 2015 ได้ทำการศึกษาเรื่อง State Variables for Silty Sands: Global Void Ratio or Skeleton Void Ratio? ผู้แต่งได้ตั้งประเด็นถึงความเหมาะสมในการใช้งานระหว่างสองตัวแปรในการจำลองพฤติกรรมสำหรับดินทรายปนดินตะกอน ได้แก่ อัตราส่วนช่องว่างรวมของ

ดิน กับ อัตราส่วนช่องว่างที่เม็ดดินทำหน้าที่(ซึ่งไม่ใช่ทุกเม็ดทำหน้าที่รับแรง โดยเฉพาะดินเม็ดละเอียด บางส่วนอาจไม่ทำงาน) การศึกษาพบว่า การใช้ อัตราส่วนช่องว่างของเม็ดดินที่ทำหน้าที่รับแรงให้ผล เฉลยที่ถูกต้องกว่าและมีความสอดคล้องกับกับดินที่มีปริมาณดินเม็ดละเอียดแตกต่างกัน

Rahman, Lo, & Dafalias, 2014 ได้ทำการศึกษาเรื่อง Modelling the Static Liquefaction of Sand with Low-Plasticity Fines การศึกษานี้พัฒนาแบบจำลองสำหรับดินทรายปนดินตะกอน โดยกล่าวอ้างถึงว่าพฤติกรรมการรับน้ำหนักของดินตะกอนปนทราย แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะคือ 1) แบบ Flow 2) แบบ Limited Flow และ 3) แบบ Non-Flow แบบจำลองใช้หลักการของ Equivalent Granular Void Ratio และใช้ State Parameter ที่เป็นผลต่างของ อัตราส่วนช่องว่างวิกฤติ และอัตราส่วนช่องว่างสำหรับดินโครงสร้าง แบบจำลองต้องการพารามิเตอร์จำนวน 11 ตัว มีการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยใช้ผลการทดลองดินจำนวนหนึ่ง

Lashkari, 2014 ได้ทำการศึกษาเรื่อง Recommendations for Extension and Re-Calibration of An Existing Sand Constitutive Model Taking into Account Varying Non-Plastic Fines Content การศึกษานี้ได้ทบทวนแบบจำลองอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับดินทรายปนดินตะกอนปนดินตะกอนจำนวนมากอย่างละเอียดรอบคอบทำให้เห็นถึงข้อเด่น ข้อบกพร่องของหลาย ๆ แบบจำลอง นอกจากนี้ยังได้เสนอสมการเพื่อทำให้สามารถใช้ได้กับผลการทดสอบดินทรายปนดินตะกอนจากงานศึกษาต่าง ๆ ไว้ด้วย โดยเพิ่มตัวแปรทางด้านขนาด และรูปร่างของเม็ดดินเข้ามาในแบบจำลองทำให้แบบจำลองมีความแม่นยำสูงและสามารถใช้ได้กับผลการทดสอบที่มาจากงานศึกษาอื่นได้ทุกกรณี



### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

ในการพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิฤติสำหรับดินทรายปนตะกอนนั้น มีจุดประสงค์หลัก 2 ประการคือ เพื่อให้ได้แบบจำลองดินในระดับมาโคร (Macroscopic) และใช้หลักการของสภาพวิฤติที่สามารถทำนายความสัมพันธ์ ความเค้น - ความเครียด ของทรายปนตะกอนได้ และแบบจำลองที่ได้ต้องไม่ซับซ้อนเกินไป สามารถนำไปใช้งานได้ค่อนข้างง่ายในทางปฏิบัติ กล่าวคือแบบจำลองจะต้องใช้พารามิเตอร์ (Input Parameters) จำนวนไม่มากเกินไป และเป็นตัวแปรที่ทำการทดลองได้จากห้องปฏิบัติการฯทั่วไป การศึกษาประกอบด้วยหลายขั้นตอน ได้แก่ การศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคต่างๆ ในงานพัฒนาแบบจำลองในสภาพวิฤติ การศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาแบบจำลองดินทราย ดินตะกอน รวมถึงดินทรายปนตะกอนการรวบรวมงานวิจัยที่ให้ผลการทดลองที่จำเป็นและสำคัญเพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) และความแม่นยำ (Accuracy) ของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น และที่ขาดไม่ได้เลยคือการพัฒนาความสัมพันธ์ (Constitutive Law) ต่าง ๆ ให้สอดคล้องและบรรลุวัตถุประสงค์ต่างๆดังกล่าวข้างต้นของงานวิจัยนี้ รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนการวิจัย มีดังต่อไปนี้ตามลำดับ วิธีวิจัยดังแสดงในภาพประกอบที่ 3.2 แผนการดำเนินงานดังตารางที่ 3.1

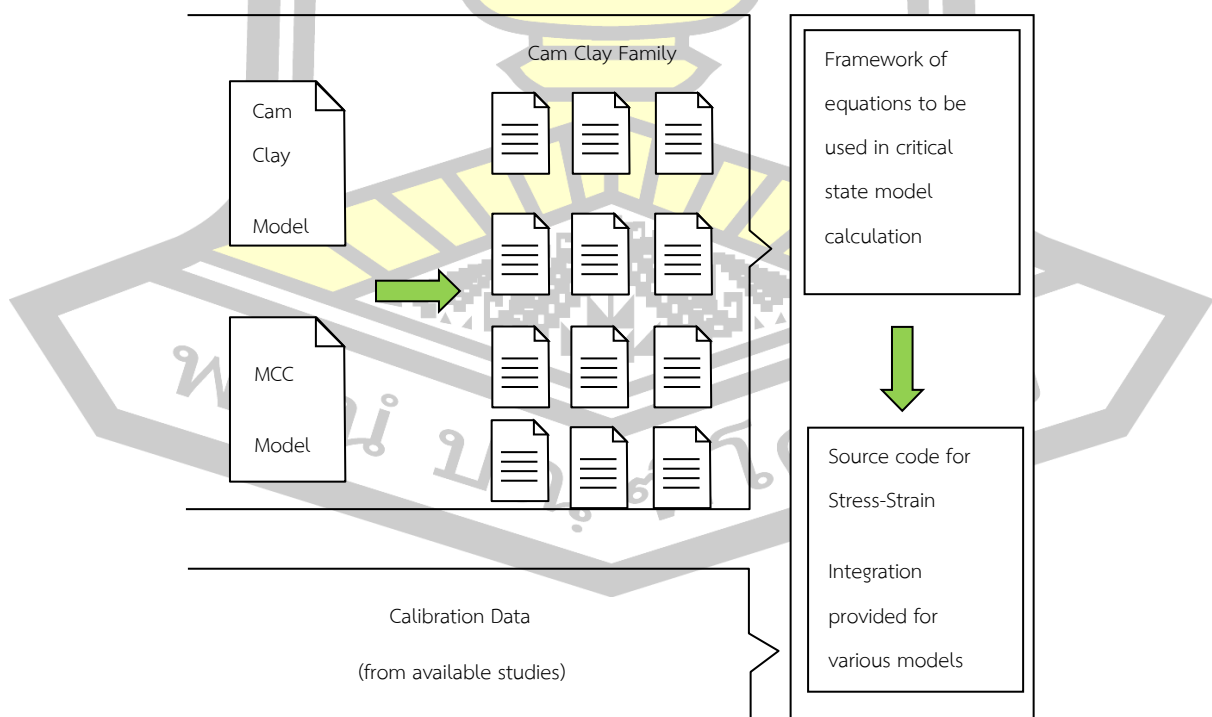
#### 3.1 ศึกษาทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และรวบรวมข้อมูล

การศึกษาในส่วนนี้ประกอบด้วยการศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องหลายอย่างทั้งหมด ซึ่งได้แก่ ทฤษฎีเกี่ยวกับแบบจำลองดินในสภาพวิฤติ ทฤษฎีของแบบจำลองดินทราย และทฤษฎีของดินตะกอนปนทราย ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### 3.1.1 ศึกษาทฤษฎี และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของแบบจำลองในสภาพวิฤติ

แบบจำลองดินในสภาพวิฤติ ที่เป็นพื้นฐานของการพัฒนาหลาย ๆ แบบจำลองอื่นตามมา ได้แก่แบบจำลอง Cam Clay (K. H. Roscoe et al., 1963) และแบบจำลองดิน Modified Cam Clay หรือ MCC (Kenneth Harry Roscoe & Burland, 1968) ดังนั้นการศึกษาแบบจำลองทั้งสองนี้ จึงเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการพัฒนาแบบจำลองใหม่ ๆ ที่ดี

นอกจากนี้ การศึกษาแบบจำลองอื่น ๆ ที่พัฒนาต่อเนื่องไปจากแบบจำลองทั้งสองนี้ (Cam Clay Family) ก็มีความจำเป็นเช่นกัน เนื่องจากทำให้ทราบถึงการแก้ไขส่วนที่ยังไม่ดีของแบบจำลองต้นแบบ และเห็นถึงแนวความคิดใหม่ ๆ เทคนิคใหม่ ๆ ในการพัฒนาแบบจำลองอื่น ๆ ขึ้นมาจากแบบจำลอง MCC และสิ่งสำคัญที่ขาดไม่ได้ในขั้นตอนนี้คือ สรุบบอบเขตหรือกรอบการคำนวณเพื่อให้สามารถคาดคะเนความสัมพันธ์ความเค้น-ความเครียด ของดินในสภาพวิกฤติได้ การศึกษานี้เลือกใช้แนวทางการคำนวณ ความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain Integration) ตามแนวทางของ Sloan, 1987; Sloan, Abbo, & Sheng, 2001 ซึ่งเป็นแนวทางที่สามารถใช้ได้ดีกับแบบจำลองที่มีความซับซ้อนสูงได้ อีกทั้งมีอัลกอริทึมสำหรับควบคุมค่าคลาดเคลื่อนในแต่ละขั้นตอนย่อยโดยอัตโนมัติด้วย สำหรับภาษาคอมพิวเตอร์ที่เลือกใช้ก็คือ FORTRAN77 ซึ่งเป็นภาษาคอมพิวเตอร์ขั้นสูงที่มีความเร็วสูง อีกทั้งสามารถใช้รหัสโปรแกรมนี้เพื่อพัฒนาต่อไปเพื่อใช้ร่วมกับการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ด้วยซึ่งนิยมเขียนด้วยภาษา FORTRAN77 เช่นเดียวกัน ดังนั้น การศึกษาในขั้นตอนนี้ นอกจากจะได้กรอบการคำนวณตามแนวทางของแบบจำลองในสภาพวิกฤติแล้ว ยังรวมถึงการพัฒนาห้สโปรแกรม (Source Code) ที่สามารถให้ผลการคาดคะเนจากแบบจำลองในสภาพวิกฤติได้ โดยคุณลักษณะของรหัสโปรแกรมห้สดังกล่าวจะต้องสามารถให้ผลเฉลยที่ต้องการได้จากแบบจำลอง เช่น ความเค้น ความเครียด ฮาร์ดดินนิ่งพารามิเตอร์ หรืออื่น ๆ ที่จำเป็น รูปแบบการศึกษาในขั้นตอนนี้ดังแสดงในภาพประกอบที่ 3.1 Elastoplastic Soil model Integration for Critical State Model



ภาพประกอบที่ 3.1 การศึกษาแบบจำลองในสภาพวิกฤติ



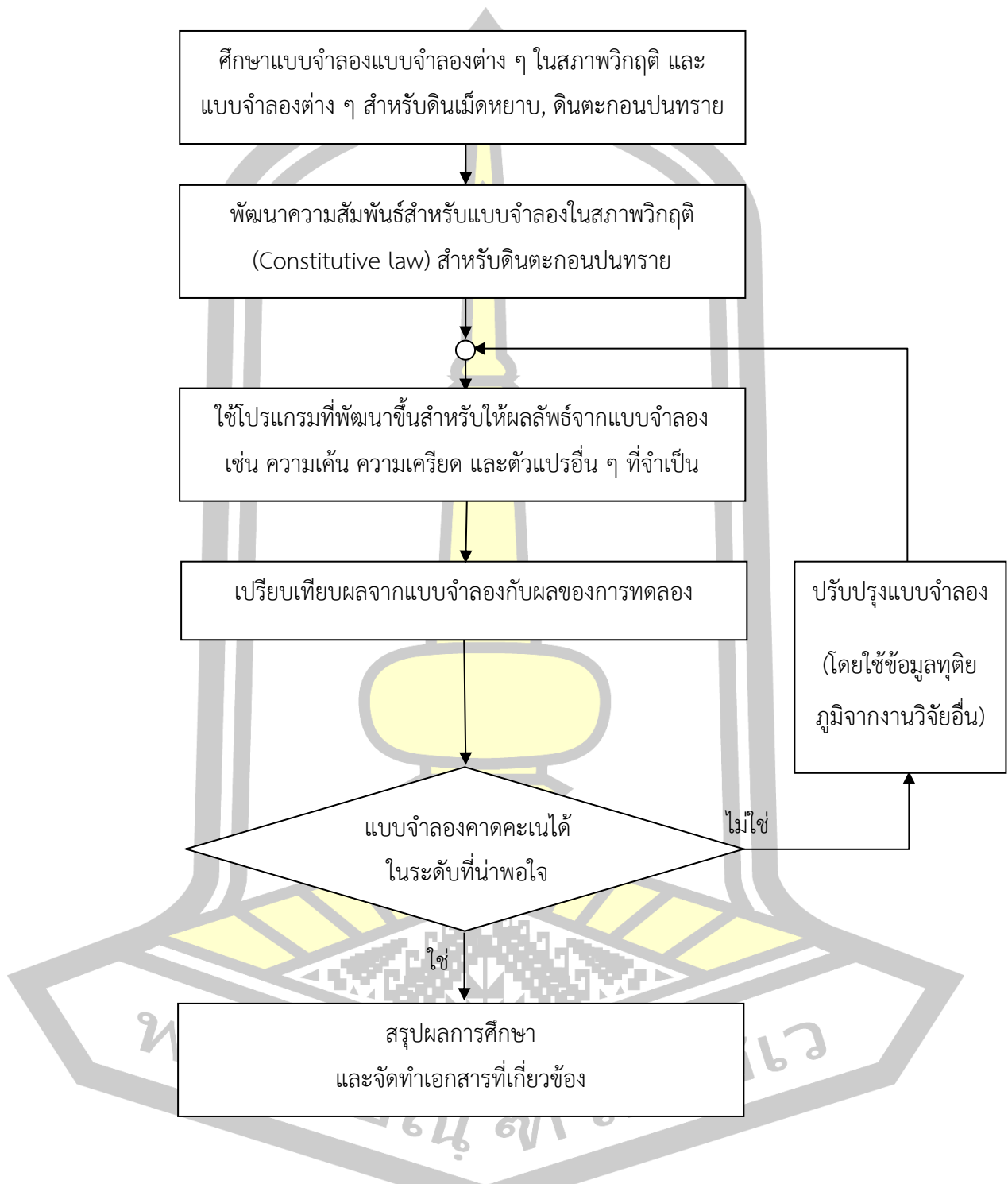
### 3.1.2 ศักยภาพของแบบจำลองดินทรายปนตะกอน และรวบรวมผลการทดลองที่เกี่ยวข้อง

เนื่องจากแบบจำลองดินสำหรับดินทรายปนตะกอนถึงแม้จะยังมีไม่มากเหมือนแบบจำลองดินแบบอื่น แต่ส่วนใหญ่จะมีพื้นฐานมาจากงานวิจัยต่าง ๆ สำหรับดินเม็ดหยาบ เช่นดินทราย หรือดินตะกอน และ/หรือ ดินทรายปนตะกอน ดังนั้นการศึกษาหลักการงานวิจัยเหล่านี้ จะทำให้เห็นวิวัฒนาการของการวิจัยที่มีอยู่แล้ว มีมุมมองที่กว้างเพื่อเป็นพื้นฐานในการพัฒนาแบบจำลองที่ดีขึ้นต่อไปได้ นอกจากนี้ในแบบจำลองต่าง ๆ ที่ได้มีการศึกษาไว้แล้วหลาย ๆ งาน จะมีผลการทดสอบต่าง ๆ ที่ดีและจำเป็นในการอ้างอิง และเป็นประโยชน์ในการพัฒนาแบบจำลองอื่นๆ ด้วย เช่นกัน ดังนั้น การศึกษาในขั้นตอนนี้ นอกจากจะเป็นการศึกษาถ่วงไปเฉพาะแบบจำลองสำหรับดินทรายปนตะกอน แล้วยังเป็นขั้นตอนที่สำคัญอีกอย่างคือรวบรวมผลการทดลองจากงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อใช้เป็นประโยชน์ในการพัฒนาแบบจำลองที่ดีกว่าขึ้นมาใหม่ทั้งในขั้นตอน calibration และ validation ผลการทดลองที่ดีจะมีลักษณะดังต่อไปนี้

- 1) เป็นผลการทดลองความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น - ความเครียด และหรือตัวแปรที่เกี่ยวข้อง เช่นแรงดันน้ำ เป็นต้น
- 2) ผลการทดลองมี สรุปตัวแปรต้น (Input parameters) เพื่อใช้ทำนายความสัมพันธ์ ความเค้น-ความเครียดตามแบบจำลองได้
- 3) ผลการทดลองที่หลากหลายโดยเฉพาะการทดลองแรงอัดสามแกนในสภาพระบายน้ำ (Drained condition) และ/หรือการทดลองในสภาพไม่ระบายน้ำ (Undrained condition) ผลการทดลองที่มีการให้น้ำหนัก หลาย ๆ แบบ เช่น Compression Loading, Compression Unloading, Extension Loading, Extension unloading ถ้าสามารถรวบรวมได้ เป็นต้น

### 3.2 พัฒนาแบบจำลอง และการปรับเทียบแบบจำลอง

การศึกษาในหัวข้อนี้จะเป็นการพัฒนาความสัมพันธ์ (Constitutive law) ชุดใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการคาดคะเนความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น - ความเครียดของดินตะกอนปนทราย ซึ่งการดำเนินงานจะมีลักษณะเป็นการลองผิดลองถูกจนกว่าจะได้ความสัมพันธ์ที่ดีเปรียบเทียบกับผลการทดสอบที่รวบรวมมาได้เท่านั้น ให้ผลการคาดคะเนได้ดีในระดับที่น่าพอใจ อีกทั้งยังต้องมีเงื่อนไขว่า แบบจำลองนั้นต้องไม่ซับซ้อนเกินไปด้วย การดำเนินงานโดยใช้รหัสโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาจากขั้นตอนการศึกษาที่ 3.1.1 ร่วมด้วยเพื่อให้เกิดความรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ รูปแบบการดำเนินงานในส่วนนี้ดังแสดงในภาพประกอบที่ 3.2



ภาพประกอบที่ 3. 2 แผนภูมิการดำเนินการศึกษาเพื่อพัฒนาแบบจำลอง  
สำหรับดินตะกอนปนทราย

### 3.3 การทดลอง (Testing Program)

สำหรับตัวอย่างดินที่ศึกษาในงานวิจัยนี้ได้คัดเลือกมาโดยเฉพาะให้เป็นดินที่ไม่มีความเหนียว เพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการศึกษาคือ การพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินทรายปนดินตะกอน ซึ่งเป็นดินที่ไม่มีความเชื่อมแน่น (ค่า cohesion มีค่าเท่ากับศูนย์) โดยตัวอย่างดินดังกล่าวนำมาจากจังหวัดกาฬสินธุ์การทดลองที่เกี่ยวข้องและควบคู่ไปกับการพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินโดยทั่วไปคือ

1) การทดลองแรงอัดสามแกน (Triaxial Test) เพื่อให้ได้ตัวแปรที่มีความสำคัญมากได้แก่ ค่ามุมของแรงเสียดทานภายใน (Internal Friction Angle) และเส้นทางหน่วยแรง (Stress Path) ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะสำหรับดินหนึ่ง ๆ สำหรับการศึกษาการทดลองแรงอัดสามแกนที่เกี่ยวข้องคือการทดลองแบบ CD Test เท่านั้นเพื่อให้ได้เส้นทางหน่วยแรงในสภาพระบายน้ำสอดคล้องกับการพัฒนาแบบจำลองแบบ Effective Stress Soil Model โดยแบ่งการทดลองออกเป็น 3 ชุด คือ ดินทรายผสมกับดินตะกอนในอัตราส่วน 100:0 50:50 และ 0:100 ทั้งนี้เพื่อให้ตัวอย่างผลการทดสอบครอบคลุมไม่เฉพาะดินทรายปนดินตะกอน แต่ยังรวมถึงดินทรายอย่างเดียว และดินตะกอนอย่างเดียวด้วย

2) การทดลองการอัดตัวคายน้ำ 1 มิติ (Consolidation Test) เป็นการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์เกี่ยวกับความเค้นและการเปลี่ยนแปลงช่องว่างในดิน ซึ่งมีประโยชน์มากในขั้นตอนการเลือกใช้กฎการไหล (Flow Rule) และการเลือกใช้ฮาร์ดเดนนิงพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลอง การทดสอบแบ่งการทดลองออกเป็น 3 ชุด คือ ดินทรายผสมกับดินตะกอนในอัตราส่วน 100:0 50:50 และ 0:100

3) การทดสอบการกระจายขนาด โดยใช้วิธีร่อนผ่านตะแกรง ตัวอย่างดินถูกคัดแยกออกเป็นสองส่วนคือ ดินทรายในการศึกษานี้ใช้ดินที่ค้ำตะแกรง #40) และดินตะกอน(ผ่านตะแกรง #100 แต่ค้ำตะแกรง #200) ส่วนดินที่ผ่านตะแกรง #200 แสดงผลในกราฟการกระจายขนาดแต่ไม่ได้นำมาผสมเพื่อใช้ในการทดสอบแรงอัดสามแกน และอัดตัวคายน้ำในข้อ 1) และข้อ 2) ข้างต้น

4) การถ่ายภาพขนาดและรูปร่างของเม็ดดินเพื่อประเมินค่าโดยประมาณ ความกลมมน (Roundness) ของทั้งเม็ดดินทราย และเม็ดดินตะกอน

อย่างไรก็ตามหากข้อมูลการทดลองที่รวบรวมมาได้จากงานวิจัยต่าง ๆ มีความสมบูรณ์สามารถยืนยันความถูกต้องของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาได้อย่างครบถ้วน การทดลองในห้องปฏิบัติการอาจไม่พิจารณาดำเนินการ

### 3.4 ตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลอง

เมื่อได้แบบจำลองที่มีขีดความสามารถและคุณลักษณะต่างๆตามที่ต้องการแล้ว สามารถตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งจากผลการทดลองที่ไม่ได้ใช้ในการปรับแก้แบบจำลองตามที่แสดงในขั้นตอนที่ 3.2 เพื่อยืนยันผลการศึกษา เนื่องจากการวิบัติหรือสภาพวิกฤติของดินทรายจะมีค่า Peak Strength แตกต่างกันขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ความแน่น-หลวม และความเค้นเริ่มต้น เป็นต้น ดังนั้นสามารถเปรียบเทียบผลทดสอบกับผลจากแบบจำลองโดยพิจารณา Peak Strength จากผลการทดสอบแรงอัดสามแกนแบบระบายน้ำ ด้วยความสัมพันธ์  $q - \varepsilon_a$  เมื่อ  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  คือความเค้นเบี่ยงเบน และ  $\varepsilon_a$  คือความเครียดตามแนวแกน

### 3.5 สรุปผลการศึกษา และจัดเตรียมเอกสารวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สรุปผลการศึกษา พร้อมทั้งจัดทำเอกสารงานวิจัย และรูปเล่มวิทยานิพนธ์



## บทที่ 4

### ผลการวิจัยและการอภิปราย

งานวิจัยนี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับดินตะกอนปนทรายแบบอีลาสโตพลาสติก (Elastoplastic Soil Model) โดยใช้หลักการของแบบจำลองในสภาพวิกฤต (Critical State Soil Model) เช่นเดียวกับแบบจำลองดินแคมเคลย์ (Cam Clay) และโมดิไฟด์แคมเคลย์ (Modified Cam Clay) รวมถึงแบบจำลองดินอื่น ๆ ที่พัฒนาต่อจากแบบจำลองทั้งสองนี้ด้วย สำหรับแบบจำลองในการศึกษานี้ได้พัฒนาเพิ่มเติมจากแบบจำลองสำหรับดินทรายที่นำเสนอโดย Yao และคณะ (2004) เพื่อให้สามารถใช้ได้กับแบบจำลองทั้งดินทรายและดินทรายที่มีดินตะกอนปนอยู่ด้วยได้หลาย ๆ ค่า โดยในแบบจำลองมีตัวแปรเกี่ยวกับปริมาณดินตะกอนที่ปนกับดินทราย (Fine Content,  $f_c$ ) และได้เพิ่มเติมพารามิเตอร์เกี่ยวกับขนาดและรูปร่างของเม็ดดินจากภาพถ่ายเม็ดดินซึ่งช่วยให้สามารถอธิบายพฤติกรรมของดินตะกอนปนทรายได้ดีขึ้น

เนื้อหาในบทนี้แสดงหลักการสร้างแบบจำลองและรายละเอียดของแบบจำลองดินสำหรับดินตะกอนปนทราย พารามิเตอร์ดินสำหรับแบบจำลองที่เสนอจากการทดลองแรงอัดสามแกน การทดลองอัดตัวคายน้ำ และการภาพถ่ายขนาดและรูปร่างของเม็ดดิน นอกจากนี้ยังแสดงผลการเปรียบเทียบเส้นทางหน่วยแรงจากแบบจำลองและผลการทดลองด้วย

#### 4.1 แบบจำลองสำหรับดินทรายนดินตะกอน

สำหรับการพัฒนาแบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทรายนั้น การศึกษานี้ได้เลือกแบบจำลองดินทรายที่มีความเหมาะสมในการพัฒนาต่อให้ใช้ได้สำหรับดินตะกอนปนทรายได้ โดยแบบจำลองสำหรับดินทรายที่ต้องการนั้นมีลักษณะ และความสามารถดังต่อไปนี้

1) เป็นแบบจำลองดินแบบอีลาสโตพลาสติก (Elastoplastic Soil Model) ทั้งนี้เพราะว่าดินเป็นวัสดุที่คุณสมบัติทั้งแบบอีลาสติกและพลาสติกในขณะเดียวกัน หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ดินมีการเสียรูปที่คืนตัวได้บางส่วน และมีการเสียรูปที่ไม่คืนตัวบางส่วน

2) เป็นแบบจำลองดินที่พัฒนาอยู่บนพื้นฐานของแบบจำลองในสภาพวิกฤติ (Critical State Soil Model) ซึ่งมีข้อดีคือสามารถจำลองพฤติกรรมของดินเมื่อเกิดการวิบัติ (มีความเครียดเกิดขึ้นมากขณะที่ความเค้นเท่าเดิมได้) ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สำคัญของดิน

3) เป็นแบบจำลองดินทรายที่อยู่ในระดับมาโคร (Macro) กล่าวคือ มีแบบจำลองดินตะกอนปนทรายจำนวนหนึ่งที่เป็นแบบจำลองดินในระดับไมโคร (Micro) ซึ่งทำให้เกิดข้อขัดแย้งเกี่ยวกับพารามิเตอร์ส่วนหนึ่งทำการทดลองหาค่าได้ยาก เพื่อให้ง่ายในการใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นนั้น จึงจำเป็นต้องพัฒนาแบบจำลองในระดับมาโคร

4) มีการปรับใช้ความเค้นและ/หรือ เงื่อนไขการวิบัติที่เหมาะสม เช่น การประยุกต์ใช้ความเค้นดัดแปลง (Transformed Stress) เงื่อนไขการวิบัติของ Spatial Mobilized Plan (SMP)

5) สามารถให้ผลการคาดการณ์ได้ทั้งดินทรายหลวม และดินทรายแน่น

6) เป็นแบบจำลองที่ไม่ซับซ้อนมากนัก และมีพารามิเตอร์จำนวนไม่มากเกินไป

7) เป็นแบบจำลองที่ใช้ผลจากการทดลองแรงอัดสามแกน และการทดสอบอัดตัวคายน้ำเป็นหลัก และ/หรือ รวมการทดลองอื่นที่ไม่ยากหรือซับซ้อนเกินไป

8) เป็นแบบจำลองที่ใช้ความเค้นประสิทธิผล (Effective Stress) ซึ่งสามารถนำมาวิเคราะห์ปัญหาได้ทั้งแบบระบายน้ำ และแบบไม่ระบายน้ำได้ดี รวมถึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เป็นอย่างดี

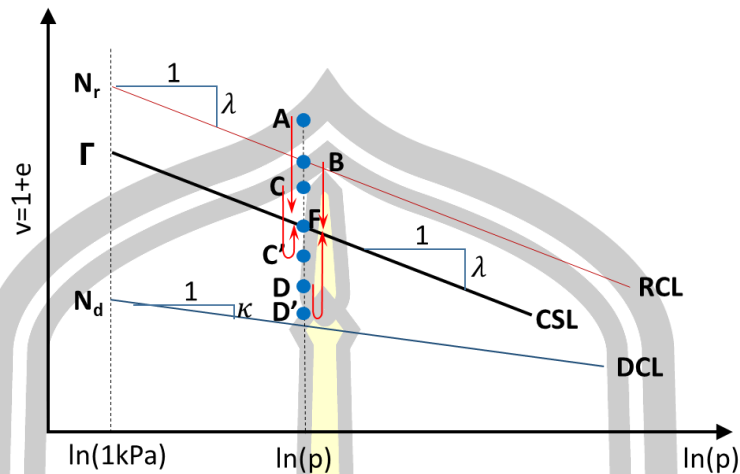
แนวความคิดของแบบจำลองเริ่มต้นที่ใช้ในการปรับปรุง คือแบบจำลองสำหรับดินทรายที่เสนอโดย Y. P. Yao et al., 2004 โดยแนวความคิด ดังนี้

จากผลการทดลองอัดตัวคายน้ำซึ่งเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและอัตราส่วนโพรง (Void Ratio,  $e$ ) หรือปริมาตรจำเพาะ (Specific Volume,  $v$ ) โดยที่  $v=1+e$  นั้นสามารถจำลองด้วยเส้นตรงเพื่อความง่ายดังภาพประกอบที่ 4.1 โดยในภาพประกอบที่ 4.1 นั้นได้มีเส้นตรงหลัก 3 เส้นคือ

RCL หรือ Reference Control Line คือ เส้นที่สมมติขึ้นมาเพื่อแบ่งระหว่างดินทรายหลวมและดินทรายแน่น โดยที่ ดินทรายหลวมอยู่เหนือเส้น RCL ดินทรายแน่นอยู่ใต้ RCL และเทียบเท่าเส้น Virgin Compression Line (VCL) สำหรับดินเหนียวจากการทดลองอัดตัวคายน้ำที่ใช้ในแบบจำลอง Modified Cam Clay โดยสมมติให้มีความลาดชัน  $\lambda$

CSL หรือเส้น Critical State Line โดยดินจะมีค่าการเสียรูปจำนวนมากโดยที่ไม่เพิ่มความเค้นเมื่อเข้าสู่เส้นนี้ และมีความลาดชันเท่ากับเส้น RCL หรือมีความลาดชันเท่ากับ  $\lambda$  โดยที่เส้น RCL อยู่เหนือเส้น CSL เป็นระยะเท่ากับ  $(\lambda-K)\ln(2)$  เช่นเดียวกันกับในแบบจำลอง Modified Cam Clay

DCL คือเส้นที่มีหน้าที่คล้ายกับ เส้น Swelling Line หรือ Unloading-Reloading Line ในการทดลองการอัดตัวคายน้ำ โดยมีความชันเท่ากับ  $K$



ภาพประกอบที่ 4.1 ความสัมพันธ์อย่างง่ายระหว่าง ความเค้นเฉลี่ย  $p$  และค่าปริมาตรจำเพาะ  $v$  ที่ใช้ในแบบจำลองสำหรับดินทราย

จากภาพประกอบที่ 4.1 ยังมีพารามิเตอร์ควบคุมจุดเริ่มต้นของทั้งสามเส้นดังกล่าวข้างต้นคือเป็นค่าบนเส้นทั้งสามดังกล่าวที่แกนอนมีค่า  $p=1.0$  kPa ได้แก่

$N_d$  คือค่าเริ่มต้นบนแกนตั้งของเส้น DCL

$\Gamma$  คือค่าเริ่มต้นของแกนตั้งของเส้น CSL

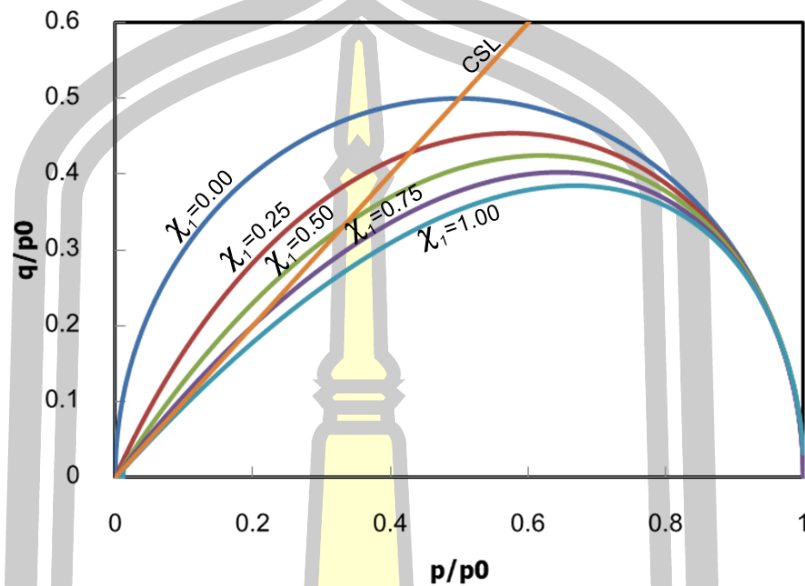
$N_r$  คือค่าเริ่มต้นของแกนตั้งของเส้น RCL โดยที่  $N_r = \Gamma + (\lambda - \kappa) \ln(2)$

โดยพฤติกรรมของดินทรายตามแบบจำลองของ Y. P. Yao et al., 2004 นั้นแบ่งออกเป็น 2 แบบได้แก่

1) ดินที่หลวมกว่า RCL หรืออยู่เหนือเส้น RCL เช่นจุด A ดินในกลุ่มนี้จะมีพฤติกรรมที่เรียกว่า Negative Dilatancy หมายถึงมีปริมาตรลดลงเมื่อมีหน่วยแรงดินเฉลี่ยเพิ่มขึ้น และ Peak Strength อยู่ที่เส้น CSL เช่นกราฟที่จุด A จะเดินทางเข้าสู่จุด F บนเส้น CSL เมื่อเข้าใกล้สถานะวิกฤติ นอกจากนี้ถ้าเปรียบเทียบกับดินที่อยู่บนเส้น RCL เช่นจุด B ก็จะมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันกับจุด A แต่จะมีเกิดปริมาตรที่ลดลงน้อยกว่า และเข้าสู่ Peak Strength ที่ จุด F บนเส้น CSL

2) ดินที่แน่นกว่า RCL หรืออยู่ใต้เส้น RCL เช่น จุด C และ D สำหรับดินในกลุ่มนี้จะมีพฤติกรรมแบ่งออกเป็น 2 ช่วง คือ พฤติกรรมปริมาตรลดลงในช่วงก่อนถึง Peak Strength (Negative Dilatancy) แต่จะมีพฤติกรรม เปลี่ยนเป็นปริมาตรเพิ่มขึ้นหลัง Peak Strength (Positive Dilatancy) เช่นกราฟที่จุด C และ D และจะเดินทางเข้าสู่จุด F บนเส้น RCL เช่นกันแต่ด้วย Peak Strength ที่แตกต่างกัน

สำหรับดินทรายกลุ่มที่หยาบกว่า RCL กำหนดให้ใช้ Yield Function ตามสมการที่ 4.1 และมีกราฟดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.2



ภาพประกอบที่ 4.2 Yield Function สำหรับดินทรายที่หยาบกว่า RCL ที่มีค่า  $\chi_1$  แตกต่างกัน

$$f = \ln \frac{p}{p_0} + \ln \left( 1 + \frac{\eta^2/M^2}{1 - \chi_1 \eta^2/M^2} \right) - H = 0 \quad (4.1)$$

โดยที่

$$\chi_1 = \frac{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda \ln(p_0)}{\lambda - \kappa}\right) - 2}{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda \ln(p_0)}{\lambda - \kappa}\right) - 1} \quad (4.2)$$

เมื่อค่า

$$0 \leq \chi_1 \leq 1 \quad (4.3)$$

จากสมการที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าค่า  $\chi_1$  ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ทรายและค่าเริ่มต้น  $e_0$  และ  $p_0$  ถ้าดินทรายหยาบมาก  $\chi_1$  จะมีค่าเพิ่มขึ้น และมีค่าสูงที่สุด 1.0 เมื่อ  $e_0$  มีค่าเป็นอนันต์ และสำหรับ ทรายกลุ่มที่แน่นกว่า RCL นั้นจะมีค่า  $\chi_1 = 0$  และมี Yield Function เป็นรูปวงรีเท่านั้น นอกจากนี้ ดินกลุ่มที่แน่นกว่า RCL ยังกำหนดให้ใช้ State Parameter  $\chi_2$  เพื่อควบคุมพฤติกรรมเกี่ยวกับ Peak Strength โดยที่  $\chi_2$  สามารถทำได้ดังสมการที่ 4.4



$$\chi_2 = \frac{\{Nr - \lambda \ln(p_0) - v_0(1 - \varepsilon_v^p)\} - (\lambda - \kappa) \ln\left\{\frac{p}{p_0} \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2}\right)\right\}}{(Nr - Nd) - (\lambda - \kappa) \ln(p)} \quad (4.4)$$

สำหรับ Hardening Rule สำหรับแบบจำลองดินทรายของ Y. P. Yao et al., 2004 นั้น เป็นไปตามสมการที่ 4.5

$$H = \int dH = \int \frac{1}{c_p} \frac{M_f^4 - \eta^{*4}}{M^4 - \eta^{*4}} d\varepsilon_v^p \quad (4.5)$$

อัตราส่วนช่องว่างของโครงสร้างดิน

เพื่อให้แบบจำลองดินทรายของ Y. P. Yao et al., 2004 สามารถประยุกต์ใช้ได้กับดินทรายที่ปนดินตะกอนได้นั้น จำเป็นที่จะต้องมิตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับดินตะกอนเข้ามาเกี่ยวข้องในแบบจำลอง เช่น ตัวแปรที่มีความสำคัญมากได้แก่ สัดส่วนของดินตะกอนที่ปะปนอยู่ในดินทราย (Fine Content,  $f_c$ ) โดยตัวแปร  $f_c$  มีค่าอยู่ในช่วง  $0\% \leq f_c \leq 100\%$  ซึ่งเมื่อดินตะกอนเข้ามาอยู่ในช่องว่างระหว่างเม็ดทรายจะมีผลทำให้อัตราส่วนช่องว่างของดินทรายปนดินตะกอนมีค่าลดลงจากดินทราย ดังนั้นเมื่อนำ  $f_c$  มาเกี่ยวข้องกับอัตราส่วนช่องว่าง (Void Ratio) เช่น Rahman et al., 2014 จะได้ดังนี้

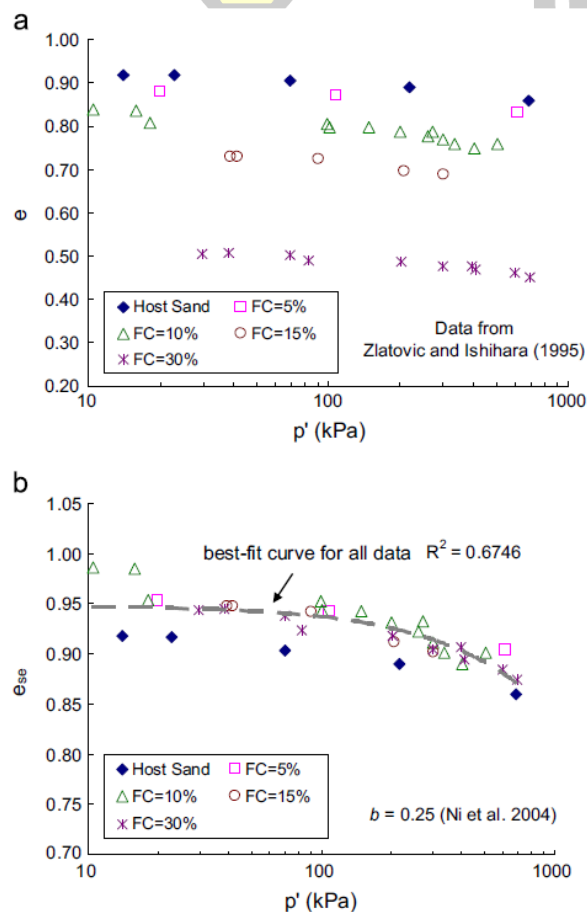
$$e' = \frac{e + f_c}{1 - f_c} \quad (4.6)$$

เมื่อ  $e$  คืออัตราส่วนช่องว่างของดินทราย และ  $e'$  คือ Skeleton Void Ratio หรืออัตราส่วนช่องว่างของดินทรายที่ปนดินตะกอนที่มีสัดส่วนดินตะกอนเท่ากับ  $f_c$  จากสมการที่ 4.8 จะเห็นได้ว่า ถ้า  $f_c=0$  (ดินทรายไม่มีดินตะกอนปะปน)  $e'$  ก็จะมีค่าเท่ากับ  $e$  ซึ่งเป็นค่าของดินทราย ดังนั้น  $e'$  ในสมการที่ 4.8 จึงสามารถใช้แทนค่า  $e$  ได้และใช้ได้กับทั้งดินทรายและดินทรายปนดินตะกอน

นอกจากนี้ยังมีหลายงานศึกษา เช่น เช่น Rahman et al., 2014; Lashkari, 2014 พบว่าถึงแม้ดินตะกอนจะปะปนในดินทรายแต่ดินตะกอนที่อยู่ระหว่างช่องว่างของดินทรายบางส่วนอาจไม่เกี่ยวข้องกับกลไกการถ่ายน้ำหนักของโครงสร้างดิน จึงได้มีการพยายามใช้ตัวแปร เพื่อลดทอนปริมาณดินตะกอนในโครงสร้างดินลงคือใช้ค่า  $\beta$  เพื่อปรับปรุงค่า  $e'$  ให้เป็น Equivalent Intergranular Void Ratio ( $e^*$ ) ดังแสดงในสมการที่ 4.7

$$e^* = \frac{e+(1-\beta)f_c}{1-(1-\beta)f_c} \quad (4.7)$$

ตัวแปร  $\beta$  บ่งบอกถึงสัดส่วนของดินเม็ดละเอียดที่ทำหน้าที่ในกลไกรับน้ำหนักของโครงสร้างดินตะกอนร่วมกับทราย โดยที่  $0 \leq \beta \leq 1$  ในกรณี  $\beta = 0$  หมายถึงดินเม็ดละเอียดทำงานเต็มที่ทุกเม็ด คือ  $e^*$  ในสมการที่ 4.7 จะเท่ากับ  $e'$  ในสมการที่ 4.6 และสำหรับ  $\beta = 1$  หมายถึงดินเม็ดละเอียดไม่ทำงานในการรับน้ำหนักเลย ทำให้ค่า  $e^*$  ในสมการที่ 4.7 มีค่าเท่ากับ  $e$  ของดินทรายเท่านั้น งานวิจัยจำนวนหนึ่งพบว่า การใช้ค่า  $e^*$  ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าการใช้  $e'$  ซึ่งส่งผลให้ได้ความสัมพันธ์  $e^*-\ln(p)$  สำหรับแต่ละค่า  $f_c$  เข้าใกล้กันดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.4



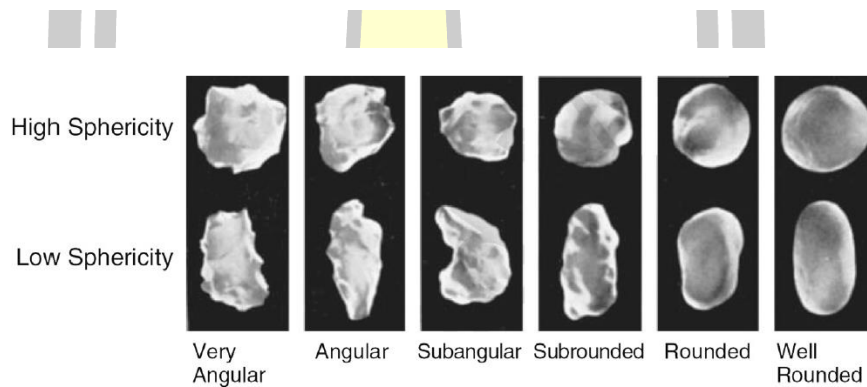
ภาพประกอบที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $e-\ln(p')$  และ  $e^*-\ln(p')$  สำหรับดินทรายปนดินตะกอน (Yang et al., 2015)

สมการสำหรับประมาณค่า  $\beta$  มีการนำเสนอไว้จำนวนมาก เช่น Rahman et al., 2014 แต่ Lashkari, 2014 ได้รวบรวมและทดสอบสมการรวมถึงค่าของ  $\beta$  จากงานวิจัยจำนวนมากและได้เสนอสมการที่ทำการ Recalibrate ให้สามารถสอดคล้องกับดินทรายปนดินตะกอนจากงานวิจัยต่างๆ จำนวนมากได้ ดังแสดงในสมการที่ 4.6-4.7

$$\beta = \beta_0(r, f_c) f_c \chi^{-0.2} \quad (4.6)$$

$$\beta_0(r, f_c) = (1.93 + 0.04(r - 1)^2)(1 + 3.2(r - 1)^2 \exp(-22f_c)) \quad (4.7)$$

เมื่อ  $r$  คือ อัตราส่วนความโค้งมน  $r = R_c/R_f$  และ  $R_c$  และ  $R_f$  คือความโค้งมนเฉลี่ยของเม็ดทรายและเม็ดดินตะกอนตามลำดับ ซึ่งสามารถประเมินได้จากภาพถ่ายรูปร่างของเม็ดดิน ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.3 และตารางที่ 4.1 ส่วนค่า  $\chi$  คืออัตราส่วนขนาดเม็ดดินโดยที่  $\chi = D_{10}/d_{50}$  โดยที่  $\chi = D_{10}$  และ  $d_{50}$  คือค่าขนาดประสิทธิผลของดินทราย และขนาดเฉลี่ยของดินตะกอนตามลำดับ และสามารถหาค่าได้จากการทดลองการกระจายขนาดของเม็ดดิน

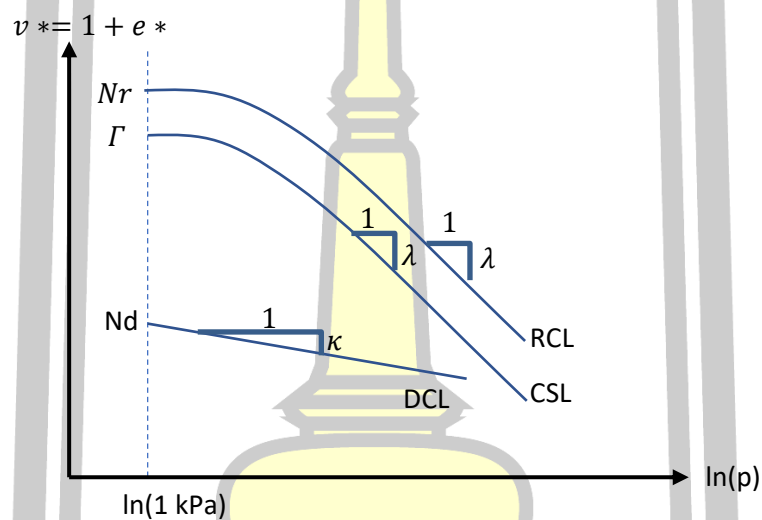


ภาพประกอบที่ 4.3 การจำแนกรูปร่างของเม็ดดิน (Lashkari, 2014)

ตารางที่ 4.1 ค่าความกลมมนของดินแบบต่าง ๆ (Lashkari, 2014)

Description	Roundness, R
Very angular	$0.12 \leq 0.37$
Angular	$0.17 \leq 0.25$
Sub-angular	$0.25 \leq 0.35$
Sub-rounded	$0.35 \leq 0.49$
Rounded	$0.49 \leq 0.70$
Well rounded	$0.70 \leq 1.0$

เพื่อให้แบบจำลองสำหรับดินทรายของ Y. P. Yao et al., 2004 ได้รวมเอาอิทธิพลของตัวแปรสำคัญของดินตะกอนทั้ง 3 ค่าได้แก่ ค่า  $f_c$  ค่า Equivalent Intergranular Void Ratio ( $e^*$ ) และค่า  $\beta$  ได้ การศึกษานี้ได้ประยุกต์สมการความสัมพันธ์  $e^*-\ln(p)$  ในภาพประกอบที่ 4.1 เป็น  $e^*-\ln(p)$  แทนดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.5 ซึ่งมีความสอดคล้องกับกราฟในภาพประกอบที่ 4.3 ด้วย ทำให้สมการของเส้น RCL และ CSL เปลี่ยนไปส่วนสมการของเส้น DCL ยังคงเหมือนเดิม สมการของทั้งสามเส้นดังแสดงในสมการที่ 4.8-4.10



ภาพประกอบที่ 4.4 แนวคิดที่นำเสนอของ  $v^*-\ln(p)$  สำหรับทรายปนตะกอน

$$\text{CSL: } v_{\Gamma}^* = \Gamma - \lambda \left( \frac{p}{p_{\text{pref}}} \right)^m \quad (4.8)$$

$$\text{RCL: } v_r^* = N_r - \lambda \left( \frac{p}{p_{\text{pref}}} \right)^m \quad (4.9)$$

$$\text{DCL: } v_d^* = N_d - \kappa \ln(p) \quad (4.10)$$

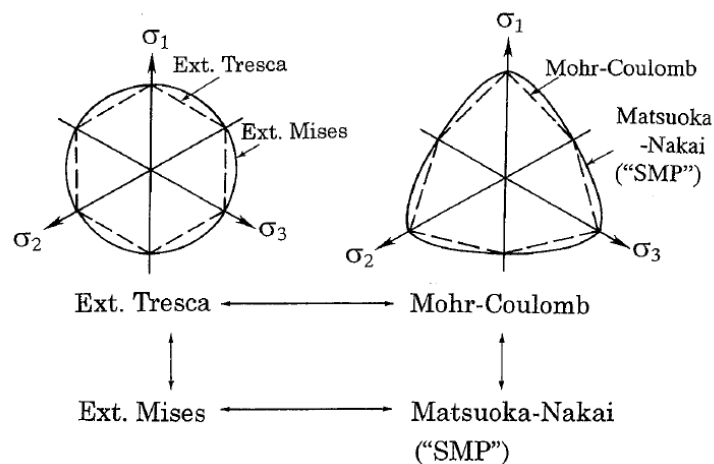
เมื่อ ค่า  $p_{\text{pref}}$  คือความเค้นอ้างอิง นิยมใช้ค่าความดันบรรยากาศ (ประมาณ 101 kPa) และค่า  $m$  พารามิเตอร์ปรับเส้นกราฟที่ทำให้สอดคล้องกับผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำ มีค่าโดยประมาณ

0.5-0.8 ทั้งนี้การเปลี่ยนแปลงรูปแบบสมการของ CSL และ RCL มีผลต่อ State Parameter ทั้งสองตัวของ Y. P. Yao et al., 2004 คือ  $\chi_1$  และ  $\chi_2$  เมื่อปรับใช้สมการของ CSL และ RCL ตามสมการที่ 4.8-4.9 ตามลำดับ จะทำให้ได้สมการของ  $\chi_1$  และ  $\chi_2$  ดังแสดงในสมการที่ 4.11 และ 4.12

$$\chi_1 = \frac{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m}{\lambda - \kappa}\right) - 2}{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m}{\lambda - \kappa}\right) - 1} \quad (4.11)$$

$$\chi_2 = \frac{\left\{Nr - \lambda\left(\frac{p_0}{p_{ref}}\right)^m - v_0(1 - \varepsilon_v^p)\right\} - (\lambda - \kappa) \ln\left\{\frac{p}{p_0}\left(1 + \frac{\eta^2}{M^2}\right)\right\}}{\left(Nr - \lambda\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m\right) - (Nd - \kappa) \ln(p)} \quad (4.12)$$

หน่วยแรงที่ใช้สำหรับแบบจำลองได้มีการประยุกต์ใช้หน่วยแรงดัดแปลง (Transformed Stress) เพื่อให้สามารถใช้ Failure Criterion ของ Matsuoka-Nakai ได้ซึ่งดีกว่าของ Extended Mises ที่ใช้ในแบบจำลอง Modified Cam Clay และแก้ปัญหา Singularity ของ Mohr-Coulomb ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้



ภาพประกอบที่ 4.5 Failure Criterion แบบ Spatial Mobilized Plane (SMP) ของ Matsuoka-Nakai เปรียบเทียบกับ Extended Tresca, Extended Mises และ Mohr-Coulomb

(Y. P. Yao et al., 2004)

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{p}\delta_{ij} + \tilde{s}_{ij} = p\delta_{ij} + \frac{l_0}{\sqrt{s_{kl}s_{kl}}}s_{ij} \quad (4.13)$$

เมื่อ  $\delta_{ij}$  คือ Kronecker's delter,  $p$  and  $s_{ij}$  คือ ความเค้นเฉลี่ย และความเค้นเบี่ยงเบน สำหรับเทนเซอร์ความเค้นแบบปกติ  $\tilde{p}$  และ  $\tilde{s}_{ij}$  คือ ความเค้นเฉลี่ยและความเค้นเบี่ยงเบน ที่ดัดแปลงแล้ว

$$\tilde{p} = \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{ij} \quad (4.14)$$

$$\tilde{s}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{p}\delta_{ij} \quad (4.15)$$

$$l_0 = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1}} \quad (4.16)$$

โดยที่  $I_1$ ,  $I_2$  และ  $I_3$  เป็นค่าคงที่ของความเค้น (Stress Invariants)

สำหรับการคำนวณ แบ่งความเครียดรวมเป็นผลรวมของสองส่วนคือ ความเครียดแบบอีลาสติก และความเครียดแบบพลาสติก โดยสมมติให้หลักการ Superposition ดังนี้

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (4.17)$$

โดยที่  $d\varepsilon_{ij}^e$  และ  $d\varepsilon_{ij}^p$  เป็นความเครียดแบบอีลาสติกและความเครียดแบบพลาสติก ตามลำดับ ในการคำนวณหาความเครียดแบบอีลาสติกในแบบจำลองได้อาศัยสมการของฮุก (Hook's law) ดังสมการที่ 4.14 - 4.15

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d_{kk}\delta_{ij} \quad (4.18)$$

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)}{\kappa} p \quad (4.19)$$

เมื่อ  $E$  และ  $\nu$  คือ Young Modulus และ Poisson's Ratio ตามลำดับ จากสมการที่ 4.15 จะเห็นได้ว่า ค่า  $E$  ขึ้นกับค่า  $p$  ก็คือเป็นความสัมพันธ์แบบ Non-linear Elastic ส่วนความเครียดแบบพลาสติกเป็นไปตาม Flow Rule ดังแสดงในสมการที่ 4.16 และสมการสำหรับ Plastic Potential Function ใช้สมการเดียวกันกับแบบจำลอง Modified Cam Clay ดังสมการที่ 4.17

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{dg}{d\bar{\sigma}_{ij}} \quad (4.20)$$

$$g = \ln\left(\frac{\bar{p}}{p_0}\right) + \ln\left(1 + \frac{\bar{\eta}^2}{M^2}\right) = 0 \quad (4.21)$$

#### 4.2 พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลอง

สำหรับแบบจำลองดินตะกอนปนทรายที่นำเสนอนี้ ได้ใช้หลักการหลายอย่างได้แก่ Critical State soil Mechanic ความสัมพันธ์  $e-\ln(p)$  รวมถึงรูปร่างและขนาดของเม็ดดิน ดังนั้นทำให้ได้ว่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองและการทดสอบที่เกี่ยวข้องดังแสดงในตารางที่ 4.2

พูน ปณ ทิโต ชีเว

ตารางที่ 4.2 พารามิเตอร์และการทดสอบเพื่อหาพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

พารามิเตอร์	คำอธิบาย	การทดสอบ
$M = \frac{6\sin\phi}{3 - \sin\phi}$	Stress ratio $q/p=M$ หรือ Slope ของ CSL บนกราฟ $p-q$	การทดสอบแรงอัดสามแกน
$M_{fmax} = \frac{6\sin\phi}{3 - \sin\phi}$	Maximum Stress ratio $(q/p)_{max} = M_{fmax}$ บนกราฟ $p-q$	การทดสอบแรงอัดสามแกน
$\lambda = 0.434 * C_c$	Slope ของเส้น Virgin Compression Line จากกราฟ $e-\ln(p)$	การทดสอบอัดตัวคายน้ำ
$\kappa = 0.434 * C_r$	Slope ของเส้น Unload-Reload Line จากกราฟ $e-\ln(p)$	การทดสอบอัดตัวคายน้ำ
$\Gamma$	ค่าบนเส้น CSL ที่ $p=1\text{kPa}$ จากกราฟ $e-\ln(p)$	การทดสอบอัดตัวคายน้ำ
$N_d$	ค่าบนเส้น DCL ที่ $p=1\text{kPa}$ จากกราฟ $e-\ln(p)$	การทดสอบอัดตัวคายน้ำ
$v$	อัตราส่วนปัวซอง	โดยทั่วไปสมมติเท่ากับ 0.0 หรือ 0.3 (Drained Condition) Effective Stress
$f_c$	ร้อยละของดินเม็ดละเอียด (ที่ไม่เหนียว)	การทดสอบร่อนผ่านตะแกรง
$D_{10}$	ขนาดประสิทธิผลของดิน	การทดสอบร่อนผ่านตะแกรง
$d_{50}$	ขนาดเฉลี่ยของดินเม็ดละเอียด	การทดสอบร่อนผ่านตะแกรง
$R_c$	ค่า Roundness เฉลี่ยของเม็ดดินทราย	ภาพถ่ายขนาดเม็ดดิน (ดูภาพ 4.4 และตาราง 4.1)
$R_f$	ค่า Roundness เฉลี่ยของเม็ดดินตะกอน	ภาพถ่ายขนาดเม็ดดิน (ดูภาพ 4.4 และตาราง 4.1)



### 4.3 การทดสอบที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ดินทรายปนดินตะกอน

สำหรับดินที่นำมาทดสอบนั้น ได้มีการคัดเลือกดินจากหลายๆแหล่ง เพื่อให้แน่ใจว่า เป็นดินทราย และดินตะกอน(ดินที่ไม่มีความเหนียว) เพื่อจะได้ผลการทดสอบที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และขอบเขตของการศึกษา โดยดินทรายปนดินตะกอนที่นำมาทดสอบนั้น นำมาจากแหล่งดินในจังหวัดกาฬสินธุ์ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.6-4.7 ภาพการทดสอบตะแกรงร่อนดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.8 การทดสอบแรงอัดสามแกนดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.9-4.12 การทดสอบการอัดตัวคายน้ำดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.13-4.14 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน การอัดตัวคายน้ำ และ การทดสอบการกระจายขนาดของเม็ดดิน และภาพถ่ายเม็ดดินดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.6



ภาพประกอบที่ 4.4 สภาพหลุมเก็บตัวอย่างดิน จังหวัดกาฬสินธุ์

พหุ ประ โท ชี เว



ภาพประกอบที่ 4.5 การผึ่งดินตัวอย่างที่เก็บมาได้ก่อนเริ่มทำการทดสอบ



ภาพประกอบที่ 4.6 การร่อนผ่านตะแกรงเพื่อหาการกระจายขนาด



ภาพประกอบที่ 4.7 การติดตั้งเครื่องทดสอบแรงอัดสามแกน



ภาพประกอบที่ 4.8 แผงควบคุมแรงดันระบบไฮดรอลิกส์



ภาพประกอบที่ 4.9 การเตรียมตัวอย่างเพื่อทดสอบแรงอัดสามแกน



ภาพประกอบที่ 4.10 การติดตั้งตัวอย่างดินบนเครื่องทดสอบแรงอัดสามแกน



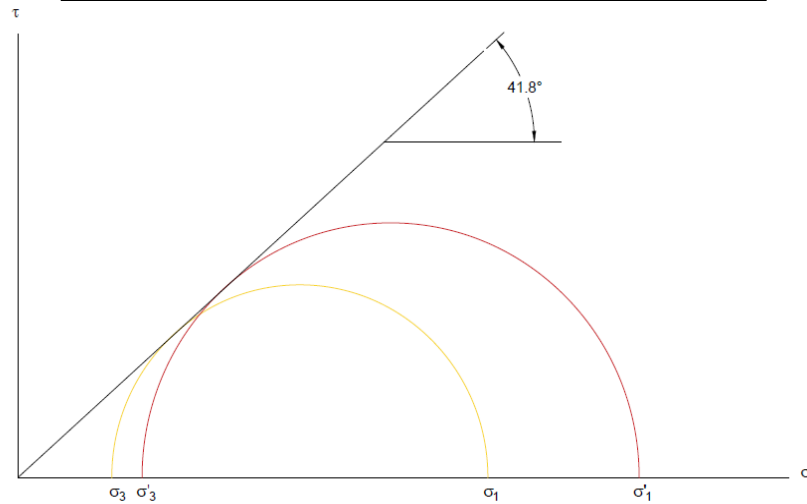
ภาพประกอบที่ 4.11 กล่องใส่ตัวอย่างดินสำหรับทดสอบการอัดตัวคายน้ำ



ภาพประกอบที่ 4.12 เครื่องทดสอบการอัดตัวคายน้ำแบบที่กักอัดโนมัติ

พหุ ประถมศึกษา

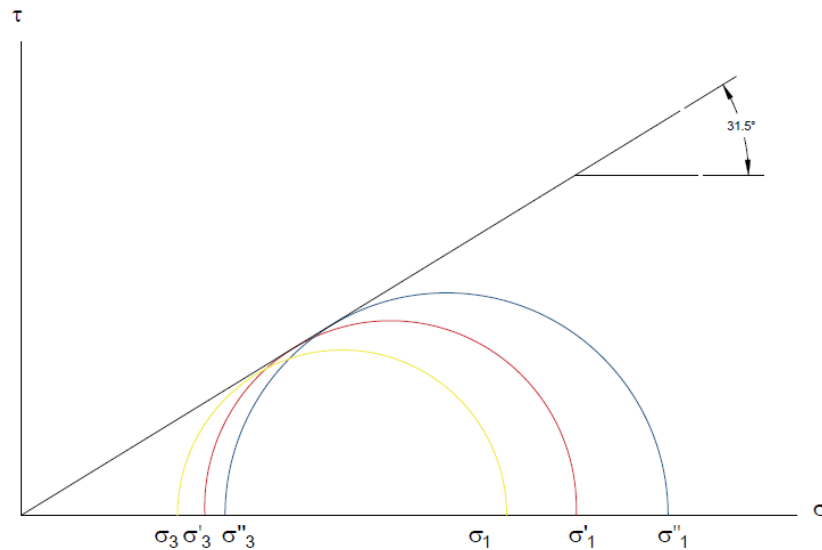
สัปดาห์เมื่อดินทรายต่อเม็ดดินละเอียดที่ร้อยละ 100			
ตัวอย่างที่	Cell pressure	Axial stress	
1 ( 50 ksc )	1.5897	2.0992	ksc
2 ( 100 ksc )	7.9595	10.5226	ksc



ภาพประกอบที่ 4.13 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test  
(ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 100:0)

จากภาพประกอบที่ 4.15 ตัวอย่างดินที่ใช้ทดสอบมี 3 ตัวอย่าง แบ่งทดสอบที่ Consolidation Pressure เท่ากับ 50 100 และ 120 ksc แต่ตัวอย่างที่ 3 (ทดสอบที่แรงดัน 120 ksc) เกิดการผิดพลาดระหว่างการทดลอง เลยทำให้เครื่องไม่สามารถทำการทดลองได้จนเกิดการวิบัติ จึงเหลือเพียงผลการทดสอบแค่ 2 ตัวอย่างดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.15

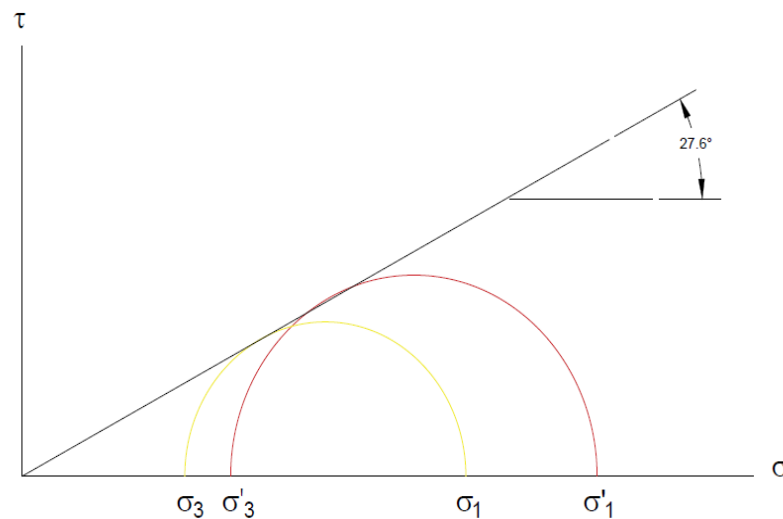
สัดส่วนเม็ดดินทรายต่อเม็ดดินละเอียดที่ร้อยละ 50			
ตัวอย่างที่	Cell pressure	Axial stress	
1 ( 75 ksc )	1.8138	5.6300	ksc
2 ( 100 ksc )	2.1297	6.4366	ksc
3 ( 125 ksc )	2.3638	7.5067	ksc



ภาพประกอบที่ 4.14 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test  
(ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 50:50)

ภาพประกอบที่ 4.16 แสดงผลการทดสอบแรงอัดสามแกนของดินตะกอนปนทรายอัตราส่วน 50:50 ผลการทดลองสอดคล้องกันคือ วงกลมมอร์เรียงตัวกันแล้วสามารถหาเส้นขอบเขตกำลังได้มีความลาดเอียงคิดเป็นมุมเสียดทานภายใน (Internal Friction Angle) ได้  $31.5^\circ$  และมีค่าความเชื่อมแน่นเท่ากับ 0 ksc

สัดส่วนเม็ดดินทรายต่อเม็ดดินละเอียดที่ร้อยละ 0			
ตัวอย่างที่	Cell pressure	Axial stress	
1 ( 50 ksc )	1.6304	2.0890	ksc
2 ( 100 ksc )	4.4464	5.7618	ksc



ภาพประกอบที่ 4.15 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน CD-Test  
(ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 0:100)

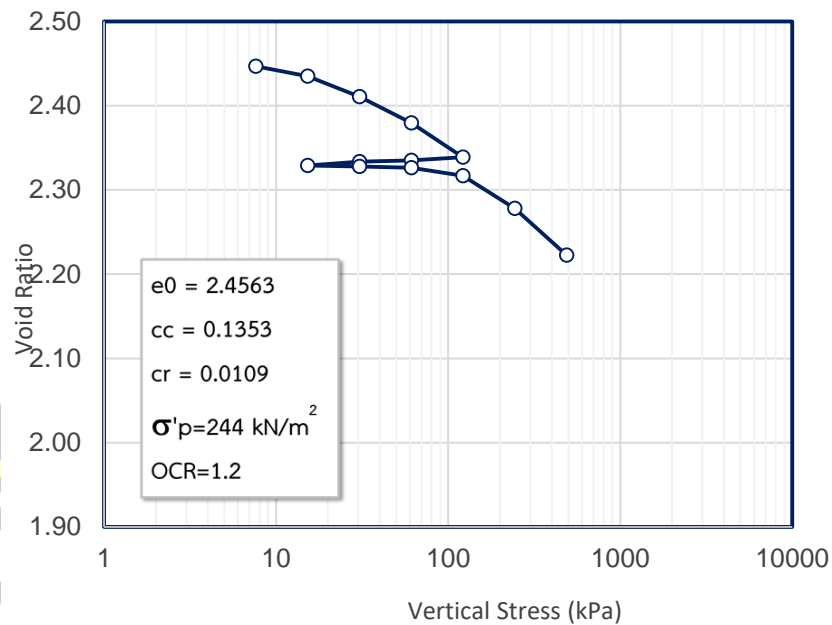
ในภาพประกอบที่ 4.17 แสดงผลการทดสอบแรงอัดสามแกนของตัวอย่างดินละเอียดหรือดินตะกอนปนทรายที่มีอัตราส่วน ดินทราย: ดินตะกอนเท่ากับ 0:100 ทำการทดสอบที่ cell pressure เท่ากับ 50 100 และ 120 ksc ผลการทดสอบพบว่า ตัวอย่างที่ 3 (แรงดัน 120 ksc) เครื่องมีปัญหาขัดข้องทำให้ทดสอบไม่สำเร็จ ผลการทดสอบสองตัวอย่างที่เหลือสอดคล้องกันที่วัดค่ามุมเสียดทานภายในและค่าความเชื่อมั่นแน่นได้  $27.6^\circ$  และ 0 ksc ตามลำดับ



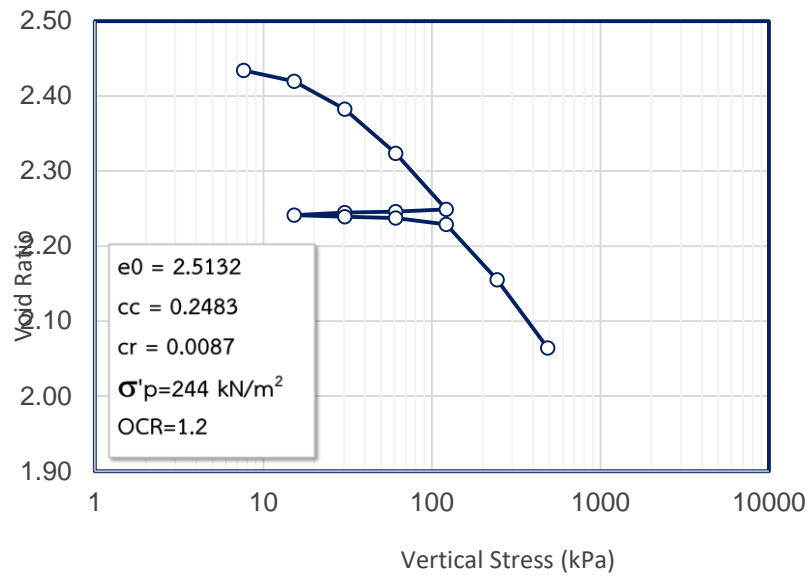
ตารางที่ 4.2 สรุปพารามิเตอร์ที่ได้จากการทดสอบแรงอัดสามแกน

ตัวอย่างที่	สัดส่วนเม็ดดินทรายต่อเม็ดดินละเอียดที่ร้อยละ	$c'$ ( $t/m^2$ )	$\phi'$ (องศา)
1	0	0	27.6
2	50	0	31.5
3	100	0	41.8

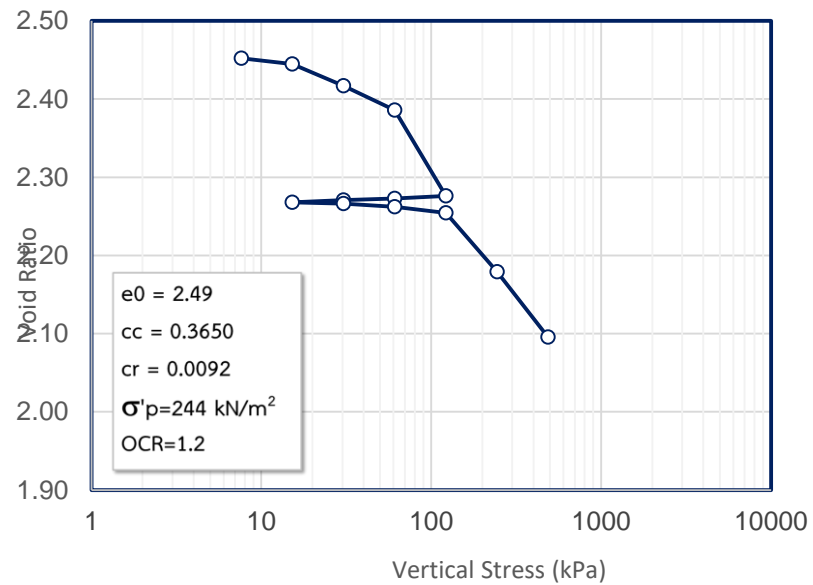
ผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำของดินทั้ง 3 อัตราส่วนดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.18-4.20 สำหรับพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องใช้ในแบบจำลองดินมี 3 ค่าจากผลการทดลอง  $e-\ln(p)$  ได้แก่ ค่า Compression Index ( $c_c$ ) Swelling Index ( $c_r$ ) และ Initial Void Ratio ( $e_0$ )



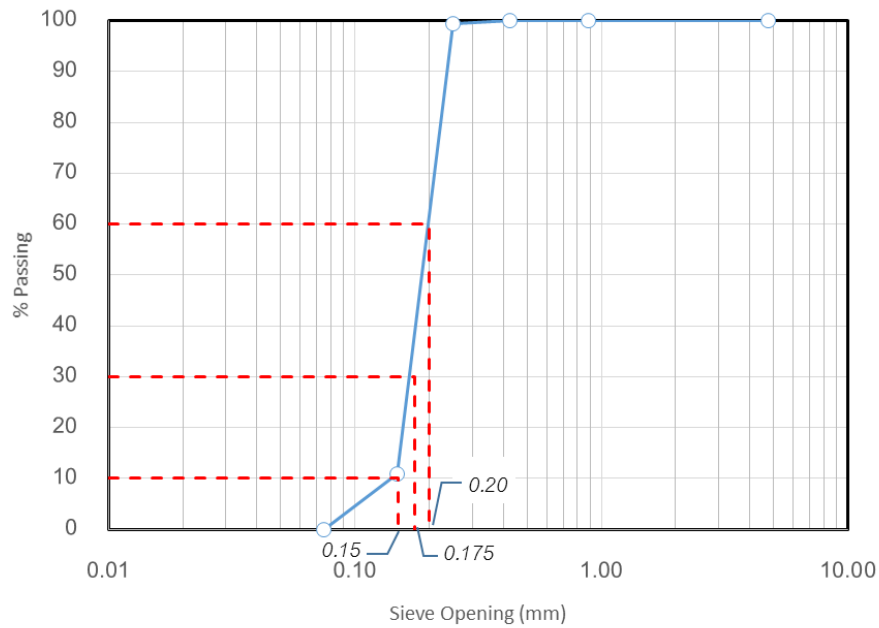
ภาพประกอบที่ 4.16 ผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำ (ดินทราย:ดินเม็ดละเอียด เท่ากับ 0:100)



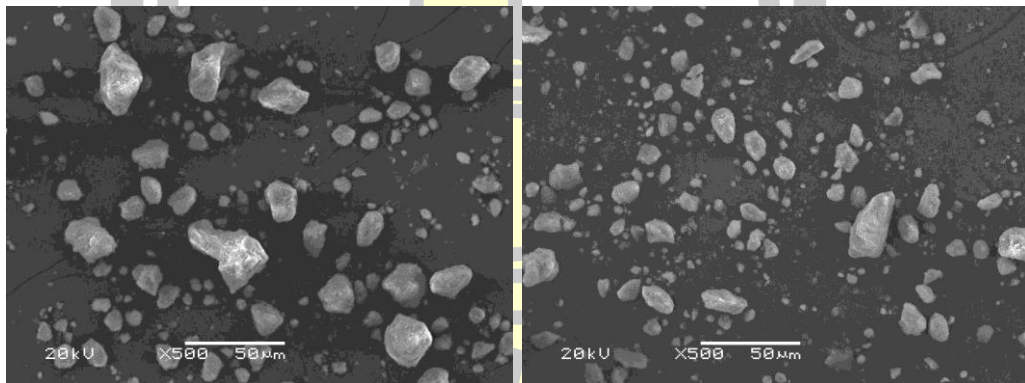
ภาพประกอบที่ 4.17 การทดสอบอัดตัวคายน้ำ (ดินทราย:ดินเหนียวละเอียด เท่ากับ 50:50)



ภาพประกอบที่ 4.18 ผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำ (ดินทราย:ดินเหนียวละเอียด เท่ากับ 100:0)



ภาพประกอบที่ 4.19 ผลการทดสอบร่อนผ่านตะแกรง

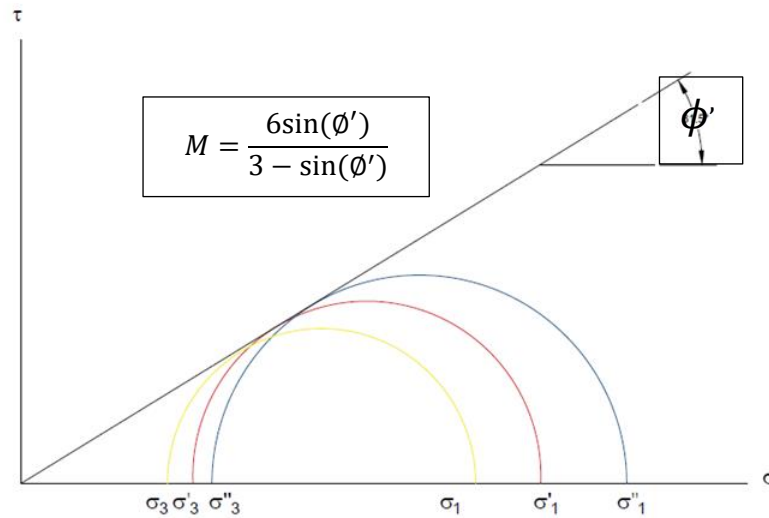


ภาพประกอบที่ 4.20 ตัวอย่างภาพถ่ายขนาดเม็ดดินบางส่วน

#### 4.4 การแปลผลพารามิเตอร์ของแบบจำลองจากผลการทดสอบ

##### 1) การทดสอบแรงอัดสามแกน

แบบจำลองดินสำหรับดินตะกอนปนทราย ต้องการพารามิเตอร์  $M$  ซึ่งเป็นความลาดชันของเส้น CSL หรืออัตราส่วนความเค้น  $q/p$  เมื่อดินถึงสภาวะวิกฤติ ซึ่งหาได้ดังนี้

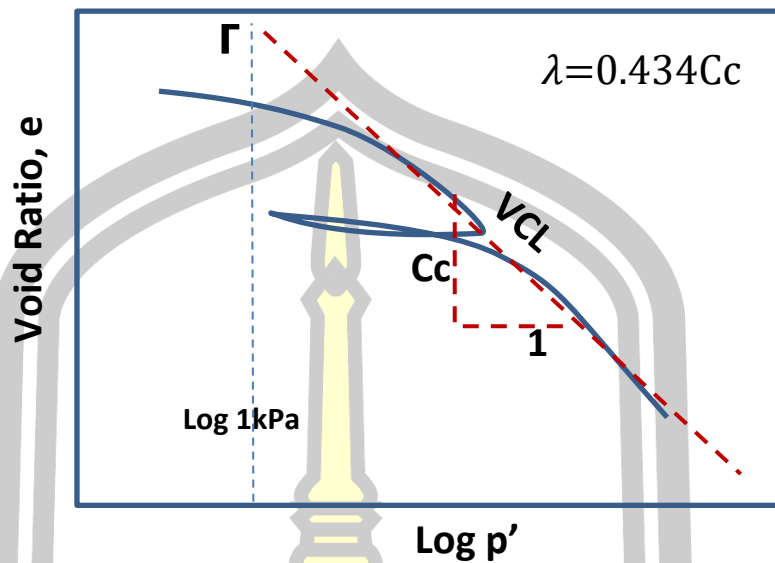


ภาพประกอบที่ 4.21 ตัวอย่างภาพถ่ายขนาดเม็ดดินบางส่วน

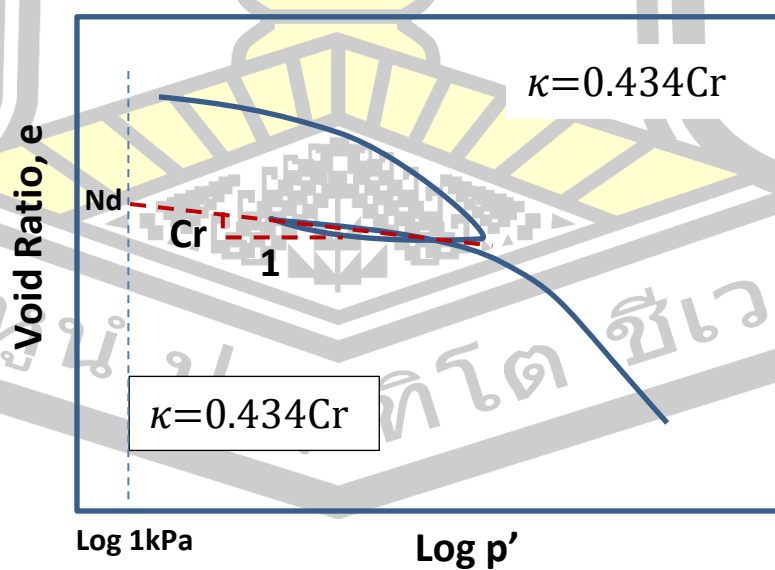
## 2) การทดสอบอัดตัวคายน้ำ

ผลจากการทดสอบอัดตัวคายน้ำโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของกราฟ  $e-\log(p)$  ดังแสดงในในภาพประกอบ 4.18-4.20 ซึ่งสามารถนำมาหาพารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองได้ 5 ค่า คือ  $\lambda=0.434C_c$  และ  $K=0.434C_r$  เมื่อ  $C_c$  คือ Compression Index หรือ Slope ของเส้น Virgin Compression Line ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.23 และ  $C_r$  คือ Slope ของเส้นผลการทดลองในช่วงที่เป็น Hysteresis หรือ Unloading-Reloading Line ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.24 และ  $\Gamma$  คือค่าบนเส้น VLC เมื่อ แกนนอนมีค่าเท่ากับ 1kPa และ  $N_d$  คือค่าบนเส้น Unloading-Reloading Line เมื่อ แกนนอนมีค่าเท่ากับ 1kPa

พูน ปณ ทิโต ชีเว

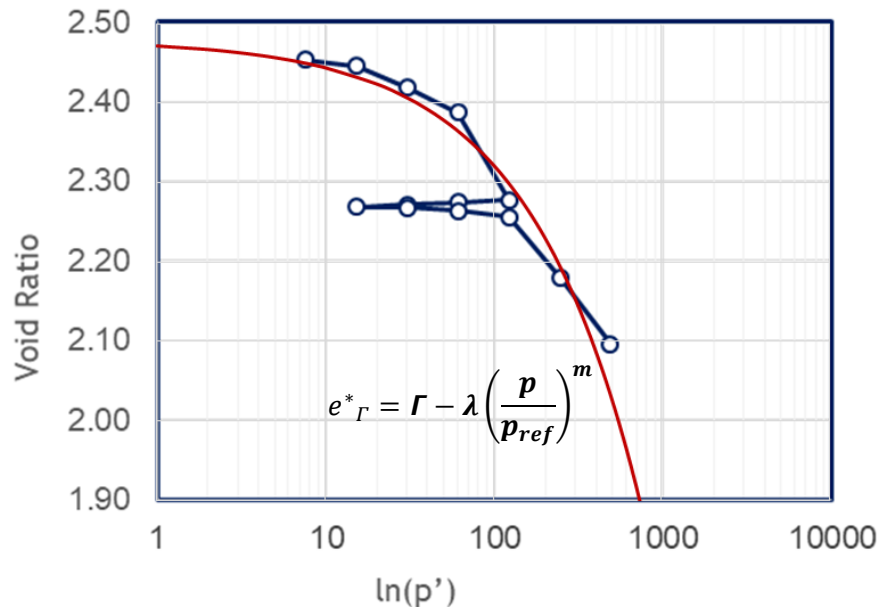


ภาพประกอบที่ 4.22 การหาค่า Compression Index และพารามิเตอร์  $\lambda$   
จากผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำของดินทรายปนดินตะกอน



ภาพประกอบที่ 4.23 การหาค่า Swelling Index และพารามิเตอร์  $\kappa$   
จากผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำของดินทรายปนดินตะกอน

ส่วนการหาพารามิเตอร์  $m$  ในสมการที่ 4.8 และ 4.9 สามารถทำได้โดยการปรับค่า  $m$  ในสมการที่ 4.8 หลังจากที่ได้ค่า  $\Gamma$  และ  $\lambda$  แล้วเพื่อให้เส้นกราฟของสมการที่ 4.8 ใกล้เคียงกับผลการทดสอบอัดตัวคายน้ำมากที่สุด ดังแสดงในภาพ



ภาพประกอบที่ 4.24 การหาค่า  $m$  จากการทดสอบอัดตัวคายน้ำ

### 3) การทดสอบร่อนผ่านตะแกรง (Sieve Analysis)

ผลการทดสอบการร่อนผ่านตะแกรงสามารถให้พารามิเตอร์ได้สองค่า คือค่า D10 คือขนาดประสิทธิผลของดินตะกอนปนทราย ดังแสดงในภาพประกอบ 4.21

### 4) การวัดความกลมมนของเม็ดดินทราย และดินตะกอนจากภาพถ่าย

การถ่ายภาพเม็ดดินที่ทราบ Scale ที่แน่นอนทำให้ทราบขนาดและรูปร่างของเม็ดดิน ซึ่งเกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ 3 ตัว  $d_{50}$  คือ ขนาดเฉลี่ยของดินตะกอน และอีกสองค่าคือค่าความกลมมนของเม็ดดินทราย ( $R_c$ ) และค่าความกลมมนของเม็ดดินตะกอน ( $R_f$ ) ซึ่งอาศัยภาพประกอบ 4.4 และค่าในตารางที่ 4.1 ประกอบการตัดสินใจ

### 5) พารามิเตอร์ $V$ หรืออัตราส่วนปัวซอง นั้น มักสมมติค่าเอาโดยทั่วไปกำหนดให้ค่าเป็น 0.5 หรือใกล้เคียงแต่ไม่เกิน 0.5 สำหรับ Undrained Condition และสมมติเป็น 0.3 หรือใกล้เคียงสำหรับ Drained Condition ซึ่งแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นนี้เป็นแบบจำลอง Effective Stress จึงมักนิยมกำหนดค่าเป็น 0 หรือ 0.3 อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าค่า $V$ จะเป็นส่วนหนึ่ง

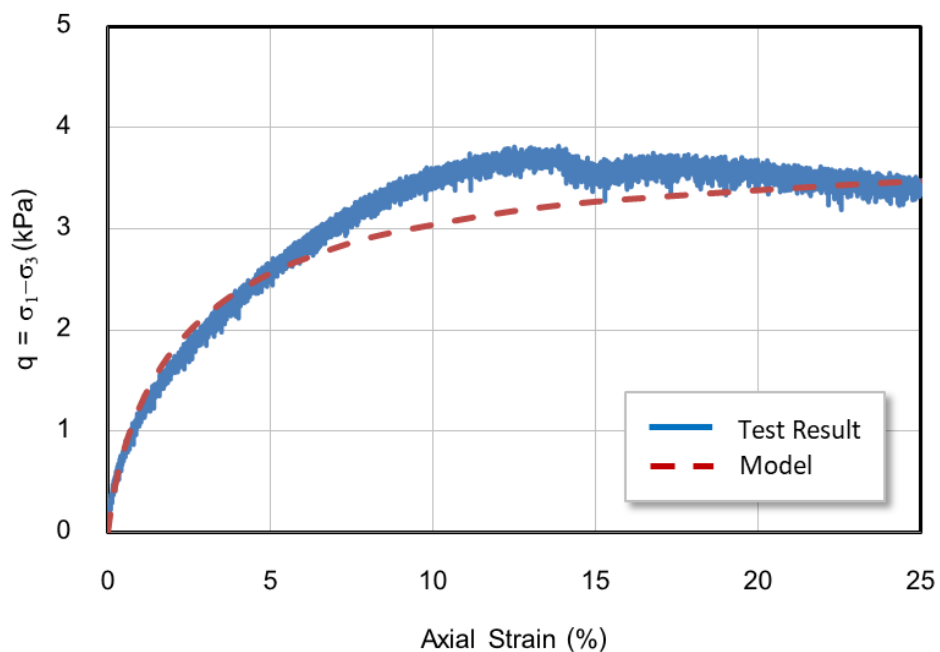
ตารางที่ 4.3 สรุปพารามิเตอร์ดินสำหรับตัวอย่างดินจากจังหวัดกาฬสินธุ์

$f_c$	$\lambda$	$\kappa$	m	$N_d$	$\Gamma$	$M$	$M_f$	$\nu$	$R_c$	$R_f$	$D_{10}$	$d_{50}$
0	0.07	0.0038	0.3	2.23	2.48	1.096	1.93	0.3	0.37	0.18	0.15	0.0125
50						1.265						
100						1.714						

#### 4.5 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองและผลทดสอบ

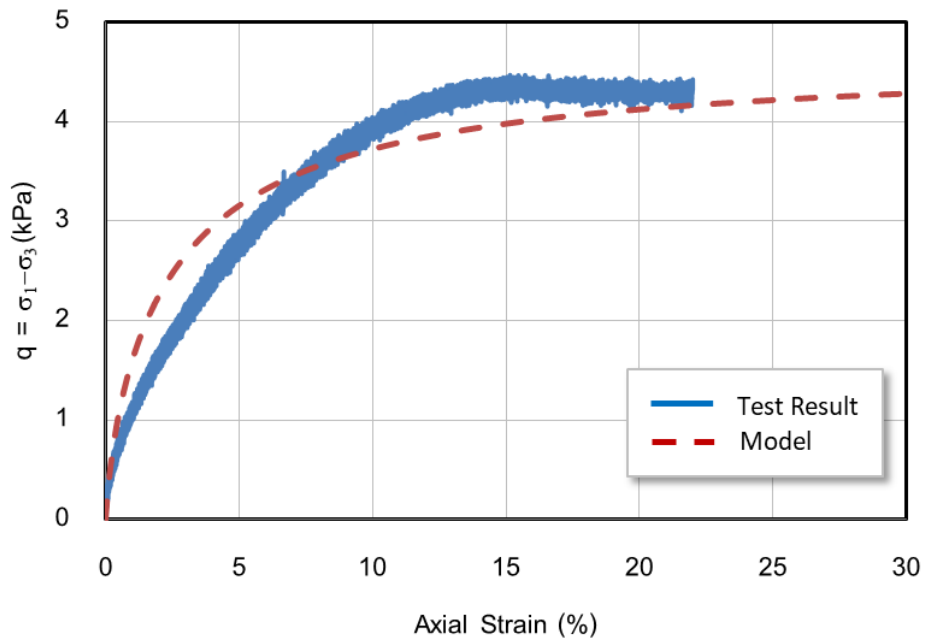
##### 4.5.1 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทรายปนดินตะกอน ( $f_c=50\%$ )

ตัวอย่างดินเป็นส่วนผสมดินทรายต่อดินตะกอนด้วยอัตราส่วน 50:50 เมื่อนำพารามิเตอร์ที่ได้มาคำนวณด้วยแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดสอบจากการทดสอบแรงอัดสามแกน (แบบระบายน้ำ) จะได้ผลลัพธ์สำหรับ ตัวอย่างดินที่มีดินเม็ดละเอียดร้อยละ 50 ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.25-42.7

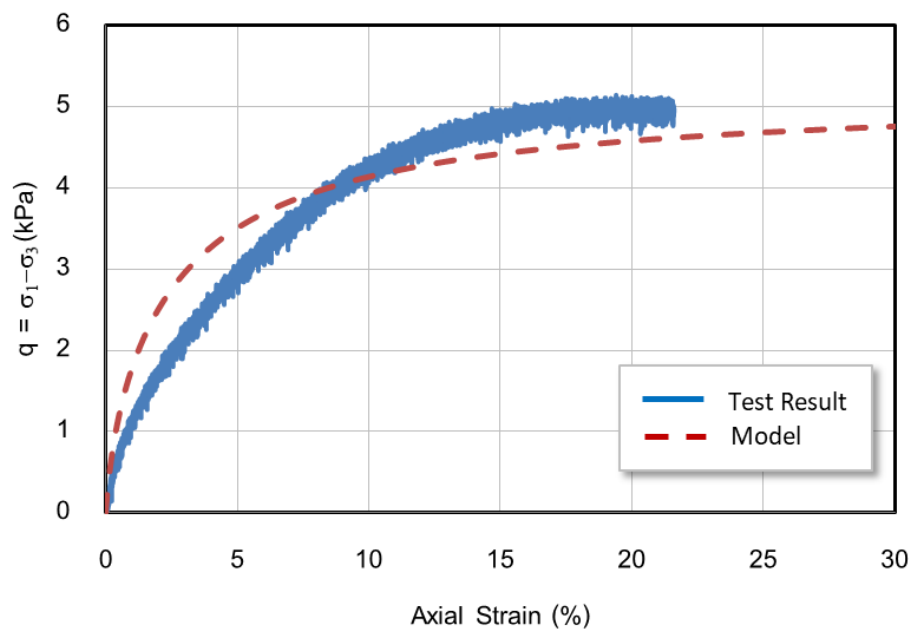


ภาพประกอบที่ 4.25 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$

( $f_c = 50\%$ ,  $\sigma'_3 = 18.138$  kPa,  $e_0 = 2.5132$ )



ภาพประกอบที่ 4.26 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$   
 ( $f_c = 50\%$ ,  $\sigma'_3 = 21.297$  kPa,  $e_0 = 2.5132$ )



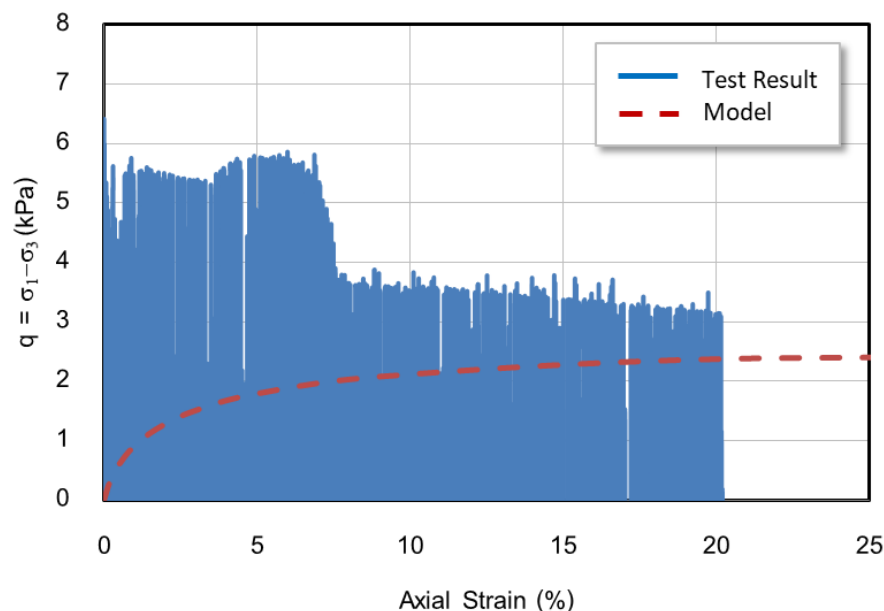
ภาพประกอบที่ 4.27 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$   
 ( $f_c = 50\%$ ,  $\sigma'_3 = 23.638$  kPa,  $e_0 = 2.5132$ )



จากภาพประกอบที่ 4.25-4.27 แสดงให้เห็นว่าตัวอย่างดินทรายปนตะกอน ในปริมาณดินตะกอน ร้อยละ 50 ที่ความเค้นในแนวนอนที่แตกต่างกันคือ  $\sigma'_3=18.138\text{kPa}$   $21.297\text{kPa}$  และ  $23.638\text{kPa}$  ตามลำดับ และผลการทดสอบนั้น มีลักษณะกราฟใกล้เคียงกันระหว่างผลทดสอบและแบบจำลอง อีกทั้งมีจุดเด่นตรงที่ให้ Peak Strength ที่ไม่แตกต่างกันมาก ทั้งนี้ตัวอย่างดินที่ทดสอบมีลักษณะกราฟเป็นดินทรายปนดินตะกอนแบบหลวม (ค่า  $\chi_1$  จากแบบจำลองมีค่า 0.9999) ซึ่งให้พฤติกรรมเป็น Volume Contraction อย่างเดียว หรือเรียกว่า Negative Dilation ซึ่งตรงกับแนวความคิดที่ได้นำเสนอไว้ นอกจากนี้พบว่า เมื่อทดสอบที่ความเค้นที่สูงขึ้นจะทำให้ได้ Peak Strength ที่สูงขึ้นด้วย โดย Peak Strength ของตัวอย่างดินที่ทดสอบด้วย  $\sigma'_3=18.138\text{kPa}$   $21.297\text{kPa}$  และ  $23.638\text{kPa}$  มีค่าโดยประมาณเท่ากับ  $3.8\text{kPa}$   $4.3\text{kPa}$  และ  $4.8\text{kPa}$  ตามลำดับ

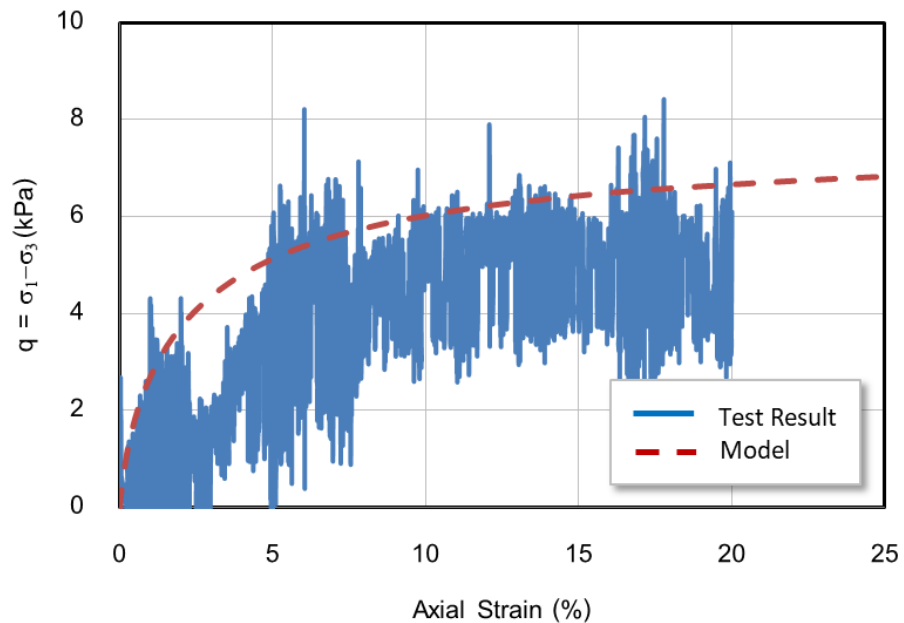
#### 4.5.2 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทราย ( $f_c=0\%$ )

สำหรับตัวอย่างดินที่มี  $f_c=0\%$  ก็คือเป็นดินทรายที่ไม่มีดินตะกอนปะปน ผลการทดสอบที่ได้ผลมีเพียงสองตัวอย่างคือที่ความดันเซลล์เท่ากับ  $16.304\text{kPa}$  และ  $44.464\text{kPa}$  ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.28-4.29 ตามลำดับ



ภาพประกอบที่ 4.28 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$

( $f_c = 0\%$ ,  $\sigma'_3 = 16.304\text{kPa}$ ,  $e_0 = 2.49$ )



ภาพประกอบที่ 4.29 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\varepsilon_a$

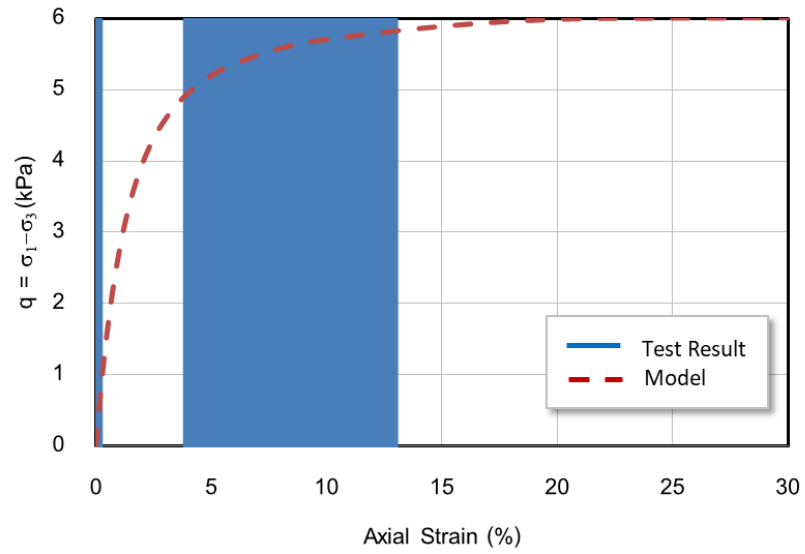
( $f_c = 0\%$ ,  $\sigma'_3 = 44.464$  kPa,  $e_0 = 2.49$ )

จากภาพประกอบที่ 4.28-4.29 ผลการทดสอบค่อนข้างมีการกระจายตัวกว้างเป็นผลเนื่องจากการวัดค่าด้วยระบบอิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งทำให้ยากในการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลอง อย่างไรก็ตามพบว่ามีค่าที่อยู่ในช่วงที่ใกล้เคียงกันและมีแนวโน้มไปในทางเดียวกัน แต่มีความคลาดเคลื่อนมากกว่าในกรณี  $f_c = 50\%$

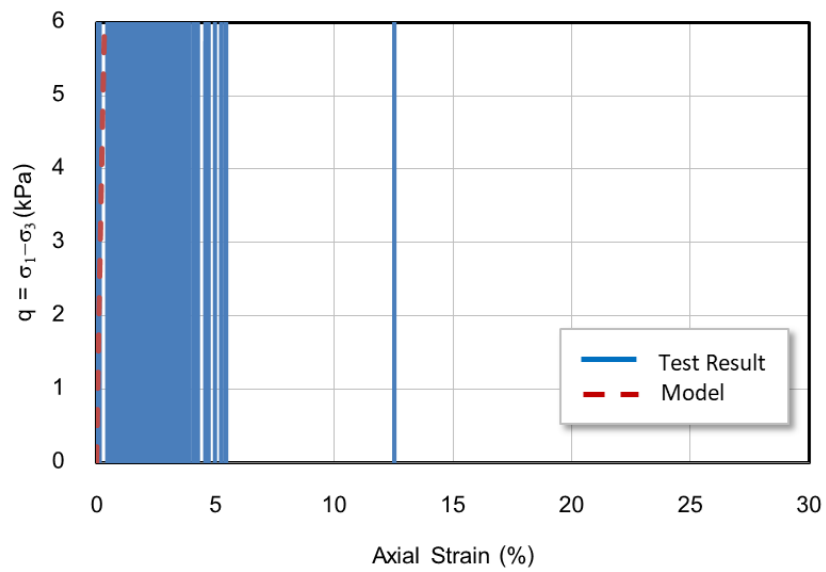
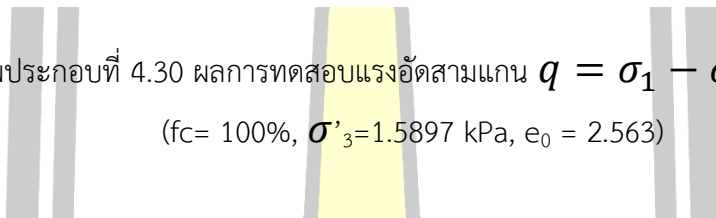
4.5.3 เปรียบเทียบผลทดสอบดินทรายปนดินตะกอน ( $f_c = 100\%$ )

สำหรับผลการทดสอบ Triaxial Test กรณีดินตะกอนที่ไม่มีดินทรายปะปน ( $f_c = 100\%$ ) พบว่าผลการทดสอบมีความผันแปรมากกว่ากรณี  $f_c = 0\%$  อีก ทำให้ไม่สามารถเปรียบเทียบกับผลจากแบบจำลองได้อย่างแน่ชัด ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4.30-4.31

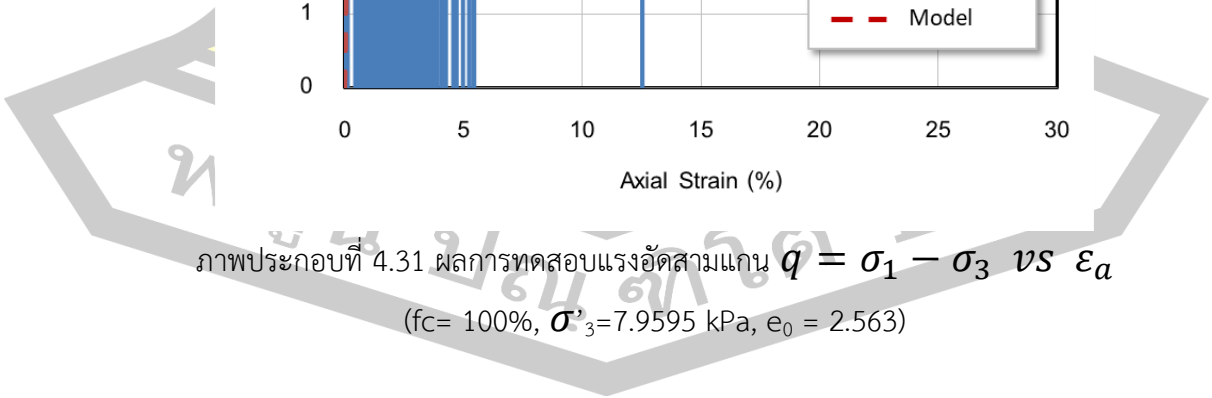
พูนุ ปณุกิตโต ชิว



ภาพประกอบที่ 4.30 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$   
 (fc= 100%,  $\sigma'_3=1.5897$  kPa,  $e_0 = 2.563$ )



ภาพประกอบที่ 4.31 ผลการทดสอบแรงอัดสามแกน  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  vs  $\epsilon_a$   
 (fc= 100%,  $\sigma'_3=7.9595$  kPa,  $e_0 = 2.563$ )



## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลและอภิปรายผล

การศึกษานี้ได้พัฒนาแบบจำลองดินในสภาพวิกฤติสำหรับดินตะกอนปนทราย โดยได้ใช้แบบจำลองสำหรับดินทรายเป็นพื้นฐาน ในการศึกษาที่ใช้แบบจำลองดินทรายของ Y. P. Yao et al., 2004 ซึ่งเป็นแบบจำลองสำหรับดินทรายที่พัฒนาปรับปรุงมาจากแบบจำลอง Modified Cam Clay ซึ่งเป็นแบบจำลองสำหรับดินเหนียวที่ใช้หลักการ Critical State Soil Mechanics ให้เป็นแบบจำลองสำหรับดินทราย โดยแบบจำลองนี้มีจุดเด่นคือ ปรับ Failure Criteria จาก Extended Mises เป็น Spatial Mobilized Plane (SMP) และทำงานร่วมกับหน่วยแรงดัดแปลง (Transformed Stress) ส่งผลให้กลไกการบีบอัดขึ้นโดยมีความเครียดแบบพลาสติกลดลงและสามารถใช้ได้กับดินในสภาพสามมิติได้ด้วย โดยแบบจำลองนี้มี 7 พารามิเตอร์  $M$ ,  $M_{fmax}$ ,  $N_d$ ,  $\Gamma$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$  และ  $\kappa$  การศึกษาได้พัฒนาเพิ่มเติมจากแบบจำลองดังกล่าวเป็นแบบจำลองสำหรับดินทรายปนดินตะกอน โดยมีการเพิ่มพารามิเตอร์ที่จำเป็นอีก 5 ค่าได้แก่ ปริมาณดินตะกอน (Fine Content,  $f_c$ ) ค่าความไค้มนของดินทรายและดินตะกอน ( $R_c$  และ  $R_f$ ) ขนาดประสิทธิผล ( $D_{10}$ ) และขนาดเฉลี่ยของดินเม็ดละเอียด ( $d_{50}$ ) รวมเป็นทั้งสิ้น 12 พารามิเตอร์ สมการสำหรับแบบจำลองอีลาสโตพลาสติกตั้งสรุปในตารางที่ 5.1 และสำหรับการแปลงหน่วยแรงเป็นหน่วยแรงดัดแปลงตั้งสรุปสมการในตารางที่ 5.2

แบบจำลองนี้ไม่เพียงแต่สามารถใช้ได้กับดินทราย แต่ยังสามารถใช้ได้กับดินทรายปนดินตะกอนด้วย โดยมีพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับดินตะกอนเพิ่มขึ้นเพียง 5 พารามิเตอร์ ซึ่งทั้ง 5 พารามิเตอร์นี้สามารถใช้เพื่อแสดงพฤติกรรมของดินที่เกี่ยวข้องกับ Threshold Fine Content ได้ด้วยและได้รวมหลักการของ Equivalent Granular Void Ratio ( $e^*$ )ไว้ด้วย

พหุ ประถมศึกษา

ตารางที่ 5.1 ชุดสมการสำหรับแบบจำลองดิน (Constitutive Soil Model)

Incremental strain increment	$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$
Elastic strain increment	$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{kk} \delta_{ij}$
Nonlinear Elastic Modulus	$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)}{\kappa} p$ (Y. P. Yao et al., 2004)
Plastic Strain Increment	$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{dg}{d\tilde{\sigma}_{ij}}$ (Y. P. Yao et al., 2004)
Yield Function	$f = \ln \frac{p}{p_0} + \ln \left( 1 + \frac{\eta^2/M^2}{1 - \chi_1 \eta^2/M^2} \right) - H = 0$ (Y. P. Yao et al., 2004)
State Parameter $\chi_1$ (การศึกษานี้)	$\chi_1 = \frac{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m}{\lambda - \kappa}\right) - 2}{\exp\left(\frac{v_0 - \Gamma + \lambda \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^m}{\lambda - \kappa}\right) - 1}, 0 \leq \chi_1 \leq 1$
State Parameter $\chi_2$ (การศึกษานี้)	$\chi_2 = \frac{\{Nr - \lambda \ln(p_0) - v_0(1 - \varepsilon_v^p)\} - (\lambda - \kappa) \ln \left\{ \frac{p}{p_0} \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \right\}}{(Nr - Nd) - (\lambda - \kappa) \ln(p)}$
Plastic Potential Function	$g = \ln \left( \frac{\tilde{p}}{p_0} \right) + \ln \left( 1 + \frac{\tilde{\eta}^2}{M^2} \right) = 0$ (Y. P. Yao et al., 2004)
Hardening Rule	$H = \int dH = \int \frac{1}{c_p} \frac{M_f^4 - \eta^{*4}}{M^4 - \eta^{*4}} d\varepsilon_v^p$ (Y. P. Yao et al., 2004)
Intergranular Void Ratio	$e^* = \frac{e + (1 - \beta)f_c}{1 - (1 - \beta)f_c}$ (Rahman et al., 2014)
$\beta$ และ $\beta_0$	$\beta = \beta_0(r, f_c) f_c \chi^{-0.2}$ $\beta_0(r, f_c) = (1.93 + 0.04(r - 1)^2)(1 + 3.2(r - 1)^2 \exp(-22f_c))$ (Lashkari, 2014)

ตารางที่ 5. 2 สมการสำหรับการแปลงหน่วยแรงเป็นหน่วยแรงดัดแปลง (Y. P. Yao et al., 2004)

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{p}\delta_{ij} + \tilde{s}_{ij} = p\delta_{ij} + \frac{l_0}{\sqrt{s_{kl}s_{kl}}}s_{ij}$$

$$\tilde{p} = \frac{1}{3}\tilde{\sigma}_{ij}$$

$$\tilde{s}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{p}\delta_{ij}$$

$$l_0 = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1}}$$

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นนี้มีวัตถุประสงค์ให้เป็นแบบจำลองที่ใช้ได้กับดินทรายปนดินตะกอน และสามารถใช้งานได้ง่ายและทดสอบหาพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ไม่ซับซ้อนและยากเกินไป กล่าวคือเป็น Elastoplastic Soil Model ในระดับ Macro เพื่อหลีกเลี่ยงตัวแปรที่ไม่มี ความหมาย (Non- Physical Meaning Parameter) ที่อาจจะทำสอบหาค่าไม่ได้ หรืออาจจะแปลผลผิดจากการทดสอบก็ได้ อีกทั้งหลีกเลี่ยง Parametric Study ในการทำนายค่าตัวแปรแบบนี้ ดังนั้นการทดสอบหาพารามิเตอร์ในห้องปฏิบัติการถึงแม้ว่าจะมีหลายตัวแต่มีความน่าเชื่อถือมากกว่า

### 5.2.1 ข้อเสนอแนะในการทดสอบ

สำหรับข้อเสนอแนะจากการศึกษานี้สามารถสรุปเป็นข้อ ๆ ได้ดังนี้

1) แบบจำลองสำหรับดินตะกอนปนทราย นั้น จะต้องไม่มีดินเหนียวปะปน ซึ่งหากมีดินเหนียวปะปนมาก ก็จะเกินขอบเขตของแบบจำลองนี้ ซึ่งมุ่งเน้นใช้กับดินทรายปนดินเม็ดละเอียดชนิดที่ไม่มีความเชื่อมแน่น (Cohesionless soil)

2) พารามิเตอร์บางตัวหาได้จากการทดสอบแรงอัดสามแกนแบบระบายน้ำ (Consolidated Drained Test, CD) ผู้ทดสอบจะต้องเพิ่มอัตราการให้น้ำหนักช้าเพียงพอเพื่อให้มั่นใจว่าไม่เกิดแรงดันโพรงส่วนเกินในขณะทดสอบ ซึ่งอาจส่งผลต่อการทดสอบที่ไม่สำเร็จได้

3) พารามิเตอร์เกี่ยวข้องกับการทดสอบการอัดตัวคายน้ำแบบ 1 มิติ นั้นจะต้องให้น้ำหนักเริ่มต้นค่อนข้างน้อยเพื่อให้เส้นกราฟเกิดความโค้งในช่วงแรก หากใช้น้ำหนักเริ่มต้นมากเกินไป กราฟอาจไม่มีส่วนโค้ง (มีเฉพาะส่วนที่เป็นเส้นตรง)

4) การถ่ายภาพขนาด และรูปร่างของเม็ดดินควรถ่ายด้วยสเกลที่แตกต่างกันหลาย ๆ ค่าเพื่อให้เห็นเม็ดดินขนาดเล็ก ๆ ได้ ด้วย

5) การประมาณค่าความไค้มนของดินเม็ดหยาบและเม็ดละเอียด ต้องใช้ผู้มีประสบการณ์สูงเพื่อให้ได้ค่าที่มีความใกล้เคียงมากที่สุด

### 5.2.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาเพิ่มเติม

ทำการศึกษาเพิ่มเติมเพื่อให้งานวิจัยนี้สามารถใช้งานได้กว้างขวางในเชิงวิศวกรรมได้มากขึ้น

- 1) เพิ่มเติมขอบเขตการศึกษาเกี่ยวกับ Cyclic Loading ซึ่งจะมีประโยชน์ในการประเมินความเสี่ยงต่อการเกิด Liquefaction เช่นปัญหาเสถียรภาพภายในของดินกรณีการเกิดแผ่นดินไหว
- 2) ผู้วิจัยสามารถเพิ่มเติมขอบเขตของดินเม็ดละเอียดที่ปนในช่องว่างของดินทรายจากเดิมเป็นดินไม่มีความเชื่อมแน่น (Cohesionless Soil) เป็น ดินตะกอนและดินเหนียว Cohesionless Soil and Cohesive Soil ซึ่งจะทำให้แบบจำลองใช้งานได้กว้างขวางกว่าเดิมเพราะตามธรรมชาติ ดินอาจมีดินเหนียวปะปนอยู่ในระดับใดระดับหนึ่ง
- 3) เพื่อให้สามารถนำแบบจำลองสำหรับดินทรายนดินตะกอนไปใช้งานได้ในทางปฏิบัติ ผู้วิจัยอาจขยายขอบเขตปัญหาโดย พัฒนา Source Code ของแบบจำลองดินตะกอนปนทรายให้สามารถใช้ร่วมกับ Source Code หรือ Software ที่คำนวณด้วยวิธีเชิงตัวเลข เช่น Finite Element Analysis หรือ Limit Analysis เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมได้กว้างขวางมากขึ้น อีกทั้งสามารถสร้างผลเฉลยเพื่อที่จะนำมาเป็นสมการสำหรับงานออกแบบในชั้นดินทรายนดินตะกอนในลักษณะของของ Design Chart ได้ด้วย

พูน ปณ ทิโต ชีเว

## บรรณานุกรม

- Borja, R I. (1991). Cam-Clay plasticity, Part II: Implicit integration of constitutive equation based on a nonlinear elastic stress predictor. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 88(2), 225–240.
- Borja, Ronaldo I., & Lee, S. R. (1990). Cam-Clay plasticity, Part 1: Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(1), 49–72.
- Chang, C. S., & Hicher, P. Y. (2005). An elasto-plastic model for granular materials with microstructural consideration. *International Journal of Solids and Structures*, 42(14), 4258–4277.
- Chang, Ching S., & Yin, Z. Y. (2011). Micromechanical modeling for behavior of silty sand with influence of fine content. *International Journal of Solids and Structures*, 48(19), 2655–2667.
- Coombs, W. M., Crouch, R. S., & Augarde, C. E. (2013). A unique Critical State two-surface hyperplasticity model for fine-grained particulate media. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61(1), 175–189.
- Crisfield, M. A. (1979). A faster modified newton-raphson iteration. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 20(3), 267–278.
- DAS, B. M. and khaled sobhan. (2014). *Principles of Geotechnical Engineering* (8th ed.). Global Engineering.
- Derradji-Aouat, A. D. (2003). Multi-surface failure criterion for saline ice in the brittle regime. *Cold Regions Science and Technology*, 36(1–3), 47–70.
- Horpibulsuk, S., Liu, M. D., Liyanapathirana, D. S., & Suebsuk, J. (2010). Behaviour of cemented clay simulated via the theoretical framework of the Structured Cam Clay model. *Computers and Geotechnics*, 37(1–2), 1–9.
- <http://kiska.giseis.alaska.edu>. (n.d.). Retrieved from <http://kiska.giseis.alaska.edu/input/west/misc/rocks/>
- <https://en.wikipedia.org>. (n.d.). Retrieved from [https://en.wikipedia.org/wiki/Critical\\_state\\_soil\\_mechanics](https://en.wikipedia.org/wiki/Critical_state_soil_mechanics)
- Huang, Y. T., Huang, A. Bin, Kuo, Y. C., & Tsai, M. D. (2004). A laboratory study on the



- undrained strength of a silty sand from Central Western Taiwan. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(9–10), 733–743.
- K. H. Roscoe and J. B. Burland. (1970). On the generalized stress-strain behavior of “wet” clay. *Journal of Terramechanics*, 7(2), 107–108.
- Karl Terzaghi, R. B. P. and G. M. (1996). *Soil Mechanics in Engineering Practice* (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.
- Lai, Y., Xu, X., Yu, W., & Qi, J. (2014). An experimental investigation of the mechanical behavior and a hyperplastic constitutive model of frozen loess. *International Journal of Engineering Science*, 84, 29–53.
- Lashkari, A. (2014). Recommendations for extension and re-calibration of an existing sand constitutive model taking into account varying non-plastic fines content. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 62, 212–238.
- Likitlersuang, S. (2006). Predictions of the hyperplasticity model for Bangkok clay. *Real Structures: Bridges and Tall Buildings - Proceedings of the 10th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, EASEC 2010*, 353–360.
- Matsuoka, H., Yao, Y. P., & Sun, D. (1999). The Cam-clay models revised by the SMP criterion. *Soils and Foundations*, 39(1), 81–95.
- McDowell, G. R., & Hau, K. W. (2004). A generalised Modified Cam clay model for clay and sand incorporating kinematic hardening and bounding surface plasticity. *Granular Matter*, 6(1), 11–16.
- Nguyen, L. D., Fatahi, B., & Khabbaz, H. (2014). A constitutive model for cemented clays capturing cementation degradation. *International Journal of Plasticity*, 56, 1–18.
- Ortiz, M., & Simo, J. C. (1986). An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23(3), 353–366.
- Pestana, J. M., & Whittle, A. J. (1999). Formulation of a unified constitutive model for clays and sands. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23(12), 1215–1243.
- Phien-wej, N., Pientong, T., & Balasubramaniam, A. S. (1992). Collapse and strength characteristics of loess in Thailand. *Engineering Geology*, 32(1–2), 59–72.
- Rahman, M. M., Lo, S. C. R., & Dafalias, Y. F. (2014). Modelling the static liquefaction of

- sand with low-plasticity fines. *Geotechnique*, 64(11), 881–894.
- Ratananikom, W., Likitlersuang, S., & Yimsiri, S. (2013). An investigation of anisotropic elastic parameters of Bangkok Clay from vertical and horizontal cut specimens. *Geomechanics and Geoengineering*, 8(1), 15–27.
- Roscoe, K. H., Schofield, A. N., & Thurairajah, A. (1963). Yielding of clays in states wetter than critical. *Geotechnique*, 13(3), 211–240.
- Roscoe, Kenneth Harry, & Burland, J. B. (1968). On the Generalised Stress-Strain Behaviour of “Wet” Clays. *Engineering Plasticity*, 535–609.
- Sloan, S. W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress–strain relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(5), 893–911.
- Sloan, S. W., Abbo, A. J., & Sheng, D. (2001). Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, 18(1–2), 121–154.
- Suebsuk, J., Horpibulsuk, S., & Liu, M. D. (2010). Modified Structured Cam Clay: A generalised critical state model for destructured, naturally structured and artificially structured clays. *Computers and Geotechnics*, 37(7–8), 956–968.
- Suebsuk, J., Horpibulsuk, S., & Liu, M. D. (2011). A critical state model for overconsolidated structured clays. *Computers and Geotechnics*, 38(5), 648–658.
- W.F. Chen, G. Y. B. (1985). *Soil Plasticity: Theory and Implementation*. Elsevier.
- Whittle, A. J., & Kavadas, M. J. (1994). Formulation of MIT-E3 constitutive model for overconsolidated clays. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(1), 173–198. )
- Wissmann, J. W., & Hauck, C. (1983). Efficient elastic-plastic finite element analysis with higher order stress-point algorithms. *Computers and Structures*, 17(1), 89–95.
- Yang, J., Wei, L. M., & Dai, B. B. (2015). State variables for silty sands: Global void ratio or skeleton void ratio? *Soils and Foundations*, 55(1), 99–111.
- Yao, Y., Hou, W., & Zhou, A. (2008a). Constitutive model for overconsolidated clays. *Science in China, Series E: Technological Sciences*, 51(2), 179–191.
- Yao, Y., Hou, W., & Zhou, A. (2008b). Constitutive model for overconsolidated clays. *Science in China, Series E: Technological Sciences*, 51(2), 179–191.
- Yao, Y. P., Sun, D. A., & Luo, T. (2004). A critical state model for sands dependent on

stress and density. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(4), 323–337.

Yao, Y. P., Sun, D. A., & Matsuoka, H. (2008). A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path. *Computers and Geotechnics*, 35(2), 210–222.

Yin, Z. Y., Zhao, J., & Hicher, P. Y. (2014). A micromechanics-based model for sand-silt mixtures. *International Journal of Solids and Structures*, 51(6), 1350–1363.



## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นายณบปนม แก้วหานาม
วันเกิด	วันที่ 26 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2519
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	27 ซอยนครสวรรค์ 42 ถนนนครสวรรค์ ตำบลตลาด อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	อาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ตำบลขามเรียง อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม รหัสไปรษณีย์ 41150
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2531 มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนสารคามพิทยาคม ตำบลตลาด อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม พ.ศ. 2534 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนสารคามพิทยาคม ตำบลตลาด อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม พ.ศ. 2537 ปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วศ.บ.) สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น พ.ศ. 2542 ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วศ.ม.) สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พ.ศ. 2562 ปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต(ปร.ด.) สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

พ.ณ. บ.ณ. ท.โต ชี.เว