



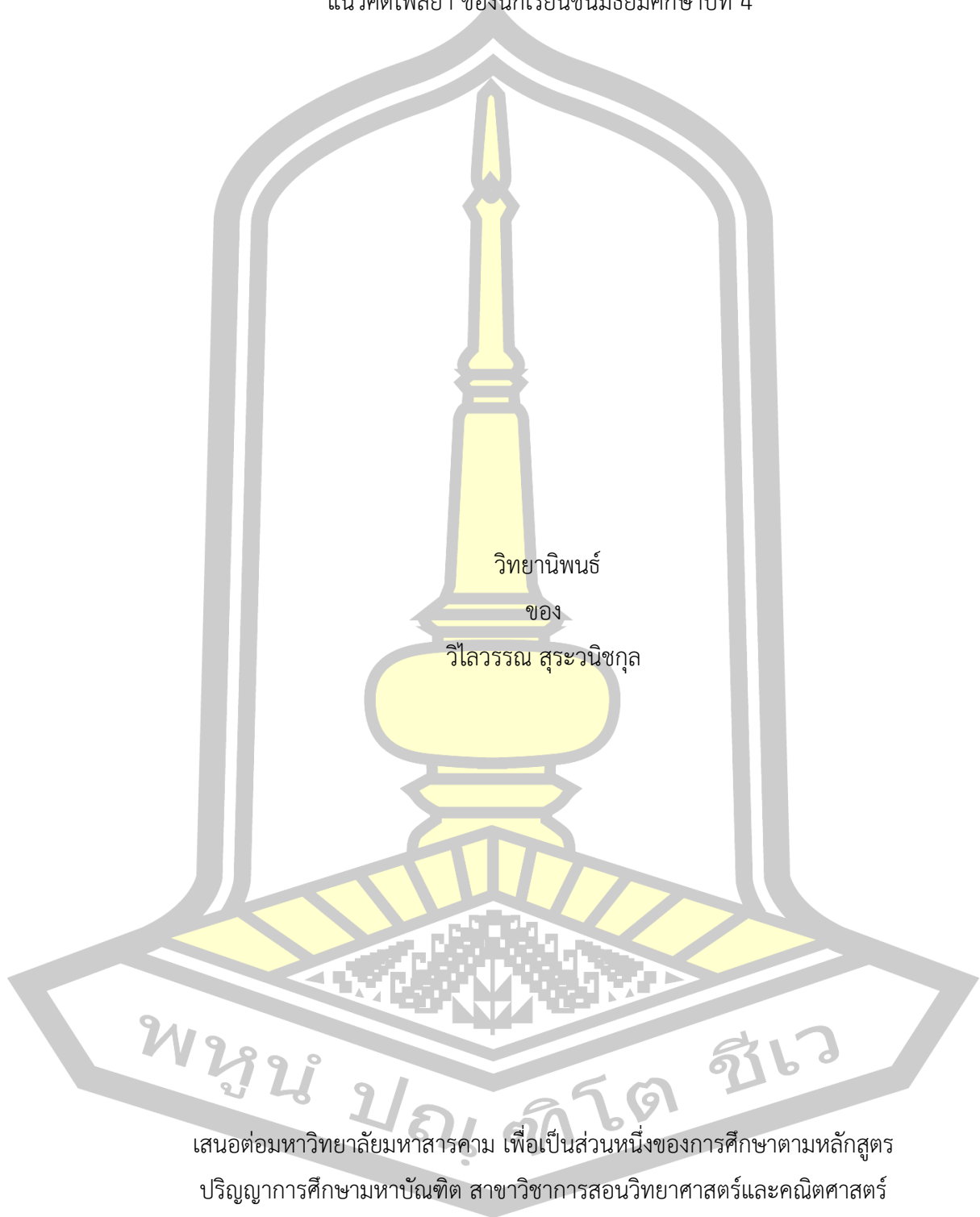
การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิทยานิพนธ์
ของ
วิไลวรรณ สุระวนิชกุล

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
กรกฎาคม 2562

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

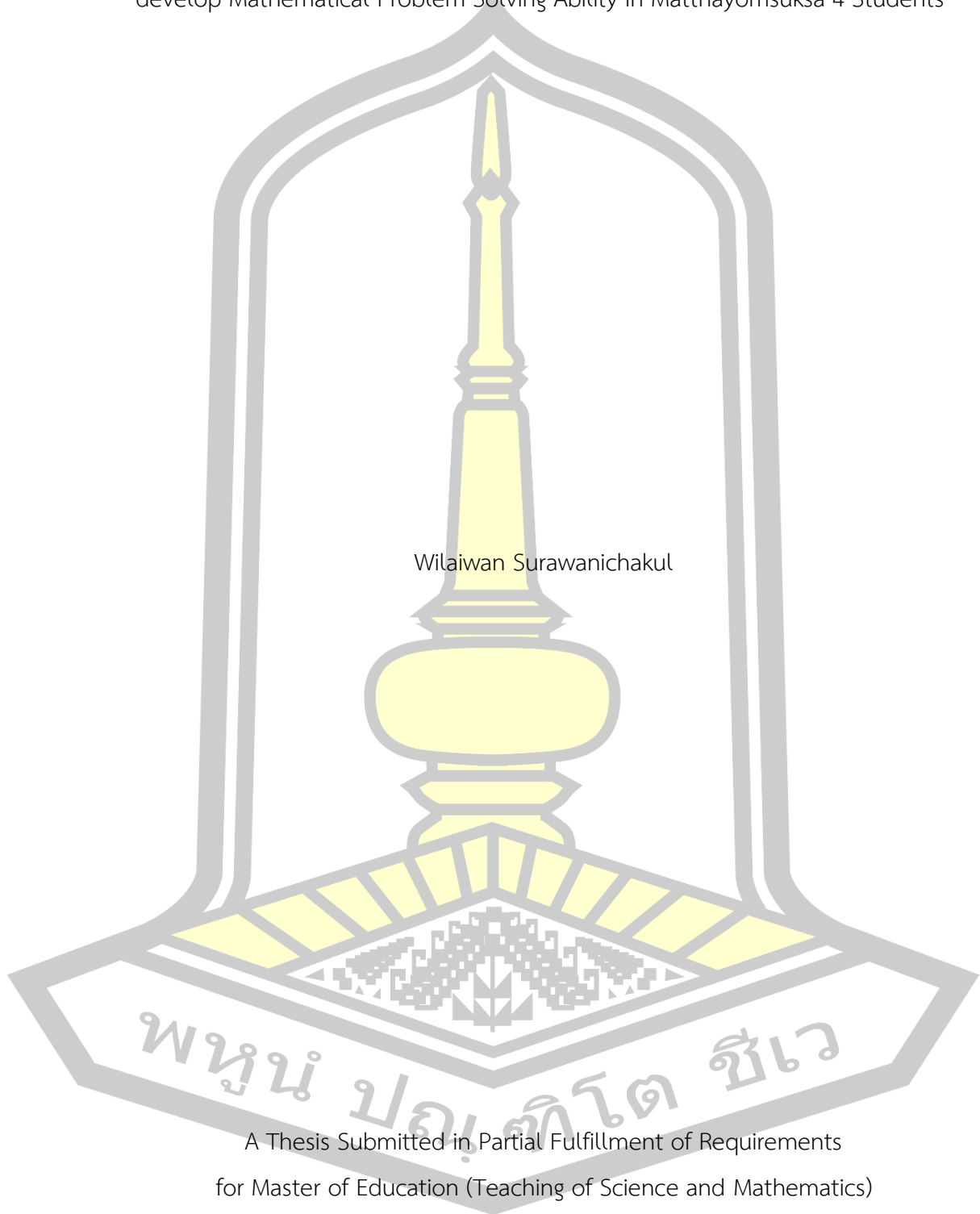


เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

กรกฎาคม 2562

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

The Development of Learning Activities using Polya's Problem Solving Process for
develop Mathematical Problem Solving Ability in Matthayomsuksa 4 Students



Wilaiwan Surawanichakul

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements
for Master of Education (Teaching of Science and Mathematics)

July 2019

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รศ. ดร. ประสาท เนืองเฉลิม)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. มนตรี ทองมูล)

..... กรรมการ

(อ. ดร. กันยารัตน์ สอนสุภาพ)

..... กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

(ผศ. ดร. ไพศาล วรรค้ำ)

มหาวิทยาลัยขอนแก่นให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

.....
(รศ. ดร. พชรวิทย์ จันทร์ศิริสิริ)

.....
(ผศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

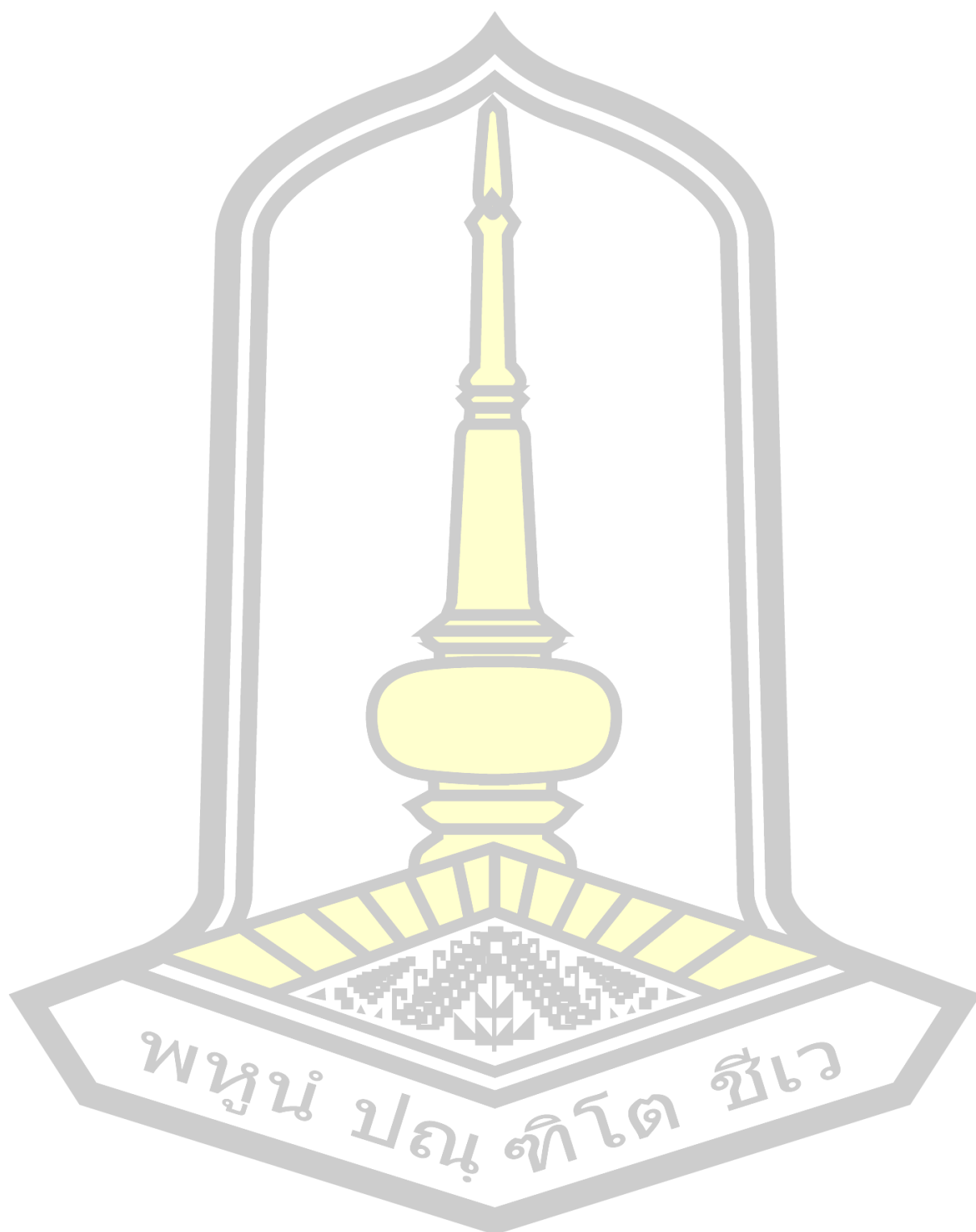
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อเรื่อง	การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		
ผู้วิจัย	วิไลวรรณ สุระวนิชกุล		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มนตรี ทองมูล		
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต	สาขาวิชา	การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	ปีที่พิมพ์	2562

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 8 แผนการจัดการเรียนรู้ และ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา จำนวน 4 ข้อ และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยปรากฏ ดังนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 30.09 คิดเป็นร้อยละ 62.70 ของคะแนนเต็ม วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 28.63 คิดเป็นร้อยละ 59.65 ของคะแนนเต็ม และหลังจบวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 35.06 คิดเป็นร้อยละ 73.05 ของคะแนนเต็ม ซึ่งนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 มีจำนวนทั้งสิ้น 28 คน คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย นอกจากนี้ยังพบว่า พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล สามารถเขียนลำดับ เลือกรูปวิธีการแก้ปัญหา และเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา จนนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้

คำสำคัญ : ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา

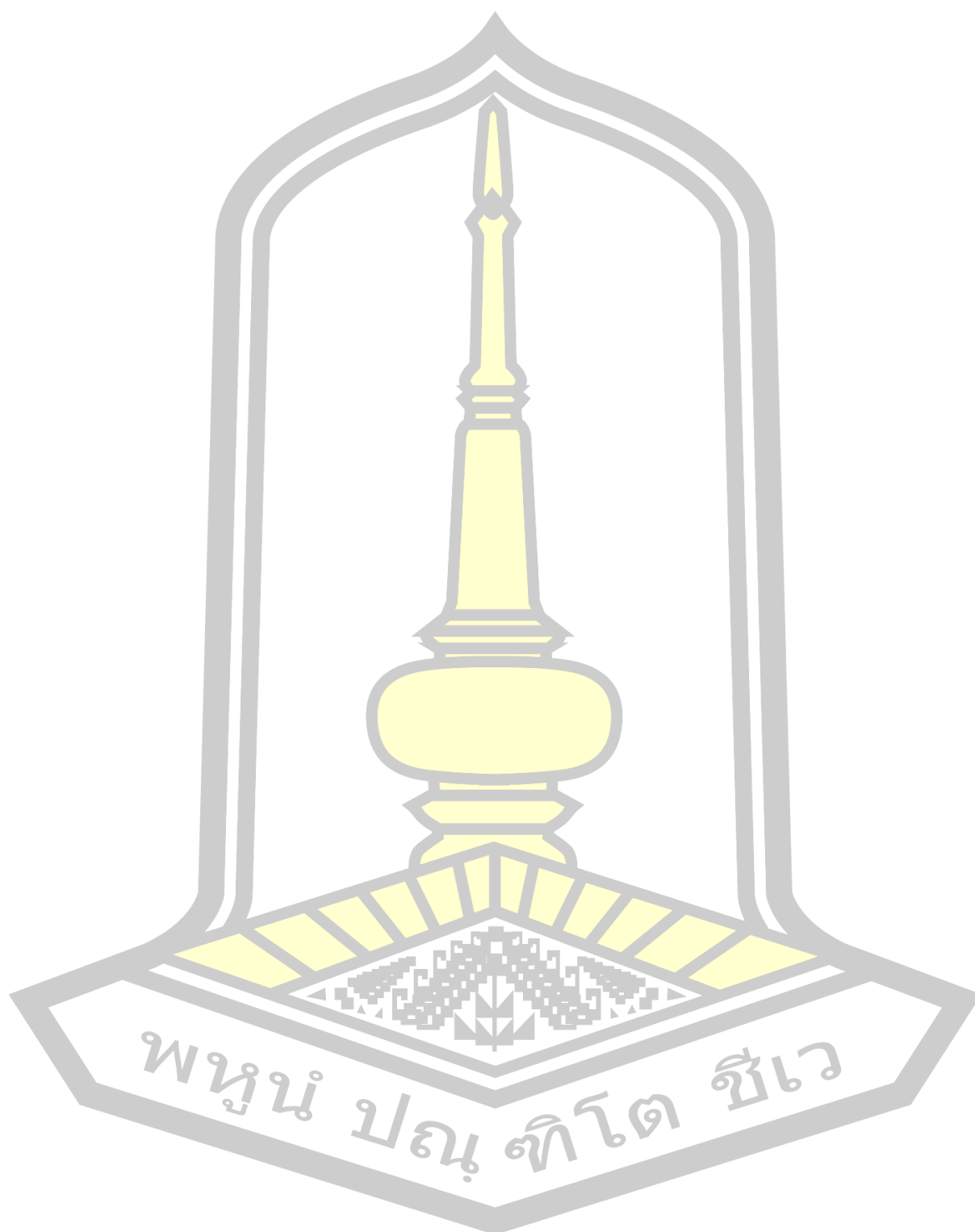


TITLE	The Development of Learning Activities using Polya's Problem Solving Process for develop Mathematical Problem Solving Ability in Matthayomsuksa 4 Students		
AUTHOR	Wilaiwan Surawanichakul		
ADVISORS	Assistant Professor Montri Thongmoon , Ph.D.		
DEGREE	Master of Education	MAJOR	Teaching of Science and Mathematics
UNIVERSITY	Maharakham University	YEAR	2019

ABSTRACT

This research aim to develop the Mathematical problem solving ability of Mutthayomsuksa 4 students in Sarakhampittayakhom School, Maharakham, Thailand. The average score pass of 60 percentage while a target group of this research was 32 students in the second semester of the 2018 academic year. They were selected by using Purposive Sampling. The instruments were are Learning Polya's problems solving process having 8 lesson plans, and Mathematics problem solving ability test, a subjective type has 4 articles with Polya's problem solving process. The data were analyzed by using mean, percentage and standard deviation. The result of this research followed: Mathematical problem solving ability of Mutthayomsuksa 4 students after learning with Polya's problems solving process of Exponent and Exponential. All the target group have an average score following: Cycle 1, students have an average score of 30.09 or 62.70 percentage, Cycle 2 students have an average score of 28.63 or 59.65 percentage and Cycle 3 was have an average score of 35.06 or 73.05 percentage. As observed, there are higher than 60 percentage criterion with 28 students or 87.50 percentage of the target group. However, Mathematical problem solving development was higher, It achieves to be increased in Mathematical problem solving ability.

Keyword : Mathematical problem solving ability, Polya's problem solving process



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก รองศาสตราจารย์ ดร.ประสาธ หนึ่งเฉลิม ประธานกรรมการสอบ อาจารย์ ดร.กันยารัตน์ สอนสุภาพ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ กรรมการสอบ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ตรวจและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย ตลอดจนคำแนะนำต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัยในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม คณะครูและนักเรียนโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการใช้โรงเรียนเป็นสถานที่เก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยและคอยอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ทำให้การทำวิจัยในครั้งนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวของผู้วิจัย ที่คอยให้การสนับสนุน คอยให้กำลังใจ ซึ่งเป็นแรงผลักดันที่มีส่วนทำให้การทำวิจัยในครั้งนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์จากการทำวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยขอมอบบูชาพระคุณบิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนให้ความรู้อันมีค่าแก่ผู้ศึกษาค้นคว้าจนสามารถจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

วีไลวรรณ สุระวนิชกุล

พูนุ ปณฺ ทิโต ชีเว

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ.....	ช
สารบัญ.....	ฌ
บัญชีตาราง.....	ฉ
บัญชีภาพ.....	ฅ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ภูมิหลัง.....	1
1.2 ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
1.3 ความสำคัญของการวิจัย.....	6
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	6
1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
2.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์.....	10
2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	21
2.3 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	27
2.4 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา.....	30
2.5 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด.....	38
2.6 การวัดและเกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43
2.7 วัดคะแนนพัฒนาการ.....	50

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	56
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	61
3.1 กลุ่มเป้าหมาย.....	61
3.2 รูปแบบการวิจัย.....	64
3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	65
3.4 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ.....	65
3.5 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	80
3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล.....	85
3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
4.2 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	126
5.1 ความมุ่งหมายของงานวิจัย.....	126
5.2 สรุปผล.....	126
5.3 อภิปรายผล.....	126
5.4 ข้อเสนอแนะ.....	129
บรรณานุกรม.....	131
ภาคผนวก.....	137
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	138
ภาคผนวก ข ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	140
ภาคผนวก ค การประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้.....	161
ภาคผนวก ง ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	168



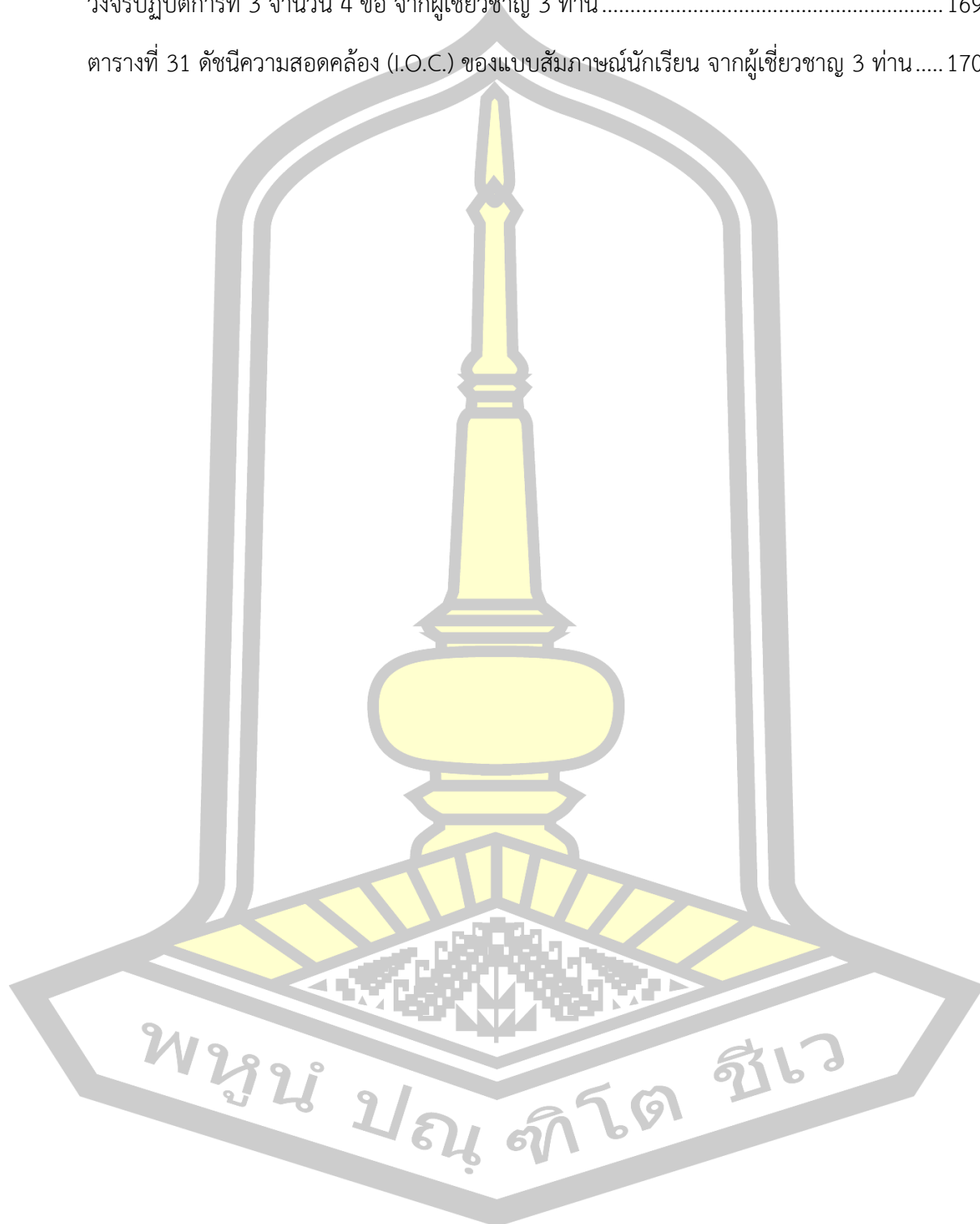
บัญชีตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ห้องเรียนสายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6	14
ตารางที่ 2 การวิเคราะห์ K P A ของตัวชี้วัดแต่ละสาระตามมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202.....	16
ตารางที่ 3 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	19
ตารางที่ 4 คะแนนผลการเรียนรู้ รหัสวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาค เรียนที่ 2.....	20
ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา.....	46
ตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	47
ตารางที่ 7 แสดงเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา.....	50
ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4/11 จำนวน 42 คน.....	61
ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายข้อของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11.....	62
ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4/11 รายบุคคล	62
ตารางที่ 11 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา	66
ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์ การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง	69
ตารางที่ 13 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามจุดประสงค์	77
ตารางที่ 14 เนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ.....	81
ตารางที่ 15 เกณฑ์คะแนนพัฒนาการเทียบระดับพัฒนาการ.....	86
ตารางที่ 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	90

ตารางที่ 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1-3	90
ตารางที่ 18 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จากการทดสอบท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1	93
ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1	93
ตารางที่ 20 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จากการทดสอบท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2	102
ตารางที่ 21 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 2	103
ตารางที่ 22 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จากการทดสอบท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3	113
ตารางที่ 23 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 3	114
ตารางที่ 24 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา	122
ตารางที่ 25 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1	162
ตารางที่ 26 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2	164
ตารางที่ 27 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3	166
ตารางที่ 28 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรปฏิบัติการที่ 1 จำนวน 4 ข้อ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน	169
ตารางที่ 29 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรปฏิบัติการที่ 2 จำนวน 4 ข้อ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน	169

ตารางที่ 30 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
วงจรปฏิบัติการที่ 3 จำนวน 4 ข้อ จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน..... 169

ตารางที่ 31 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน..... 170



บัญชีภาพ

	หน้า
รูปภาพที่ 1 วิถีจักรการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา	32
รูปภาพที่ 2 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	33
รูปภาพที่ 3 ปัญหาของอิทธิพลเพดาน (Ceiling Effect) ในการคำนวณคะแนนพัฒนาการ.....	55
รูปภาพที่ 4 หลักการคำนวณคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	55
รูปภาพที่ 5 ภาพตัวอย่างนักเรียนเขียนตอบคำถามสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ไม่ครบถ้วน ในแบบทดสอบ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	96
รูปภาพที่ 6 ภาพตัวอย่างการระบุนิยามการวางแผนแก้ปัญหาโดยการเขียนอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบ ที่เขียนได้ไม่ครบถ้วน ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	96
รูปภาพที่ 7 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	97
รูปภาพที่ 8 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน แต่การคำนวณผิด ในแบบทดสอบ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	98
รูปภาพที่ 9 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	98
รูปภาพที่ 10 ภาพตัวอย่างการตรวจสอบหรือสรุปคำตอบ ในแบบทดสอบความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	99
รูปภาพที่ 11 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน และระบุ สมบัติที่ใช้ได้ครบถ้วน (1).....	105
รูปภาพที่ 12 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน และระบุ สมบัติที่ใช้ได้ครบถ้วน (2).....	105
รูปภาพที่ 13 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน	106
รูปภาพที่ 14 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายขั้นตอนในการ แก้ปัญหาได้ แต่ไม่ได้ระบุสมบัติที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา	106
รูปภาพที่ 15 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2	107

รูปภาพที่ 16 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่แสดงวิธีทำถูกต้อง แต่คำนวณใน ขั้นตอนสุดท้ายไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจ รปฏิบัติการที่ 2 (1).....	108
รูปภาพที่ 17 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่การ คำนวณไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจ รปฏิบัติการที่ 2 (2).....	108
รูปภาพที่ 18 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่การ คำนวณไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจ รปฏิบัติการที่ 2 (3).....	109
รูปภาพที่ 19 ตัวอย่างการดำเนินแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	110
รูปภาพที่ 20 ตัวอย่างการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน ที่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ แต่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากค่าที่ได้ในขั้นการแสดงวิธีทำไม่ถูกต้องในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2	110
รูปภาพที่ 21 ภาพตัวอย่างการเขียนตอบในขั้นทำความเข้าใจปัญหา จากแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3	116
รูปภาพที่ 22 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1).....	116
รูปภาพที่ 23 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2).....	116
รูปภาพที่ 24 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (3).....	117
รูปภาพที่ 25 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (4).....	117
รูปภาพที่ 26 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3	118
รูปภาพที่ 27 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1).....	118

รูปภาพที่ 28 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2)	119
รูปภาพที่ 29 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (3)	119
รูปภาพที่ 30 ตัวอย่างการดำเนินแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	120
รูปภาพที่ 31 ภาพตัวอย่างการสรุปคำตอบของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1)	120
รูปภาพที่ 32 ภาพตัวอย่างการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2).....	121
รูปภาพที่ 33 คะแนนพัฒนาการของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างวงจรปฏิบัติการที่ 1-3	122
รูปภาพที่ 34 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา ชั้นทำความเข้าใจปัญหา	123
รูปภาพที่ 35 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยา ชั้นวางแผนแก้ปัญหา	123
รูปภาพที่ 36 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา ชั้นดำเนินการตามแผน	124
รูปภาพที่ 37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา ชั้นตรวจสอบคำตอบ	124



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ภูมิหลัง

การปฏิรูปในศตวรรษที่ 21 ประชาคมโลกให้ความสำคัญกับการปฏิรูปทางการศึกษา อันเนื่องจากการศึกษาเป็นเครื่องมือและกุญแจสำคัญในการเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อมโลก ฉะนั้นสาระสำคัญของการศึกษาจึงมุ่งเน้นพัฒนาทรัพยากรมนุษย์เป็นประชากรอาเซียน ประชากรโลก โดยเริ่มจากการพัฒนาคนให้มีความคงทนและความยั่งยืนในความรู้ การจะทำให้เกิดความคงทนในความรู้ได้นั้นต้องเริ่มจากการอ่าน การเขียน การคิดเชิงวิพากษ์ การสื่อสาร การร่วมมือ และการคิดสร้างสรรค์ รวมทั้งพัฒนาทรัพยากรบุคคลให้มีทักษะชีวิต ทักษะอาชีพ ทักษะด้านสารสนเทศ สื่อเทคโนโลยีได้อย่างแท้จริง (รัชชนนท์ แกะมา, 2557) ประเทศไทยจึงได้มีการปฏิรูปการศึกษาให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลง โดยประกาศใช้พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ซึ่งเป็นกฎหมายแม่บททางการศึกษาของประเทศไทย ในมาตรา 22 ได้กำหนดหลักการสำคัญในการจัดการศึกษาที่เน้นให้ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ (วีระ สดสังข์, 2550) จากนั้นกระทรวงศึกษาธิการจึงได้ประกาศใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เพื่อเตรียมความพร้อมของกำลังคนด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่จะเปลี่ยนแปลงในอนาคต ตลอดจนการยกระดับคุณภาพการศึกษาสู่ความเป็นเลิศ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ คิดแก้ปัญหา และส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ ด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ถูกต้องลึกซึ้ง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) โดยประกอบด้วยทั้งหมด 8 กลุ่มสาระ ได้แก่ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม การงานอาชีพและเทคโนโลยี สุขศึกษาและพลศึกษา ภาษาต่างประเทศ ภาษาไทย และศิลปะ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ

ให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) ดังนั้นใน ส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ได้แบ่งสาระการเรียนรู้ออกเป็น 3 สาระการเรียนรู้ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวน และพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น นอกจากนี้ยังได้ กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิด สร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) เพราะนอกจากสาระการเรียนรู้ที่เป็นความรู้ทาง คณิตศาสตร์แล้ว (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ก็เป็นอีกสิ่งหนึ่ง ที่ สำคัญสำหรับนักเรียนเช่นกัน เพราะว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน เมื่อมีความรู้แล้วจำเป็นต้องมีทักษะจึงจะสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ให้เกิด ประโยชน์ได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) และทักษะและกระบวนการแก้ปัญหายังรวมทักษะอื่น ๆ ที่ สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน ดังนั้นผู้ที่มีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาก็มีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการ คิด และการตัดสินใจที่ดีพอ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าว ไว้ว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ สูตรต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะทักษะในการแก้ปัญหามีความสำคัญ ต่อชีวิตและสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้ ในการสอนนักเรียนให้รู้จักแก้ปัญหาได้นั้นจะช่วยส่งเสริมให้ นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน และรู้จักตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2545)

จากที่กล่าวมาการศึกษาไทยให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก แต่ผลการประเมิน Programme for International Student Assessment หรือ PISA ซึ่งเป็นการประเมินที่ต้องการตรวจสอบความสามารถของนักเรียน ในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งครอบคลุมการวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการสื่อสารแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ ผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยยังมีคะแนนด้านคณิตศาสตร์ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) และแนวโน้มของประเทศไทย จากการประเมิน PISA 2000 จนถึง PISA 2015 พบว่าผลการประเมินทั้งสามด้านมีแนวโน้มลดลง แม้ว่าช่วง PISA 2009 ถึง PISA 2012 ผลการประเมินด้านวิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ใน PISA 2015 ของประเทศไทยทั้งสามด้านกลับมีคะแนนลดลงจาก PISA 2012 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) ได้ชี้ให้เห็นว่าประเทศไทยกำลังประสบปัญหาที่สำคัญ

ในการจัดการศึกษาที่ทำให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาไม่เป็นหรือคิดวิเคราะห์ไม่เป็น นอกจากนี้แล้ว ผลการสอบย่อยครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 และสอบกลางภาคเรียนที่ 1 รายวิชา ค31201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 โรงเรียนสารคามพิทยาคม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ยังพบว่า นักเรียนมีคะแนนรวมต่ำกว่าร้อยละ 60 คิดเป็นร้อยละ 60.52 ของนักเรียนทั้งหมดโดยการสอบย่อยทั้ง 2 ครั้งจะเป็นข้อสอบแบบอัตนัยทั้งหมดส่วนการสอบกลางภาค จะเป็นข้อสอบแบบปรนัยและอัตนัย ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์ผลการสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิตยา ศรีดารา (2557) และภิญญาดา กลีบแก้ว (2556) ที่พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 8.07 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน และเมื่อวิเคราะห์ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ซึ่งแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ยังพบว่า นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยใน ชั้นวิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา ชี้แจงแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และขั้นตรวจสอบคำตอบ คือ 3.00, 0.44, 0.16 และ 0.07 ตามลำดับ ซึ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจและ เข้าใจปัญหา แต่นักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลที่มีมาใช้ในการวางแผนได้ เมื่อนักเรียนไม่สามารถ วางแผนแก้ปัญหา จึงส่งผลให้นักเรียนแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบไม่ได้ ดังนั้นนักเรียนจึงไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และยังสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์กล่าวว่า นักเรียนขาดกระบวนการในการแก้ปัญหาจึงไม่รู้ว่าจะต้องเริ่มแก้ปัญหาจากตรงไหน ซึ่งมีนักเรียน บางส่วนสามารถบอกได้ว่าโจทย์ต้องการอะไร โจทย์ให้อะไรมา แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหา ต่อไปได้ และยังมีนักเรียนบางส่วนที่พยายามแก้ปัญหาให้ได้ผลลัพธ์ แต่นักเรียนยังขาดความรอบคอบ ในการคิดคำนวณ นักเรียนไม่มีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ จึงทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดอยู่ บ่อยครั้ง (ศุภวรรณ โคตรท่าน, สัมภาษณ์วันที่ 3 กรกฎาคม 2561)

จากข้อมูลข้างต้นการจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นกระบวนการแก้ปัญหาถือว่ามีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง สำหรับ กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหตาม แนวคิดของโพลยา ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดโพลยานั้น เป็น กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่แต่ละขั้นตอนมีความเกี่ยวเนื่องและเชื่อมโยงกัน เป็นการฝึกให้นักเรียนคิด การแก้ปัญหาย่างเป็นขั้นตอน โดยมี 4 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบคำตอบ ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบ เข้าใจในปัญหา สามารถหาวิเคราะห์หาวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา จนนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง นอกจากนี้การ ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาโดยมีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัย สถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม ยังฝึก

การมองไปข้างหน้า ความเคยชิน จากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ฌ็องพร นวนสาย (2559) ที่ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหามathematics โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียน มากกว่าร้อยละ 30 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และยังพบว่ากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีลักษณะ คือ น่าสนใจ ทำทลายความสามารถ และเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ ไม่เน้นเพียงทักษะการคิดคำนวณ แต่ควรมีการแก้ปัญหาสถานการณ์ทั่วไป เป็นลำดับขั้นตอน เรียนรู้จากความซ้ำซ้อนน้อยไปมาก มีการส่งเสริมให้นักเรียนได้สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและนักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมเดี่ยวอย่างสม่ำเสมอ (ฌ็องพร นวนสาย, 2559)

ผู้วิจัยจึงได้นำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามาช่วยในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มากที่สุดที่ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เนื่องจากช่วยทำให้ผู้เรียนมีหลักคิด ได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคนอง, 2553) โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นนำ เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหาพร้อมทั้งเตรียมความพร้อมให้แก่ผู้เรียน โดยครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นที่จะใช้เรียนในชั่วโมง หรือสอนทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง หรือยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน ขั้นที่ 2 ขั้นสอน และขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ต่าง ๆ มโนทัศน์ที่ได้ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งในขั้นที่ 2 ขั้นการสอนแบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นดังนี้ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหามาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้รวมถึง การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหามักเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหา

ลักษณะนี้จากที่โหม่มาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลงมือได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่ เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้ เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้ เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนด ในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผล หรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา (Polya, 1973) ซึ่งในชั้นสอนนี้จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน โดยมีการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ปฏิบัติตามแผนและตรวจสอบผล ซึ่งทำให้นักเรียนมีความรอบครอบ เข้าใจในปัญหา สามารถหาวิเคราะห์หาวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา จนนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของปราณี แสนสามารถ (2557) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพิชญภา สีนามะ (2557) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุดต่อไป

1.2 ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้นักเรียนมีคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60

1.3 ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลที่ได้จะมีประโยชน์ ดังนี้

1. เป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนสำหรับครูผู้สอน เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จทางด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. เป็นข้อเสนอแนะทางการศึกษาเพื่อช่วยในการพัฒนา และค้นคว้าวิจัยในการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนคณิตศาสตร์และผู้สนใจให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 26 จำนวน 32 คน จากนักเรียนทั้งหมด 42 คน ซึ่งกลุ่มเป้าหมายได้มาจากนักเรียนที่ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิตยา ศรีดารา (2557) และภิญญาดา กลีบแก้ว (2556) เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว และมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 60

2. ตัวแปรที่ศึกษา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารคามพิทยาคม พุทธศักราช 2561 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยดำเนินการใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยา หมายถึง ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์โจทย์ โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ศึกษาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้รวมถึงเงื่อนไขต่าง ๆ ที่มีในโจทย์ และหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นนี้นักเรียนวางแผนแก้โจทย์ปัญหา โดยเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ ฝึกหายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และบอกวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคำตอบ โดยแสดงออกมาในรูปประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นนี้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะคิดคำนวณในการหาคำตอบ และทักษะการสรุป เพื่อเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ออกมาในรูปของการแสดงวิธีทำและสรุปคำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ขั้นนี้ให้นักเรียนทบทวนและตรวจคำตอบที่ได้ว่า สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ รวมถึงพิจารณาว่าน่าจะมีวิธีการคิดอื่น ๆ ที่เป็นไปได้หรือไม่ โดยครูใช้คำถามเพื่อช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน

2. การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา หมายถึง การจัดการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหา รวมทั้งเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียน โดยครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นที่จะใช้เรียนในชั่วโมง หรือสอนทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง หรือยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง กับเนื้อหาที่เรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

ขั้นที่ 2 การสอนแบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้คำถาม หรือนำโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนศึกษา ทำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนอ่าน พิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียนโดยครูใช้คำถาม ได้แก่ สิ่งที่โจทย์ให้มามีอะไรบ้าง สิ่งที่ต้องการให้หาคืออะไร และมีเงื่อนไขในการแก้ปัญหาหรือไม่ จากนั้นพิจารณาหาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง รวบรวมข้อมูลที่ได้ และดูความสัมพันธ์ของข้อมูล พร้อมพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหา โดยนำข้อมูลต่าง ๆ ที่มีอยู่มาใช้ในการออกแบบขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยเลือกวิธีการหรือขั้นตอนหรือกลยุทธ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจน และให้นักเรียนฝึกเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน หากนักเรียนยังไม่สามารถเขียนแผนได้ด้วยตนเอง ครูอาจใช้คำถามในการกระตุ้น เช่น จากโจทย์ปัญหาดังกล่าวนักเรียนลองอธิบายให้ครูฟังคร่าว ๆ ว่านักเรียน จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร จากนั้นครูคอยให้นักเรียนนำคำตอบของตนเองไปเขียนอธิบายเป็นลำดับขั้นตอน เป็นต้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้กำหนดไว้เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ โดยใช้ความรู้ หลักการทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ต่าง ๆ ในการดำเนินการ ซึ่งก่อนการดำเนินการแก้ปัญหาคูใช้คำถามถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหา และในระหว่างการทำปัญหาหากนักเรียนไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้สามารถหยุดการดำเนินการตามแผนเพื่อปรับแก้แผนที่ใช้หรือเปลี่ยนใช้แผนใหม่ได้เมื่อจำเป็น

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ครูให้นักเรียนตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่าเป็นไปตามแผนที่วางไว้หรือไม่ และพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยครูอาจจะใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบหากนักเรียนยังดำเนินการไม่ครบตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือดำเนินการไม่ตรงตามแผนที่วางไว้ หรือคำตอบที่ได้ยังไม่สมเหตุสมผล ครูอธิบายว่านักเรียนจะต้องย้อนกลับไปดำเนินการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป

ครูกระตุ้นโดยใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ต่าง ๆ มโนทัศน์ที่ได้ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ ความชำนาญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหาโดยหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงการคำนวณ สรุปคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหานี้สามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

- 2.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 กระบวนการแก้ปัญหตามแนวของโพลยา
- 2.5 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด
- 2.6 การวัดและเกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.7 การวัดคะแนนพัฒนาการ
- 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. วิสัยทัศน์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้นให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้โอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาชาติอารยะประเทศ

2. หลักการ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน

3. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ สามารถดำรงชีวิตร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข และสามารถพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติได้

4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1) ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2) ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสม บนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรม และข้อมูลสารสนเทศเข้าใจ ความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มา ใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้น ต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไป ใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงานและการอยู่ ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความ ขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกใช้เทคโนโลยีด้าน ต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

5. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่มสาระ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วนร้อยละ การ ประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่า ของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

เรียนรู้เกี่ยวกับ ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติรูปเรขาคณิต การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่อง การ เลื่อนการขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ใน สถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น

เป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

และได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนไว้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

1) การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2) การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

3) การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เน้นเนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4) การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผลรับฟัง และให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5) การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือเป็นแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

7. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสารคามพิทยาคม

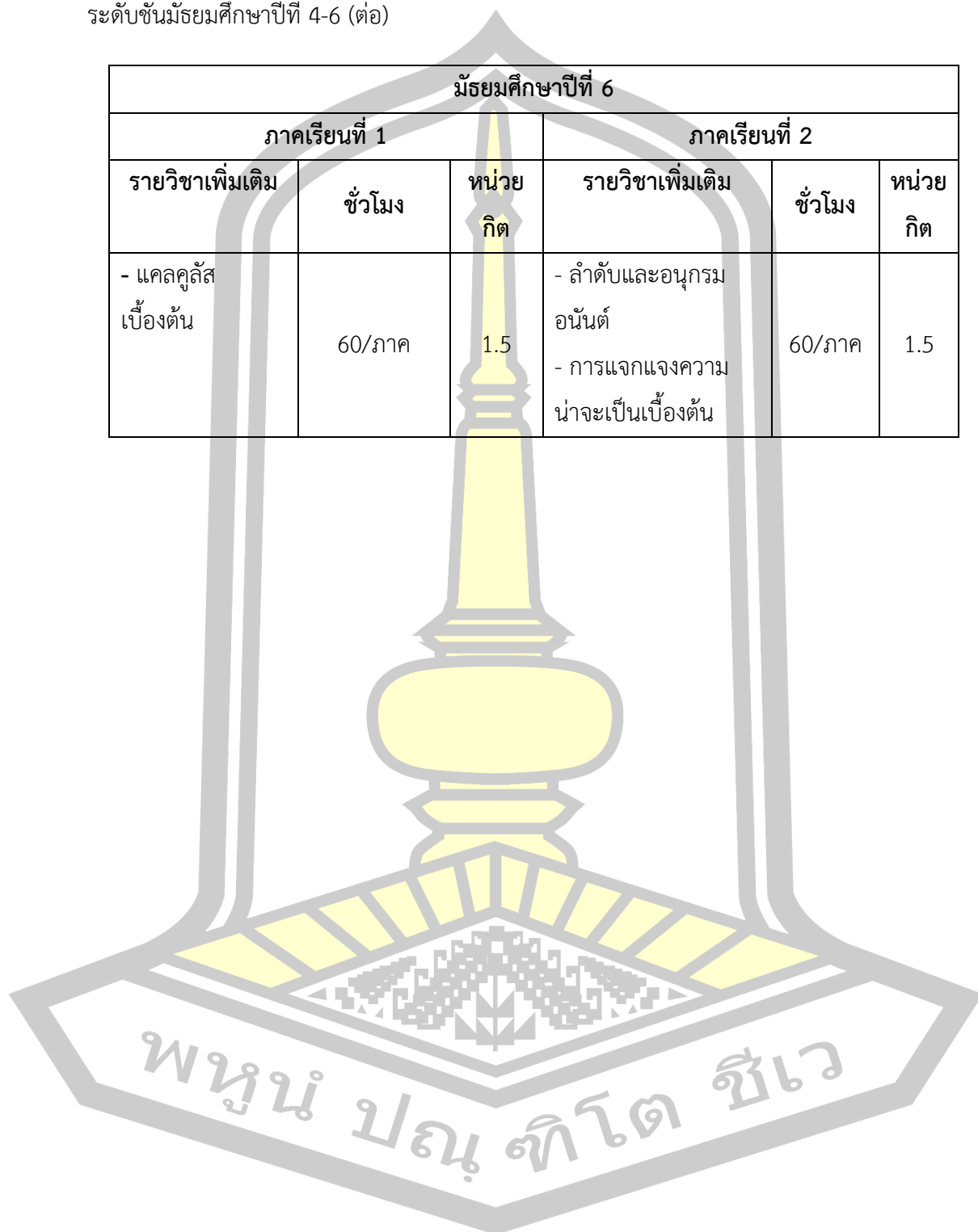
ในการวิจัยผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 (คำสั่งแต่งตั้งคณะกรรมการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560), 2561) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ห้องเรียนสายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

มัธยมศึกษาปีที่ 4					
ภาคเรียนที่ 1			ภาคเรียนที่ 2		
รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วยกิต	รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วยกิต
- จำนวนจริงและพหุนาม - ตรรกศาสตร์ - เมทริกซ์	60/ ภาค	1.5	- เรขาคณิตวิเคราะห์ - ภาคตัดกรวย - ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	60/ภาค	1.5
มัธยมศึกษาปีที่ 5					
ภาคเรียนที่ 1			ภาคเรียนที่ 2		
รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วยกิต	รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วยกิต
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ - จำนวนเชิงซ้อน	60/ ภาค	1.5	- เวกเตอร์ - ความน่าจะเป็น	60/ภาค	1.5

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ห้องเรียนสายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 (ต่อ)

มัธยมศึกษาปีที่ 6					
ภาคเรียนที่ 1			ภาคเรียนที่ 2		
รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วย กิต	รายวิชาเพิ่มเติม	ชั่วโมง	หน่วย กิต
- แคลคูลัส เบื้องต้น	60/ภาค	1.5	- ลำดับและอนุกรม อนันต์ - การแจกแจงความ น่าจะเป็นเบื้องต้น	60/ภาค	1.5



ตารางที่ 2 การวิเคราะห์ K P A ของตัวชี้วัดแต่ละสาระตามมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชา
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202

มาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม/สาระการเรียนรู้		ทักษะ(P)	คุณลักษณะ(A)	สมรรถนะ
	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	ท้องถิ่น			
การวัดและเรขาคณิต ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้	1. ทหาระยะห่างและจุดกึ่งกลางของจุดสองจุด ความชัน ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ได้ 2. ทหาสมการเส้นตรง เส้นขนานเส้นตั้งฉาก และการนำไปใช้ได้ 3. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้ 4. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา	เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ จุดและเส้นตรง วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา	-การแก้ปัญหา -การเชื่อมโยง -การให้เหตุผล -การคิดสร้างสรรค์	-ไม่เรียนรู้ -มุ่งมั่นในการทำงาน	

ตารางที่ 2 การวิเคราะห์ K P A ของตัวชี้วัดแต่ละสาระตามมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชา
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 (ต่อ)

มาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม/สาระการเรียนรู้		ทักษะ(P)	คุณลักษณะ(A)	สมรรถนะ
	ท้องถิ่น	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ท้องถิ่น			
จำนวนและพีชคณิต ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบ รูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับ และ อนุกรม และนำไปใช้	5. เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลัง และนำไปแก้ปัญหาได้ 6. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน เขียนกราฟฟังก์ชัน และนำ ความรู้เรื่องฟังก์ชันไปแก้ปัญหาได้ 7. เข้าใจและลักษณะกราฟฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา 8. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ ในการแก้ปัญหา	เลขยกกำลัง ฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การ หาค่าลอการิทึม การ เปลี่ยนผันของลอการิทึม สมการและอสมการของ ลอการิทึม และการ ประยุกต์ของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและ ฟังก์ชันลอการิทึม	-การ แก้ปัญหา -การ เชื่อมโยง -การคิด สร้างสรรค์	- ไม่เรียบรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	
ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และ อสมการ อธิบาย ความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้					

คำอธิบายรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
รหัสวิชา ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ศึกษาวิเคราะห์ ฟังก์ชัน / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ในเรื่องต่อไปนี้

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน การใช้ฟังก์ชันในชีวิตจริง กราฟของฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันประกอบ และฟังก์ชันผกผัน

เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าลอการิทึม การเปลี่ยนผันของลอการิทึม สมการและอสมการของลอการิทึม และการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งสามารถบูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง และทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 มาใช้ในชีวิตประจำวันได้

รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และมีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ในการรักษาศาสนา พระมหากษัตริย์ ซื่อสัตย์ สุจริต มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักชาติ ความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริง ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ผลการเรียนรู้

1. หาระยะห่างและจุดกึ่งกลางของจุดสองจุด ความชัน ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ได้
2. หาสมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และการนำไปใช้ได้
3. เจียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้ และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้
4. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา
5. เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหาได้

6. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟฟังก์ชัน และนำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปแก้ปัญหาได้

7. เข้าใจและลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

8. แก่สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

รวม 8 ผลการเรียนรู้

โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เวลาในการจัดการเรียนรู้ 3 ชั่วโมง/สัปดาห์ จำนวน 1.5 หน่วยกิต มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	เรขาคณิตวิเคราะห์	ข้อ 1 – ข้อ 4	เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย	29	30
การวัดผลกลางภาคเรียน				1	20
2	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	ข้อ 5 – ข้อ 8	เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าลอการิทึม การเปลี่ยนผันของลอการิทึม สมการและอสมการของ ลอการิทึม และการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	29	20
การวัดผลปลายภาคเรียน				1	30
รวมตลอดภาคเรียน				60	100

ตารางที่ 4 คะแนนผลการเรียนรู้ รหัสวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาค
เรียนที่ 2

ข้อที่	ผลการเรียนรู้	คะแนนที่ประเมิน				
		ก่อนกลางภาค	กลางภาค	หลังกลางภาค	ปลายภาค	รวมทั้งหมด
1	หาระยะห่างและจุดกึ่งกลางของจุดสองจุด ความ ชัน ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ได้	5	3			8
2	หาสมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และการ นำไปใช้ได้	7	5			12
3	เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อ กำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้ และเขียน กราฟของความสัมพันธ์นั้นได้	8	6			14
4	เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ใน การแก้ปัญหา	10	6			16
5	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหา ได้			3	2	5
6	มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟ ฟังก์ชัน และนำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปแก้ปัญหาได้			5	5	10
7	เข้าใจและลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา			6	10	16
8	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา			6	13	19
	รวม	30	20	20	30	100

2.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

ครูอิกแซงก์ และเซฟเฟลด์ (Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, 1992) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

แอนเดอร์สัน และฟิงกรี (Anderson, K.B., 1973) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจ ประกอบกันไป

ยูพิน พิพิธกุล (2542) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยไม่รู้ว่ามีวิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) (อ้างอิงใน: พรทิพา เมืองโคตร, 2559) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปไว้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลผลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคล ผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ จำนวน โจทย์ภาษาปัญหาคณิตศาสตร์ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ แต่ไม่สามารถรู้คำตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

2. ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวน การแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทาง คณิตศาสตร์

อรชร ภูบุญเดิม (2550) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหา นั้น เป็นกระบวนการที่แต่ละคนจะต้องใช้ ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ เทคนิคและประสบการณ์ต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคยและประมวลความรู้ ความสามารถ ทักษะและ ประสบการณ์ต่าง ๆ เหล่านั้น เพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่แตกต่างไป จากเดิม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนจะต้องประยุกต์ความรู้ทาง คณิตศาสตร์ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya) ได้ให้ความหมายสอดคล้องกันว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น สถานการณ์ที่เป็นปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องการคำตอบที่เป็นปริมาณด้วยการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะ เรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมี แนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้ง ภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551)

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งและ มีกรรมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มี ทักษะการแก้ปัญหาก็ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดี

จากข้างต้นสรุป ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า การแก้ปัญหาเป็น กระบวนการที่เกิดจากการเรียนรู้ ฝึกฝน และการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียนนั้นจะต้องใช้ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ เทคนิค และประสบการณ์ มาประยุกต์ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่คำตอบ ของปัญหา ซึ่งผู้ที่สามารถแก้ปัญหาได้ดีมักเป็นบุคคลที่มีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดี

3. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการให้ความหมายของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

โคลด (Clyde, 1967) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้ในการหาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะใช้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบมองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใดจึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการคือ

- 1) มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน
- 2) การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล
- 3) ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณจะต้องมีทักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

โพลยา (Polya, 1973) ได้จัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ที่ใด สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้สื่อกับข้อมูลต่าง ๆ นักเรียนควรเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจแล้วซ้ำอีกหลาย ๆ แง่มุมจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนมาก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้อย่างไร สิ่งทีนักเรียนจะต้องทำในขั้นตอนนี้ก็คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้าง ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหาเทคนิคอย่างหนึ่งในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกทบทวนสิ่งที่เคยแก้ปัญหามาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะอาจจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้น ควรแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในแต่ละขั้นตอนใหญ่แต่ละขั้นก็แบ่งออกเป็นขั้นตอนเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นว่าถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่ง เขาต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

3) ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4) ชั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ตรวจสอบปัญหานั้น ๆ ว่าได้ผลเป็นอย่างไร เป็นชั้นการตรวจสอบ เพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ โดยพิจารณาและสำรวจดูผลว่ามีความถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกันทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

เวียร์ (Weir, 1974) กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับความคิดและประสบการณ์ การเรียนรู้ ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องฝึกฝนนักเรียนให้มีความพยายามในการแก้ปัญหา และการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาเพื่อช่วยให้นักเรียนมีเหตุผลที่จะนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เขาประสบในชั้นเรียนและชีวิตประจำวัน ซึ่งเวียร์ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นตอนที่ 1 ชั้นการตั้งปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ชั้นการวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 ชั้นการเสนอวิธีแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ชั้นการตรวจสอบผลลัพธ์

กาญจนา บุญส่ง (2542) กล่าวถึง กระบวนการแก้โจทย์ทางคณิตศาสตร์ว่ากระบวนการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์โจทย์ โดยการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นการแปลความหมายของโจทย์ปัญหา ซึ่งมองให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เทคนิคต่าง ๆ ที่ควรนำมาใช้ในขั้นนี้ได้แก่ เทคนิคการใช้คำถาม การวาดภาพ การใช้เส้นจำนวน การแสดงบทบาทสมมติ หรือเทคนิคอื่น ๆ ที่ทำให้สามารถสร้างความเข้าใจภาษาในโจทย์ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 การกำหนดขั้นตอนเพื่อแก้ปัญหา เป็นการวางแผนโดยการนำเอาความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้ มาคิดหาวิธีการแก้ปัญหาว่าจะใช้วิธีการใด แล้วเขียนในรูปประโยคสัญลักษณ์ซึ่งต้องอาศัยความคิดรวบยอดพื้นฐาน เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหาร เป็นต้น

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติตามขั้นตอน เป็นการนำประโยคสัญลักษณ์มาคิดหาค่าของสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณและการแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบคำตอบ เป็นการนำคำตอบที่หาได้มาตรวจสอบกับสิ่งที่กำหนดให้ โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างการบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อให้แน่ใจว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

กรมวิชาการ (2544) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน

1) วิเคราะห์ปัญหา: ทำความเข้าใจปัญหา

- 2) วางแผนแก้ปัญหา
- 3) ดำเนินการแก้ปัญหา
- 4) ตรวจสอบหรือมอ้ย้อนกลับ

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะในการแก้ปัญหาผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ และการวิเคราะห์โจทย์ การพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการแก้ปัญหา จะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้น คือ

- 1) การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา
- 2) การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้
- 3) การดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่ได้วางไว้
- 4) การตรวจสอบหรือการมอ้ย้อนกลับ

จากข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยผู้เรียนต้องนำความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎหรือสูตรต่าง ๆ มาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา: ทำความเข้าใจปัญหา คือ การที่นักเรียนสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตัวเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ที่ใด สามารถบอกได้ว่าโจทย์ต้องการอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข นอกจากนี้นักเรียนควรเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสม และสามารถสรุปสิ่งที่โจทย์ต้องการออกมาได้

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา คือ การที่นักเรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาได้อย่างชัดเจน และสามารถเลือกใช้เหตุผลหรือข้ออ้าง โดยใช้ความรู้และเทคนิคต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาหรือสิ่งที่ต้องการหาว่ามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้อย่างไร

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่ได้วางไว้ คือ การที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ คือ การตรวจสอบว่าปัญหานั้น ๆ ได้ผลเป็นอย่างไร ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบ เพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

4. องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านให้ความหมายขององค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer, Raph T. and Trueblood, 1977) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

- 1) เทคนิคการรู้คำศัพท์
- 2) ทักษะการคำนวณ
- 3) การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
- 4) การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 5) การคาดคะเนคำตอบ
- 6) การเลือกใช้วิธีการจัดการกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
- 7) ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
- 8) การแปลความหมายของโจทย์

Leslie และ Beeson (ประยูร อาษานาม, 2537; อ้างอิงมาจาก Leslie and Beeson, 1977) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ

1) สติปัญญา (Intelligence) การแก้โจทย์ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาเป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่ง องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative Factors) ซึ่งนักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal Factors) แต่อาจด้อยในความสามารถทางด้านปริมาณ

2) การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการแก้โจทย์ปัญหาต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

3) ทักษะพื้นฐาน (Basic Factors) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์แก้โจทย์และตัดสินใจว่าจะทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ ผู้แก้โจทย์ต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็น ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา

ประยูร อาษานาม (2537) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) ความสามารถในการคิดคำนวณ
- 2) ความสามารถในการอ่านจับใจความได้ละเอียด

3) ความรู้และทักษะเบื้องต้นในการคิดคำนวณ

4) ปัจจัยอื่น ๆ ได้แก่

4.1 เซวาร์ปัญญา โดยเฉพาะเกี่ยวกับจำนวนและภาษา

4.2 ความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน

4.3 ความสามารถในการประยุกต์ทักษะในการอ่าน

อุทัย เพชรชวย (2532, อ้างอิงใน จีราวะติ เกษี, 2560)) ได้กล่าวถึง สาเหตุสำคัญที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มี 4 ประการดังนี้

- 1) เกิดจากการที่ครูสอนโดยละเลยการใช้ประสบการณ์ในชั้นของจริง
- 2) เกิดจากการที่ครูสอนโดยเน้นให้เด็กจำ “คำหลัก” เพื่อใช้บอกวิธีทำ
- 3) เกิดจากการที่ครูเน้นการสอนตามวิธีการหรือตามตัวอย่างในหนังสือมากกว่าเน้นการสอนหลักการที่อยู่เบื้องหลังวิธีการนั้น
- 4) เกิดจากการที่ครูสอนโดยไม่คำนึงถึงระเบียบวิธีการหรือขั้นตอนในการคิด

จากข้างต้นสรุป องค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ว่า ในการแก้ปัญหแต่ละครั้งจะต้องมีองค์ประกอบและทักษะหลาย ๆ อย่าง ทั้งทางสติปัญญา ทักษะ และประสบการณ์ต่าง ๆ มาใช้ประกอบกันในการแก้ปัญห นอกจากนี้ครูผู้สอนยังมีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนการสอนที่จะต้องเอื้อให้ผู้เรียน ได้รับการฝึกฝนการคิดอย่างเป็นระบบ และการแก้ปัญหด้วยตัวเองอยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหได้อย่างคล่องแคล่วรวดเร็ว

2.3 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านกล่าวถึง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะที่เกิดจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหายุ่งยาก นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียงพิจารณาว่าปัญหาใหม่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนคุ้นเคยหรือไม่ สามารถแยกปัญหาใหม่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างคล้าย คลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานั้นได้บ้าง นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหได้อย่างรวดเร็วเหมาะสม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537; อ้างอิงใน วชิราภรณ์ ชำนิ, 2555) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยามาเป็นวิธีการพัฒนา ดังนี้

1) พัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน โดยวิเคราะห์ความสำคัญ ความเข้าใจในปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรม ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อเน้นโครงสร้างของปัญหาให้มีความชัดเจนขึ้น โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวัน มาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจ โดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้ หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ถ้าโจทย์ปัญหามีความซับซ้อนควรฝึกให้ผู้เรียน เขียนประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนแก้ปัญหา

3) การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องมีความขยันความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนและประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4) การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ การตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ ประเด็นแรก ตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการอีกครั้งหนึ่งรวมทั้งหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่ 2 คือมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่

(สิริพร ทิพย์คง, 2545) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาโดยกล่าวว่าการอภิปรายร่วมกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน ทำให้นักเรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ ได้ทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟัง ตลอดจนทักษะการคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคือ กระบวนการที่ผู้เรียนควรเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเอง เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามีประสิทธิผล ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้นดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561) ได้เสนอแนวการพัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเอง เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์ และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา ควรมีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามีประสิทธิผล ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่ น่าสนใจ ทำทนายให้อายากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูง ผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน หรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วย ในการเริ่มพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร ต้องการให้หาอะไรกำหนดอะไรให้บ้าง เกี่ยวข้องกับความรู้ใดบ้าง การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วยเช่น การวาดภาพ การเขียนตาราง การบอกหรือเขียนสถานการณ์ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็น การพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใดจะแก้อย่างไร รวมถึงพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์การแก้ปัญหาที่ผู้เรียนมีอยู่ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็น การลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถหาคำตอบได้ผู้เรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในแผนที่วางไว้ หรือเลือกยุทธวิธีใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ขั้นตอนนี้เป็น การพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ผู้เรียนอาจมองย้อนกลับไปพิจารณายุทธวิธีอื่น ๆ ในการหาคำตอบ และขยายแนวคิดไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่น การสอนการแก้ปัญหาควรมุ่งเน้นกระบวนการคิด ให้ผู้เรียนสามารถคิดเป็น แก้ปัญหาได้ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ไม่ใช่มุ่งเน้นเฉพาะผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหา ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นหรือคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อ ๆ ไปผู้สอนจึงค่อย ๆ ลดประเด็นคำถามลงมา จนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้แนะก็ได้ ทั้งนี้ผู้สอนควรเสริมแรงเมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาได้ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ยั่งยืนต่อไปในอนาคต

จากข้างต้นสรุป การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้เรียนควรฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ โดยเริ่มจากฝึกทำความเข้าใจ วิเคราะห์ความสำคัญของปัญหาและความเพียงพอของข้อมูลจากปัญหามาเขียนหรือสรุปให้อยู่ในรูปของ แผนภาพ แบบจำลอง หรือความสัมพันธ์ ที่สามารถเข้าใจได้ง่ายเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม จากนั้นฝึกวางแผนในการแก้ปัญหด้วยการเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือลำดับขั้นตอนการคิดคร่าว ๆ แล้วดำเนินการตามแผนที่วางไว้พร้อมทั้งตรวจคำตอบให้ถูกต้องอยู่เสมอ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวก่อให้เกิดการสะสมประสบการณ์จนเกิดความชำนาญ เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ที่มีลักษณะใกล้เคียงกับประสบการณ์เดิม จะสามารถวางแผน เพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

2.4 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา

กระบวนการการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยา นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและผู้เรียนคุ้นเคย และถูกใช้มานานมากในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มากที่ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เนื่องจากช่วยทำให้ผู้เรียน

มีหลักคิด ได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคอง, 2553) สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. แนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

Polya (1973 อ้างถึงใน นิตยา ศรีดาราร, 2557) นักคณิตศาสตร์เชื้อสายฮังการีได้เสนอแนะวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งถูกจัดว่าเป็นต้นแบบในการสอนการแก้ปัญหา ต่อมาได้มีผู้นำวิธีการแก้ปัญหามาใช้ในปัจจุบันอย่างแพร่หลาย ซึ่งโพลยาได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ในหนังสือ How to Solve It โดยสำหรับโพลยา "การแก้ปัญหา" คือสาระสำคัญของการทำคณิตศาสตร์ และ "การสอนให้นักเรียนคิด" คือความสำคัญเบื้องต้น "คิดอย่างไร" คือสาระที่วางรากฐานอย่างมากสำหรับการสืบเสาะและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง อย่างไรก็ตามในความพยายามที่จะสอนให้นักเรียน "คิดอย่างไร" ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นต้องระมัดระวังไม่ให้กลายเป็นแปลงไปสู่การสอน "คิดอะไร" หรือ "ทำอะไร" ซึ่งเป็นผลจากการเน้นความรู้ที่เป็นขั้นตอนวิธีการ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จำเป็นต้องมีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งกระบวนการในการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยานั้น ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

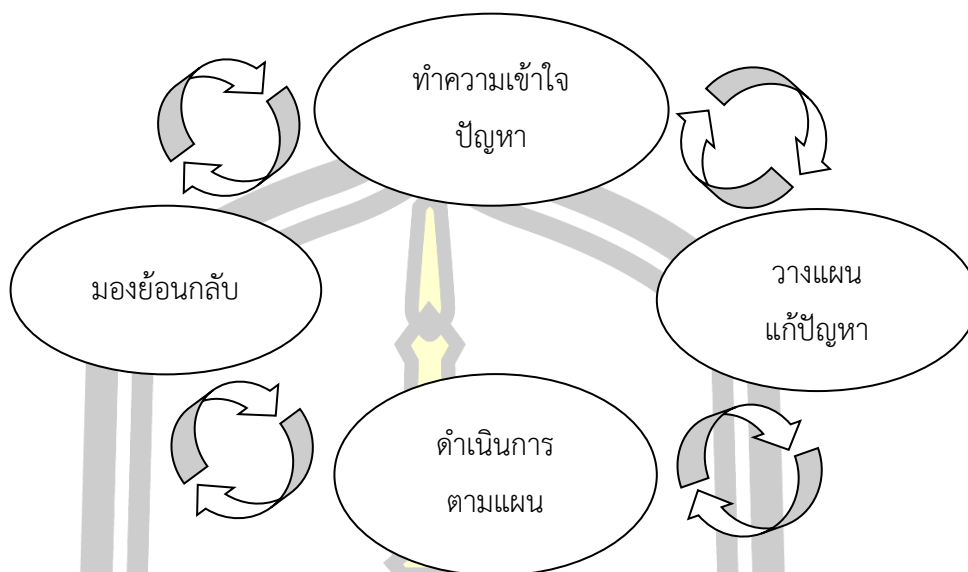
ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 มองย้อนกลับ (Looking back)

แสดงได้ดังรูปภาพที่ 1 ดังต่อไปนี้





รูปภาพที่ 1 วัฏจักรการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา
(นิตยา ศรีดาราร, 2557)

2. ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหาและตัดสินใจว่าปัญหาคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่าหรือตัวแปร ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า พิจารณาในหลากหลายแง่มุม หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การวาดภาพ การเขียนแผนภูมิ การเขียนสัญลักษณ์ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan)

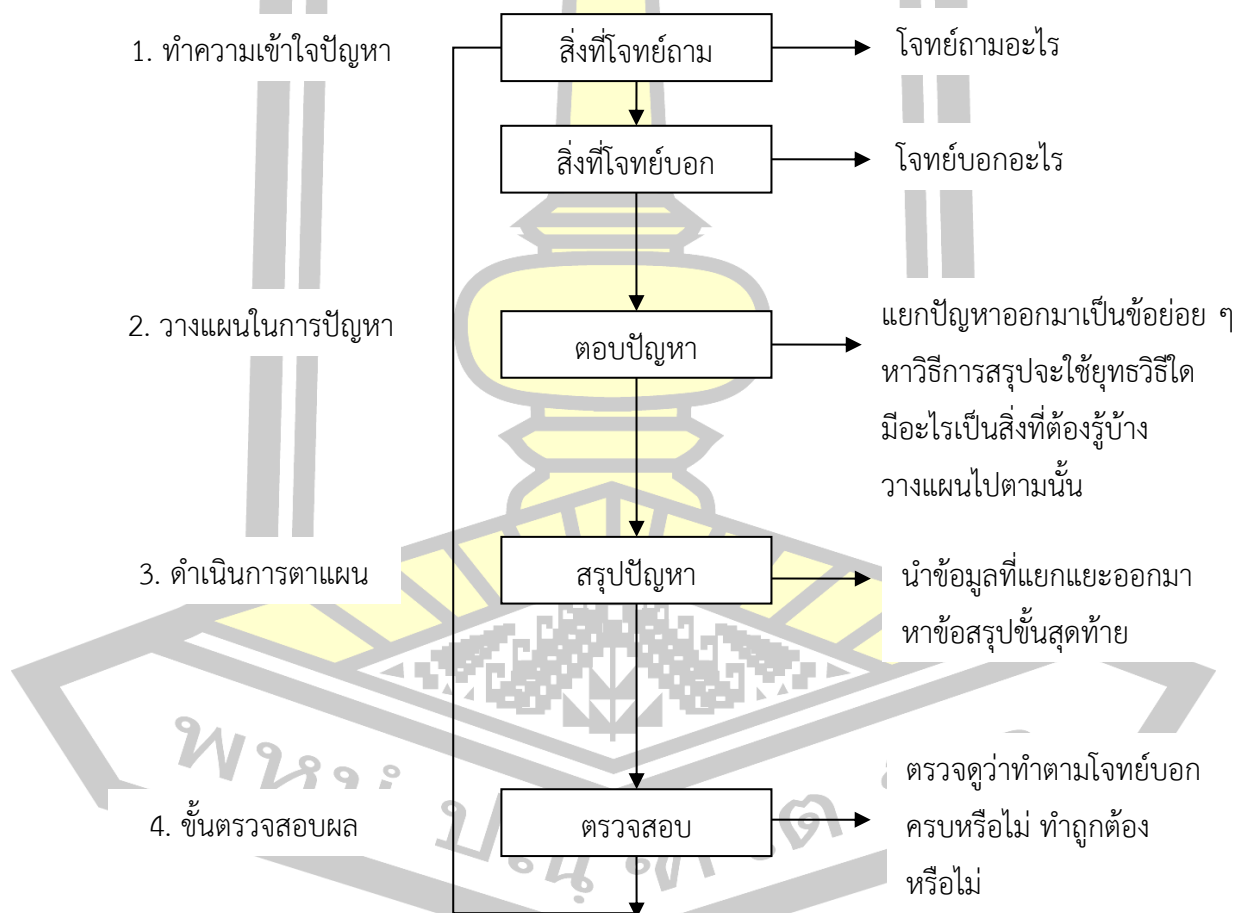
ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือวางแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนจะต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง จนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งการค้นหาแผนหรือวิธีแก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบ และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้ซึ่งรูปแบบการแก้ปัญหามาแนวคิดโพลยาแสดงในรูปแผนภูมิ ดังรูปภาพที่ 3



รูปภาพที่ 2 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา

(Polya, 1973)

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา

นักวิชาการหลายท่านได้สังเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2544) ได้แนะนำขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา และนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1) ทำความเข้าใจปัญหา โดยก่อนที่จะสอนนักเรียนแก้โจทย์ปัญหา ครูผู้สอนควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์หรือปัญหาให้เข้าใจ แล้วให้นักเรียนพิจารณาดูว่าสถานการณ์หรือปัญหาให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์หรือปัญหาเป็นสิ่งที่ให้มา สิ่งที่ต้องการให้หา และพิจารณาว่าในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ ได้หรือไม่

2) วางแผนแก้ปัญหา สถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้จะมีวิธีการแก้ปัญหามากมาย ครูอาจยกตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดูเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน ซึ่งนักเรียนบางคนอาจมีวิธีที่แตกต่างไปจากที่เสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรดูวิธีแก้ปัญหของนักเรียน ในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะนักเรียนให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนรู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด ซึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธี เช่น เดาคำตอบ ทำปัญหาให้ง่ายลง ค้นหารูปแบบ วาดรูปหรือแผนภาพ ทำตาราง แจกกรณีอย่างมีระบบ ทำย้อนกลับ ใช้หลักเหตุผล หรือการแสดงบทบาทสมมติ

3) แก้ไขแผนที่วางไว้ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ผู้สอนไม่ควรกำหนดว่านักเรียนใช้ยุทธวิธีใดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูผู้สอนควรให้การเสริมแรงทางบวกเพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำงานต่อไป สถานการณ์หรือปัญหาที่มีการคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจนในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคำนวณเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างพอเพียงก็จะมีปัญหาแต่อย่างใดสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบาย การให้เหตุผลของนักเรียน เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ วางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น ๆ

4) การตรวจสอบคำตอบ ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ เนื่องจากการเรียนการสอนในปัจจุบันมักให้ความสำคัญกับคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าคำนึงถึงกระบวนการในการคิดจึงมีแนวโน้มว่าครูผู้สอนจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูผู้สอนไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวมานี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองย้อนกลับไปทบทวน และตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่นหรือวิธีการคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่ โดยครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะดังต่อไปนี้

- 4.1 วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างอิงครบหรือไม่
- 4.3 สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่า เป็นความจริงหรือไม่
- 4.4 มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- 4.5 สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมได้อีกหรือไม่
- 4.6 วิธีการที่นักเรียนใช้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคืออื่น ๆ ได้อีกหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์หรือปัญหาต่าง ๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญหาโดยมีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

ครองสุข วดีศิริศักดิ์ (2546, อ้างใน ไพริน ชุนเพชร, 2554) ได้สรุปวิธีการสอนแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ไว้ว่าการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหาโดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นหารูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาคด้วยวิธีต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาก็ควรเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาคตามแนวคิดของโพลยาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา การเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคจะเริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาคให้นักเรียนศึกษา ทำความเข้าใจโจทย์ โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหาคและบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นพิจารณาลักษณะของคำตอบและหาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง การทำความเข้าใจโจทย์นี้ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการจับใจความ ทักษะการตีความ และทักษะการแปลความ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์

ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์ และบอกให้ได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาต่าง ๆ เป็นอย่างดีแล้ว ครูจึงเริ่มจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่ง ซึ่งครูผู้สอนควรใช้เวลาและมีความละเอียดอ่อนในการจัดการเรียนการสอนพอสมควร ทั้งนี้เพราะการวางแผนจะช่วยให้ นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามากขึ้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนนี้ ครูควรนำโจทย์ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนฝึกการเรียนรู้วิธีการในการแก้ปัญหาอย่าง หลากหลาย เพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากโจทย์ปัญหาบางอย่างอาจเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาด้วยกันหลายวิธี เช่น จำลอง สถานการณ์ หรือใช้ของจริง หรือของจำลองเขียนแผนภาพ หรือภาพ เตาและตรวจสอบ จดรายการที่ ได้ลองคิดไว้ จัดทำตารางหรือแผนภูมิ เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ ค้นหารูปแบบหรือหา ความสัมพันธ์ที่นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน คิดถอยหลัง และใช้เหตุผล

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน เมื่อนักเรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจและวางแผนการ แก้ปัญหาแล้ว ขั้นต่อไปก็คือการลงมือปฏิบัติตามแผน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ ในการคิดคำนวณหาคำตอบ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง การแก้สมการ เป็นต้น ในการเขียนแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกัน นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการย่อความและสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาเขียนข้อความแสดงวิธี ทำ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้าย ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักจะมองข้าม ความสำคัญของขั้นนี้ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบันมักจะให้ความสำคัญของ คำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการในการคิดหาวิธีที่ถูกต้อง จึงมีแนวโน้มว่าครูจะหยุด ทำการสอนทันทีเมื่อได้ผลลัพธ์แล้ว ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีย้อนกลับไปทบทวนและ ตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่า น่าจะมีคำตอบอื่น ๆ หรือวิธีการคิดเป็นอย่างอื่นได้อีกหรือไม่ โดยครูอาจจะใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมีย้อนกลับหรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

- 1) วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 2) ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์กำหนดอย่างครบหรือไม่
- 3) สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่า เป็นความจริงหรือไม่
- 4) มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- 5) สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมได้อีกหรือไม่

6) วิธีการที่นักเรียนใช้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่

จากการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคควรฝึกให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา มากกว่าสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นหารูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคจึงควรเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ขั้นนี้ เริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาให้นักเรียนศึกษา ทำความเข้าใจโจทย์ โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นพิจารณาหาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง สิ่งที่โจทย์ให้มา สิ่งที่ต้องการให้หา และเงื่อนไขในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการจับใจความ ทักษะการตีความ และทักษะการแปลความ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาให้ถูกต้อง ตามวรรคตอนของโจทย์ และบอกให้ได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

เป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่ง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนนี้ครูควรนำโจทย์ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนฝึกการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย โดยครูอาจยกตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดูเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน เพราะโจทย์ปัญหาบางอย่างอาจเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคด้วยกันหลายวิธี เช่น จำลองสถานการณ์ หรือใช้ของจริง หรือของจำลองเขียนแผนภาพ หรือภาพ เดาและตรวจสอบ จดรายการที่ได้ลองคิดไว้ จัดทำตารางหรือแผนภูมิ เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ ค้นหารูปแบบ หรือหาความสัมพันธ์ที่นำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน คิดถอยหลัง และใช้เหตุผลในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะนักเรียนให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหา เพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนรู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีแก้ปัญหาคที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

เมื่อนักเรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจและวางแผนการแก้ปัญหาคแล้ว ขั้นต่อไปก็คือการลงมือปฏิบัติตามแผน ซึ่งควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ ในการคิดคำนวณหาคำตอบ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะการคิดคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง การแก้สมการ เป็นต้น ใน

การเขียนแสดงวิธีทำก็เช่นเดียวกัน นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการย่อความและสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อนำมาเขียนข้อความแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบคำตอบ

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้าย ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองย้อนกลับไป ทบทวน และตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้วโดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น ๆ หรือวิธีการคิดเป็นอย่างไรได้อีกหรือไม่ โดยครูอาจจะใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบ

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยานั้น เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่แต่ละขั้นตอนมีความเกี่ยวเนื่องและเชื่อมโยงกัน ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนมีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยมี 4 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบคำตอบ จะทำให้นักเรียนมีความรอบครอบ เข้าใจในปัญหา สามารถหาวิเคราะห์หายุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา จนนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และนอกจากนี้การฝึกทักษะในการแก้ปัญหาโดยมีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

2.5 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

1. ความหมายของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Slavin (1995) ได้กล่าวถึงเทคนิคการเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ว่าเป็นเทคนิคที่เริ่มจากปัญหาหรือโจทย์คำถาม โดยสมาชิกแต่ละคนคิดหาคำตอบของแต่ละคู่มาอภิปรายพร้อมกัน เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนเองถูกต้องมากที่สุด จึงนำคำตอบที่ได้เล่าให้เพื่อนฟัง

Millis, Barbara J; & Cottell (1998) ได้กล่าวถึงเทคนิคการเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด (Think-Pair-Share) ซึ่งกล่าวถึง เทคนิคการเรียนรู้อย่างเพื่อนคู่คิดว่าในการเริ่มกิจกรรมการเรียนการสอนแบบคู่คตินั้น ครูตั้งคำถามที่ต้องใช้ความเข้าใจ มักเป็นคำถามแบบการสอบสวนให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นเรียนอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายการตอบคำถามเมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนยกมือเสนอคำตอบต่อเพื่อนในชั้นเรียนและก่อนที่ครูจะให้นักเรียนคู่ นั้นเสนอคำตอบควรรอเวลาให้นักเรียนคิดคำตอบให้ได้ก่อน เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสในการท่องจำกับคำตอบกับเพื่อนก่อนที่จะพูดในชั้นเรียนเพื่อเพิ่มพูนทักษะการสื่อสารทางวาจาและความมั่นใจ

New South Wales Edu (2006) ได้กล่าวถึง เทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็นการให้นักเรียนแต่ละคนใช้ความคิดของตนเองหรือแก้โจทย์ปัญหาอย่างเงียบ ๆ จากนั้นจึงจับคู่และแบ่งปันความคิดหรือคำตอบของตนกับตนเองอยู่ใกล้ ๆ แต่ละคู่ควรเตรียมตัวนำเสนอความคิดหรือคำตอบของกลุ่มของตนให้กับเพื่อนทั้งชั้นเรียนได้รับฟัง อาจกล่าวได้ว่าอาจหมายถึงให้แต่ละทีมเรียนรู้จากเพื่อนร่วมทีมซึ่งกันและกัน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545) ได้กล่าวถึง รูปแบบเทคนิคเพื่อนคู่คิดว่าเป็นรูปแบบของกิจกรรมของการเรียนการสอนที่จัดให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม โดยเริ่มจากการจับคู่กันคิดแล้วนำความคิดของทั้งคู่มาอภิปรายในกลุ่มเพื่อให้ได้ความคิดของกลุ่มเป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนได้พัฒนาพฤติกรรมทางสังคมควบคู่กับความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียน

ลักขณา สรีวัฒน์ (2557) ได้กล่าวถึง เทคนิคคู่คิดว่าเป็นเทคนิคที่ผู้สอนใช้คู่กับวิธีสอนแบบอื่นเรียกว่าเทคนิคคู่คิด เป็นเทคนิคที่ผู้สอนตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหาให้แก่ผู้เรียน ซึ่งอาจจะเป็นใบงานหรือแบบฝึกหัดก็ได้ และให้ผู้เรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อน แล้วจับคู่กับเพื่อนอภิปรายคำตอบ เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของคนถูกต้องแล้วจึงนำคำตอบไปอธิบายให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึงรูปแบบในการเรียนแบบร่วมมือโดยการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างผู้เรียน 2 คนที่จับคู่กันภายในกลุ่มโดยที่เริ่มจากครูเสนอสถานการณ์ปัญหา หรือโจทย์คำถามแล้วให้คิดหาคำตอบด้วยตนเองแล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับคู่ตนเองเพื่อหาข้อสรุป แล้วจึงนำคำตอบไปอธิบายให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

2. ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด

ได้มีนักวิชาการกล่าวถึงเทคนิคของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดไว้ดังนี้

ลีแมน (Lyman, 1987) กล่าวว่า เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดจะมีขั้นตอนที่สำคัญอยู่ 3 ข้อ คือ

1. การคิดของนักเรียนมีเวลา 30 วินาที หรือมากกว่านั้นเพื่อที่จะคิดหาคำตอบที่เหมาะสมเวลาที่ใช้นี้รวมถึงการเขียนเพื่อจดบันทึกคำตอบ

2. การจับคู่หลังจากใช้เวลาคิดให้นักเรียนจับคู่เพื่อแบ่งปันคำตอบและความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

3. การแบ่งปันคำตอบของนักเรียนสามารถนำมาแบ่งปันภายในกลุ่มเดียวกันหรือทั้งชั้นเรียนในช่วงการอภิปรายเพื่อติดตามผล เทคนิคนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนทุกคนที่จะแสดงออกถึงตนเองรวมถึงสะท้อนให้เห็นถึงคำตอบของตนเอง

Byerley (2002) กล่าวว่า เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดจะมีขั้นตอนที่สำคัญอยู่ 3 ข้อ คือ

1. การคิดเป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนคำตอบ

2. การจับคู่เป็นขั้นตอนที่สองที่จะให้ผู้เรียนจับคู่เพื่ออภิปรายปัญหา

3. การแลกเปลี่ยนเป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอ

ความรู้ที่ได้จากการค้นหาคำตอบ

Levin (2008) กล่าวว่า เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดจะมีขั้นตอนสำคัญ ดังนี้

1. การคิด ครูกระตุ้นการคิดของนักเรียนโดยป้อนคำถามหรือสังเกตการณ์นักเรียนควรใช้เวลาคิดสักครู่เพื่อใช้ความคิดเกี่ยวกับคำถาม

2. การจับคู่ ใช้การจับคู่กันตามที่กำหนดให้ เช่น จับคู่กับเพื่อนที่นั่งใกล้ ๆ กัน หรือกับเพื่อนที่นั่งโต๊ะติดกัน นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันพูดคุยเกี่ยวกับคำตอบที่แต่ละคนหามาได้ แล้วเปรียบเทียบความรู้ที่ได้มาจากความคิดของแต่ละคนหรือจากบันทึกสั้น ๆ ที่แต่ละคนบันทึกมา เพื่อที่จะพิจารณาว่าคำตอบฝ่ายไหนที่คิดว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด น่าเชื่อถือมากที่สุด และมีความโดดเด่นเป็นเอกลักษณ์มากที่สุด

3. การแลกเปลี่ยนความรู้ หลังจากที่นักเรียนช่วยกันคิดภายในคู่ของตนเองครูจะเรียกนักเรียนแต่ละคู่ให้มาแลกเปลี่ยนความคิดในคู่ของตนกับนักเรียนทั้งห้องเรียน

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูแนะนำทักษะในการเรียนแบบเพื่อนคู่คิด การจับคู่ของนักเรียน บอกวัตถุประสงค์ของบทเรียน และบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2. ขั้นสอน ครูนำเสนอเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ด้วยวิธีการสอนที่เหมาะสมแล้วมอบหมายงานให้นักเรียน

3. ขั้นทำงานกลุ่ม เมื่อได้รับคำถามจากครู นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วจึงนำคำตอบไปปรึกษาคู่ของตนเพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

4.1 ตรวจสอบผลงาน โดยครูตรวจจากผลงานของแต่ละคู่และสุ่มบางคู่ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และเพื่อนในห้องสามารถยกมือเพื่อแสดงความคิดเห็นและเสนอคำตอบของตัวเองได้

4.2 ทดสอบ ทำการทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน แล้วนำคะแนนมาเฉลี่ยเป็นคะแนนของคู่และแจ้งให้นักเรียนทราบถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนด้วย

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานของกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ยังนักเรียนยังไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติม และครูและนักเรียนควรมีการอภิปรายถึงผลงานของนักเรียน และวิธีการทำงานของนักเรียน รวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานของกลุ่มด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งด้วยวิชาการและด้านสังคม

จากข้างต้นสรุปได้ว่าเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดมีขั้นตอน ดังนี้

1. การคิด โดยที่ครูครูสอนเนื้อหาใหม่และกระตุ้นความคิดของนักเรียนโดยการถามคำถามให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองและสังเกตนักเรียนว่าคิดอย่างไร

2. การจับคู่เป็นการจับคู่กับเพื่อนที่นั่งใกล้ ๆ กันหรือกับเพื่อนที่นั่งโต๊ะติดกัน เพื่ออภิปรายปัญหา และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

3. การแลกเปลี่ยนความรู้ หลังจากที่นักเรียนช่วยกันคิดภายในคู่ของตนเอง ครูสุ่มเรียกนักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนความคิดกับนักเรียนทั้งห้องเรียน

4. การประเมินโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคลและนำคะแนนมาเฉลี่ยในคู่ของตัวเองและนำไปเป็นคะแนนของแต่ละคน

3. ประโยชน์ของกิจกรรมการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิด

มีนักวิชาการกล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดดังนี้ Lyman (1987) ได้สรุปประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้เร็ว
2. เป็นเทคนิคที่ไม่ต้องใช้เวลาเตรียมการมาก
3. เป็นการโต้ตอบภายในตัวบุคคลกระตุ้นให้นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความสนใจอย่างแท้จริงในด้านความรู้
4. สามารถตั้งคำถามได้หลายแบบและหลายระดับ
5. ทำให้รวมความสนใจของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและให้นักเรียนไม่กล้าแสดงออกสามารถตอบคำถามได้โดยไม่ต้องลุกขึ้นต่อหน้าเพื่อนร่วมชั้นเรียน
6. ครูสามารถเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียนกลุ่มต่าง ๆ ระหว่างการทำกิจกรรมและจากการรวบรวมคำตอบในตอนท้ายชั่วโมงเรียน
7. คู่สามารถทำกิจกรรมที่ใช้หลักแบบเพื่อนคู่คิดได้ 1 ครั้งหรือหลาย ๆ ครั้งในระยะเวลา 1 คาบเรียน

สมบัติ การจรรยาภักษ์พงศ์ (2547) ได้สรุปประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. จะทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด และทักษะการสื่อสารให้คู่ของตนเข้าใจ
2. ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ช่วยทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น
4. ช่วยให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป

จากข้างต้นสามารถสรุปประโยชน์ของกิจกรรมการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิดได้ ดังนี้

1. เป็นวิธีที่นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้จึงทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนตลอดเวลา
2. นักเรียนจะเกิดความรู้และความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างเข้มข้นและมั่นคงเนื่องจากจะต้องเตรียม ตัวและศึกษาเรื่องเป็นอย่างดีเพื่อที่จะสามารถปฏิบัติบทบาทของผู้สอน คือบรรยาย อธิบายและถามคำถามต่อเพื่อนที่เป็นผู้เรียนได้
3. ช่วยแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียนได้อย่างมาก เช่น ปัญหาช่องว่างระหว่างครูกับนักเรียนปัญหา
4. ส่งเสริมการทำงานร่วมกัน และช่วยเหลือกัน

5. นักเรียนที่เรียนอ่อนได้มีโอกาสพัฒนาตนเองสามารถซักถามนักเรียนที่เรียนเก่งกว่าได้ และทำให้เข้าใจบทเรียนได้ดี

6. ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ในหลายสถานะแทนที่นักเรียนจะเรียนรู้จากครูเพียงคนเดียวก็ได้เรียนรู้จากเพื่อนด้วยกัน

7. ช่วยสร้างแรงจูงใจและทัศนคติในการเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่กังวลเรื่องบกพร่องของตนเมื่อประกอบกิจกรรมทางการเรียนเมื่อได้สนทนากับเพื่อนวัยเดียวกันอาจทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้มากขึ้นและกล้าซักถาม ในขณะที่เดียวกันนักเรียนผู้สอนจะรู้สึกภาคภูมิใจและรู้สึกที่ว่าตัวเองได้รับความสำเร็จในการสอน นักเรียนจึงเกิดความสนใจที่จะเรียนมากขึ้นอันนำมาสู่ทัศนคติที่ดีในการเรียนที่สุด

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิด

ได้มีนักวิจัยได้ศึกษากิจกรรมการเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิดดังนี้

ควรรคิด ชูรัตน์ (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีสอนแบบบูรณาการการสอนแบบโพลยา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่านักเรียนมีความสุข สนุกสนาน พึงพอใจ และสนใจในเรื่องที่เรียนมากที่สุด

ธัญญา แนวดวง คงรัฐ นวลแปง และคมสัน ตรีไพบูลย์ (2561) ได้ศึกษาผลกาจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think-Pair-Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า การใช้คำถามกระตุ้นและสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ แล้วให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและอภิปรายกับเพื่อนแล้วนำข้อสรุปไปประยุกต์ใช้ในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของตัวเอง นักเรียนจะมีความเข้าใจมากขึ้น จนทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดของตนเองให้รู้จักการสังเกต คติวิเคราะห์ สังเคราะห์ และหาข้อสรุปด้วยตนเอง ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ธนวรรณ แก้ววิเชียร (2560) ได้ศึกษา การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ THINK - PAIR - SHARE เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามเทคนิค KWDL โดยใช้กระบวนการร่วมมือ Think - Pair - Share มีผลการพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญ .01

2.6 การวัดและเกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการหลายท่าน กล่าวถึง การวัดและประเมินผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1973) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังต่อไปนี้

- 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
- 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
- 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการ หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
- 4) ขั้นตรวจคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

Randall, C and O'Daffer (1987) เสนอแนะวิธีการประเมินผลในชั้นเรียนว่าสามารถประเมินผู้เรียนได้อีกหลายวิธี ดังนี้

- 1) การสังเกตและการสอบถามนักเรียน วิธีการนี้ครูสังเกตขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จะได้ข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติ เจตคติ และความตระหนักต่อการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งวิธีการนี้อาจจะเป็นการสังเกต การสอบถามอย่างไม่เป็นทางการจากนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มเล็ก ๆ หรือทั้งชั้น หรือจะใช้วิธีการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง เป็นต้น
- 2) การตรวจผลงาน พิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหายังไง ไม่ได้ให้ความสำคัญของผลลัพธ์ที่ได้เป็นหลัก มีวิธีการตรวจผลงานนักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี คือ การตรวจให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของปัญหาและการตรวจให้คะแนนภาพรวม
- 3) การประเมินผลจากการเขียน พิจารณาได้ 3 ลักษณะ คือ
 - 3.1 การเขียนรายงานผลของตนเอง เหมาะสมสำหรับใช้ประเมินความรู้สึกและความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากกว่าจะใช้วัดพฤติกรรมการแสดงออก ควรใช้การเขียนรายงานผลตนเองประกอบการประเมินแบบอื่น ๆ
 - 3.2 การเขียนรายงานในชั้นหรือในบ้าน เหมาะที่จะใช้ประเมินความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และใช้เป็นข้อมูลในการวางแผนบทเรียนต่อไป

3.3 การเขียนในการสอบ การเขียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มักเป็นการเขียนในการทดสอบ

4) การประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล จะรวบรวมข้อมูลทั้งการสอบ การทำการบ้าน ผลงานอื่น ๆ ที่เป็นจุดสำคัญที่จะมาประเมินผลรวมสุดท้ายเพื่อให้เกรดแบบทดสอบ โดยทั่ว ๆ ไปจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา ไม่ได้เน้นกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนั้นในการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน จึงควรกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Scoring rubric) ว่าเป็นเกณฑ์กำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1) แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหา โดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองได้หลายมิติหรือหลายด้านรวมกันมีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างคุณภาพงาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
4	แสดงวิธีทำชัดเจน และตอบถูกต้อง
3	แสดงวิธีทำชัดเจน แต่ตอบไม่ถูกต้อง
2	แสดงวิธีทำบางส่วน ตอบถูกต้อง
1	แสดงวิธีทำบางส่วน แต่ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
0	ไม่แสดงวิธีทำ และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

2) แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้น เฉพาะงานย่อย หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในชั้นงานย่อย หรือด้านที่พิจารณา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ด้านวิธีการ	ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
	3	ใช้วิธีการเหมาะสม และดำเนินการถูกต้อง
	2	ใช้วิธีการเหมาะสม แต่ยังไม่ดำเนินการไม่ถูกต้อง
	1	ใช้วิธีการไม่เหมาะสม ทำให้ดำเนินการไม่ถูกต้อง
	0	ไม่มีการใช้วิธีการและไม่มีการดำเนินการ

ด้านการอธิบาย	ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
	3	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้ชัดเจน และสมเหตุสมผล
	2	เขียนอธิบายงานได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่

1 เขียนอธิบายงานได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน

0 เขียนอธิบายงานไม่ได้ หรือไม่เขียน

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555) ได้กล่าวถึงประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปบรีคว่า โดยทั่วไปการให้คะแนนมี 2 รูปแบบคือ

1) การให้คะแนนแบบภาพรวม เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของผู้เรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน

2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561) ได้ตั้งเป้าหมายของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาโดยอาศัยหลักของเหตุและผลอาศัยรูปแบบและความคิดทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเป็นหัวใจของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะถ้าผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระนั้น ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจปัญหา
- 2) วางแผนแก้ปัญหา
- 3) ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
- 4) ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ซึ่งการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีรายการประเมินที่สอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครบทั้ง 4 ขั้นตอน

การวัดและประเมินผล

1) ตามรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคต่าง ๆ โดยสรุปจะมีทั้งคะแนนรายบุคคลและรายกลุ่ม

2) วิธีการวัดผลใช้การทดสอบความรู้ การสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม การประเมินผลงาน และการสัมภาษณ์ความรู้สึกความคิดเห็น

3) เครื่องมือวัดผล ได้แก่ แบบทดสอบ แบบสังเกต แบบสัมภาษณ์ แบบประเมินผลงาน

4) ช่วงเวลาที่ใช้วัดผลคือ ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

จากข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียนสามารถวัดได้จากการสังเกต การตรวจผลงาน และการเขียนในการสอบของนักเรียน ซึ่งยึดกระบวนการวัดตามขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาประกอบด้วย ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตรวจคำตอบ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ประกอบด้วย การให้คะแนนแบบภาพรวม หรือการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ เครื่องมือวัดผล ได้แก่ แบบทดสอบ แบบสัมภาษณ์ แบบประเมินผลงาน ซึ่งช่วงเวลาที่ใช้วัดผลคือ ระหว่างเรียน และหลังเรียน

เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีนักวิชาการและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกล่าวถึงแนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537; อ้างอิงใน อธิรพล พากเพียรกิจ, 2558) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบสำหรับการแก้ปัญหาดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ยอดเยี่ยม	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบของปัญหาถูกต้อง สมบูรณ์
3	ดี	- ดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไปโดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้เหมาะสม หากคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์ หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2	พอใช้	- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสม และได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา (ต่อ)

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
		<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1	ต้องปรับปรุง	<ul style="list-style-type: none"> - แสดงวิธีหาคำตอบและสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการ และมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหายุทธวิธีอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหา และไม่ดำเนินการต่อ
0	ไม่พยายาม	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหาการวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้อง การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ที่แบ่งเป็นระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1 ระดับดี 2 คือ ระดับพอใช้ และ 3 คือ ระดับต้องปรับปรุง ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา

ตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2	พอใช้	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของ ปัญหา
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถ เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และ แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่าง ชัดเจน
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบ ไม่ครบถ้วน
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จากการศึกษาค้นคว้าแนวทางการวัดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้แนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555) ซึ่งพิจารณาองค์ประกอบที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1) ความสามารถในการวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเป็นความสามารถในการศึกษาสถานการณ์ปัญหาและระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการทำได้

2) ความสามารถในการวางแผนการดำเนินการ โดยสามารถเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถที่ประกอบด้วย 3 ส่วน คือการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และการป้อนข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาให้เป็นสมการทางพีชคณิต

3) ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้

4) ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการดำเนินการตรวจสอบ และตัดสินใจว่าคำตอบนั้น ๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา หรือคำตอบถูกต้องหรือไม่

การให้ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2557) ได้แสดงในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดหลักเกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ผู้สอนต้องตรวจสอบความรู้ความสามารถที่แสดงพัฒนาการของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง การประเมินในชั้นเรียนต้องอาศัยทั้งการประเมินเพื่อการพัฒนาและการประเมินเพื่อสรุปการเรียนรู้จะเป็นเครื่องมือสำคัญในการตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งสถานศึกษาโดยผู้สอนกำหนดเกณฑ์ที่ยอมรับได้ในการผ่านตัวชี้วัดทุกตัวให้เหมาะสมกับบริบทของสถานศึกษา กล่าวคือ ให้ทำทายการเรียนรู้ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการประเมินว่าสิ่งที่ผู้เรียนรูเข้าใจทำได้นั้น เป็นที่น่าพอใจ บรรลุตามเกณฑ์ที่ยอมรับได้ หากยังไม่บรรลุจะต้องหาวิธีการช่วยเหลือ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาสูงสุด การกำหนดเกณฑ์ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนร่วมกำหนดด้วยได้ เพื่อให้เกิดความรับผิดชอบร่วมกันและสร้างแรงจูงใจในการเรียน การประเมินเพื่อการพัฒนาส่วนมากเป็นการประเมินอย่างไม่เป็นทางการ เช่น สังเกต หรือซักถาม หรือการทดสอบย่อย ในการประเมินเพื่อพัฒนานี้ควรให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาจนผ่านเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ซึ่งการตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านและไม่ผ่าน กำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 โดยระดับผลการเรียนรายวิชาของกลุ่มสาระการเรียนรู้ให้ใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 7 แสดงเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา

ระดับผลการเรียน	ความหมาย	ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ
4	ดีเยี่ยม	80 – 100
3.5	ดีมาก	75 – 79
3	ดี	70 – 74
2.5	ค่อนข้างดี	65 – 69
2	ปานกลาง	60 – 64
1.5	พอใช้	55 – 59
1	ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ	50 – 54
0	ต่ำกว่าเกณฑ์	0 – 49

จากเกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรูของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยการตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านและไม่ผ่าน กำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 และเพื่อให้เกิดความท้าทายในการเรียนรู้ ไม่ยากหรือง่ายเกินไปเป็นเกณฑ์ในการประเมินว่าสิ่งที่ผู้เรียนรูเข้าใจทำได้นั้นเป็นที่น่าพอใจ บรรลุตามเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ดังนั้นผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์กับผลคะแนนจากทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในปัจจุบัน (ตารางที่ 3 และตารางที่ 4) กำหนดเกณฑ์การวัดระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้นักเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างน้อยในระดับปานกลาง นั่นคือมีคะแนนผ่านร้อยละ 60 ขึ้นไป

2.7 วัดคะแนนพัฒนาการ

แนวคิดในการวัดคะแนนพัฒนาการ

การวัดคะแนนพัฒนาการ เป็นวิธีวิทยาการที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากจากหลายสาขาวิชา เช่น สาขาวิชาทางสังคมศาสตร์ พฤติกรรมศาสตร์ จิตวิทยาคลินิก เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น เนื่องจากสามารถนำมาใช้เป็นตัววัดดัชนีตัวหนึ่งในการบ่งชี้ถึงความก้าวหน้าของสิ่งที่ได้รับจากการวัด ส่วนในวงการศึกษานั้นการวัดคะแนนพัฒนาการนับว่าเป็นกระบวนการสำคัญกระบวนการหนึ่งของการวัดและประเมินผลการศึกษาในปัจจุบัน เนื่องจากผลจากการวัดคะแนนพัฒนาการนั้นสามารถนำไปใช้เป็นสารสนเทศที่เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน ผู้สอน และผู้บริหาร เพื่อนำมาใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนตลอดจนการวางแผนบริหารการศึกษาได้

คะแนนพัฒนาการ (growth score) เป็นปริมาณที่ได้จากการเปรียบเทียบผลการวัดตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป โดยมีการเรียกชื่อที่แตกต่างกันไป เช่น คะแนนเพิ่ม (gain score) เป็นชื่อที่ใช้เรียกคะแนนของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากการวัดก่อนเรียนและหลังการเรียนรู้ คะแนนความแตกต่าง (difference score) เป็นชื่อที่ใช้เมื่อมีวิธีการวัดแบบดั้งเดิม ส่วนคะแนนพัฒนาการนั้นเป็นชื่อที่เรียกสำหรับคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่ได้จากการวัดหลายครั้ง (สมถวิล วิจิตรวรรณ, 2543)

การคำนวณคะแนนพัฒนาการได้มีผู้เสนอรูปแบบของการวัดไว้อย่างมากมาย โดยสารานุกรมการศึกษาได้แบ่งวิธีวิทยาการวัดออกเป็น 2 กลุ่มคือ การวัดพัฒนาการแบบเดิม และการวัดพัฒนาการแนวใหม่ ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่งกลุ่ม ได้แก่ ลักษณะของวิธีการวัด และผลของการวัด ซึ่งวิธีการวัดมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 วิธีการหาความแตกต่างระหว่างคะแนนดิบ (Difference score) เป็นการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงจากความแตกต่างของผลการสอบก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยแบบสอบฉบับเดิมหรือคู่ขนาน จุดเด่นของวิธีนี้คือ เป็นวิธีการที่ง่ายที่สุดของการวัดคะแนนการเปลี่ยนแปลง เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่ลำเอียงในการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่แท้จริง

จุดอ่อนของวิธีนี้ คือ คะแนนความแตกต่างมีความเชื่อมั่นต่ำ ถ้าคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนมีความสัมพันธ์กันสูง ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความแตกต่างกับคะแนนก่อนเรียนมีแนวโน้มที่จะเป็นลบ คือ ผู้ที่ได้คะแนนก่อนเรียนต่ำมีโอกาสที่จะมีคะแนนความแตกต่างสูง และ ผู้ที่ได้คะแนนก่อนเรียนสูงมีโอกาสที่จะมีคะแนนความแตกต่างต่ำ ทำให้ไม่ยุติธรรมต่อเด็กที่เก่งที่ได้คะแนนก่อนเรียนสูง (Willett, J.B.1994: อ้างอิงใน ธีรยุทธ ภูเขา, 2550)

1.2 วิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือ (Residual score) เป็นการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงจากความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบหลังเรียนกับคะแนนผลการทำนายคะแนนสอบหลังเรียนด้วยคะแนนสอบก่อนเรียน

จุดเด่น คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงเป็นอิสระจากคะแนนสอบก่อนเรียนและสามารถกำจัดความสัมพันธ์ลวงระหว่างคะแนนการเปลี่ยนแปลงกับคะแนนสอบก่อนเรียนได้

จุดอ่อน คือ คะแนนความแตกต่างมีความเชื่อมั่นต่ำ เช่นเดียวกับวิธีหาคะแนนความแตกต่าง คะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือไม่สามารถสะท้อนถึงปริมาณการเปลี่ยนแปลงรายบุคคลได้อย่างตรงไปตรงมา และคะแนนขึ้นอยู่กับกลุ่มตัวอย่าง (อรุณี อ่อนสวัสดิ์, 2537)

1.3 วิธีการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่เป็นอิสระจากคะแนนจริงก่อนเรียน (Base-free measure of change) เป็นการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงจากความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบหลังเรียนกับคะแนนทำนายหลังเรียนด้วยคะแนนจริงก่อนเรียน

จุดเด่น คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงเป็นอิสระจากคะแนนจริงก่อนเรียนและสามารถกำจัดความสัมพันธ์ลวงระหว่างคะแนนการเปลี่ยนแปลงกับคะแนนสถานภาพเริ่มต้นได้

จุดอ่อน คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงไม่สามารถตีความเป็นปริมาณการเปลี่ยนแปลงรายบุคคลได้ และคะแนนขึ้นอยู่กับกลุ่มตัวอย่าง (อรุณี อ่อนสวัสดิ์, 2537)

1.4 วิธีวัดการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ของลอว์ด (Regression-based estimators of true gain score) คะแนนการเปลี่ยนแปลงได้จากผลการทำนายเพิ่มที่แท้จริงด้วยคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

จุดเด่น คือ ถ้าคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนดิบก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากันผู้ที่ได้คะแนนก่อนเรียนสูงกว่าจะได้คะแนนการเปลี่ยนแปลงสูง และมีแนวโน้มว่าเด็กเก่งได้คะแนนการเปลี่ยนแปลงมากกว่าเด็กอ่อน และผลการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงจะให้ผลคงเส้นคงวา

จุดอ่อน คือ คะแนนขึ้นอยู่กับกลุ่มตัวอย่าง ถ้าสมาชิกในกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนไปแม้เพียงคนเดียวย่อมมีผลกระทบต่อคะแนนที่ประมาณได้ ต้องใช้กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่พอสมควร เพื่อให้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีความหมาย และพิสัยของคะแนนแคบกว่าพิสัยของคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่ได้จากความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบก่อนเรียนและคะแนนสอบหลังเรียน (อรุณี อ่อนสวัสดิ์, 2537)

1.5 วิธีประมาณการเปลี่ยนแปลงสัมพัทธ์ ของ ศิริชัย กาญจนวาสิ (Relative gain score) เป็นการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงจากการอัตราส่วนระหว่างผลต่างของคะแนนสอบก่อนเรียนกับหลังเรียน กับผลต่างของคะแนนเต็มกับคะแนนสอบก่อนเรียน

จุดเด่น คือ เป็นคะแนนที่ไม่ขึ้นกับกลุ่มคะแนนที่ได้แทนระดับปริมาณการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ได้และลดปัญหาเรื่องอิทธิพลเพดานได้

จุดอ่อน คือ ยังไม่มีวิธีการประมาณค่าความเชื่อมั่นของคะแนนการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากไม่มีโมเดลเชิงบวก (อรุณี อ่อนสวัสดิ์, 2537)

1.6 วิธีวัดการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้โดยจัดอิทธิพลเพดาน ของ อรุณี อ่อนสวัสดิ์

เป็นวิธีการที่อาศัยแนวคิดตามทฤษฎีการเรียนรู้ของกลุ่มและการจัดอิทธิพลเพดาน โดยให้นิยามว่าคะแนนการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันของพื้นฐานความรู้เดิมของการเรียนการสอนและอิทธิพลเพดาน

จุดเด่น คือ สามารถกำจัดอิทธิพลเพดานได้ และมีค่าความเชื่อมั่นสูงกว่าวิธีการหาความแตกต่างระหว่างคะแนนดิบและวิธีวัดการแปลงของลอว์ด์

จุดอ่อน คือ ผลการวัดคะแนนการเปลี่ยนแปลงจะมีประสิทธิภาพดีในสถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมีค่าสูง กลุ่มตัวอย่างมีขนาดปานกลาง และมีข้อคำถามน้อยเท่านั้น นอกจากนี้ค่าความเชื่อมั่นของวิธีการนี้ไม่ต่างจากวิธีการอื่น ๆ และวิธีการประมาณค่าค่อนข้างซับซ้อน (อวยพร เรื่องตระกูล, 2544)

1.7 วิธีประยุกต์วิธีประมาณการเปลี่ยนแปลงสัมพัทธ์ ของ วินิจ เพื่อทอง เป็นการประมาณค่าคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่ได้จาก 3 วิธี คือ วิธีการหาความแตกต่างระหว่างคะแนนดิบวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือและวิธีวัดการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ของลอว์ด์ มี 2 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ 1 นำวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลง 3 วิธีมาเทียบส่วนร้อยละกับฐานคะแนนของผู้สอบแต่ละคน คะแนนที่เป็นฐานได้แก่ คะแนนสอบก่อนเรียน แบบที่ 2 นำวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลง 3 วิธีนั้นมาเทียบกับศักยภาพของผู้สอบแต่ละคน ศักยภาพของผู้สอบประมาณค่าจากผลต่างระหว่างคะแนนเต็มกับคะแนนสอบก่อนเรียน

จุดเด่น คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงของผู้สอบแต่ละคนต่างกันตามพื้นฐานความรู้เดิมและศักยภาพที่มีอยู่ แม้จะได้คะแนนการเปลี่ยนแปลงเท่ากัน ผู้ที่มีศักยภาพสูงจะมีคะแนนการเปลี่ยนแปลงสูงกว่าผู้ที่มีศักยภาพต่ำ

จุดอ่อน คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงรูปแบบที่ 1 มีความคลาดเคลื่อนสูงกว่าวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือเทียบเท่ากับศักยภาพของผู้สอบ ในรูปแบบที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนสูงกว่าวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือ และวิธีการวัดการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ของลอว์ด์ (อวยพร เรื่องตระกูล, 2544)

1.8 วิธีการวัดคะแนนพัฒนาการจากความสามารถที่แท้จริงสัมพัทธ์ ของ อวยพร เรื่องตระกูล เป็นการประยุกต์ทฤษฎีการตอบข้อคำถามกับการวัดคะแนนการเปลี่ยนแปลงจากความสามารถที่แท้จริงสัมพัทธ์ มี 2 วิธี คือ วิธีการวัดคะแนนพัฒนาการจากความสามารถที่แท้จริงสัมพัทธ์เมื่อเทียบกับศักยภาพการพัฒนาคะแนนการเปลี่ยนแปลงที่ได้จาก อัตราส่วนระหว่างผลต่างระหว่างความสามารถที่แท้จริงหลังเรียนกับความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียน กับผลต่างระหว่างความสามารถสูงสุดกับความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียน และวิธีการวัดคะแนนพัฒนาการจากความสามารถที่แท้จริงสัมพัทธ์ เมื่อเทียบกับความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียน ซึ่งคะแนนการ

เปลี่ยนแปลงได้จากอัตราส่วนระหว่างผลต่างระหว่างความสามารถที่แท้จริงหลังเรียนกับความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียน

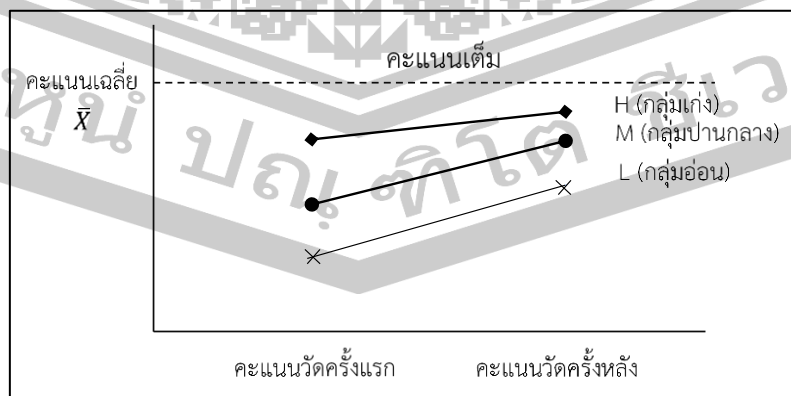
จุดเด่น คือ ช่วยแก้ปัญหาเรื่องการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถเริ่มต้นของผู้สอบกับค่าความยากของข้อสอบและวิธีการวัดคะแนนพัฒนาการจากความสามารถที่แท้จริงสัมพันธ์ผู้สอบที่มีความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียนสูงจะมีคะแนนการเปลี่ยนแปลงของความสามารถที่แท้จริงสูงกว่าผู้สอบที่มีความสามารถที่แท้จริงก่อนเรียนต่ำเมื่อมีคะแนนความแตกต่างระหว่างความสามารถที่แท้จริงเท่ากัน

จุดอ่อน คือ คะแนนการเปลี่ยนแปลงมีคุณภาพไม่แตกต่างจากวิธีการหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงแบบเดิม คือ วิธีการหาความแตกต่างระหว่างคะแนนดิบ วิธีประมาณการเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์ และวิธีหาคะแนนการเปลี่ยนแปลงส่วนที่เหลือเทียบกับศักยภาพ (อวยพร เรื่องตระกูล, 2544)

เนื่องจากวิธีการวัดพัฒนาการแบบเดิมที่มีการวัด 2 ครั้ง มีทั้งจุดเด่นและจุดด้อยดังที่กล่าวมาข้างต้น ในการนำแต่ละวิธีไปใช้จึงต้องคำนึงถึงความเหมาะสม ความสอดคล้องกับสถานการณ์จริง และข้อจำกัดของแต่ละวิธี ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้เลือกวิธีประมาณการเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

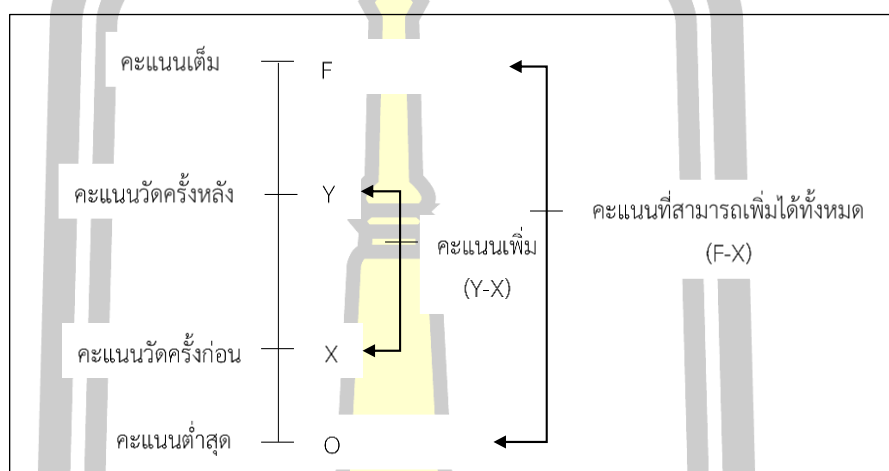
การคำนวณคะแนนพัฒนาการ (Gain Scores)

ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ได้กล่าวถึง การคำนวณคะแนนพัฒนาการของผู้เรียนที่พิจารณาจากคะแนนเพิ่ม หรือคะแนนผลต่าง (Y-X) ที่ได้จากการวัดครั้งแรก (X) และการวัดครั้งหลัง (Y) มักประสบปัญหาจากอิทธิพลเพดาน (Ceiling Effect) เนื่องจากกลุ่มผู้เรียนที่มีความสามารถสูง เช่น กลุ่มเก่ง และกลุ่มปานกลางโดยเฉลี่ยแล้วจะมีคะแนนการวัดครั้งแรกที่สูงกว่ากลุ่มอ่อนเมื่อมีการวัดครั้งหลังโอกาสที่คะแนนครั้งหลังจะสูงขึ้นได้เพียงใดนั้นจะถูกกำหนดโดยเพดาน (คะแนนเต็ม) ทำให้คะแนนเพิ่มของกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลางมีแนวโน้มที่จะต่ำกว่ากลุ่มอ่อน ดังภาพที่ 4 การคำนวณคะแนนเพิ่มขึ้นจะยังเป็นปัญหามากยิ่งขึ้น ถ้าแบบสอบที่ใช้วัดเป็นแบบสอบที่ค่อนข้างง่าย



รูปภาพที่ 3 ปัญหาของอิทธิพลเพดาน (Ceiling Effect) ในการคำนวณคะแนนพัฒนาการ

ในการประมาณค่าคะแนนพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ มีผู้เสนอสูตรคำนวณแตกต่างกันตามแนวคิดและการออกแบบวิธีการวัด สูตรการคำนวณที่ง่ายและน่าเชื่อถือเป็นสูตรคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ (Relative gain score) ที่เสนอโดย ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ซึ่งสามารถแก้ปัญหาอิทธิพลเพดานได้มีสูตรและวิธีการคำนวณ ดังนี้



รูปภาพที่ 4 หลักการคำนวณคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์

สูตรคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์

$$GS(\%) = \frac{(Y - X)}{(F - X)} \times 100$$

GS (%) = คะแนนร้อยละของพัฒนาการของผู้เรียน (Development Score or Gain Score) (คิดเป็นร้อยละ)

X = คะแนนวัดครั้งก่อน

Y = คะแนนวัดครั้งหลัง

F = คะแนนเต็ม

จากข้างต้นกล่าวได้ว่า การวัดคะแนนพัฒนาการ หมายถึง กระบวนการสำคัญของการวัดและประเมินผลการศึกษา เพื่อนำมาใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน โดยการคำนวณคะแนนพัฒนาการของผู้เรียนพิจารณาจากคะแนนเพิ่ม หรือคะแนนผลต่างที่ได้จากการวัดครั้งแรก และการวัดครั้งหลัง สูตรที่ใช้คือ

$$GS(\%) = \frac{(Y - X)}{(F - X)} \times 100$$

GS (%) = คะแนนร้อยละของพัฒนาการของผู้เรียน (Development Score or Gain Score) (คิดเป็นร้อยละ)

X = คะแนนวัดครั้งก่อน

Y = คะแนนวัดครั้งหลัง

F = คะแนนเต็ม

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Burks (1994) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้การเขียนในการสอนกระบวนการดำเนินการและข้อชี้แนะยุทธวิธีในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนเกรด 8 กลุ่มตัวอย่าง คือ ครู 5 คน สอนนักเรียนเกรด 8 จำนวน 371 คน ใช้เวลาทดลอง 7 สัปดาห์ โดยมีกระบวนการประกอบด้วย การเข้าถึงการวางแผน การปะทะและการทบทวน ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ยุทธวิธีที่ใช้ประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป การเขียนแผนภาพ การแจกแจงรายการ/การสร้างตาราง การเดา/การตรวจสอบ และการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า ผลการวิจัยพบว่า การใช้ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาทำให้นักเรียนมีพัฒนาการในทักษะการแก้ปัญหาโดยนักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะมีพัฒนาการที่ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูง กลุ่มทดลองมีการเปลี่ยนแปลงทางลบน้อยกว่ากลุ่มควบคุม แต่ทั้งหมดมีความเห็นร่วมกันว่ากิจกรรมการเรียนทำให้นักเรียนได้สื่อสารและพัฒนาความคิดด้านกระบวนการและยุทธวิธีมากขึ้นและนำเสนอปัญหาอย่างเป็นระบบ

Schurter (2001) ได้ศึกษาการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในการตรวจสอบความเข้าใจและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสาขาคณิตศาสตร์ University of The Incarnate Word, Texas, USA โดยทำการเปรียบเทียบการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเพียงอย่างเดียวกับการใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้การใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีการพัฒนาการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเพียงอย่างเดียว

Chan (2006) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ชื่อว่า Math CAL ไปสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับกลุ่มนักเรียน 130 คน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผน 3) การดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบกลับ ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน Math

CAL ช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำให้สูงขึ้นได้ และยังตอบสนองต่อความแตกต่างในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน อีกทั้งช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนได้อีกด้วย

ไพริน ขุนเพชร (2554) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีการสอนของโพลยาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านชายคลอง จังหวัดสงขลา พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีคะแนนอัตราพัฒนาการด้านความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนโดยใช้วิธีการสอนของโพลยานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เพิ่มขึ้นเฉลี่ย 0.44 คะแนนต่อครั้งจากคะแนนเต็ม 10 คะแนน และยังพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา

ภิญญาดา กลับแก้ว (2556) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้รูปแบบ SSCS โรงเรียน มอ.วิทยานุสรณ์ จังหวัดสงขลา พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียวอยู่ในระดับดีมาก

พิชญาภา สีนามะ (2557) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งนักเรียนมีความพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาอยู่ในระดับมาก

นิตยา ศรีดารา (2557) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง อสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนาการเรียนรู้อคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ได้มีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลและแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ได้มีโอกาสเคลื่อนไหวร่างกายโดยการทำกิจกรรม มีบทบาทและมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ และนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ในการแก้สถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนมีความรู้และประสบการณ์ใหม่ๆ ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ มีวิธีการคิด

แก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน กล้าแสดงออก มีการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น รู้จักการทำงานกลุ่ม มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่องานของตนเองและส่วนรวม มีความกระตือรือร้นสนใจและสนุกกับการเรียน และนักเรียนมีคะแนนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เฉลี่ยร้อยละ 81.25 โดยมีคะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหาขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับเฉลี่ยร้อยละ 94.05, 83.93, 77.98 และ 71.43 ตามลำดับซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้

ปราณี แสนสามารถ (2557) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวังกระแสะวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครพนม โดยใช้แผนการเรียนรู้โดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้และวิธีการเรียนรู้แบบปกติ พบว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อัมพัน ชัยฤทธิ์ (2559) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับเทคนิคการจัดกลุ่มแบบรายบุคคล (TAI) เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดแก้ปัญหา และเจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับเทคนิคการจัดกลุ่มแบบรายบุคคล (TAI) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐพร นวนสาย (2559) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียน มากกว่าร้อยละ 30 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และยังพบว่ากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควร มีลักษณะ คือน่าสนใจ ทำท่ายความสามารถ และเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ ไม่นั้นเพียงทักษะการคิดคำนวณ แต่ควรมีการแก้ปัญหาสถานการณ์ทั่วไป เป็นลำดับขั้นตอน เรียนรู้จากความเข้าใจน้อยไปมาก มีการส่งเสริมให้นักเรียนได้สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและนักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหผ่านกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมเดี่ยวอย่างสม่ำเสมอ

วรารคณา สำอางค์ (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยา พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยา

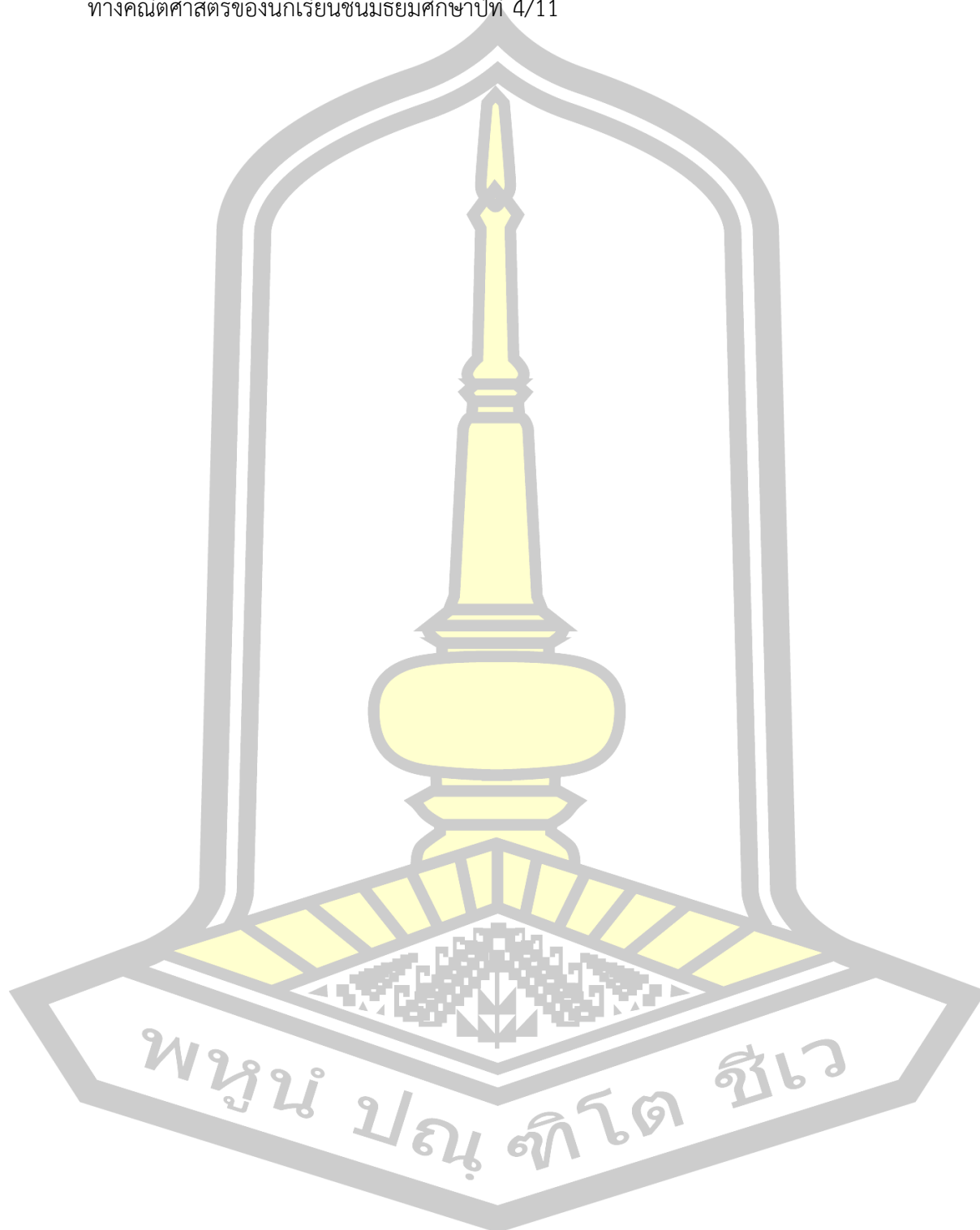
โดยภาพรวมอยู่ในระดับค่อนข้างดี มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยาอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้โดยภาพรวมอยู่ใน ระดับมากที่สุด

วรรณชนก อ้วนพรมมา (2560) ได้ศึกษาการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอน สตรัคติวิสต์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกัลยาณวัตร อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น โดยใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) จากการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการ เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา คิดเป็นร้อยละ 75.70 แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในระดับดี

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อตามแนวคิดโพลยา ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยหลังจากนักเรียนได้รับ การสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยานักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อน เรียนนั่นคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อตามแนวคิดโพลยา ช่วยพัฒนาให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ ปัญหา หาแนวทางในการแก้ปัญหา และนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้

ดังนั้นจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 กลุ่มสาระการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการ แก้ปัญหาของโพลยา พบว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และยังเป็น ทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตรจริงได้ ซึ่งแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561) ได้กล่าวไว้ ว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรเรียนรู้จากการฝึกฝนด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียน มีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมรู้จัก ตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อรวมถึงมีความมั่นใจในการ แก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการ แก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความ สนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธี แก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีขั้นตอน การแก้ปัญหา โดยมีการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ปฏิบัติตามแผนและตรวจสอบผล เพื่อช่วยให้นักเรียนมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาและได้คิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจนำ

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เพื่อส่งเสริมต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดังนี้

- 3.1 กลุ่มเป้าหมาย
- 3.2 รูปแบบของการวิจัย
- 3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3.4 การสร้างและหาคุณภาพ
- 3.5 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล
- 3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของโรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 26 จำนวน 32 คน จากนักเรียนทั้งหมด 42 คน ซึ่งกลุ่มเป้าหมายได้มาจากนักเรียนที่ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิตยา ศรีดารา (2557) และภิญญาดา กลับแก้ว (2556) เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว และมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 60 มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 จำนวน 42 คน

รายการประเมิน	คะแนน น้อยสุด	คะแนน มากที่สุด	คะแนน เฉลี่ย	S.D.
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3	20	8.07	5.34

จากตารางผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อย
ที่สุด 3 คะแนน คะแนนมากที่สุด 20 คะแนน และมีคะแนนเฉลี่ย 8.07 จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายข้อของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11

ข้อที่	คะแนน น้อยที่สุด	คะแนน มากที่สุด	คะแนน เฉลี่ย	S.D.
1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 1	0	4	1.77	1.85
2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2	0	4	1.65	1.80
3. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3	0	4	0.98	1.42
4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4				
4.1 ชั้นการวิเคราะห์โจทย์	3	3	3	0.00
4.2 ชั้นการวางแผนดำเนินการ	0	2	0.44	0.67
4.3 ชั้นดำเนินการตามแผน	0	2	0.16	0.48
4.4 ชั้นการตรวจสอบคำตอบ	0	3	0.07	0.46

จากตารางผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายข้อของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 โดยวิเคราะห์ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา แต่ละ
ข้อคะแนนเต็ม 3 คะแนน พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยใน ชั้นวิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา
3.00 คะแนน ชั้นวางแผนแก้ปัญหา 0.44 คะแนน ชั้นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน 0.16 คะแนน
และชั้นตรวจสอบคำตอบ 0.07 คะแนน

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4/11 รายบุคคล

เลขที่	คะแนน (21)	เทียบเกณฑ์ ร้อยละ 60	เลขที่	คะแนน (21)	เทียบเกณฑ์ ร้อยละ 60
1ก	3	ไม่ผ่าน	1ข	3	ไม่ผ่าน
2ก	3	ไม่ผ่าน	2ข	3	ไม่ผ่าน

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4/11 รายบุคคล (ต่อ)

เลขที่	คะแนน (21)	เทียบเกณฑ์ ร้อยละ 60	เลขที่	คะแนน (21)	เทียบเกณฑ์ ร้อยละ 60
3ก	3	ไม่ผ่าน	3ข	15	ผ่าน
4ก	3	ไม่ผ่าน	4ข	11	ไม่ผ่าน
5ก	3	ไม่ผ่าน	5ข	3	ไม่ผ่าน
6ก	12	ไม่ผ่าน	6ข	3	ไม่ผ่าน
7ก	5	ไม่ผ่าน	7ข	3	ไม่ผ่าน
8ก	3	ไม่ผ่าน	8ข	15	ผ่าน
9ก	8	ไม่ผ่าน	9ข	4	ไม่ผ่าน
10ก	3	ไม่ผ่าน	10ข	6	ไม่ผ่าน
11ก	13	ไม่ผ่าน	11ข	6	ไม่ผ่าน
12ก	3	ไม่ผ่าน	12ข	15	ผ่าน
13ก	7	ไม่ผ่าน	13ข	13	ไม่ผ่าน
14ก	7	ไม่ผ่าน	14ข	15	ผ่าน
15ก	16	ผ่าน	15ข	14	ไม่ผ่าน
16ก	4	ไม่ผ่าน	16ข	12	ไม่ผ่าน
17ก	20	ผ่าน	17ข	16	ผ่าน
18ก	5	ไม่ผ่าน	18ข	15	ผ่าน
19ก	-	ลาออก	19ข	3	ไม่ผ่าน
20ก	8	ไม่ผ่าน	20ข	15	ผ่าน
21ก	4	ไม่ผ่าน			
22ก	6	ไม่ผ่าน			
23ก	15	ผ่าน			

จากตารางผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 รายบุคคล พบว่า นักเรียนที่มีคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 มีจำนวน
ทั้งสิ้น 32 คน จากนักเรียนทั้งหมด 42 คน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนที่มีคะแนน

ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 32 คน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนให้ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60

ตัวแปรที่ศึกษา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 และหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต หน่วยที่ 2 เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 8
แผนการจัดการเรียนรู้

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยดำเนินการใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

3.2 รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) เป็นแนวทางในการดำเนินการ
วิจัย โดยใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชัน
เอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ ในแต่ละวงจรปฏิบัติผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การวางแผน (Plan)

เป็นขั้นการวางแผนที่นำไปสู่การปฏิบัติเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ โดยจะทำการสำรวจ
ปัญหา วิเคราะห์ปัญหา เพื่อเสาะแสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหาโดยการศึกษาตำรา ทฤษฎี
แนวคิด เพื่อวางแผนหาวิธีการแก้ปัญหา และสร้างเครื่องมือที่จะใช้แก้ปัญหาดังกล่าว

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติการ (Action)

เป็นขั้นการปฏิบัติงานตามแผนที่วางไว้ โดยดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการ
เรียนรู้ที่วางแผนไว้ในขั้นที่ 1

ขั้นที่ 3 การสังเกต (observation)

เป็นขั้นการติดตามผลการปฏิบัติ โดยผู้วิจัยจะดำเนินการไปพร้อม ๆ กับขั้นตอนการ
ปฏิบัติคือ ในระหว่างที่ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการเรียนรู้นั้นผู้วิจัยจะเก็บรวบรวม
ข้อมูลที่แสดงถึงผลการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้เครื่องมือวัดผลการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ร่วมกับการ
สัมภาษณ์นักเรียน

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

เป็นการสะท้อนแนวคิด และผลที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลในขั้นตอนการสังเกตว่าได้ดำเนินงานตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ เป็นการส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้เรียนรู้หรือเข้าใจจุดอ่อน และจุดแข็งของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปสู่การปรับแผนการดำเนินงาน เพื่อที่จะเริ่มวงจรปฏิบัติการต่อไป

3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือ ดังนี้

ประเภทและลักษณะของเครื่องมือ แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 8 แผนการจัดการเรียนรู้
2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
 - แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา จำนวน 4 ข้อ
 - แบบสัมภาษณ์นักเรียน แบบกึ่งโครงสร้าง

3.4 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. การสร้างแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่จัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 สาระการเรียนรู้ จุดมุ่งหมายรายวิชา และมาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และหลักการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา
3. ศึกษาเนื้อหา เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้อง ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดการวัดและการประเมินผล วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเวลาที่ดำเนินการสอน

4. ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามวงจรปฏิบัติการจำนวน 8 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด เนื้อหา และระยะเวลาที่กำหนด ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป (ในขั้นการสอนแบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นการตรวจสอบคำตอบ) โดยมีกรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มเป้าหมาย ดังนี้

ตารางที่ 11 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา
ขั้นนำ	<p>ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหา รวมทั้งเตรียมความพร้อมให้แก่ นักเรียน โดยครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นที่จะใช้เรียนในชั่วโมงหรือสอนทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง หรือยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน เช่น</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ - ครูกระตุ้นความสนใจและทบทวนความรู้พื้นฐานของนักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น การสนทนาถามตอบรายบุคคลหรือกลุ่ม โดยการสุ่มถาม หรือให้นักเรียนสมัครใจตอบ หรือใช้เกม หรือวีดิทัศน์ และให้คะแนนในการมีส่วนร่วมเพื่อเป็นการเสริมแรงทางบวก - ครูสังเกตการณ์ตอบคำถามของนักเรียนว่ามีความรู้พื้นฐานมากพอหรือไม่ หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานที่จะใช้ครูต้องทบทวนความรู้พื้นฐานและความรู้ที่สำคัญที่จะใช้อีกครั้งก่อนเริ่มการเรียนการสอน
ขั้นสอน	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้คำถาม หรือนำโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนอ่าน ศึกษา ทำความเข้าใจ โดยให้นักเรียนอ่านหรือพิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นพิจารณาหาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง โดยครูใช้คำถาม ได้แก่

ตารางที่ 11 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา (ต่อ)

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา
	<p>1) สิ่งที่โจทย์ให้มาคืออะไรบ้าง</p> <p>2) สิ่งที่ต้องการให้หาคืออะไร และมีเงื่อนไขในการแก้ปัญหาหรือไม่</p> <p>จากนั้นรวบรวมข้อมูลที่ได้ และดูความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อพิจารณาหาแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งในการดำเนินการแก้ปัญหาอาจจะมีการอ่านโจทย์เข้าไปซ้ำมาเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น</p>
	<p>ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - จากโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนฝึกเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน - ครูให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหา โดยนำข้อมูลต่าง ๆ ที่มีอยู่มาใช้ในการออกแบบขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยเลือกวิธีการหรือขั้นตอนหรือกลยุทธ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจน หากนักเรียนยังไม่สามารถเขียนแผนได้ด้วยตนเอง ครูอาจใช้คำถามในการกระตุ้น เช่น จากโจทย์ปัญหาดังกล่าวนักเรียนลองอธิบายให้ครูฟังคร่าว ๆ ว่านักเรียน จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร จากนั้นครูคอยให้นักเรียนนำคำตอบของตนเองไปเขียนอธิบายเป็นลำดับขั้นตอน เป็นต้น
	<p>ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้กำหนดไว้เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ โดยใช้ความรู้ หลักการทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ต่าง ๆ ในการดำเนินการ ซึ่งก่อนการดำเนินการแก้ปัญหาครูใช้คำถามถามนักเรียนว่าโจทย์ ต้องการทราบอะไร เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหา และในระหว่างการแก้ปัญหากหากนักเรียนไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้สามารถหยุดการดำเนินการตามแผนเพื่อปรับแก้แผนที่ใช้หรือ เปลี่ยนใช้แผนใหม่ได้เมื่อจำเป็น

ตารางที่ 11 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา (ต่อ)

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา
	<p>ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบคำตอบ</p> <p>- ครูให้นักเรียนตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่าเป็นไปตามแผนที่วางไว้หรือไม่ และพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับหรือตรวจสอบหากนักเรียนยังดำเนินการไม่ครบตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือดำเนินการไม่ตรงตามแผนที่วางไว้ หรือคำตอบที่ได้ยังไม่สมเหตุสมผลครูอธิบายว่านักเรียนจะต้องย้อนกลับไปดำเนินการแก้ปัญหาใหม่</p>
ขั้นสรุป	<p>ครูกระตุ้นโดยใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับภาพรวมของกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ทั้งในด้านเนื้อหา ความรู้ต่าง ๆ มโนทัศน์ที่ได้ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา</p>



ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สาระการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
1	<p>สาระการเรียนรู้</p> <p>- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</p>	<p>บทนิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงและ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว</p> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ <p>เมื่อ $a \neq 0$</p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ <p>เมื่อ $a \neq 0$</p> <p>เรียก a^n ว่า เลขชี้กำลัง</p> <p>เรียก a ว่า ฐานของเลขยกกำลัง และ</p> <p>เรียก n ว่า เลขชี้กำลัง</p> <p>ทฤษฎีบท ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ 0 และ m, n เป็นจำนวนเต็มจะได้</p> <ol style="list-style-type: none"> $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 	<p>เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหาได้</p>	<p>ด้านความรู้ความเข้าใจ</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าของเลขยกกำลังฐานต่าง ๆ ได้ <p>ด้านทักษะกระบวนการ</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถคิดคำนวณและแก้ปัญหาได้ <p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน 	1

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สารการเรียนรู้สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
2	- รากที่ k ใน ระบับจำนวนจริง และจำนวนจริงใน รูปกรณฑ์	บทนิยาม ถ้า x เป็นจำนวนจริง แล้ว y เป็นรากที่สอง ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^2 = x$ ทฤษฎีบท ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ บทนิยาม ให้ k เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 x และ y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่ k ของ x ก็ ต่อเมื่อ $y^k = x$ บทนิยาม ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ k จะกล่าว ว่า จำนวนจริง y เป็นค่าหลักของรากที่ k ของ x ก็ ต่อเมื่อ 1. y เป็นรากที่ k ของ x 2. $yx \geq 0$ แทนค่าหลักของรากที่ k ของ x ด้วย $\sqrt[k]{x}$ ทฤษฎีบท ถ้า x และ y มีรากที่ k แล้ว $\sqrt[k]{x} \cdot \sqrt[k]{y} = \sqrt[k]{xy}$ ทฤษฎีบท ถ้า x และ y มีรากที่ k และ $y \neq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt[k]{x}}{\sqrt[k]{y}} = \sqrt[k]{\frac{x}{y}}$	เข้าใจสมบัติของ เลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหา ได้	ด้านความรู้ความเข้าใจ 1. นักเรียนสามารถคำนวณหาค่า จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ได้ ด้านทักษะกระบวนการ 2. นักเรียนสามารถคิดคำนวณและ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ด้านคุณลักษณะ 3. นักเรียนมีความรอบคอบในการ ทำงาน และตั้งใจเรียน	1

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สาระการการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
3	- การหาผลบวก ลบ คูณ และหาร ของกรณฑ์	<p>การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ กรณฑ์ที่มีอันดับเดียวกันและมีจำนวนภายในเครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกันจะบวกลบกันได้ โดยใช้สมบัติการแจกแจงของระบบจำนวนจริง</p> <p>การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ ในการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ ถ้าอันดับของกรณฑ์ไม่เท่ากันต้องทำให้อันดับของกรณฑ์เท่ากันเสียก่อนจึงจะสามารถคูณหรือหารกันได้และใช้สมบัติเมื่อ $x > 0, y > 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1 ดังนี้</p> <p>1) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ และ $\sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ 2) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$ และ $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$</p>	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหาได้	<p>ด้านความรู้ความเข้าใจ 1. นักเรียนสามารถคำนวณหาผลบวก ลบ คูณ และหารของกรณฑ์ได้</p> <p>ด้านทักษะกระบวนการ 2. นักเรียนสามารถคิดคำนวณและแก้ปัญหาได้</p> <p>ด้านคุณลักษณะ 3. นักเรียนมีระเบียบวินัยและความร่วมมือในการทำงาน</p>	1

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สารการเรียนรู้สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
4	<p>– เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ</p>	<p>บทนิยาม เมื่อ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n $a^n = \sqrt[n]{a}$</p> <p>บทนิยาม เมื่อ a เป็นจำนวนจริง p, q เป็นจำนวนจริงที่ $(p, q) = 1, q > 0$ และ $a^q \in \mathbb{Q}$ โดย เมื่อ $p < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0 $a^{\frac{p}{q}} = (a^q)^{\frac{1}{q}}$</p> <p>ทฤษฎีบท ให้ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ และ a^n, a^m, b^n เป็นจำนวนจริงจะได้</p> <ol style="list-style-type: none"> $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ เมื่อ $a \neq 0$ 	<p>เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหาได้</p>	<p>ด้านความรู้ความเข้าใจ</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถคำนวณหาผลลัพธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้ นักเรียนสามารถจัดรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ <p>ด้านทักษะกระบวนการ</p> <ol style="list-style-type: none"> นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ <p>ด้านคุณลักษณะ</p> <ol style="list-style-type: none"> มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน 	1

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สารการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
5	- การแก้สมการที่มีเครื่องหมาย เครื่องหมายลบสอง	1. สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ เป็นสมการในระบบ จำนวนจริงที่มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวอยู่ในรูปกรณฑ์ 2. การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์คือ การหาเซต คำตอบที่สอดคล้องกับสมการโดยใช้หลักการยกกำลัง เพื่อกำจัดเครื่องหมายกรณฑ์ กล่าวคือ ถ้าสมการ $a = b$ เป็นจริง แล้ว $a^n = b^n$ จะเป็นจริงสำหรับจำนวน เต็มบวก n ทุกจำนวน 3. บทกลับของหลักการยกกำลังทั้งสองข้าง อาจจะไม่เป็นจริงเสมอไป หรือกล่าวได้ว่าถ้า $a^n = b^n$ แล้ว $a = b$ อาจจะไม่เป็นจริง เช่น $4^2 = (-4)^2$ เป็น จริง แต่ $4 \neq -4$ ดังนั้น ในการแก้สมการ $a = b$ โดยใช้ หลักการยกกำลังทั้งสองข้างนั้น อาจจะได้คำตอบที่ ไม่เป็นคำตอบของสมการ $a = b$ จึงจำเป็นต้องมีการ ตรวจคำตอบทุกครั้ง	เข้าใจสมบัติ ของเลขยก กำลังและ นำไป แก้ปัญหาได้	ด้านความรู้ความเข้าใจ 1. นักเรียนสามารถคำนวณหาค่า ของจำนวนจริงในรูปสมการมี เครื่องหมายกรณฑ์อันดับสองได้ 2. นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าตัว แปรในรูปสมการมีเครื่องหมาย กรณฑ์อันดับสองได้ ด้านทักษะกระบวนการ 3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ได้ ด้านคุณลักษณะ 4. มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	2

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สารการเรียนรู้ สารสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สารการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
6	-ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential function) คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$	เข้าใจและลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึมและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ความเข้าใจ 1. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. นักเรียนสามารถจำแนกฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดได้ 3. นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าตอบของสมการหรือสมการที่อยู่ในรูปฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ด้านทักษะกระบวนการ 4. นักเรียนสามารถให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ด้านคุณลักษณะ 5. มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	1

ตารางที่ 12 แสดงการวิเคราะห์ลำดับแผน สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง (ต่อ)

แผนที่	สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
7	- สมการเอกซ์โพเนนเชียล	การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล ต้องเป็นสมการที่จัดในรูปที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกันได้ ($a^x = a^y$) จะสรุปได้ว่า $x = y$	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ความเข้าใจ 1. นักเรียนสามารถแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้ลอการิทึมได้ ด้านทักษะกระบวนการ 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ด้านคุณลักษณะ 3. มิวินัย ไม่เรียนรู้อย่างงุ่มง่ามในการทำงาน	1
8	- การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	สามารถนำความรู้เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ด้านความรู้ความเข้าใจ (K) 1. นักเรียนสามารถแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. นักเรียนสามารถแปลโจทย์ให้อยู่ในรูปประโยตสัญลักษณ์ได้ ด้านทักษะกระบวนการ (P) 3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ด้านคุณลักษณะ (A) 4. นักเรียนมีวินัย ไม่เรียนรู้อย่างงุ่มง่ามในการทำงาน	1

5. หลังจากที่ได้ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เสร็จแล้ว นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาสาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม และได้นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับนิยามเชิงปฏิบัติการ ปรับจุดประสงค์การเรียนรู้ให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และปรับเกณฑ์คำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการตรวจสอบ และปรับปรุงจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว นำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ดังนี้

6.1 อาจารย์ ดร.สมทรง สิทธิ ศึกษาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน

6.2 นายสวัสดิ์ จันทร์มนตรี วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) ครูชำนาญการพิเศษ และหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

6.3 นางยุพิน พลเรือง วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์นักเรียน

เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้อง ความเหมาะสม ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน นำผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ยเทียบเกณฑ์ ซึ่งเป็นคะแนนที่คำนวณมาจากแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 อันดับ และพิจารณาระดับคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.51 - 5.00 หมายถึง มีคุณภาพดีมาก

คะแนนเฉลี่ย 3.51 - 4.50 หมายถึง มีคุณภาพดี

คะแนนเฉลี่ย 2.51 - 3.50 หมายถึง มีคุณภาพพอใช้

คะแนนเฉลี่ย 1.51 - 2.50 หมายถึง มีคุณภาพค่อนข้างต่ำ

คะแนนเฉลี่ย 1.00 - 1.50 หมายถึง มีคุณภาพต่ำมากหรือควรปรับปรุง

นำผลการประเมินตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้ไปเปรียบเทียบเกณฑ์ โดยใช้เกณฑ์ยอมรับแผนการจัดการเรียนรู้ตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป ซึ่งค่าเฉลี่ยผู้เชี่ยวชาญประเมินอยู่ระหว่าง 4.28 - 4.44 ถือว่าเป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีคุณภาพอยู่ในระดับดี

7. ปรับปรุง แก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ ให้มีความถูกต้อง เหมาะสมกับเวลา ปรับลด ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด ปรับประเด็นเนื้อหา และสัญลักษณ์ที่ยังไม่สมบูรณ์ครอบคลุม แก้ไข จุดประสงค์เพิ่มเติม

8. จัดพิมพ์ฉบับสมบูรณ์ และนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยเพื่อเก็บข้อมูลกับ กลุ่มเป้าหมายต่อไป

2. การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นเรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยเป็นข้อสอบประเภทอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ดำเนินการสร้างดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตร คำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา เนื้อหา และผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ศึกษาการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแนวปฏิบัติการวัด และประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ของ กระทรวงศึกษาธิการ (2557)

3. วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษาของ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและ จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ ตามวงจรปฏิบัติการ โดยแบบทดสอบมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

ตารางที่ 13 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามจุดประสงค์

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ	จำนวนที่ ต้องการ
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหาคได้	2	2
รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหาคได้	2	1
การหาผลบวก ลบ คูณ และหารของกรณฑ์	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหาคได้	2	2
เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น จำนวนตรรกยะ	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหาคได้	3	2

ตารางที่ 13 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามจุดประสงค์ (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	จำนวนที่ต้องการ
การแก้สมการที่มีเครื่องหมาย กรณฑ์อันดับสอง	เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและ นำไปแก้ปัญหาคได้	3	3
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	เข้าใจและลักษณะกราฟฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาค	1	1
สมการเอกซ์โพเนนเชียล	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และ สมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการ การแก้ปัญหาค	2	2
การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์ โพเนนเชียล	แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และ สมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการ การแก้ปัญหาค	3	2
รวม		18	15

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ครอบคลุมเนื้อหา และจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ และนำแบบทดสอบเสนอต่อที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความถูกต้อง และปรับปรุงเนื้อหาของแบบทดสอบ ความเหมาะสมด้านเนื้อหา และภาษาที่ใช้

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบประเภทอัตนัยของแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555)

6. สร้างแบบประเมินความเที่ยงตรงของแบบทดสอบเพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญเป็นชุดเดียวกับการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้อ

7. นำแบบทดสอบเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อพิจารณาความสอดคล้อง ระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้เกณฑ์ประเมินดังนี้

คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์

8. นำผลการประเมินที่ได้มาวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบแต่ละข้อกับ

จุดประสงค์การเรียนรู้โดยสมบัตินี้มีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective congruence) (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ .50 ถึง 1.00 โดยพบว่า ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.00 ซึ่งเป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ และแก้ไขปรับโจทย์ปัญหา คำอธิบายโจทย์ แก้ไขตัวเลือก และเรียงลำดับความยากง่ายของข้อสอบ

9. จัดพิมพ์แบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว เพื่อนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

3. แบบสัมภาษณ์นักเรียน

แบบสัมภาษณ์นักเรียน เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง โดยนำแบบสัมภาษณ์นักเรียนไปใช้กับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่มีคะแนนความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์และนักเรียนที่มีคะแนนผ่านเกณฑ์ขึ้นไป เพื่อเปรียบเทียบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีการเรียนรู้ที่เหมือนหรือต่างกันอย่างไร หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยมีประเด็นในการสัมภาษณ์ ประกอบด้วย คำถามที่บ่งชี้ถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาการสร้างแบบสัมภาษณ์จากหนังสือ และงานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ดำเนินการสร้างแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีลักษณะเป็นกึ่งโครงสร้าง ให้ครอบคลุมทุกข้อคำถามในแบบวัดความสามารถแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ และกิจกรรมการเรียนรู้

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อทำการตรวจสอบและดำเนินการปรับปรุงแก้ไข

4. นำแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่ได้ทำปรับปรุงแก้ไขแล้วและแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับประเด็นที่ต้องการทราบ ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

+1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

-1 เมื่อแน่ใจว่าข้อคำถามไม่มีความสอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการทราบ

5. นำผลการประเมินที่ได้มาทำการวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ .50 ถึง 1.00 ผลการพิจารณาพบว่าแบบสัมภาษณ์มีค่าความสอดคล้องเฉลี่ยตั้งแต่ 0.67 - 1.00 ซึ่งจัดว่าเป็นแบบสัมภาษณ์ที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงตามพฤติกรรมชี้วัด
6. ดำเนินการจัดพิมพ์แบบสัมภาษณ์นักเรียน และนำเครื่องมือเครื่องมือไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

3.5 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการและขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของเคมมิส และแมกแทกการ์ท (Kemmis & McTaggart, 1988) เป็นแนวทางในการวิจัยซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย 3 วงจร และมีขั้นตอนการปฏิบัติดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการวางแผน (Plan)

1. สำรวจและสังเกตถึงปัญหาในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนในชั้นเรียน
2. ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม กำหนดเนื้อหาสาระที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาแนวคิด ทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดเครื่องมือที่จะใช้ในงานวิจัย
3. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ซึ่งประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาจำนวน 4 ข้อ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาจำนวน 8 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลา 9 ชั่วโมง และแบบสัมภาษณ์ของนักเรียนที่มีคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร้อยละ 60
4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียบร้อยเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อรับคำปรึกษาพร้อมแก้ไข
5. นำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อประเมินความสอดคล้อง และความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และการใช้ภาษาที่ถูกต้อง ซึ่งได้แก่

5.1 อาจารย์ ดร.สมทรง สิทธิ ศึกษาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน

5.2 นายสวัสดิ์ จันทมนตรี วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) ครูชำนาญการพิเศษ และหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

5.3 นางยุพิน พลเรือง วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนสารคามพิทยาคม เป็นผู้เชี่ยวชาญด้านด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์นักเรียน

6. ปรับปรุงและพัฒนาเครื่องมือต่าง ๆ ตามที่ผู้เชี่ยวชาญและที่ปรึกษาให้คำแนะนำ

7. จัดพิมพ์แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และแบบสัมภาษณ์ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติการ (Action)

- ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาที่พัฒนาขึ้น ซึ่งมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

ตารางที่ 14 เนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ

วงจรปฏิบัติการ	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	1
	รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์	1
	การหาผลบวก ลบ คูณ และหารของกรณฑ์	1
2	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	1
	การแก้สมการกรณฑ์	2
	- การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์	
3	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1
	สมการเอกซ์โพเนนเชียล	1
	การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1
รวม		9

- หลังจากสอนครบจำนวนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาจำนวน 4 ข้อ

- นำแบบสัมภาษณ์ไปสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ไม่ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 3 การสังเกต (observation)

สังเกตนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากใบงาน และวิดีโอการสอน เพื่อนำไปสะท้อนผลของวงจรปฏิบัติการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแสดงออกในใบงาน และหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยนำเครื่องมือวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปทดสอบกับนักเรียน โดยใช้ข้อสอบประเภทอัตนัยที่ได้จัดทำไว้จำนวน 4 ข้อ เพื่อจัดเก็บข้อมูลของกลุ่มเป้าหมายจำนวน 32 คน และใช้แบบสัมภาษณ์ สัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 เพื่อใช้ในการวางแผนปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไป

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflection)

นำข้อมูลที่ได้จากการประเมินพฤติกรรมจาก การสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 พฤติกรรมที่แสดงออกในใบงาน วิดีโอในการสอน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์และประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มาเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ โดยใช้ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ในการวิเคราะห์หลังจากสิ้นสุด การปฏิบัติในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาออกแบบการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น

ซึ่งแต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นที่ 1 การวางแผน (Planning)

1. สสำรวจและสังเกตปัญหาในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียน

2. ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสารคามพิทยาคม พ.ศ. 2561 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และกำหนดเนื้อหาสาระที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รวมทั้งศึกษาแนวคิด ทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดและสร้างเครื่องมือที่จะใช้ในงานวิจัย

3. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

3.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา จำนวน 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เวลา 3 ชั่วโมง ตามสาระการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

3.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเภทอัตนัย โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาจำนวน 4 ข้อ เรื่อง เลขยกกำลัง

4. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อรับคำปรึกษาพร้อมแก้ไข

5. นำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อประเมินความถูกต้องและความสอดคล้องของผลการเรียนรู้

6. ปรับปรุงเครื่องมือตามที่คุณเชี่ยวชาญและที่ปรึกษาให้คำแนะนำ และจัดพิมพ์เครื่องมือต่าง ๆ

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติการ (Action)

1. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ที่พัฒนาขึ้นไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแผนที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ได้แก่

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริง
ในรูปกรณฑ์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 การหาผลบวก ลบ คูณ และหารของกรณฑ์
2. หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปทดสอบกับนักเรียน

ขั้นที่ 3 การสังเกต (Observation)

สังเกตนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากใบงาน วีดิโอการสอน และวิเคราะห์ผลคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำไปสะท้อนผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของวงจรปฏิบัติการของนักเรียน

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผล (Reflection)

1. นำข้อมูลที่ได้จากการประเมินพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ได้จากใบงาน วีดิโอการสอน และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาวิเคราะห์ผลตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2. นำแบบสัมภาษณ์นักเรียน ไปสัมภาษณ์ตัวแทนนักเรียนที่มีคะแนนน้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม เพื่อหาแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

วงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นที่ 1 การวางแผน (Planning)

1. ศึกษาหาวิธีการแก้ไขปัญหาที่ได้จากการวิเคราะห์จากวงจรปฏิบัติการที่ 1
2. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา จำนวน 2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เวลา 3 ชั่วโมง ตามสาระการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ที่ได้รับการแก้ไขและปรับปรุงจุดอ่อนของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติการ (Action)

1. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ที่พัฒนาขึ้นไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแผนที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ได้แก่

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เลขยกกำลังที่เลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์

2. หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังที่เลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและการแก้สมการกรณฑ์ ไปทดสอบกับนักเรียน

ขั้นที่ 3 การสังเกต (Observation)

สังเกตนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากใบงาน วีดิโอการสอน และวิเคราะห์ผลคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำไปสะท้อนผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผล (Reflection)

1. นำข้อมูลที่ได้จากการประเมินพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ได้จากใบงาน วีดิโอการสอน และคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาวิเคราะห์ผลตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้
2. นำแบบสัมภาษณ์นักเรียน ไปสัมภาษณ์ตัวแทนนักเรียนที่มีคะแนนน้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม เพื่อหาแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

วงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นที่ 1 การวางแผน (Planning)

1. ศึกษาหาวิธีการแก้ไขปัญหาที่ได้จากการวิเคราะห์จากวงจรปฏิบัติการที่ 2

2. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา จำนวน 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เวลา 3 ชั่วโมง ตามสาระการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ที่ได้รับการแก้ไขและปรับปรุงจุดอ่อนของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากการสะท้อนผลในวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติการ (Action)

1. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ที่พัฒนาขึ้นไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแผนที่สร้างในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ได้แก่

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 สมการเอกซ์โพเนนเชียล

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

2. หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ไปทดสอบกับนักเรียน

ขั้นที่ 3 การสังเกต (Observation)

สังเกตนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากใบงาน วิดีโอการสอน และวิเคราะห์ผลคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำไปสะท้อนผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของวงจรปฏิบัติการของนักเรียน

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผล (Reflection)

นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ว่าเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ประเภท

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

คือ นำข้อมูลที่ได้รวบรวมโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวิเคราะห์โดยสถิติพื้นฐาน คือ ค่าเฉลี่ย (\bar{x}), ร้อยละ (%) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) แล้วนำไปเทียบเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

คือ นำข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์และสังเกตพฤติกรรมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่แสดงออกในชั้นเรียนจากการเก็บข้อมูล นำมาวิเคราะห์ ดีความและสรุปในรูปของการบรรยาย

3. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาคะแนนพัฒนาการของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

คำนวณคะแนนพัฒนาการ จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 โดยใช้สูตรคะแนนพัฒนาการ และแปลคะแนนตามเกณฑ์ระดับพัฒนาการ โดยใช้เกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 15 เกณฑ์คะแนนพัฒนาการเทียบระดับพัฒนาการ

คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ
76 - 100	พัฒนาการระดับสูงมาก
51 - 75	พัฒนาการระดับสูง
26 - 50	พัฒนาการระดับสูงกลาง
0 - 25	พัฒนาการระดับต้น

(ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการศึกษา และใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. สถิติที่ใช้วิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือ

1.1 การหาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม และจุดประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้สูตร IOC (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) แล้วหาค่าเฉลี่ยดัชนีความสอดคล้องของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด สูตรหาค่าเฉลี่ยดัชนีความสอดคล้อง

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ	IOC แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหาหรือระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	R แทน	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	n แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด
	\sum แทน	ผลรวม

2. สถิติพื้นฐาน

2.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) ใช้สูตรดังนี้

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ย
	X	แทน	คะแนน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด
	\sum	แทน	ผลรวม

2.2 ร้อยละ (Percentage) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$P = \frac{f}{n} \times 100$$

เมื่อ	P	แทน	ร้อยละ
	f	แทน	ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
	n	แทน	จำนวนความถี่ทั้งหมด

2.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) (บุญชม ศรีสะอาด, 2555) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$s = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	X	แทน	คะแนน
	n	แทน	จำนวนนักเรียน
	\sum	แทน	ผลรวม

2.4 คะแนนร้อยละของพัฒนาการของผู้เรียน (Development Score or Gain) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

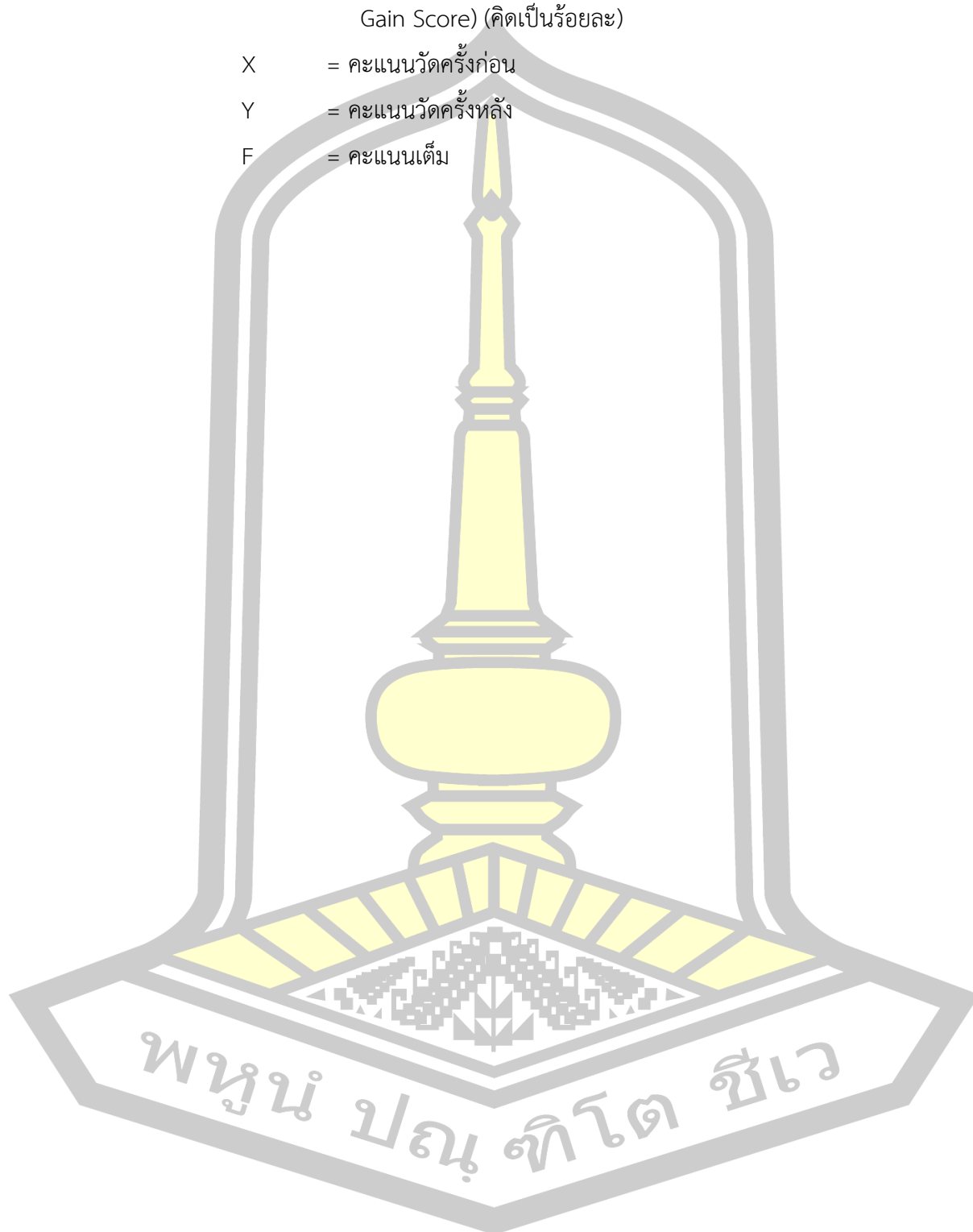
$$GS(\%) = \frac{(Y - X)}{(F - X)} \times 100$$

GS (%) = คะแนนร้อยละของพัฒนาการของผู้เรียน (Development Score or Gain Score) (คิดเป็นร้อยละ)

X = คะแนนวัดครั้งก่อน

Y = คะแนนวัดครั้งหลัง

F = คะแนนเต็ม



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของผู้วิจัยได้นำเสนอการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

- 4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
- 4.2 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
- 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ในการแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- | | | |
|------|-----|----------------------|
| x̄ | แทน | คะแนนเฉลี่ย |
| S.D. | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |

4.2 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาพัฒนาการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการแก้ปัญหาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ตามขั้นตอนในการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) จำนวน 3 วงจรปฏิบัติการ กับกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 32 คน ซึ่งได้ทำการเก็บข้อมูลโดยการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ แล้วนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

วงจรที่	คะแนนนักเรียน		ผ่านเกณฑ์		
	เฉลี่ย	ร้อยละ	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ผ่านร้อยละ
1	30.09	62.70	20	12	62.50
2	28.63	59.64	21	11	65.63
3	35.06	73.05	28	4	87.50

จากตารางที่ 16 พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนได้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 30.09 คิดเป็นร้อยละ 62.70 ของคะแนนเต็ม วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 28.63 คิดเป็นร้อยละ 59.64 ของคะแนนเต็ม ซึ่งวงจรที่ 1 มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ผ่านเกณฑ์ 20 คน คิดเป็นร้อยละ 62.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย วงจรที่ 2 มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ผ่านเกณฑ์ 21 คน คิดเป็นร้อยละ 65.63 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 35.06 คิดเป็นร้อยละ 73.05 ของคะแนนเต็ม และหลังจากสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 3 มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวงจรปฏิบัติการที่ 1-3

นักเรียน	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์								
	วงจรปฏิบัติการที่ 1			วงจรปฏิบัติการที่ 2			วงจรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน
1	14	29.17	ไม่ผ่าน	31	64.58	ผ่าน	36	75.00	ผ่าน
2	28	58.33	ไม่ผ่าน	12	25.00	ไม่ผ่าน	24	50.00	ไม่ผ่าน
3	26	54.17	ไม่ผ่าน	23	47.92	ไม่ผ่าน	39	81.25	ผ่าน
4	20	41.67	ไม่ผ่าน	14	29.17	ไม่ผ่าน	35	72.92	ผ่าน
5	32	66.67	ผ่าน	29	60.42	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน

ตารางที่ 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวงจรรปฏิบัติการที่ 1-3 (ต่อ)

นักเรียน	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์								
	วงจรรปฏิบัติการที่ 1			วงจรรปฏิบัติการที่ 2			วงจรรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน
6	40	83.33	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน	34	70.83	ผ่าน
7	26	54.17	ไม่ผ่าน	40	83.33	ผ่าน	37	77.08	ผ่าน
8	29	60.42	ผ่าน	26	54.17	ไม่ผ่าน	36	75.00	ผ่าน
9	39	81.25	ผ่าน	36	75.00	ผ่าน	41	85.42	ผ่าน
10	43	89.58	ผ่าน	40	83.33	ผ่าน	38	79.17	ผ่าน
11	28	58.33	ไม่ผ่าน	45	93.75	ผ่าน	47	97.92	ผ่าน
12	29	60.42	ผ่าน	30	62.50	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน
13	41	85.42	ผ่าน	27	56.25	ไม่ผ่าน	35	72.92	ผ่าน
14	28	58.33	ไม่ผ่าน	32	66.67	ผ่าน	47	97.92	ผ่าน
15	31	64.58	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน
16	35	72.92	ผ่าน	31	64.58	ผ่าน	39	81.25	ผ่าน
17	34	70.83	ผ่าน	29	60.42	ผ่าน	43	89.58	ผ่าน
18	28	58.33	ไม่ผ่าน	29	60.42	ผ่าน	31	64.58	ผ่าน
19	23	47.92	ไม่ผ่าน	37	77.08	ผ่าน	44	91.67	ผ่าน
20	32	66.67	ผ่าน	27	56.25	ไม่ผ่าน	31	64.58	ผ่าน
21	28	58.33	ไม่ผ่าน	30	62.50	ผ่าน	34	70.83	ผ่าน
22	22	45.83	ไม่ผ่าน	29	60.42	ผ่าน	34	70.83	ผ่าน
23	29	60.42	ผ่าน	25	52.08	ไม่ผ่าน	23	47.92	ไม่ผ่าน
24	23	47.92	ไม่ผ่าน	9	18.75	ไม่ผ่าน	26	54.17	ไม่ผ่าน
25	39	81.25	ผ่าน	12	25.00	ไม่ผ่าน	24	50.00	ไม่ผ่าน
26	29	60.42	ผ่าน	33	68.75	ผ่าน	34	70.83	ผ่าน
27	35	72.92	ผ่าน	26	54.17	ไม่ผ่าน	29	60.42	ผ่าน
28	29	60.42	ผ่าน	29	60.42	ผ่าน	41	85.42	ผ่าน

ตารางที่ 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวงจรรปฏิบัติการที่ 1-3 (ต่อ)

นักเรียน	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์								
	วงจรรปฏิบัติการที่ 1			วงจรรปฏิบัติการที่ 2			วงจรรปฏิบัติการที่ 3		
	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน	คะแนน (48)	ร้อยละ	การ ประเมิน
29	31	64.58	ผ่าน	23	47.92	ไม่ผ่าน	30	62.50	ผ่าน
30	31	64.58	ผ่าน	32	66.67	ผ่าน	38	79.17	ผ่าน
31	29	60.42	ผ่าน	36	75.00	ผ่าน	43	89.58	ผ่าน
32	32	66.67	ผ่าน	30	62.50	ผ่าน	33	68.75	ผ่าน
\bar{x}	30.09	62.70	ผ่าน	28.63	59.65	ไม่ผ่าน	35.06	73.05	ผ่าน
<i>S.D.</i>	4.61	-	-	5.68	-	-	4.88	-	-

จากตาราง พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ในวงจรรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 62.70 วงจรรปฏิบัติการที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 59.65 และในวงจรรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 73.05 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า หลังจากสิ้นสุดในวงจรรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น โดยกลุ่มเป้าหมายทั้งหมด 32 คน มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ในวงจรรปฏิบัติการที่ 3 จำนวน 28 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละชั้นตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลรายงานในแต่ละวงจรรปฏิบัติการดังนี้

วงจรรปฏิบัติการที่ 1

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมคือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นของการสอน ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เนื้อหาที่ใช้ในวงจรรปฏิบัติการที่ 1 ประกอบด้วย เนื้อหาเรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่ n ในระบบ

จำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และการหาผลบวก ลบ คูณ และหารของกรณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยได้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาแต่ละขั้นตอนเท่าๆ กัน เพื่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแต่ละขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังต่อไปนี้

ตารางที่ 18 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จากการทำทดสอบท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1

วงจรที่	กระบวนการแก้ปัญหา	คะแนน			
		เต็ม	เฉลี่ย	S.D.	ร้อยละ
1	1. ทำความเข้าใจปัญหา	12	11.72	0.77	97.67
	2. วางแผนแก้ปัญหา	12	7.66	2.79	63.83
	3. ดำเนินการตามแผน	12	5.44	2.18	45.33
	4. ตรวจสอบคำตอบ	12	5.28	2.17	44.00

จากตารางที่ 18 พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 1 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) ขั้นตอนตรวจสอบคำตอบ จากแบบทดสอบท้ายวงจรพบว่าในขั้นที่ 1 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 11.72 (*S.D.* 0.77) ขั้นที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 7.66 (*S.D.* 2.79) ขั้นที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 5.44 (*S.D.* 2.18) และขั้นที่ 4 ได้คะแนนเฉลี่ย 5.28 (*S.D.* 2.17) คิดเป็นร้อยละ 97.67, 63.83, 45.33 และ 44.00 ของคะแนนเต็ม ตามลำดับ

นอกจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ตามองค์ประกอบแต่ละขั้นเป็นรายบุคคล ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ตามกระบวนการของโพลยา					
	ขั้นที่ 1 (12)	ขั้นที่ 2 (12)	ขั้นที่ 3 (12)	ขั้นที่ 4 (12)		
1	12	2	0	0	14	29.17

ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามชั้นของ
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 (ต่อ)

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ตามกระบวนการของโพลยา					
	ขั้นที่ 1 (12)	ขั้นที่ 2 (12)	ขั้นที่ 3 (12)	ขั้นที่ 4 (12)		
2	12	8	4	4	28	58.33
3	12	8	3	3	26	54.17
4	12	0	4	4	20	41.67
5	12	8	6	6	32	66.67
6	12	12	8	8	40	83.33
7	11	7	4	4	26	54.17
8	11	9	5	4	29	60.42
9	12	11	8	8	39	81.25
10	12	11	10	10	43	89.58
11	12	8	4	4	28	58.33
12	12	9	4	4	29	60.42
13	12	11	9	9	41	85.42
14	11	8	5	4	28	58.33
15	12	11	4	4	31	64.58
16	12	9	7	7	35	72.92
17	12	8	7	7	34	70.83
18	12	8	4	4	28	58.33
19	9	6	4	4	23	47.92
20	12	8	7	5	32	66.67
21	12	8	4	4	28	58.33
22	12	4	3	3	22	45.83
23	12	3	7	7	29	60.42
24	12	7	2	2	23	47.92
25	12	11	8	8	39	81.25

ตารางที่ 19 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามชั้นของ
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 (ต่อ)

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ตามกระบวนการของโพลยา					
	ขั้นที่ 1 (12)	ขั้นที่ 2 (12)	ขั้นที่ 3 (12)	ขั้นที่ 4 (12)		
26	12	3	7	7	29	60.42
27	12	9	7	7	35	72.92
28	12	9	4	4	29	60.42
29	12	6	7	6	31	64.58
30	12	7	6	6	31	64.58
31	12	7	5	5	29	60.42
32	9	9	7	7	32	66.67
\bar{X}	11.72	7.66	5.44	5.28	30.09	62.70
ร้อยละ	97.67	63.83	45.33	44.00	-	-

จากตารางที่ 19 พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยในชั้นทำความเข้าใจปัญหา และชั้นวางแผนแก้ปัญหาร้อยละ 97.67 และ 63.83 ของคะแนนเต็ม ตามลำดับ แต่ในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 45.33 และขั้นตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 44.00 ของคะแนนเต็ม ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งให้เห็นว่า

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอ่านโจทย์และทำความเข้าใจว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และโจทย์ต้องการทราบอะไร เพื่อนำข้อมูลไปใช้ในการวางแผนในขั้นตอนไป จากการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และโจทย์ต้องการให้ทำอะไร โดยนักเรียนส่วนใหญ่เขียนตอบโดยการลอกประโยคหรือข้อความบางส่วนจากโจทย์ปัญหาในข้อนั้น ๆ ดังแสดงในรูปภาพที่ 5

1. จงเขียน $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^3}{x^2y}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
--

<p>ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา</p> <p>1. โจทย์ต้องการทราบอะไร</p> <p>2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร</p>

รูปภาพที่ 5 ภาพตัวอย่างนักเรียนเขียนตอบคำถามสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ไม่ครบถ้วน ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม จากรูปภาพที่ 5 พบว่านักเรียนสามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ แต่นักเรียนยังเขียนได้ไม่ครบถ้วนหรือสมบูรณ์ ดังในรูปภาพที่ 5 นักเรียนควรเขียนตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ เขียน $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย หรือ หารูปอย่างง่ายของ $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$

ขั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์และเชื่อมโยง เพื่อหาหลักการและวิธีการที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยระบุเงื่อนไขจากโจทย์ จัดลำดับในการแก้ปัญหา และเลือกแก้ปัญหาที่ดีและเหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนวิธีหรือคุณสมบัติที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่เขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหา หรือมีนักเรียนที่เขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่เขียนคุณสมบัติที่จะนำไปใช้ นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์ให้หามาเขียนตอบ และยังพบว่ามึนักเรียนที่ไม่มีร่องรอยการเขียน ดังแสดงในรูปภาพที่ 6

<p>1. จงเขียน $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย</p>
<p>ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (แก้ปัญหานอกรอบไป)</p> <p>1) เขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปอย่างง่าย</p> <p>2) ถูกลบตรงเลขยกกำลัง</p>

รูปภาพที่ 6 ภาพตัวอย่างการระบุนการวางแผนแก้ปัญหาโดยการเขียนอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบที่เขียนได้ไม่ครบถ้วน ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากรูปภาพที่ 6 พบว่านักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบได้แต่ไม่ครบถ้วน นั่นคือนักเรียนไม่ได้เขียนสมบัติสำคัญที่จะต้องนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในคำถามข้อนี้นักเรียนควรเพิ่มสมบัติของเลขยกกำลังที่ใช้คือ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$ และ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ซึ่งนักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้ระบุสมบัติที่นำมาใช้

1. จงเขียน $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

1. หาค่าเลขยกกำลังให้ลงตัว
2. ทบทวน

รูปภาพที่ 7 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

จากรูปภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบได้แต่ไม่ชัดเจน และครบถ้วน ซึ่งในข้อนี้นักเรียนควรระบุสมบัติของเลขยกกำลังที่จะนำมาใช้ เช่น $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$ และ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการตามแผน นักเรียนลงมือปฏิบัติ แสดงวิธีทำ และคำนวณคำตอบตามแผนที่วางไว้ จากการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนไม่สามารถดำเนินการตามแผนที่วางไว้ นั่นคือนักเรียนไม่นำคุณสมบัติตามที่วางแผนที่วางไว้มาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้คุณสมบัติผิดในบางขั้นตอนของการแสดงวิธีทำ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มักคำนวณผิดพลาด และมีนักเรียนที่แสดงวิธีทำแต่ทำไม่สิ้นสุดจนได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังแสดงในรูปภาพที่ 8

3. จงเขียน $(\sqrt{72} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{20} + \sqrt{50})$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

72 50 20
 2 36 2 25 2 10
 2 18 5 5 2 5
 2 9 3 3 5

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา
 $(\sqrt{72} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{20} + \sqrt{50})$
 $= (\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{2 \times 2 \times 5} + \sqrt{2 \times 5})$
 $= (2 \times 3 \sqrt{2} - 3\sqrt{5}) + (3 \times 2 \sqrt{5} + 5\sqrt{2})$
 $= (6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) + (6\sqrt{5} + 5\sqrt{2})$
 $= (6+5)\sqrt{2} - (3-6)\sqrt{5}$
 $= 11\sqrt{2} - 9\sqrt{5}$

รูปภาพที่ 8 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาคำถามที่ครบถ้วน แต่การคำนวณผิด ในแบบทดสอบ
 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

จากรูปภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนมีการดำเนินการแก้ปัญหาโดยมีร่องรอยการหาคำตอบ
 และนักเรียนสามารถแสดงวิธีทำได้ แต่นักเรียนคำนวณผิดพลาดในขั้นตอนสุดท้ายก่อนได้คำตอบที่
 ถูกต้อง ซึ่งในข้อนี้คำตอบที่ถูกต้องเท่ากับ $11\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ซึ่ง
 นักเรียนแสดงวิธีทำได้ แต่ไม่ถูกต้องคำนวณผิด และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์
 จะเห็นว่านักเรียนไม่มีการเขียนเครื่องหมายเท่ากับเลย ดังภาพประกอบที่ 5

3. จงเขียน $(\sqrt{72} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{20} + \sqrt{50})$ ให้
 อยู่ในรูปอย่างง่าย

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

$$(\sqrt{72} - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{20} + \sqrt{50})$$

$$(6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) + (6\sqrt{5} + 5\sqrt{2})$$

$$6\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$11\sqrt{2} - 9\sqrt{5}$$

รูปภาพที่ 9 ตัวอย่างการดำเนินแก้ปัญหานักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

จากรูปที่ 9 พบว่า นักเรียนไม่มีการเขียนสัญลักษณ์เครื่องหมายเท่ากับในขั้นตอนของ
 การแสดงวิธีทำ ซึ่งไม่ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ และคำนวณผิดในขั้นตอนสุดท้าย ส่งผลให้
 การแก้ปัญหานั้นไม่ถูกต้อง

และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ นักเรียนนำคำตอบที่ได้มีย้อนกลับและทบทวนขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จากการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ โดยนักเรียนส่วนใหญ่นำคำตอบบรรทัดสุดท้ายในขั้นการดำเนินการตามแผนมาเขียนโดยไม่ได้มีการตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง นักเรียนจึงมักสรุปคำตอบผิด และนักเรียนบางคนไม่มีร่องรอยการเขียนสรุปคำตอบ ดังแสดงในภาพต่อไปนี้

1. จงเขียน $\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา *สงวนไว้*

$$= \frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y}$$

$$= \frac{(x^2y^3)(x^{-3}y^{-12})}{x^2y}$$

$$= \frac{x^{2-3}y^{3-12}}{x^2y}$$

$$= \frac{x^{-1}y^{-9}}{x^2y}$$

$$= x^{-1-2}y^{-9-1}$$

$$= x^{-3}y^{-10}$$

$$= \frac{x^{-3}}{y^{10}}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ *(สรุปคำตอบ)*

$$\frac{(x^2y^3)(xy^4)^{-3}}{x^2y} = \frac{x^{-3}}{y^{10}}$$

รูปภาพที่ 10 ภาพตัวอย่างการตรวจสอบหรือสรุปคำตอบ ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

จากรูปภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสรุปคำตอบได้ แต่ไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยจะเห็นได้จากภาพประกอบที่ 4 ที่นักเรียนคำนวณเลขผิด ในขั้น $x^{-1-2}y^{-9-1}$ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับ xy^{-10} คำตอบที่ถูกต้องคือ $x^{-3}y^{-10}$

จากการวิเคราะห์ข้อมูลแบบวัดความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังตาราง 19 ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียน ที่เห็นว่ามีความสนใจในแต่ละด้านและคะแนนรวมต่ำกว่าร้อยละ 60 ซึ่งจากการสัมภาษณ์ผู้วิจัยได้สรุปประเด็น ดังนี้

1. ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ปัญหาที่พบจากการสัมภาษณ์ คือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าโจทย์ต้องการถามหาอะไร และโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง แต่สำหรับโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนไม่ได้ถามหรือให้ข้อมูลมาตรง ๆ นักเรียนจะมีความสับสนในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หรือข้อมูลที่ให้มาโจทย์บอกอะไรบ้าง จึงส่งผลให้นักเรียนเขียนข้อมูลหรือตอบคำถามได้ไม่ครบถ้วน ซึ่งเห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูอ่านโจทย์เข้าใจนะคะ แต่หนูไม่รู้ว่าจะเขียนตอบอย่างไรคะ”

(นักเรียนคนที่ 19, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูเข้าใจว่าโจทย์ให้หาอะไร แต่บางทีหนูก็เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาไม่ครบค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 21, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“ในข้อที่โจทย์มันซับซ้อนเป็นข้อความยาว ๆ หรือแปลกใหม่ ผมไม่รู้ว่าจะโจทย์ต้องการทราบอะไร เลยแสดงวิธีทำไม่ได้ครับ”

(นักเรียนคนที่ 1, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

2. ในขั้นวางแผนแก้ปัญหา ปัญหาที่พบจากการสัมภาษณ์ คือ ที่นักเรียนไม่สามารถวางแผนได้นั้น เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบวิธี หรือสูตรที่ใช้ในการแก้ปัญหาในข้อนั้น นักเรียนเขียนข้อความอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่ได้ เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ใช้ภาษาในการสื่อความหมายไม่ชัดเจน เห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูรู้วิธีหาคำตอบนะคะ แต่หนูไม่รู้จะเขียนอย่างไร หนูเขียนแล้วอ่านไม่รู้เรื่องค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 11, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูไม่รู้วิธีที่ใช้แก้ปัญหาค่ะ และจำสูตรไม่ได้ เลยไม่รู้ว่าจะเขียนอย่างไร”

(นักเรียนคนที่ 19, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“คำตอบมันค่อย ๆ ไล่มาเรื่อย ๆ เลยไม่รู้จะเขียนอย่างไรค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 14, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

3. ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ปัญหาที่พบจากการสัมภาษณ์ คือ ที่นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้นั้น เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร นักเรียนสับสนวิธีที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่รู้วิธีแก้ปัญหาดังแต่แรก เห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูทำไปแล้ว หนูไม่มั่นใจว่ามันถูกไหม หนูเลยไม่ทำต่อค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 22, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูไม่รู้จะเลือกสูตรไหนมาใช้ค่ะ พอใช้แล้วบางทีมันทำต่อจนเสร็จไม่ได้ค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 21, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

4. ในขั้นตรวจสอบคำตอบ ปัญหาที่พบจากการสัมภาษณ์ คือ ในการตรวจสอบคำตอบนั้น นักเรียนบางส่วนไม่รู้วิธีการตรวจสอบคำตอบ และมีนักเรียนบางส่วนที่มั่นใจในคำตอบของตัวเองแล้ว จึงไม่มีการตรวจสอบคำตอบ เห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูไม่รู้ว่าจะแสดงการตรวจคำตอบอย่างไรค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 18, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูมั่นใจว่าหนูตอบถูกแล้ว หนูจึงไม่ตรวจคำตอบอีกค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 24, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

จากการวิเคราะห์บทการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นปัญหาที่พบในกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาในแต่ละขั้น พบว่า นักเรียนมีปัญหาในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาแตกต่างกันออกไป ซึ่งส่วนใหญ่พบว่านักเรียนมักมีปัญหาในขั้นของการวางแผนการแก้ปัญหา และในขั้นของการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ครูผู้สอนสามารถนำปัญหาเหล่านี้ไปพัฒนาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป

ทั้งนี้จากการสัมภาษณ์นักเรียนในดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ยังสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนยังไม่คุ้นชินกับวิธีการสอนให้ดำเนินการแก้ปัญหาที่จะต้องมีการทำเป็นขั้นตอนหรือกระบวนการ และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังตามไม่ทัน ซึ่งเห็นได้ชัดจากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูตามไม่ทันค่ะ พอหนูกำลังจะเข้าใจ คุณครูก็เปลี่ยนไปเรื่องใหม่อีกแล้ว”

(นักเรียนคนที่ 21, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูไม่เคยเรียนแบบนี้เลยคะ มันให้เขียนเยอะ หนูไม่รู้ว่าจะแต่ละขั้นตอนต้องเขียนอย่างไร”

(นักเรียนคนที่ 14, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูอยากให้มีโจทย์ที่คล้าย ๆ กันให้ฝึกโดยที่ไม่ต้องเขียนทุกขั้นแบบนี้ด้วยค่ะ”

(นักเรียนคนที่ 22, 11 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

จากการวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์นักเรียน จะเห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ยังมีนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลของวงจรปฏิบัติการนี้ไปออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 โดยผู้วิจัยได้เปลี่ยนรูปแบบของคำถามให้มีความชัดเจน เป็นคำถามที่ให้ผู้เรียนบ่งชี้หรือระบุคำตอบจากคำถาม ให้นักเรียนเขียนคำตอบได้ตามความ

เข้าใจด้วยภาษาของตนเอง หลังจากนักเรียนฝึกการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาแล้วผู้วิจัยได้เพิ่มแบบฝึกหัดที่มีลักษณะคล้ายกันให้นักเรียนได้ฝึกฝนและมีความคุ้นชินในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

วงจรปฏิบัติการที่ 2

จากข้อมูลสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาหาแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมคือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป ในส่วนของขั้นสอน ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ โดยให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ในขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ โดยในแต่ละขั้นคำถามใช้ภาษาที่มีความชัดเจน น่าสนใจ เข้าใจง่าย คำถามที่ใช้บ่งชี้หรือระบุคำตอบจากคำถาม และเพิ่มปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกันให้นักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น เนื้อหาที่ใช้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วย เนื้อหาเรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 20 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จากการทำทดสอบท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2

วงจรที่	กระบวนการแก้ปัญหา	คะแนน			
		เต็ม	เฉลี่ย	S.D.	ร้อยละ
2	1. ทำความเข้าใจปัญหา	12	11.53	1.57	96.08
	2. วางแผนแก้ปัญหา	12	7.44	3.75	62.00
	3. ดำเนินการตามแผน	12	5.00	2.09	41.67
	4. ตรวจสอบคำตอบ	12	4.66	2.80	38.83

จากตารางที่ 20 พบว่า วงจรปฏิบัติการที่ 2 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) ขั้นตรวจสอบคำตอบ จากแบบทดสอบท้ายวงจรพบว่าในขั้นที่ 1 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 11.53 (S.D. 1.57) ขั้นที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 7.44

(*S.D.* 3.75) ชั้นที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 5.00 (*S.D.* 2.09) และชั้นที่ 4 ได้คะแนนเฉลี่ย 4.66 (*S.D.* 2.80) คิดเป็นร้อยละ 96.08, 62.00, 41.67 และ 38.83 ของคะแนนเต็ม ตามลำดับ

นอกจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ตามองค์ประกอบแต่ละชั้นเป็นรายบุคคล ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 21 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามชั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการของโพลยา				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ชั้นที่ 1 (12)	ชั้นที่ 2 (12)	ชั้นที่ 3 (12)	ชั้นที่ 4 (12)		
1	12	10	5	4	31	64.58
2	12	0	0	0	12	25.00
3	12	3	4	4	23	47.92
4	12	0	2	0	14	29.17
5	12	9	4	4	29	60.42
6	12	9	5	6	32	66.67
7	12	12	7	9	40	83.33
8	12	6	4	4	26	54.17
9	12	12	6	6	36	75.00
10	12	12	5	11	40	83.33
11	12	11	10	12	45	93.75
12	12	8	6	4	30	62.50
13	12	5	6	4	27	56.25
14	12	10	6	4	32	66.67
15	12	9	5	6	32	66.67
16	12	11	5	3	31	64.58
17	12	9	4	4	29	60.42
18	12	9	3	5	29	60.42
19	12	9	8	8	37	77.08

ตารางที่ 21 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามชั้นของ
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 (ต่อ)

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ตามกระบวนการของโพลยา					
	ขั้นที่ 1 (12)	ขั้นที่ 2 (12)	ขั้นที่ 3 (12)	ขั้นที่ 4 (12)		
20	12	3	5	7	27	56.25
21	12	10	4	4	30	62.50
22	9	9	6	5	29	60.42
23	11	6	4	4	25	52.08
24	4	0	3	2	9	18.75
25	12	0	0	0	12	25.00
26	12	11	6	4	33	68.75
27	12	5	8	1	26	54.17
28	12	9	4	4	29	60.42
29	9	4	5	5	23	47.92
30	12	9	7	4	32	66.67
31	12	9	7	8	36	75.00
32	12	9	6	3	30	62.50
\bar{X}	11.53	7.44	5.00	4.66	28.63	59.64
ร้อยละ	96.08	62.00	41.67	38.83	-	-

จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยพบว่าในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 96.08 และขั้นวางแผนแก้ปัญหานักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 62.00 ของคะแนนเต็ม แต่ในขั้นดำเนินการตามแผน และตรวจสอบคำตอบนั้น นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 41.67 และ 38.83 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยยังอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งให้เห็นว่า

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา พัฒนาการในการทำความเข้าใจในสิ่งที่โจทย์ต้องการหาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้ครบถ้วนมากขึ้น และระบุได้ถูกต้องชัดเจน

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หลังจากการปรับปรุงและพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า พัฒนาการในการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนมากสามารถเขียนอธิบายเป็นขั้นตอนได้ละเอียดมากขึ้น โดยนักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นลำดับตามความเข้าใจด้วยภาษาของตนเองแต่ยังอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ และเมื่อให้ระบุมสมบัติที่จะนำไปใช้นักเรียนสามารถระบุมสมบัติได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่ชัดเจน และมีนักเรียนที่เขียนลำดับได้ไม่ครบถ้วนหรือไม่เขียนสมบัติที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ดังแสดงในภาพประกอบต่อไปนี้

1. จงเขียน $\left(\frac{125x^3y^4}{27x^{-6}y}\right)^{\frac{1}{3}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1. นักเรียนยกกำลังที่ 3 ของทุกตัวเข้าไปข้างในตัวชี้

2. นำตัวต่อของเลข และ ส่วนที่มี เลขฐาน 3 กลับกันในตัวชี้ที่ฐานเหมือนกันจึงจะได้คำตอบ

4. ระบุมสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหา

$$\left(\frac{x^h}{x^k}\right)^m = \frac{x^{hm}}{x^{km}} \rightarrow \frac{x^h}{x^k} = x^{h-m}$$

รูปภาพที่ 11 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน และระบุมสมบัติที่ใช้ได้ครบถ้วน (1)

3. จงหาค่าตอบของสมการ $\sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} = 9$

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

จัดสมการลดค่าสี่สองข้าง สองข้าง เพื่อให้เหมือนกันแล้วจึงหาค่าคำตอบ แล้วจึงนำคำตอบที่ได้มาใส่ในสมการเดิมเพื่อตรวจสอบคำตอบ

4. ระบุมสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหา

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

รูปภาพที่ 12 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน และระบุมสมบัติที่ใช้ได้ครบถ้วน (2)

4. จงเขียน $\frac{7\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

ดูที่ตัวอย่างที่เราไปแก้แล้วมันจะแก้ยังไงไปแก้ละหะ อันไหนที่คิดไม่ได้ก็หะ แต่ไปเขียน
จนทำอะไรไม่ได้

รูปภาพที่ 13 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายได้ชัดเจน

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1) เลขจำนวนเชิงซ้อน กว้าง ถ้าวางแนวคูณกลับก็
2) ทำส่วนให้ไม่มีราก

รูปภาพที่ 14 ภาพตัวอย่างการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เขียนอธิบายขั้นตอนในการ
แก้ปัญหาได้ แต่ไม่ได้ระบุสมบัติที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา

จากภาพประกอบที่ 11-14 ตัวอย่างการวางแผนในการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แนวคิดโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการวางแผนได้ดีและความ
เหมาะสม โดยเขียนอธิบายในภาษาของตนเอง ใช้คำที่เข้าใจง่าย ทั้งนี้ในส่วนของคำถามที่มีความ
ชัดเจน เข้าใจง่าย ยังช่วยให้นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องและตรงประเด็น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่
เขียนอธิบายการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่ได้ระบุสมบัติที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ดังในภาพประกอบที่ 14
จะเห็นว่านักเรียนยังเขียนอธิบายได้ไม่ครบถ้วน โดยนักเรียนไม่ได้ระบุสมบัติที่สำคัญที่จะนำไปใช้ใน
การแก้ปัญหาในข้อนี้ นั่นคือนักเรียนควรระบุสมบัติที่ใช้คือ เทคนิคการคูณสังยุค เข้าไปด้วย

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่ง
นักเรียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาและเขียนระบุสมบัติที่จะนำมาใช้ได้แต่ยังไม่ครบถ้วน

1. จงเขียน $\left(\frac{125x^3y^4}{27x^{-6}y}\right)^{\frac{1}{3}}$ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

ทำเลขยกกำลังคูณเข้าไปในวงเล็บ แล้วใส่เลขชี้กำลังประกอบ แล้วนำเลขชี้กำลังมาคูณกัน

4. ระบุสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหา

- สมบัติการคูณเข้า

- สมบัติการแจกแจง

- สมบัติการคูณเลขชี้กำลัง

รูปภาพที่ 15 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 15 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จะเห็นว่า แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ด้วยภาษาของตนเอง แต่นักเรียนยังไม่ได้ระบุสมบัติของเลขยกกำลังที่จะ

นำมาใช้ เช่น $(a^m)^n = a^{mn}$ และ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน หลังจากการปรับปรุงและพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า พัฒนาการการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำและดำเนินการตามแผนที่วางไว้เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้จากการสังเกตแบบทดสอบวัดความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 2 ยังพบว่านักเรียนบางคนแสดงวิธีทำได้แต่ไม่สามารถแสดงให้สิ้นสุดจนได้คำตอบที่ถูกต้องได้ และนักเรียนส่วนใหญ่ที่มีการแสดงวิธีทำ นักเรียนกลับคำนวณตัวเลขผิด โดยเฉพาะเครื่องหมายในการดำเนินการกรณีที่มีวงเล็บหรือมีหลายพจน์ นักเรียนไม่รู้จริงในคุณสมบัติที่เลือกไว้ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา และเขียนหลักการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้แก้ปัญหานั้น ๆ ไม่ได้ ดังแสดงในภาพประกอบต่อไปนี้

พูน ปณ ทิโต ชีเว

2. จงเขียน $\frac{7\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ ให้อยู่ในรูปร่างง่าย

5. แสดงวิธีทำ

$$\frac{7\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{6}+\sqrt{5}} \cdot \frac{4\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4\sqrt{6}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{(7\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{6}) + (7\sqrt{6} \cdot -\sqrt{5}) + (3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{6}) + (3\sqrt{5} \cdot -\sqrt{5})}{(4\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{6}) + (4\sqrt{6} \cdot -\sqrt{5}) + (\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{6}) + (\sqrt{5} \cdot -\sqrt{5})}$$

$$= \frac{28(6) + (-7\sqrt{30}) + 12\sqrt{30} + 3(-5)}{16(6) + 4(-\sqrt{30}) + 4\sqrt{30} + (-5)}$$

$$= \frac{168 + 19 - 15}{96 + 16 - 5}$$

$$= \frac{172}{102}$$

รูปภาพที่ 16 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่แสดงวิธีทำถูกต้อง แต่คำนวณในขั้นตอนสุดท้ายไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรรูปปฏิบัติการที่ 2 (1)

3. จงหาค่าตอบของสมการ $\sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} = 9$

5. แสดงวิธีทำ

$$\sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} = 9$$

ยกกำลัง 2 ทั้งสองข้าง

$$3x+4 + 3x-5 = 81$$

$$3x+3x+4-5 = 81$$

$$6x-1 = 81$$

$$6x = 81+1$$

$$6x = 82$$

$$x = \frac{82}{6}$$

$$x = 12$$

รูปภาพที่ 17 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่การคำนวณไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรรูปปฏิบัติการที่ 2 (2)

$$4. \text{ จงหาเซตคำตอบของสมการ } \sqrt{4x+13} + \sqrt{x+1} = \sqrt{3x+12}$$

5. แสดงวิธีทำ

$$\sqrt{4x+13} + \sqrt{x+1} = \sqrt{3x+12}$$

$$4x+13 + 2\sqrt{4x+13} \cdot \sqrt{x+1} + x+1 = 3x+12$$

$$2\sqrt{4x+13} \cdot \sqrt{x+1} = 3x+12 - 5x-14$$

$$2\sqrt{4x+13} \cdot \sqrt{x+1} = -2x-2$$

$$2\sqrt{4x+13} = -2x-2$$

$$4 \cdot 4x+13 = 4x+4$$

$$16x+52 = 4x+4$$

$$16x-4x = 4-52$$

$$12x = -48$$

$$x = \frac{-48}{12}$$

$$x = -4$$

รูปภาพที่ 18 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่การคำนวณไม่ถูกต้อง ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 2 (3)

จากภาพประกอบที่ 16-18 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งให้เห็นว่า นักเรียนรู้วิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีทำได้ แต่มักคำนวณตัวเลข และเครื่องหมายไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงส่งผลให้การแก้ปัญหานั้น ๆ ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งนักเรียนแสดงวิธีทำได้ละเอียดถูกต้อง และเขียนได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์

$$2. \text{ จงเขียน } \frac{7\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{6}+\sqrt{5}} \text{ ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย}$$

5. แสดงวิธีทำ

$$\left(\frac{7\sqrt{6} + 3\sqrt{5}}{4\sqrt{6} + \sqrt{5}} \right) \left(\frac{4\sqrt{6} - \sqrt{5}}{4\sqrt{6} - \sqrt{5}} \right) \quad \checkmark \quad \left(\frac{A+B}{C+D} \right) \left(\frac{E-F}{E-F} \right)$$

$$= \frac{(7\sqrt{6} + \sqrt{6}) - (7\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}) + (3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{6}) - (3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})}{(4\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{6}) - (4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}) + (\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{6}) - (\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})}$$

AE AF+BE BF

$$= \frac{(28\sqrt{36}) - (7\sqrt{30}) + (12\sqrt{30}) - (3\sqrt{25})}{(16\sqrt{36}) - (4\sqrt{30}) + (4\sqrt{30}) - (125)}$$

$\frac{12}{19}$
98

$$= \frac{28\sqrt{36} + 5\sqrt{30} - 9\sqrt{5}}{16\sqrt{36} - 125} = \frac{168 + 5\sqrt{30} - 15}{96 - 5} = \frac{168 + 5\sqrt{30}}{91}$$

รูปภาพที่ 19 ตัวอย่างการดำเนินแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 19 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งให้เห็นว่า นักเรียนมีร่องรอยของการวางแผนการแก้ปัญหา สามารถเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาจากการวางแผนได้ และเขียนสัญลักษณ์ได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์

และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ หลังจากการปรับปรุงและพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 พบว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบและสรุปคำตอบได้ นั่นคือ พัฒนาการในการตรวจคำตอบของนักเรียนคือนำคำตอบสุดท้ายจากการแสดงวิธีทำไปแทนค่าตัวแปรในโจทย์ที่กำหนดได้ นักเรียนบางส่วนที่ตรวจคำตอบแล้วไม่ถูกต้อง แต่ไม่กลับไปแก้ไขในขั้นของการแสดงวิธีทำ จึงทำให้ขั้นการตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบยังไม่ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 20

4. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\sqrt{4x+13} + \sqrt{x+1} = \sqrt{3x+12}$

6. ตรวจสอบคำตอบ

แทน $x = -1$ ลงได้ $\sqrt{4(-1)+13} + \sqrt{(-1)+1} = \sqrt{3(-1)+12}$

$$\sqrt{5+13} = \sqrt{-3+12}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9}$$

$$2\sqrt{3} = 3$$

รูปภาพที่ 20 ตัวอย่างการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน ที่สามารถตรวจสอบคำตอบได้ แต่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากค่าที่ได้ในขั้นการแสดงวิธีทำไม่ถูกต้องในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 20 ตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งชี้ให้เห็นว่า นักเรียนมีการแสดงการตรวจคำตอบ แต่นักเรียนคำนวณในขั้นตรวจคำตอบผิด และไม่มีการแก้ไข ทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

จากการวิเคราะห์ข้อมูลแบบวัดความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังตาราง 21 ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียน ที่เห็นว่ามีความสนใจในแต่ละด้านและคะแนนรวมต่ำกว่าร้อยละ 60 ซึ่งจากการสัมภาษณ์ผู้วิจัยได้สรุปประเด็น ดังนี้

1. ปัญหาในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความไม่มั่นใจในการหาคำตอบ และยังมีปัญหาในการแก้สมการและการคำนวณ รวมถึงวิธีการที่นำมาใช้ในการหาคำตอบ ซึ่งเห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“ผมแก้สมการไม่ได้ ลับสนวิธีการแก้สมการ จึงทำให้หาคำตอบไม่ได้”

(นักเรียนคนที่ 2, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูแก้สมการไม่ได้ บางทีแก้ไปแล้วทำต่อไปไม่ได้”

(นักเรียนคนที่ 8, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูลืบลับสนวิธีการแก้สมการ จึงทำให้คำนวณผิด”

(นักเรียนคนที่ 29, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

2. ปัญหาในขั้นตรวจสอบคำตอบ จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนยังแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง ตรวจสอบแล้วคำตอบผิดไม่มีการกลับไปแก้ไข เมื่อมีการตรวจสอบที่หลายขั้นตอน นักเรียนกลัวไม่ทันเวลาจึงข้ามขั้นตอนในการตรวจสอบไป และปัญหาที่สำคัญคือนักเรียนแสดงวิธีทำในขั้นดำเนินการตามแผนได้ไม่เสร็จสิ้น จึงทำให้ตรวจสอบคำตอบไม่ได้ ซึ่งเห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูรู้ว่าต้องตรวจคำตอบอย่างไรคะ แต่มันหลายขั้นตอนหนูกลัวไม่ทันเวลา หนูเลยไม่ตรวจคำตอบ”

(นักเรียนคนที่ 20, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

“หนูแสดงวิธีทำไม่ได้ แสดงแล้วมันผิดเลยทำให้นำคำตอบมาตรวจคำตอบไม่ได้”

(นักเรียนคนที่ 25, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

จากการวิเคราะห์ประเด็นที่ได้จากแบบสัมภาษณ์นักเรียนในปัญหาแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา พบว่า นักเรียนยังมีปัญหาในขั้นของการดำเนินการแก้ปัญหาและขั้นของการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งในขั้นของการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนมี

ปัญหาในการคำนวณ และแก้สมการ ส่วนในขั้นของการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนยังไม่สามารถนำคำตอบที่ได้ไปแสดงการตรวจคำตอบได้และเมื่อดำเนินการแก้ปัญหาไม่สิ้นสุดส่งผลให้นักเรียนข้ามขั้นตอนของการตรวจสอบคำตอบไป

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ในประเด็นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งจากการสัมภาษณ์สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนมีความต้องการให้มีการจัดการเรียนรู้แบบเป็นคู่หรือเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้สามารถปรึกษากันกับเพื่อนได้ เมื่อตามไม่ทันจะได้ให้เพื่อนช่วยสอนได้ ซึ่งเห็นได้จากแนวคำตอบของนักเรียน ดังนี้

“หนูอยากให้มีการจัดการเรียนเป็นคู่ค่ะ จะได้มีเพื่อนช่วยคิด จะได้ปรึกษากันได้เวลาที่ไม่เข้าใจหรือตามไม่ทัน”

(นักเรียนคนที่ 29, 19 มกราคม 2562: สัมภาษณ์)

จากการวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์นักเรียน จะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ยังมีนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม จากการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียนและแบบบันทึกพฤติกรรมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนยังพบว่า นักเรียนยังขาดแรงจูงใจในการเรียนรู้ เมื่อมีข้อสงสัยในการทำแบบฝึกทักษะนักเรียนบางคนไม่กล้าถามครูผู้สอน เพราะเห็นว่าต้องรอคิวในการตอบคำถามจากเพื่อน และนักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาในขั้นของการวางแผนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลของวงจรปฏิบัติการนี้ไปออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 โดยผู้วิจัยได้นำเทคนิคเพื่อนคู่คิดเพิ่มสื่อการเรียนรู้ที่หลากหลายให้นักเรียนได้เข้าถึงเนื้อหาได้ง่าย และใช้คำถามที่มีข้อบ่งชี้ในการตอบชี้ทางให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มต่อไป

วงจรปฏิบัติการที่ 3

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมคือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นของการสอน ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เนื้อหาที่ใช้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ประกอบด้วย เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล สมการเอกซ์โพเนนเชียล และการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งผู้วิจัยได้ให้ความสำคัญกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ และใช้กิจกรรมเพื่อนคู่คิด โดยให้ครูผู้สอนจับคู่ให้นักเรียนที่เก่งคู่กับนักเรียนที่

อ่อน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม Geogebra ในการแสดงตัวอย่างและตรวจสอบคำตอบ เพื่อให้ นักเรียนเห็นภาพการแก้ปัญหา ใช้คำถามที่มีข้อบ่งชี้ในการตอบชี้ทางให้นักเรียน และอัดวิดีโอการสอน ทบทวนเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียนและเฉลยการบ้านอย่างละเอียดลงในโซเชียลที่นักเรียนนิยม ได้แก่ Facebook และ YouTube เพื่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน โดยแต่ละขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏ ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 22 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน จาก การทดสอบท้ายวงจรถูกปฏิบัติครั้งที่ 3

วงจรถูกปฏิบัติ	กระบวนการแก้ปัญหา	คะแนน			
		เต็ม	เฉลี่ย	S.D.	ร้อยละ
3	1. ทำความเข้าใจปัญหา	12	11.88	0.34	99.00
	2. วางแผนแก้ปัญหา	12	8.34	3.38	69.50
	3. ดำเนินการตามแผน	12	7.88	1.91	65.67
	4. ตรวจสอบคำตอบ	12	6.97	2.42	58.08

จากตารางที่ 22 พบว่า วงจรถูกปฏิบัติครั้งที่ 3 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผน แก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) ตรวจสอบคำตอบ จากแบบทดสอบท้ายวงจรถูกปฏิบัติพบว่าใน ขั้นที่ 1 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ย 11.88 (*S.D.* 0.34) ขั้นที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 8.34 (*S.D.* 3.38) ขั้น ที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 7.88 (*S.D.* 1.91) และขั้นที่ 4 ได้คะแนนเฉลี่ย 6.97 (*S.D.* 2.42) คิดเป็นร้อยละ 99.00, 69.50, 65.67 และ 58.08 ของคะแนนเต็ม ตามลำดับ

นอกจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ในวงจรถูกปฏิบัติครั้งที่ 3 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ตามองค์ประกอบแต่ละขั้นเป็นรายบุคคล ดัง ตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 23 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นของ
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของ โพลยา				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ขั้นที่ 1 (12)	ขั้นที่ 2 (12)	ขั้นที่ 3 (12)	ขั้นที่ 4 (12)		
1	12	9	8	7	36	75.00
2	11	4	5	4	24	50.00
3	12	11	9	7	39	81.25
4	12	8	6	9	35	72.92
5	12	7	6	7	32	66.67
6	12	11	6	5	34	70.83
7	12	10	7	8	37	77.08
8	12	10	7	7	36	75.00
9	12	12	9	8	41	85.42
10	12	11	7	8	38	79.17
11	12	12	12	11	47	97.92
12	12	7	7	6	32	66.67
13	12	8	9	6	35	72.92
14	12	12	11	12	47	97.92
15	12	6	8	6	32	66.67
16	12	12	7	8	39	81.25
17	12	10	11	10	43	89.58
18	12	9	6	4	31	64.58
19	12	9	11	12	44	91.67
20	12	7	6	6	31	64.58
21	11	8	8	7	34	70.83
22	12	7	8	7	34	70.83

ตารางที่ 23 ตารางวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามชั้นของ
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยา รายบุคคล ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 (ต่อ)

นักเรียน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของ โพลยา				รวม (48)	ร้อยละ (100)
	ชั้นที่ 1 (12)	ชั้นที่ 2 (12)	ชั้นที่ 3 (12)	ชั้นที่ 4 (12)		
23	11	2	7	3	23	47.92
24	12	3	8	3	26	54.17
25	12	0	7	5	24	50.00
26	12	11	6	5	34	70.83
27	12	0	11	6	29	60.42
28	12	11	9	9	41	85.42
29	12	9	6	3	30	62.50
30	12	9	9	8	38	79.17
31	12	11	10	10	43	89.58
32	11	11	5	6	33	68.75
\bar{X}	11.88	8.34	7.88	6.97	35.06	73.05
ร้อยละ	99.00	69.50	65.67	58.08	-	-

จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยพบว่าในชั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 99.00 ชั้นวางแผนแก้ปัญหานักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 62.00 และชั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 65.67 ของคะแนนเต็ม แต่ในตรวจสอบคำตอบนั้น นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 58.08 ของคะแนนเต็ม

จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 3 ซึ่งให้เห็นว่า

ชั้นที่ 1 ชั้นทำความเข้าใจปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พัฒนาการความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ซึ่งนักเรียนมีการเขียนระบุและเขียนตอบคำถามได้ชัดเจนและครบถ้วนมากยิ่งขึ้น ดังแสดงในภาพประกอบที่ 22

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. โจทย์ต้องการหาอะไร

เขียนกราฟของฟังก์ชัน พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

2. สิ่ง โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$$

รูปภาพที่ 21 ภาพตัวอย่างการเขียนตอบในชั้นทำความเข้าใจปัญหา จากแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นที่ 2 ชั้นวางแผนแก้ปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พัฒนาการความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด โพลยา จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนมีการวางแผนและเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนเขียนอธิบาย ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ละเอียดและถูกต้องมากขึ้น ดังแสดงในภาพประกอบต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1. หาจุดทศ

2. กำหนดค่า x

3 แทนค่า x เพื่อหาค่า y

รูปภาพที่ 22 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1)

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ของนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1. แทนค่า x เป็นตัวเลขใดๆ ใน x และ y ในสมการ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

2. หาค่าความสัมพันธ์ของ x และ y

รูปภาพที่ 23 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2)

2. จงหาค่าของ x จากสมการ $5^{2x-4} = 5^{4-2x}$

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

จำนวนเหมือนกันแล้วลดฐานนำเลขที่ค่าคงมาแก้สมการหาค่า x

รูปภาพที่ 24 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรถูกปฏิบัติกรที่ 3 (3)

3. จงหาเซตคำตอบของสมการ $3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1 กระจายเลขที่ค่าคงออก

2 สมมติค่า $A = 3^x$

3 แยกตัวประกอบเส้นตรงวงเล็บ

4 แทนค่า $A = 3^x$

รูปภาพที่ 25 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรถูกปฏิบัติกรที่ 3 (4)

จากรูปภาพที่ 21-25 ภาพตัวอย่างการเขียนอธิบายวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรถูกปฏิบัติกรที่ 3 จะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผน โดยเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนในวงจรถูกปฏิบัติกรที่ 3 ซึ่งนักเรียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน

4. จงหาเซตคำตอบของสมการ $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-2x} > \frac{8}{27}$

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

ทำเลขฐาน 10 แล้วนำค่าไปคูณกับเลขฐาน 10 แล้วนำค่าไปคูณกับเลขฐาน 10

ในอยู่ในข้อนี้กับเลขฐาน 10

รูปภาพที่ 26 ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 18 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

จากรูปภาพที่ 26 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการหาเซตคำตอบของสมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน หลังจากการปรับปรุงและพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถแสดงวิธีทำ หรือดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีความรอบคอบในการคำนวณมากขึ้น สังเกตได้จากการแสดงวิธีทำที่นักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังแสดงในรูปภาพต่อไปนี้

4. แสดงวิธีทำ

วิธีทำ. สม. 6 $2x - 1 = 1 - 2x$

$2x - 1 = 1 - 2x$

$2x + 2x = 1 + 1$

$4x = 2$

$x = \frac{2}{4}$

$x = \frac{1}{2}$

รูปภาพที่ 27 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1)

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

4. แสดงวิธีทำ

วิธีทำ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

$y = \left(\frac{2}{1}\right)^x$

$y = \frac{2^x}{1^x}$

$y = 2^x$

x	-1	0	1	2	3
y	1/2	1	2	4	8

รูปภาพที่ 28 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2)

3. จงหาเซตคำตอบของสมการ $3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$

4. แสดงวิธีทำ

จาก $3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$

$(3^x)^2 \cdot 3^1 + 9 - 28(3^x) = 0$

$3(3^x)^2 + 9 - 28(3^x) = 0$

แทนค่า $3^x = A$ ลงในสมการ

$3A^2 - 28A + 9 = 0$

$(3A - 1)(A - 9) = 0$

$3A - 1 = 0$ หรือ $A = \frac{1}{3}$

แทนค่า $A = 3^x$ แทนค่า $A = \frac{1}{3}$

กรณี $A = 9$ แทนค่า $A = \frac{1}{3}$

$3^x = 9$ แทนค่า $A = \frac{1}{3}$

$3^x = 3^2$ แทนค่า $A = \frac{1}{3}$

$x = 2$ แทนค่า $A = \frac{1}{3}$

$3^x = 3^{-1}$

$x = -1$

เซตคำตอบของสมการ คือ $\{2, -1\}$

รูปภาพที่ 29 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 3 (3)

จากภาพประกอบที่ 27-29 ภาพตัวอย่างการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำยวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่านักเรียนสามารถแสดงวิธีทำได้ และเขียนถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง การเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ซึ่งนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

3. จงหาค่าตอบของสมการ $3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

1. ทั่วไปให้สมการ ผิดยกเท่ากับสอง

2. ที่ฐานให้เท่ากัน

3. แยกตัวประกอบ

4. แยกตัวเลขข้างล่าง

4. แสดงวิธีทำ

$3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$ $3^{2x+1} + 9 - 28(3^x) = 0$ $3(3^{2x}) - 28(3^x) + 9 = 0$ <p>ให้ A แทน 3^x A^2 แทน 3^{2x}</p> $3A^2 - 28A + 9 = 0$ $(3A - 1)(A - 9) = 0$	<p>ให้ $3^x = 3^x$ จะได้ $3^x = \frac{1}{3}$ $3^x = 3^{-1}$ $x = -1$</p>
$3A - 1 = 0$ $A = \frac{1}{3}$	<p>ให้ $3^x = 3^x$ จะได้ $3^x = 9$ $3^x = 3^2$ $x = 2$</p>

รูปภาพที่ 30 ตัวอย่างการดำเนินแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 19 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

จากรูปภาพที่ 30 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำตามแผนที่วางไว้ได้อย่างถูกต้อง เขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการหาค่าตอบได้อย่างชัดเจน

และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ หลังจากการปรับปรุงและพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่า นักเรียนตรวจสอบคำตอบและเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ดังแสดงในภาพประกอบต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

5. สรุปคำตอบที่ได้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เพราะเหตุใด

∴ ค่า x เพิ่มขึ้นทำให้ค่า y ลด จึงเป็นฟังก์ชันลด

รูปภาพที่ 31 ภาพตัวอย่างการสรุปคำตอบของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 3 (1)

2. จงหาค่าของ x จากสมการ $5^{2x-4} = 5^{4-2x}$
<p>5. ตรวจสอบคำตอบ</p> <p>แทนค่า $x = 2$ ในสมการ $5^{2x-4} = 5^{4-2x}$</p> <p>จะได้ $5^{2(2)-4} = 5^{4-2(2)}$</p> <p>$5^0 = 5^0$</p> <p>$1 = 1$ ถูกต้อง ✓</p>

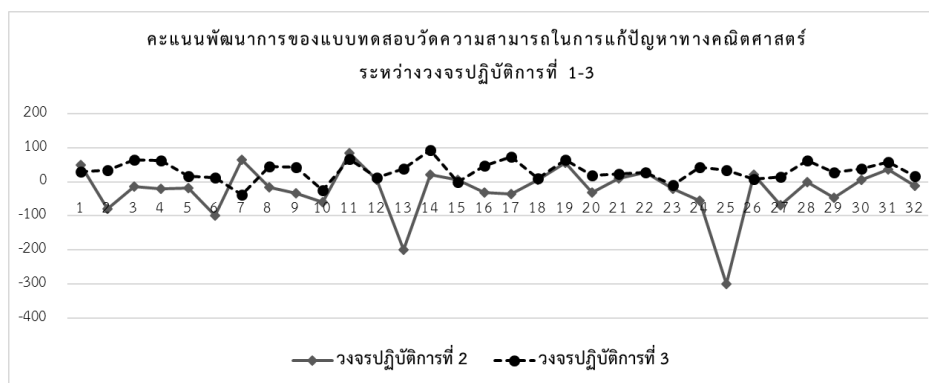
รูปภาพที่ 32 ภาพตัวอย่างการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 (2)

จากรูปภาพที่ 31-32 ภาพตัวอย่างการตรวจสอบและสรุปคำตอบของนักเรียน จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง และสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในวงจรปฏิบัติการที่ 3 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาสูงขึ้น ซึ่งจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 73.05 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของกลุ่มเป้าหมาย

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาพัฒนาการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ศึกษาคะแนนพัฒนาการของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ใช้คะแนนท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สูตรคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ ผลของคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนแสดงได้ ดังภาพประกอบที่ 29



รูปภาพที่ 33 คะแนนพัฒนาการของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ระหว่างวงจรปฏิบัติการที่ 1-3

จากรูปภาพที่ 33 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีคะแนนพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 3 สูงขึ้นกว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 1 จากคะแนนพัฒนาการดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น แต่เมื่อพิจารณาคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์แล้วทำให้รู้ว่า นักเรียนแต่ละคนมีคะแนนพัฒนาการเพิ่มขึ้นมากหรือน้อยแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสนใจในการเรียนและความถนัดของแต่ละบุคคล ซึ่งสามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 24 จำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

เกณฑ์คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ	นักเรียน (คน)	ร้อยละ
76 - 100	พัฒนาการระดับสูงมาก	1	3.13
51 - 75	พัฒนาการระดับสูง	7	21.87
26 - 50	พัฒนาการระดับสูงกลาง	11	34.37
0 - 25	พัฒนาการระดับต้น	13	40.63

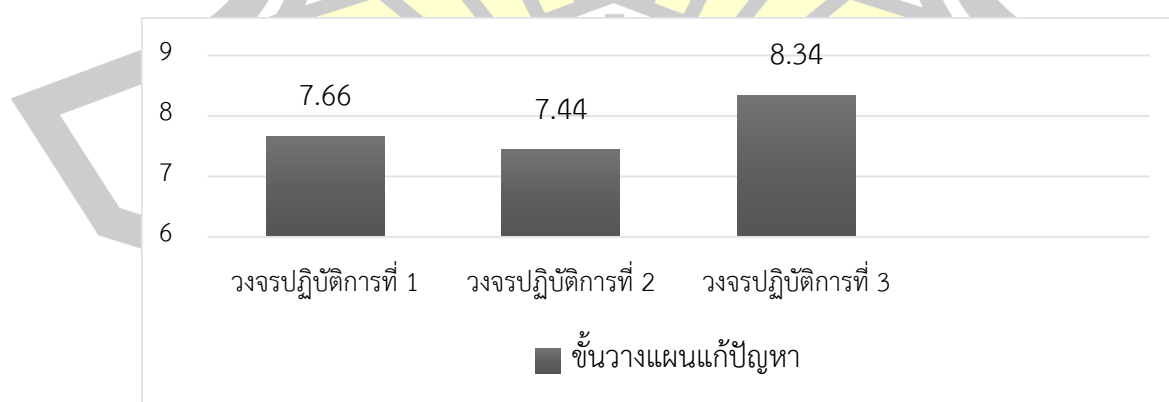
จากตารางที่ 24 นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีคะแนนพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการระดับสูงมาก จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 3.13 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีพัฒนาการระดับสูง จำนวน 7 คน คิดเป็น

ร้อยละ 21.87 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีพัฒนาการระดับสูงกลาง จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 34.37 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และนักเรียนจำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 40.63 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีพัฒนาการระดับต้น แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีคะแนนพัฒนาการเพิ่มขึ้น ปรากฏดังภาพประกอบต่อไปนี้



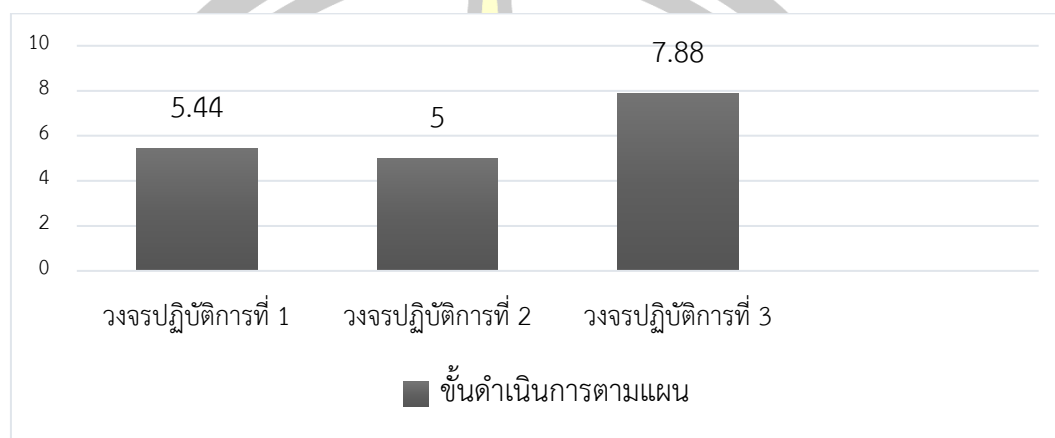
รูปภาพที่ 34 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา
ระดับความเข้าใจปัญหา

จากรูปภาพที่ 34 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระดับความเข้าใจปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 11.72 11.53 และ 11.88 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับความเข้าใจปัญหา สูงกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 1 และวงจรปฏิบัติการที่ 2



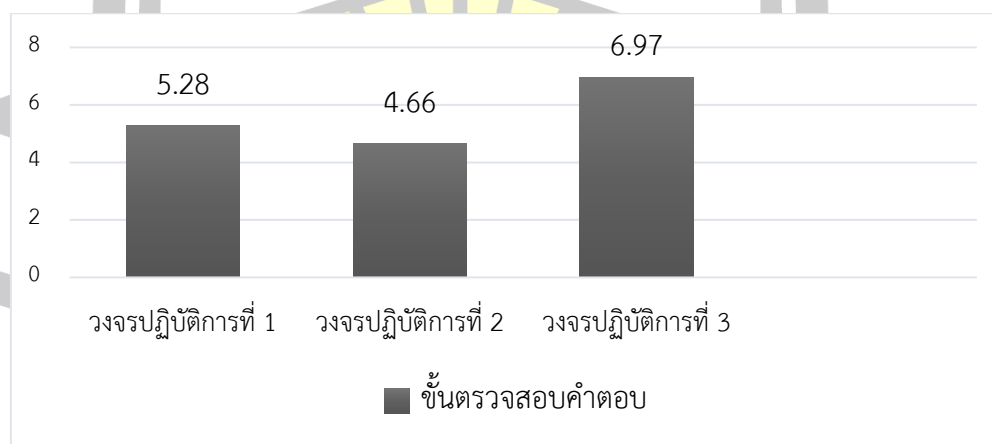
รูปภาพที่ 35 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยา
ระดับวางแผนแก้ปัญหา

จากรูปภาพที่ 35 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นวางแผนแก้ปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 7.66 7.44 และ 8.34 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นวางแผนแก้ปัญหา สูงกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 1 และวงจรปฏิบัติการที่ 2



รูปภาพที่ 36 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา
ชั้นดำเนินการตามแผน

จากรูปภาพที่ 36 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นดำเนินการตามแผน ในวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.44 5.00 และ 7.88 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นดำเนินการตามแผน สูงกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 1 และวงจรปฏิบัติการที่ 2



รูปภาพที่ 37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา
ชั้นตรวจสอบคำตอบ

จากรูปภาพที่ 37 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นตรวจสอบคำตอบ ในวงจรปฏิบัติการที่ 1-3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 5.28 4.66 และ 6.97 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นตรวจสอบคำตอบ สูงกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 1 และวงจรปฏิบัติการที่ 2

จากภาพประกอบที่ 34 - 37 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดหลังสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 3 มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการสรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ดังนี้

5.1 ความมุ่งหมายของงานวิจัย

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

5.2 สรุปผล

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 62.70 ของคะแนนเต็ม วงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 59.64 ของคะแนนเต็ม และวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 73.05 ของคะแนนเต็ม ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

5.3 อภิปรายผล

ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา โดยได้ทำการพัฒนาทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งแต่ละวงจรปฏิบัติการได้ผลดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ที่ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดโพลยาแต่ละขั้นตอนเท่าๆ กัน เพื่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 30.09 คิดเป็นร้อยละ 62.68 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 62.50 ของนักเรียน

กลุ่มเป้าหมาย ซึ่งในวงจรปฏิบัติการนี้ แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาสามารถทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งอาจเป็นเพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยามีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน เข้าใจง่าย นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง มีการคิดอย่างเป็นระบบ ได้ฝึกฝน จึงทำให้เข้าใจและเกิดทักษะมากขึ้น กล่าวคือ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอ่านโจทย์และทำความเข้าใจว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมา และโจทย์ต้องการทราบอะไร เพื่อนำข้อมูลไปใช้ในการวางแผนในขั้นตอนไป ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนนำข้อมูลที่ได้อามาวิเคราะห์และเชื่อมโยง เพื่อหาหลักการและวิธีการที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยระบุเงื่อนไขจากโจทย์ จัดลำดับในการแก้ปัญหา และเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ดีและเหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนลงมือปฏิบัติ แสดงวิธีทำ และคำนวณคำตอบตามแผนที่วางไว้ และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ นักเรียนนำคำตอบที่ได้มอย้อนกลับและทบทวนในขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วราจกานา สำอางค์ (2560) พบว่าวิธีสอนตามขั้นตอนการสอนของโพลยาทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์ คิดแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน และเป็นระบบ มีขั้นตอนชัดเจน ง่ายต่อการเข้าใจ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ตลอดจนนำความรู้ หลักการ การคิด คำนวณ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น นักเรียนได้เรียนรู้แล้วนักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้นทำให้เกิดทักษะการคิดมากขึ้นจึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น แต่ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นี้ ยังพบว่ามีนักเรียน อีกร้อยละ 37.50 ที่ยังมีคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ จากการสัมภาษณ์และการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มนี้อาจจะยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนรูปแบบใหม่จึงทำให้แสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อย ซึ่งนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ แต่นักเรียนขาดความสนใจ ไม่มีความมั่นใจในการตอบคำถาม กังวลในการเขียนคำตอบ และใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานทำให้เวลาไม่เพียงพอส่งผลให้ได้ฝึกการแก้ปัญหาน้อย ดังนั้น การจะพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้นนั้น ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้มีแนวคิดว่านักเรียนต้องได้รับการฝึกฝนกับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ฝึกทำอยู่เป็นประจำจนเกิดความชำนาญ นักเรียนจะได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีเพื่อที่จะนำไปใช้กับการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

นำไปสู่การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ซึ่งวงจรปฏิบัติการนี้ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาเช่นเดิม แต่ให้ความสำคัญกับขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบ โดยผู้วิจัยได้เปลี่ยนรูปแบบของคำถามที่ใช้ให้มีความชัดเจนขึ้น เป็นคำถามที่มีลักษณะบ่งชี้ให้ตอบ ให้นักเรียนเขียนในภาษาของตนเอง โดยให้ตัวอย่างการแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยา และเพิ่มปัญหาที่มีโครงสร้างของปัญหาที่

คล้ายคลึงกันหลากหลายรูปแบบแต่ไม่มีคำถามตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ให้นักเรียนเผชิญและฝึกฝนการแก้ปัญหามากขึ้น ในวงจรปฏิบัติการนี้นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 28.63 จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.65 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 1 แต่มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 65.63 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ที่เป็นเช่นนี้อาจจะเนื่องมาจากเนื้อหาใหม่และยากขึ้น นักเรียนขาดความรู้พื้นฐาน ขาดเทคนิคที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา เมื่อไม่เข้าใจไม่กล้าถามครูผู้สอน และที่สำคัญนักเรียนส่วนมากขาดความรอบคอบ คำนวนผิดพลาด จึงส่งผลให้นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยในการแก้ปัญหาน้อยลง ซึ่งมีงานวิจัยของธัญญา แนวดวง (2561) ได้พบว่า เมื่อใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ แล้วให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและอภิปรายกับเพื่อนแล้วนำข้อสรุปไปประยุกต์ใช้ในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของตัวเอง นักเรียนจะมีความเข้าใจมากขึ้น จนทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดของตนเองให้รู้จักการสังเกต คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และหาข้อสรุปด้วยตนเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ สิริพร ทิพย์คง (2559) ที่กล่าวว่า การอภิปรายร่วมกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน ทำให้นักเรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ ได้ทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟัง ตลอดจนทักษะการคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

นำไปสู่**วงจรปฏิบัติการที่ 3** ในวงจรปฏิบัติการนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาให้ความสำคัญกับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ ใช้กิจกรรมเพื่อนคู่คิด โดยให้นักเรียนที่เก่งคู่กับนักเรียนที่อ่อน และใช้คำถามที่บ่งชี้ให้ตอบ นอกจากนั้นผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม Geogebra ในการแสดงตัวอย่างและตรวจสอบคำตอบ เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพการแก้ปัญหา และอัดวิดีโอการสอนทบทวนเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียนและเผยแพร่บ้านอย่างละเอียดลงในโซเชียลที่นักเรียนนิยม ได้แก่ Facebook และ YouTube เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 35.05 จากคะแนนเต็ม 48 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.05 ของคะแนนเต็ม ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และมีนักเรียนผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย แสดงให้เห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาที่มีสื่อหลากหลาย ให้นักเรียนได้ปฏิบัติเอง โดยมีเพื่อนคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนด้วยกันพึ่งพาอาศัยกันในการเรียนรู้ คนอ่อนได้เรียนรู้จากคนที่เก่งกว่า ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด กล้าแสดงความคิดเห็น เป็นคู่หูในการช่วยกันเรียน ให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้การใช้คำถามในการบ่งชี้ให้ตอบยังช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในคำตอบ กล้าเขียนตอบคำถามมากขึ้น จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ สมบัติ การจนารักษ์พงศ์ (2547) และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ควรคิด ชูรัตน์ (2560) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการการสอนแบบโพลยาร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ช่วยส่งเสริม

การค้นพบความรู้ การแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยพบว่า คะแนนหลังเรียนสูงกว่าคะแนนก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และหลังจากสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่ 3 ยังมีนักเรียนอีกจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 12.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ยังมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ไม่ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เนื่องจากนักเรียนไม่มีแรงจูงใจในการเรียน มองวิชา คณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่ยาก ไม่มีความพยายามในการเรียนรู้ และขาดเรียนบ่อย ทำให้เรียนไม่ทัน เพื่อนและไม่เข้าใจในเนื้อหาที่เรียน

จากการวิจัยในครั้งนี้พอสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยา เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสมวิธีหนึ่งกับการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาของนักเรียน ทั้งนี้การนำการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ได้ดี มีความกระตือรือร้นในการเรียน มีแรงจูงใจที่จะทำให้คู่ของตัวเองได้คะแนนมากที่สุด ทำให้นักเรียนที่อ่อนพยายามเรียนรู้ นักเรียนที่เก่งคอยช่วยสอนให้อย่างสุดความสามารถ และยังเหมาะสม กับวัยของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะทางด้านสังคม การคิด การแก้ปัญหา รวมทั้ง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น นอกจากนี้การพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้นยังขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่นอีก เช่น สื่อการสอน ควรมีความ หลากหลาย น่าสนใจ เข้าถึงง่าย เพื่อให้นักเรียนเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมตามความสนใจของนักเรียน ลักษณะของคำถาม คำถามที่มีลักษณะบ่งชี้ให้ตอบจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในคำถาม ช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

5.4 ข้อเสนอแนะ

4.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

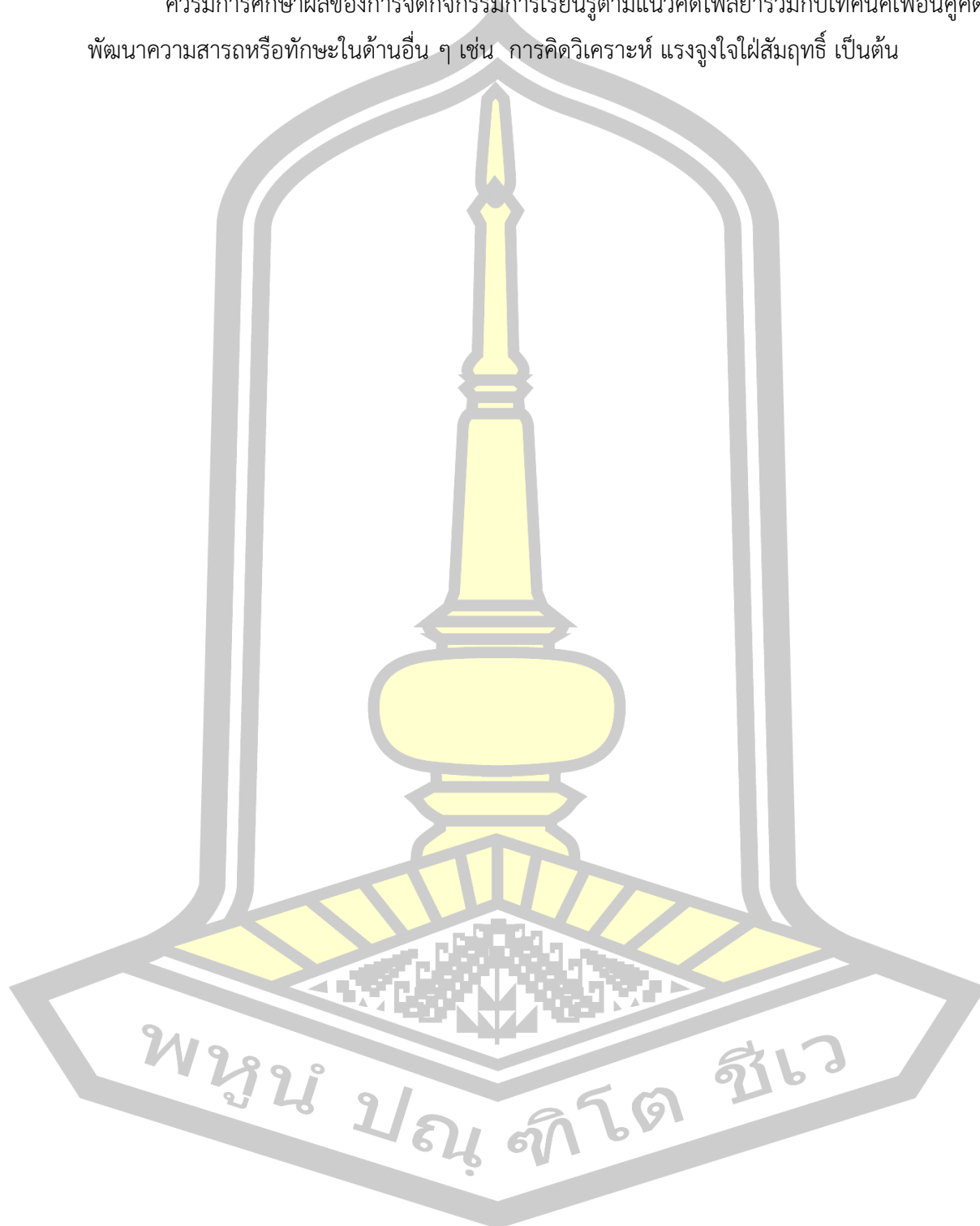
4.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาเป็นกิจกรรมที่นักเรียนต้องปฏิบัติด้วยตนเอง ผู้สอนควรคำนึงถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล ซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานเดิมไม่เท่ากัน ดังนั้นผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา มีกิจกรรม สื่อที่หลากหลาย และเสริมแรง ด้วยบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้

4.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมค่อนข้างมากผู้สอนควรปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลา

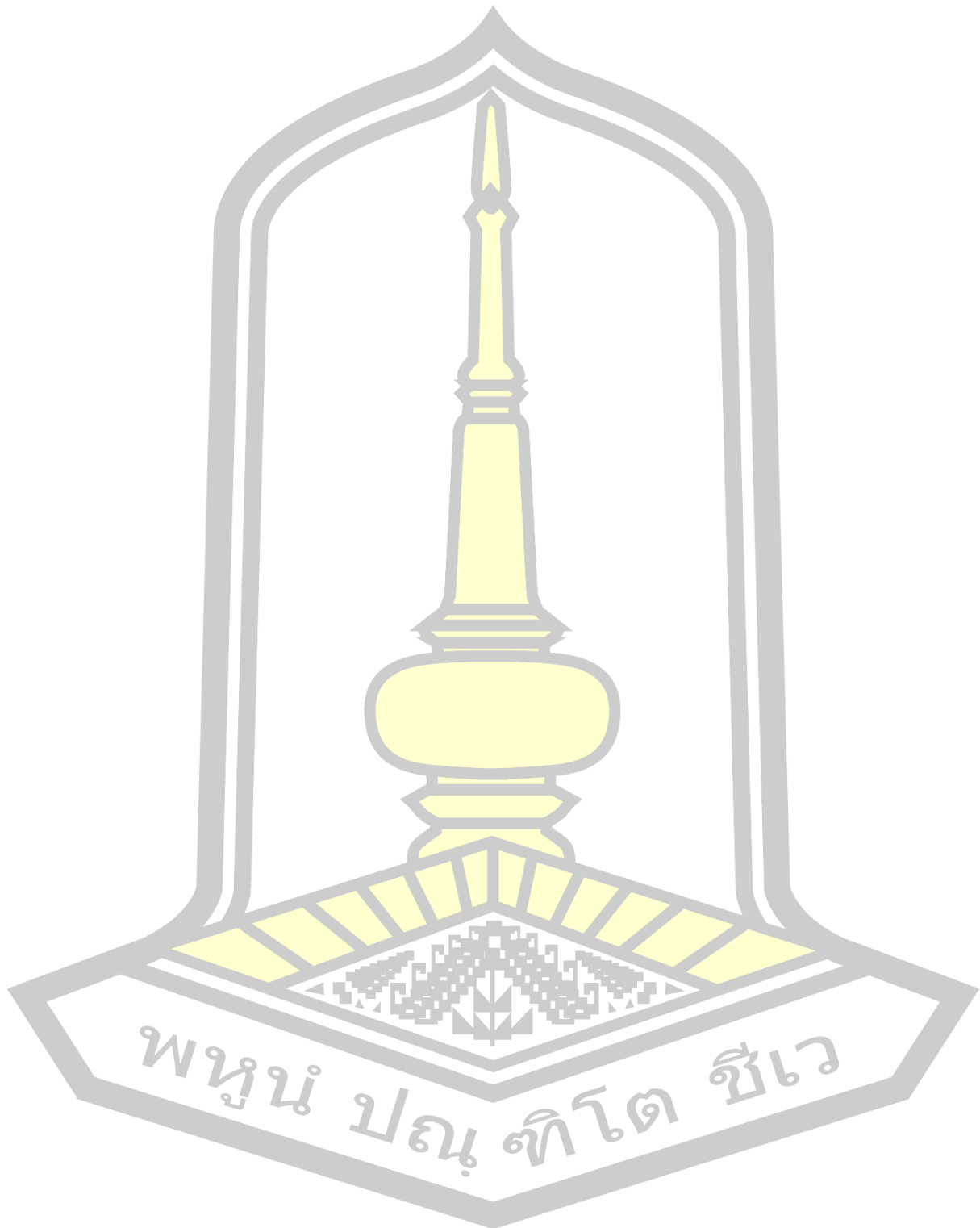
4.1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาในชั้นการวางแผนการแก้ปัญหาควรฝึกให้นักเรียนเขียนอธิบายตามความเข้าใจและสามารถใช้ภาษาของตนเองได้ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เทคนิคในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จะทำให้นักเรียนนำไปใช้ในขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาได้

4.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พัฒนาความสามารหรือทักษะในด้านอื่น ๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เป็นต้น



บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). *คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์(ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง 2560)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาญจนา บุญส่ง. (2542). *หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ)*. เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.
- ควรรคิด ชูรัตน์, ส. ม. (2560). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยวิธีสอนแบบบูรณาการการสอนแบบโพลยา ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด. *รายงานการประชุมวิชาการและนำเสนอผลการวิจัย ระดับชาติและนานาชาติ กลุ่มระดับชาติ ด้านการศึกษา*, 332–345.
- คำสั่งแต่งตั้งคณะกรรมการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560). (2561). *หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนสารคามพิทยาคม*. มหาสารคาม.
- จิรวาตี เกษี. (2560). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ณัฐพร นวนสาย. (2559). การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *บทความฉบับเต็ม ภาคบรรยาย การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2554*, 195–204.
- ธนวรรณ แก้ววิเชียร. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามเทคนิค K-W-D-L โดยใช้กระบวนการร่วมมือ THINK-PAIR-SHARE เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. *วารสารดุสิตบัณฑิตทางสังคมศาสตร์*, 7(1), 16–28.
- ธีรพล ปากเพียรกิจ. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ธีรยุทธ ภูเขาก. (2550). การศึกษาประสิทธิภาพโมเดลสมการโครงสร้าง 3 รูปแบบในการศึกษาปัจจัยด้านเชาวน์ปัญญาและเชาวน์อารมณ์ที่ส่งผลต่ออัตราพัฒนาการวิชาคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นิตยา ศรีดาราร. (2557). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซีปปา (CIPPA Model) ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง อสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2555). วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย (ครั้งที่ 6). กทม.: ประสานการพิมพ์.
- ประยูร อาษานาม. (2537). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปราณี แสนสามารถ. (2557). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พรทิพา เมืองโคตร. (2559). ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร. วารสารศึกษาศาสตร์, 27(3).
- พิชญาภา สีนามะ. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. The 2nd Academic Science and Technology Conference (ASTC 2014).
- ไพริน ขุนเพชร. (2554). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีการสอนของโพลยาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านชายคลอง จังหวัดสงขลา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ภิญญาดา กลับแก้ว. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้รูปแบบ SSCS โรงเรียน มอ.วิทยานุสรณ์ จังหวัดสงขลา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์, 5, 485-486.
- รัชชนนท์ แกะมา. (2557). ปฏิรูปตนเองในศตวรรษที่ 21. วารสารวิชาการ ปชมท, 3(3), 1.
- ลักขณา สริวัฒน์. (2557). จิตวิทยาสำหรับครู. กรุงเทพฯ: โอ.เอส. พรินติ้ง เฮ้าส์.

- วชิราภรณ์ ชำนิ. (2555). ผลของการใช้แบบฝึกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรรณชนก อ้วนพรมมา. (2560). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *Journal of Education Khon Kaen University (Graduate Studies Research)*, 11(4), 154–166.
- วรางคณา สำอางค์. (2560). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของโพลยา. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม*, 11(1), 52–61.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช.
- วีระ สุดสังข์. (2550). *การคิดวิเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (7th ed.)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *การวัดประเมินผลเพื่อคุณภาพการเรียนรู้และตัวอย่างข้อสอบจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)*. กรุงเทพฯ: เซเว่นพรีนติ้งกรุ๊ป.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (3rd ed.)*. กรุงเทพฯ: 3-คิ้ว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (2nd ed.)*. กรุงเทพฯ: ส เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)*.
- สมถวิล วิจิตรวรรณ. (2543). *การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลโค้งพัฒนาการที่มีตัวแปรแฝง โมเดลพหุระดับและโมเดลกึ่งซิมเพลกซ์ในการวัดการเปลี่ยนแปลงระยะยาวชนิดตัวแปรเดียว และตัวแปรพหุ*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สมบัติ การจรรยาภักษ์พงศ์. (2547). 29 เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย: การเรียนแบบร่วมมือ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ธารอักษร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระบบความคิด. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- อรชร ญบุญเต็ม. (2550). *การศึกษาศามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรุณี อ่อนสวัสดิ์. (2537). *การพัฒนาวิธีวัดการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้*. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพัน ชัยฤทธิ์. (2559). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคการจัดกลุ่มแบบรายบุคคล (TAI) เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดแก้ปัญหา และเจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- อุทัย เพชรช่วย. (2532). การสอนโจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค 4 คำถาม. *สารพัฒนาหลักสูตร*, 86(2), 48-54.
- Anderson, K.B., and R. E. P. (1973). "Problem-Solving in Mathematics." In *The Learning of Mathematics : It's Theory and Practices*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Burks, L. C. (1994). The Use of Writing as a Means of Teaching Eight Grade Students to Use Executive Process and Heuristic Strategies to Solving Mathematical Problem (Problem Solving). *Dissertation Abstracts Internationa*, 54(11), 4019-A.
- Chan, K. S. and F. S. (2006). Computer-Assisted Learning for Mathematical Problem Solving. *Computer & Education*, 40(2), 140-151.
- Clyde, C. G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: Ronald Press.

Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, L. J. (1992). *Teaching and Elementary and Middle School Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company.

Heimer, Raph T. and Trueblood, C. R. (1977). *Strategies for Teaching Children Mathematics* (Addison-Wesley Publishing Company, Ed.). Washington D.C.:

Lyman, F. (1987). *Think - Pair - share: An Expanding Teaching Technique: MAA-CIE Cooperative News*.

Millis, Barbara J; & Cottell, P. G. (1998). *Cooperative Learning for Higher Education Faculty*. U.S.A. Phoenix: Oryx Press.

New South Wales Edu. (2006). Think-Pair Share.

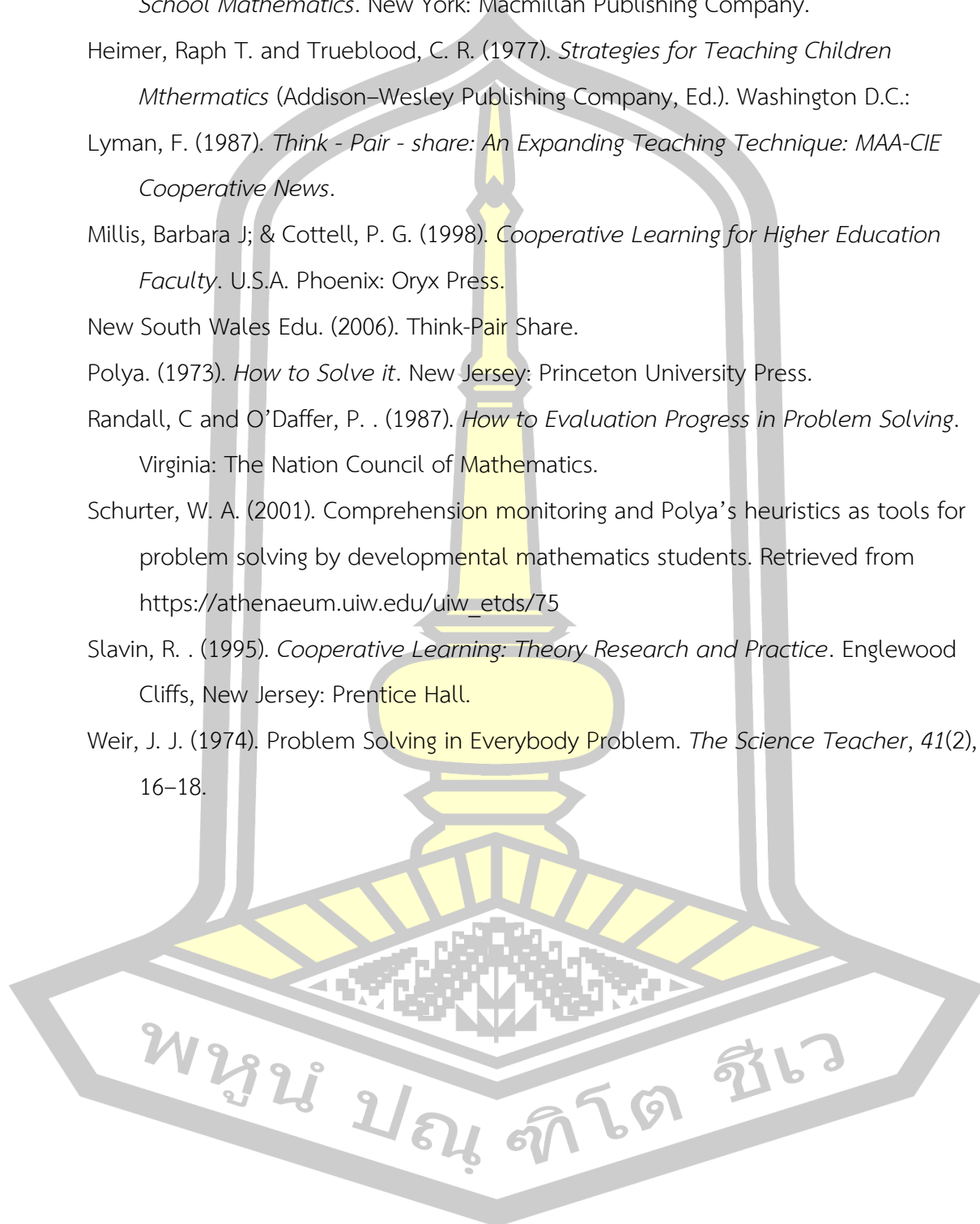
Polya. (1973). *How to Solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Randall, C and O'Daffer, P. . (1987). *How to Evaluation Progress in Problem Solving*. Virginia: The Nation Council of Mathematics.

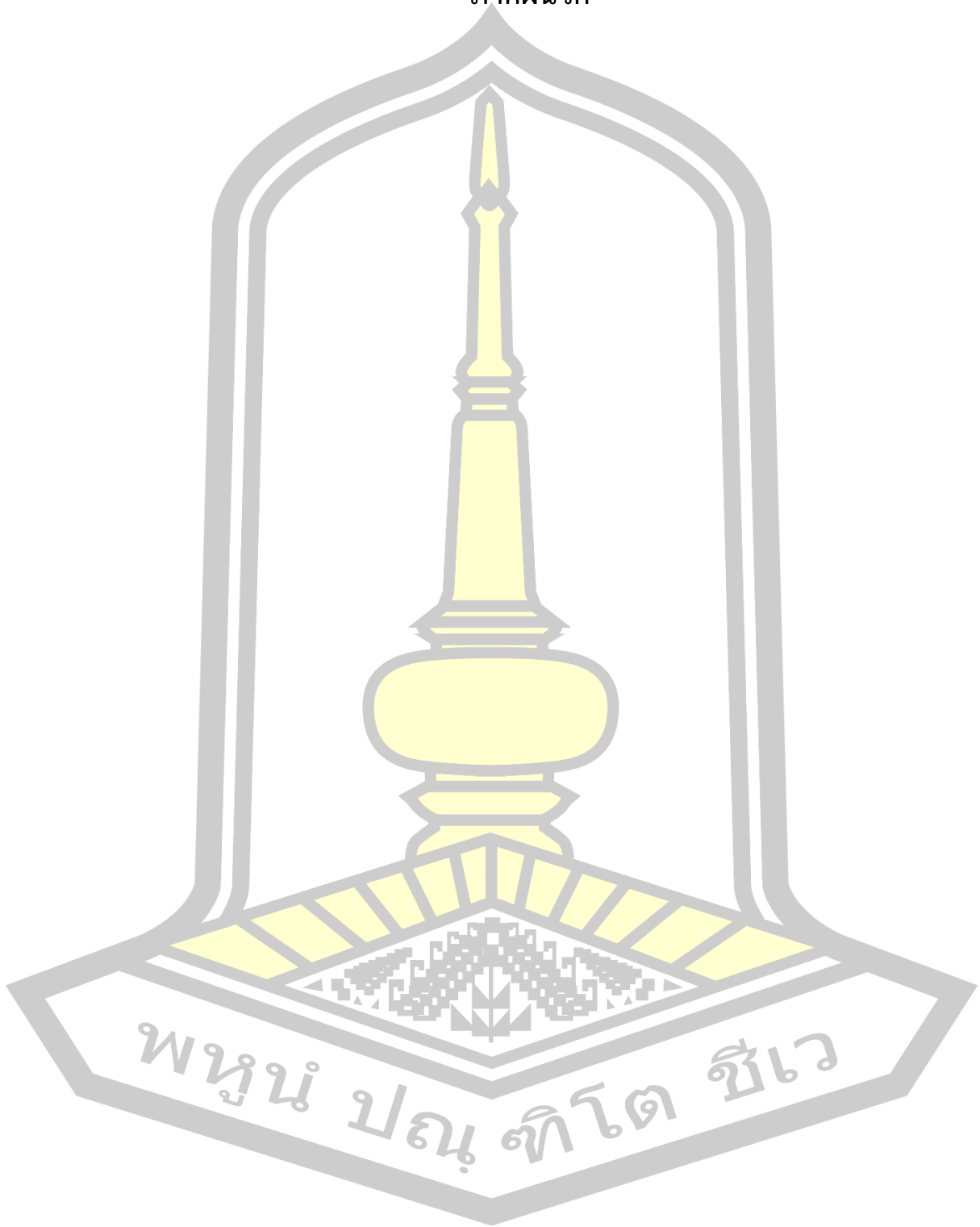
Schurter, W. A. (2001). Comprehension monitoring and Polya's heuristics as tools for problem solving by developmental mathematics students. Retrieved from https://athenaeum.uiw.edu/uiw_etds/75

Slavin, R. . (1995). *Cooperative Learning: Theory Research and Practice*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

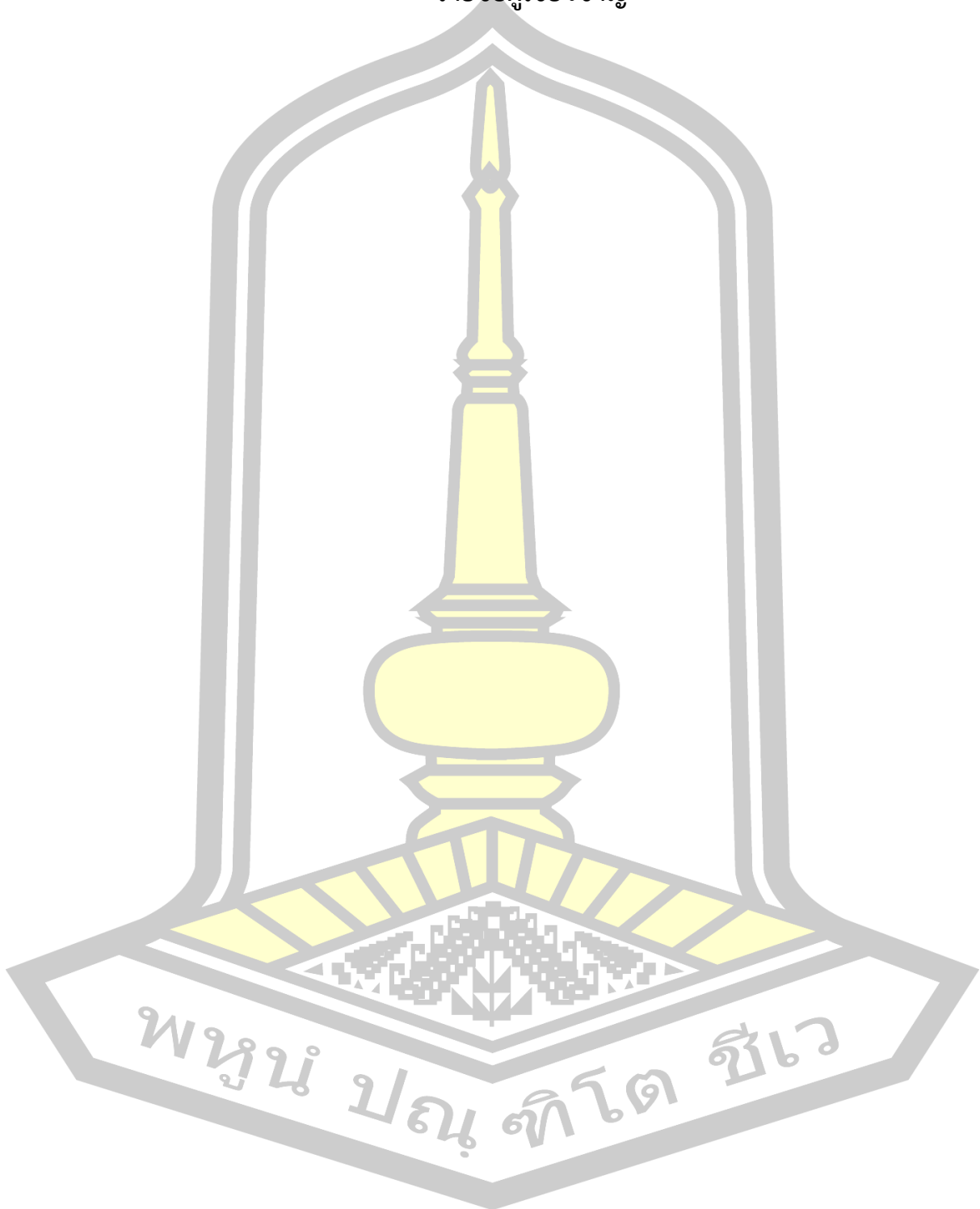
Weir, J. J. (1974). Problem Solving in Everybody Problem. *The Science Teacher*, 41(2), 16-18.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

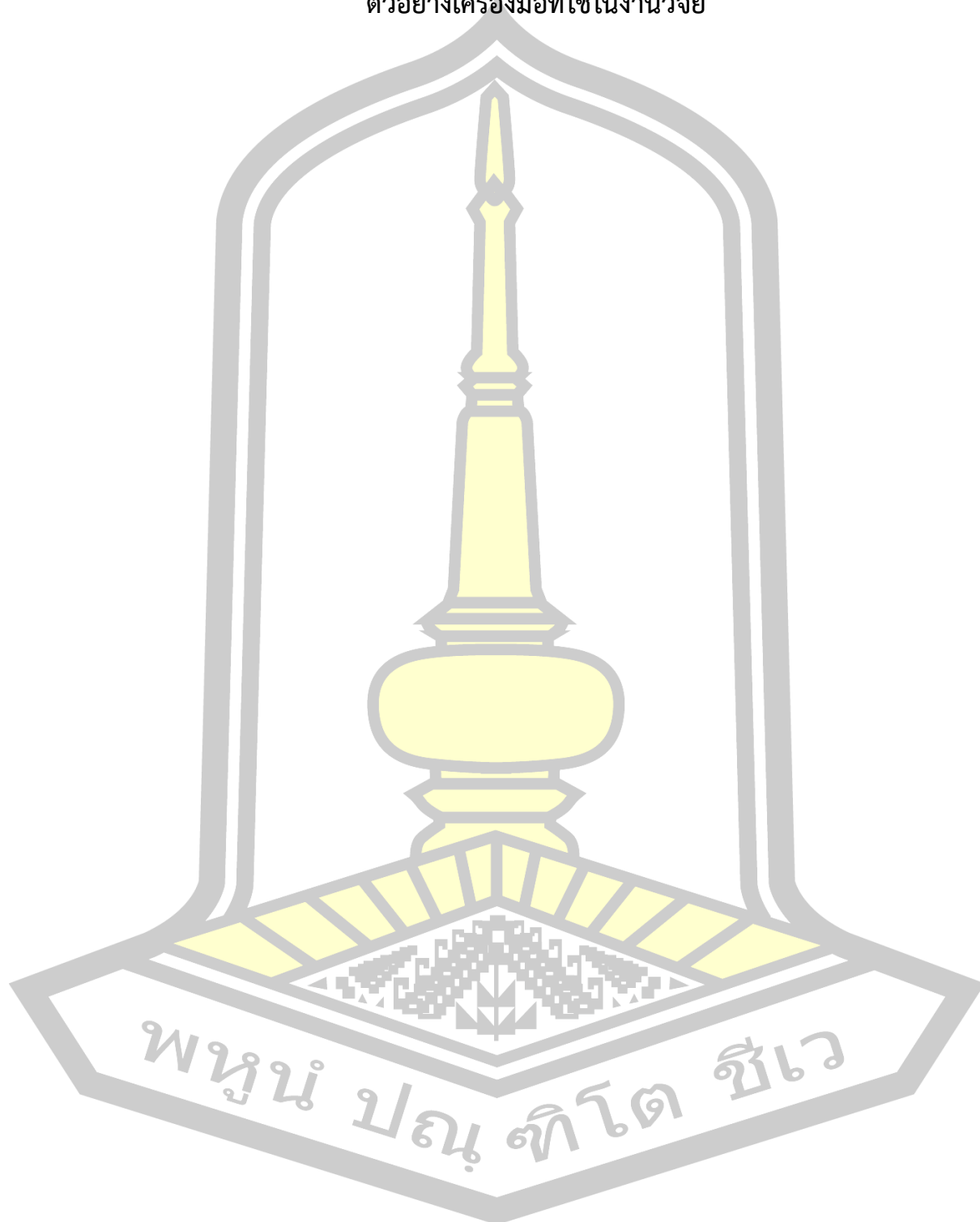


รายชื่อผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินเครื่องมือวิจัย

1. อาจารย์ ดร.สมทรง สิทธิ ศึกษาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (หลักสูตรและการสอน) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
2. นายสวัสดิ์ จันทมนตรี วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) ครูชำนาญการพิเศษ และหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม
3. นางยุพิน พลเรือง วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสารคามพิทยาคม



ภาคผนวก ข
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่ 5	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา	
วิชาคณิตศาสตร์ เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	หน่วยการเรียนรู้เรื่อง: ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและ ลอการิทึม หน่วยการเรียนรู้ย่อยเรื่อง: การแก้สมการที่มีเครื่องหมาย กรณฑ์	จำนวน 1 คาบ เวลา 55 นาที
สอนวันที่.....เดือน.....พ.ศ.		

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังและนำไปแก้ปัญหาได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้ความเข้าใจ (K)

1. นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการหาเซตคำตอบของสมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ได้

- ด้านทักษะกระบวนการ (P)

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกรณฑ์ได้

- ด้านคุณลักษณะ (A)

1. มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน

3. สาระการเรียนรู้

การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์

4. สาระสำคัญ

4.1 สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ เป็นสมการในระบบจำนวนจริงที่มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวอยู่ในรูปกรณฑ์

4.2 การแก้สมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์คือ การหาเซตคำตอบที่สอดคล้องกับสมการโดยใช้หลักการยกกำลังเพื่อกำจัดเครื่องหมายกรณฑ์ กล่าวคือ ถ้าสมการ $a = b$ เป็นจริง แล้ว $a^n = b^n$ จะเป็นจริงสำหรับจำนวนเต็มบวก n ทุกจำนวน

4.3 บทกลับของหลักการการยกกำลังทั้งสองข้างอาจไม่เป็นจริงเสมอไป หรือกล่าวได้ว่าถ้า $a^n = b^n$ แล้ว $a = b$ อาจไม่เป็นจริง เช่น $4^2 = (-4)^2$ เป็นจริง แต่ $4 \neq -4$ ดังนั้น ในการแก้สมการ $a = b$ โดยใช้หลักการการยกกำลังทั้งสองข้างนั้น อาจจะได้คำตอบที่ไม่เป็นคำตอบของสมการ $a = b$ จึงจำเป็นต้องมีการตรวจคำตอบทุกครั้ง

5. กิจกรรม/กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

1. ครูทบทวนสมบัติของรากที่ n โดยการอภิปรายร่วมกับนักเรียน ดังนี้

➤ สมบัติของรากที่ n

ทฤษฎีบท	ให้ x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ n เป็นจำนวนเต็มบวก
1.	$(\sqrt[n]{x})^n = x$ เมื่อ $\sqrt[n]{x}$ เป็นจำนวนจริง
2.	$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ x & ; x < 0 \\ x & ; x < 0 \end{cases}$ และ n เป็นจำนวนคี่บวก และ n เป็นจำนวนคู่บวก
3.	$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$
4.	$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ เมื่อ $y \neq 0$

2. ครูยกตัวอย่างสมการ $\sqrt{x} = 3$ และอธิบายขั้นตอนในการหาคำตอบของสมการดังกล่าว ทำได้ดังนี้

2.1 ยกกำลังเท่ากับจำนวนอันดับของรากของสมการทั้งสองข้าง นั่นคือ

$$(\sqrt{x})^2 = 3^2$$

2.2 หาคำตอบของสมการโดยการแก้สมการ จะได้ $x = 9$

2.3 ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า $x = 9$ ลงในสมการเริ่มต้น นั่นคือ

$$\sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = 3 \text{ สมการเป็นจริง ดังนั้น คำตอบของสมการ } \sqrt{x} = 3 \text{ คือ } 9$$

3. ครูยกตัวอย่างสมการ $\sqrt{x^2 + 4x + 7} = 2$ และให้นักเรียนลองเขียนขั้นตอนการแก้สมการ และแก้สมการของตัวเองลงในสมุดของตัวเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

4. ครูให้นักเรียนเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาในข้อนี้ และครูตรวจสอบแก้ไขให้ถูกต้อง (แนวทางคำตอบของขั้นตอนในการแก้ปัญหา คือ

- 1) ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ
- 2) แก้สมการเพื่อหาค่า x

- 3) หาค่า x โดยการแยกตัวประกอบพหุนาม
- 4) ตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยนำค่า x ที่ได้ไปแทนในสมการเริ่มต้น)
5. ครูให้นักเรียนทำการศึกษาการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง และช่วยกันวิเคราะห์ตัวอย่างที่ 3 ในใบความรู้ที่ 5 คือ “จงหาคำตอบของสมการ $\sqrt{2x+3}=3$ ” และครูตั้งคำถามว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร (แนวคำตอบ ค่าของ x ที่ทำให้สมการเป็นจริง)
6. ครูให้นักเรียนช่วยกันวางแผนขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา โดยถามนักเรียน ให้นักเรียนตอบพร้อมกัน ดังนี้
 - 6.1 คำถาม: ขั้นที่ 1 ในตัวอย่างนี้ทำอย่างไร ตอบ: ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ
 - 6.2 คำถาม: ขั้นที่ 2 ในตัวอย่างนี้ทำอย่างไร ตอบ: จัดรูปสมการใหม่เพื่อให้หาค่าของ x ได้ง่ายมากยิ่งขึ้น
 - 6.3 คำถาม: ขั้นที่ 3 ในตัวอย่างนี้ทำอย่างไร ตอบ: หาค่า x
 - 6.4 คำถาม: ขั้นที่ 4 ในตัวอย่างนี้ทำอย่างไร ตอบ: ตรวจสอบคำตอบโดยนำค่า x ที่ได้ไปแทนค่าในโจทย์ปัญหา ถ้าค่า x ที่ได้ทำให้สมการเป็นจริง แล้ว x เป็นคำตอบของสมการ แต่ถ้าค่า x ที่หามาได้ทำให้สมการเป็นเท็จแล้ว x ไม่ใช่คำตอบของสมการ
7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5
8. ครูเลือกนักเรียนจำนวน 4 คนออกมาเฉลย โดยนักเรียนคนที่ 1 กับ 2 เฉลยข้อที่ 1 และ คนที่ 3 กับ คนที่ 4 เฉลยข้อ 2 หน้าชั้นเรียน
9. ครูชี้ให้นักเรียนเห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้ง 4 วิธีว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และอภิปรายคำตอบพร้อมกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป

10. ครูกระตุ้นนักเรียนช่วยกันสรุปให้ได้ว่าสมการที่อยู่ในรูปกรณฑ์ หมายถึง สมการที่มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวอยู่ในรูปกรณฑ์ และการแก้สมการ คือ การหาเซตคำตอบที่สอดคล้องกับสมการ
 - 10.1 ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์โดยใช้หลักการของการยกกำลังทั้งสองข้างของสมการดังนี้

ถ้าสมการ $a=b$ เป็นจริง แล้ว $a^n = b^n$ จะเป็นจริงสำหรับจำนวนเต็มบวก n ทุกจำนวน

แต่บทกลับของหลักการการยกกำลังทั้งสองข้างอาจไม่เป็นจริงเสมอไป หรือกล่าวได้ว่าถ้า $a^n = b^n$ แล้ว $a = b$ อาจไม่เป็นจริง เช่น $4^2 = (-4)^2$ เป็นจริง แต่ $4 \neq -4$

ดังนั้นในการแก้สมการ $a = b$ โดยใช้หลักการการยกกำลังทั้งสองข้างนั้น อาจจะได้คำตอบที่ไม่เป็นคำตอบของสมการ $a = b$ จึงจำเป็นต้องมีการตรวจคำตอบทุกครั้ง

11. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 และส่งในชั่วโมงถัดไป

6. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้ ใบงานที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์	ใบงานที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์	ได้คะแนนจากแบบประเมินมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ ตรวจแบบวัดทักษะกระบวนการ	แบบฝึกทักษะที่ 5	ได้คะแนนจากแบบประเมินมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60
3. ด้านคุณลักษณะ สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้	แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน	ได้คะแนนจากแบบประเมินมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60

7. สื่อการเรียนรู้และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์
2. แบบฝึกทักษะที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์
3. ใบความรู้ที่ 5 การแก้สมการกรณฑ์
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

พูน ปณ ทิโต ชีเว

บันทึกข้อเสนอแนะครูพี่เลี้ยง

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....
 (นางสาวศุภวรรณ โคตรท่าน)
 ครูพี่เลี้ยงวิชาเฉพาะ
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บันทึกข้อเสนอแนะหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....
 (นายสวัสดิ์ จันทมนตรี)
 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บันทึกข้อเสนอแนะผู้บริหารสถานศึกษา

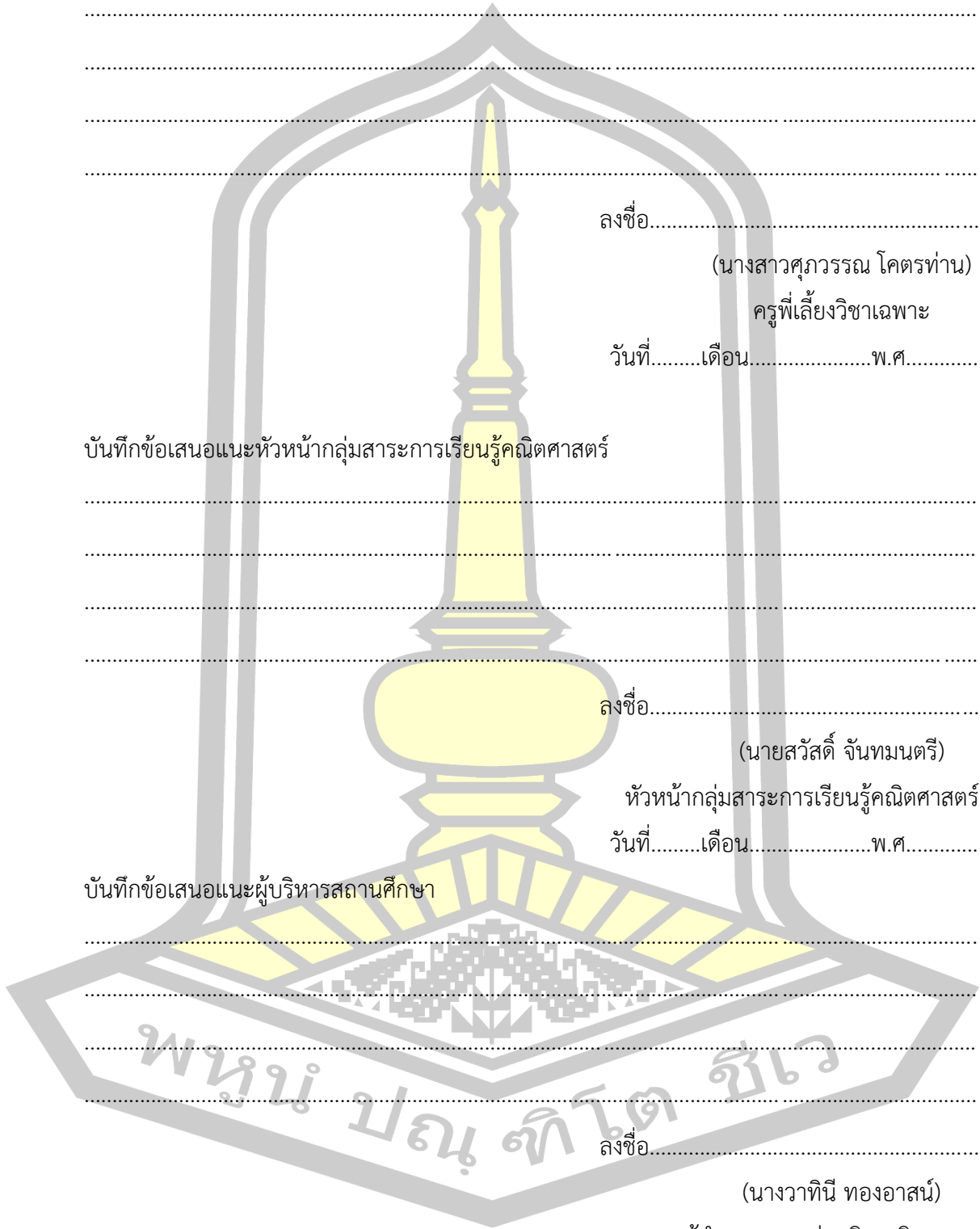
.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....
 (นางวาทีณี ทองอาสน์)
 รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารวิชาการ
 โรงเรียนสารคามพิทยาคม
 วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....



บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการสอน

ผลการตรวจใบงาน

.....

.....

ผลการตรวจแบบวัดทักษะ/กระบวนการ

.....

.....

การสังเกตพฤติกรรมในการเรียน

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

พูน ปณ ทิโต ชีเว

ลงชื่อ.....

(นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล)

ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

แบบประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

วันที่.....เดือน.....พ.ศ..... เรื่อง การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์

คำชี้แจง ให้ครูผู้สอนเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องเมื่อนักเรียนมีลักษณะตามเกณฑ์ที่ต้องการ

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	การแก้ปัญหา					สรุป	
		ขั้นที่ 1 (3)	ขั้นที่ 2 (3)	ขั้นที่ 3 (3)	ขั้นที่ 4 (3)	รวม	ผ่าน	ไม่ ผ่าน
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								

เกณฑ์การประเมิน ผู้ผ่านการประเมินต้องได้คะแนนรวมร้อยละ 60 ขึ้นไป

บันทึกเพิ่มเติม

.....
.....

ลงชื่อ..... ผู้สอน

(นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เกณฑ์ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2	พอใช้	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของ ปัญหา
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และ แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่าง ชัดเจน
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบ ไม่ครบถ้วน
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

อ้างอิงจาก สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555)

ตัวอย่างแบบฝึกหัด

ใบความรู้ที่ 5

การแก้สมการกรณฑ์ การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง

การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ ต้องนำสมการมายกกำลังตามอันดับของกรณฑ์ เพื่อให้ได้สมการที่ไม่มีเครื่องหมายกรณฑ์ และอาจจะต้องจัดสมการโดยไม่ให้มีเครื่องหมายกรณฑ์อยู่ในข้างเดียวกัน

การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ต้องมีการตรวจสอบคำตอบว่า คำตอบที่ได้เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดหรือไม่ โดยตรวจสอบดูว่า จำนวนที่ได้เมื่อนำไปแทนค่าในตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง จำนวนนั้นจึงจะเป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของสมการ $\sqrt{x} = 3$

วิธีทำ จาก

$$\sqrt{x} = 3$$

$$(\sqrt{x})^2 = 3^2 \quad ; \text{ ยกกำลังสองทั้งสองข้าง}$$

จะได้

$$x = 9$$

ตรวจคำตอบ

$$\text{แทน } x=9 \text{ ใน } \sqrt{x} = 3$$

$$\text{จะได้ } \sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \text{ เป็นจริง}$$

$$\text{ดังนั้น } x = 9$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ $\sqrt{2x+3} = 3$

วิธีทำ จาก

$$\sqrt{2x+3} = 3$$

$$(\sqrt{2x+3})^2 = 3^2 \quad ; \text{ ยกกำลังสองทั้งสองข้าง}$$

$$2x+3=9$$

$$; (\sqrt[n]{x})^n = x$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

ตรวจคำตอบ

แทน $x = 3$ ใน $\sqrt{2x+3} = 3$
 จะได้ $\sqrt{2(3)+3} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$ เป็นจริง
 ดังนั้น $x = 3$

แบบฝึกทักษะที่ 5

1. จงหาคำตอบของสมการ $7\sqrt{3x-5} = 28$

วิธีทำ 1) นักเรียนจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

2) ระบุสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหา

3) ดำเนินการแก้ปัญหอย่างไร

4) ตรวจคำตอบได้อย่างไร

2. จงหาคำตอบของสมการ $5 + \sqrt{x-2} = 12$

วิธีทำ 1) นักเรียนจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

2) ระบุสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหา

3) ดำเนินการแก้ปัญหอย่างไร

4) ตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

พหุบัน ภาณุ ทิโต ชีเว

ใบงานที่ 5

1. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

1.1. $\sqrt{12x+1} = 7$

1.2. $\sqrt{5x+1} + 6 = 10$

พจนานุกรม ปณฺ ภิโต ชีเว

ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 3
 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค 31202

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

จำนวน 4 ข้อ

ชื่อ - นามสกุล..... ชั้น ม. 4/.....เลขที่.....

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียน
 แสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

พูน ปณ ทิโต ชีเว

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 1. เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ พร้อมทั้งพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

2. สิ่ง que โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

.....

4. แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สรุปคำตอบว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด



จุดประสงค์การเรียนรู้ 2. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

$$2. \text{ จงหาค่าของ } x \text{ จากสมการ } 5^{2x-4} = 5^{4-2x}$$

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

.....

.....

4. แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

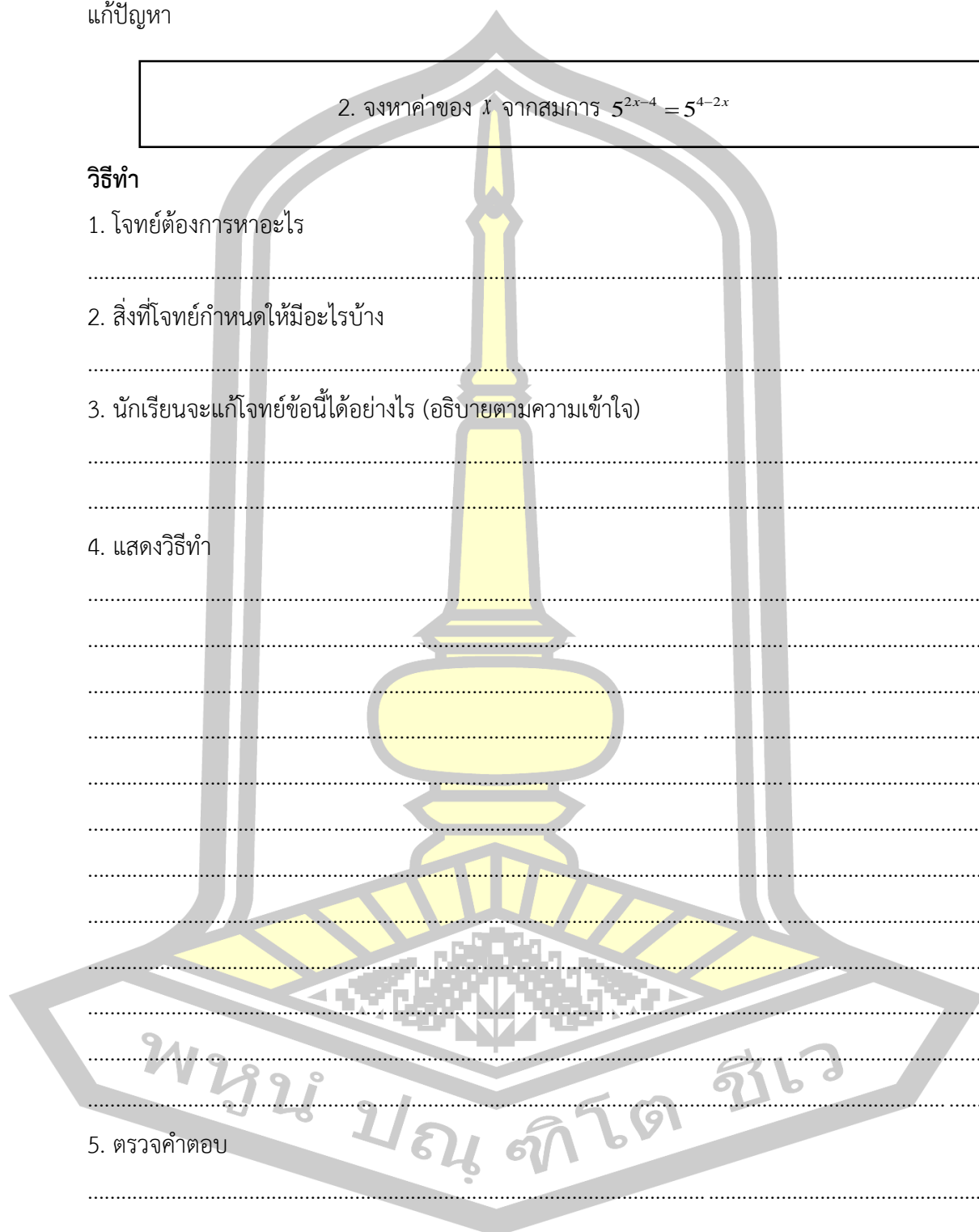
.....

.....

.....

.....

.....



5. ตรวจสอบคำตอบ

$$3. \text{ จงหาเซตคำตอบของสมการ } 3^{2x+1} + 9 = 28(3^x)$$

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

2. สิ่ง que โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

3. นักเรียนจะแก้อาโจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

.....

.....

4. แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

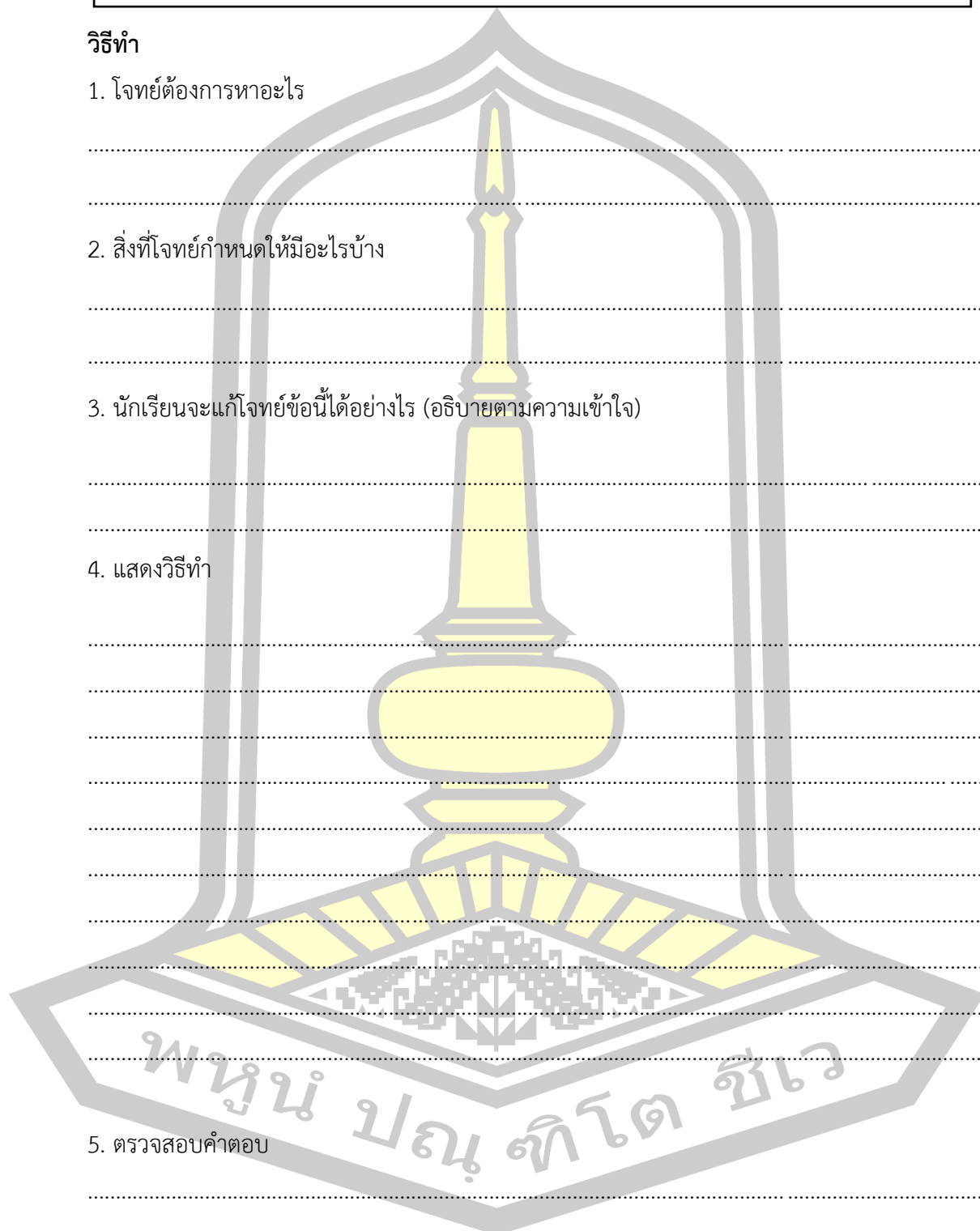
.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....



จุดประสงค์การเรียนรู้ 3. แก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียล และสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

$$4. \text{ จงหาเซตคำตอบของสมการ } \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-2x} > \frac{8}{27}$$

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

2. สิ่ง que โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง

.....

.....

3. นักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร (อธิบายตามความเข้าใจ)

.....

.....

.....

4. แสดงวิธีทำ

.....

.....

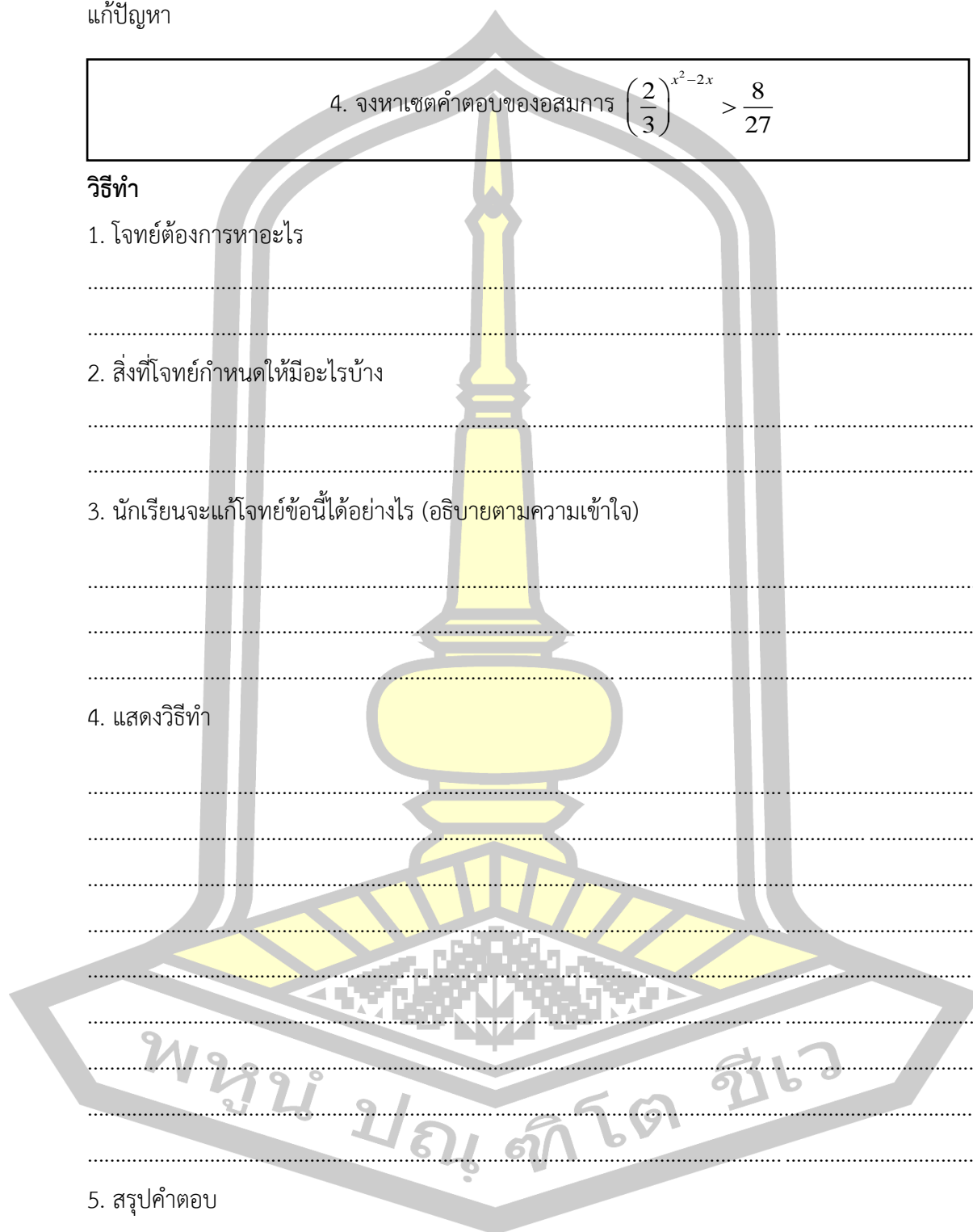
.....

5. สรุปคำตอบ

.....

.....

.....



ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์นักเรียน

แบบสัมภาษณ์นักเรียน

ชื่อ-สกุล(ผู้ถูกสัมภาษณ์).....ชั้น.....เลขที่.....
 วงจรปฏิบัติการที่.....เรื่อง.....วันที่.....

ข้อคำถาม

1. นักเรียนสามารถทำความเข้าใจ หรือวิเคราะห์ปัญหาได้หรือไม่
 ได้ ไม่ได้ เพราะ.....
2. ปัญหาและอุปสรรคในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหาคืออะไร

3. นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้หรือไม่
 ได้ ไม่ได้ เพราะ.....
4. ปัญหาและอุปสรรคในการวางแผนแก้ปัญหาคืออะไร

5. นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้หรือไม่
 ได้ ไม่ได้ เพราะ.....
6. หากนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้นักเรียนจะอย่างไร

7. นักเรียนจะพัฒนาตัวเองในด้านใด เพื่อให้สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้

8. นักเรียนมีวิธีในการตรวจสอบขั้นตอน และตรวจสอบคำตอบของการแก้ปัญหาหรือไม่
 มี อย่างไร.....
 ไม่มี เพราะ.....
9. นักเรียนคิดว่าขั้นตอนใดของการแก้ปัญหาที่ยากที่สุด
 วิเคราะห์โจทย์ วางแผนแก้ปัญหา
 ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ
 เพราะ.....

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรเกี่ยวกับวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

เหมาะสม เพราะ

ไม่เหมาะสม เพราะ

2. นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรต่อสื่อที่ใช้ในการเรียนการสอน

เพียงพอ เพราะ

ไม่เพียงพอ เพราะ

3. นักเรียนคิดว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งนี้ มีปัญหาหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร

.....

.....

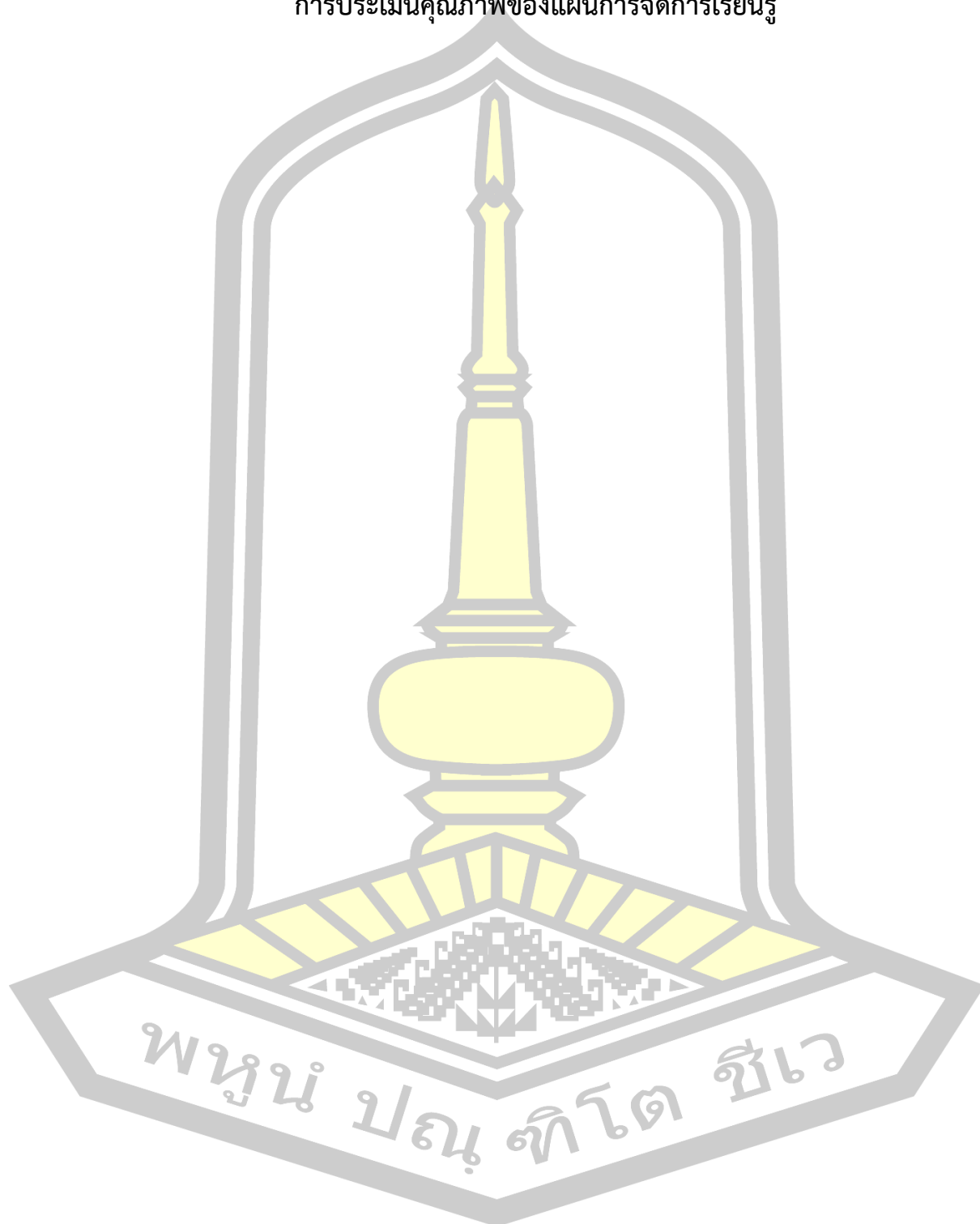
4. นักเรียนอยากให้มีการเพิ่มหรือลดกิจกรรมใดบ้าง เพราะเหตุใด

.....

.....



ภาคผนวก ค
การประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้



ตารางที่ 25 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความเหมาะสม
1. สาระสำคัญ			
1.1 ความคิดรวบยอดถูกต้อง	5.00	0.00	มากที่สุด
1.2 ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด	4.67	0.50	มากที่สุด
1.3 เหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4.78	0.44	มากที่สุด
1.4 มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.56	0.53	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 สอดคล้องกับสาระสำคัญ	4.89	0.33	มากที่สุด
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้จริง	4.67	0.50	มากที่สุด
3. สาระการเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
3.2 ละเอียดถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.67	0.50	มากที่สุด
3.3 ภาษามีความชัดเจน	4.44	0.53	มาก
3.4 เรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหา	4.67	0.50	มากที่สุด
3.5 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	4.44	0.53	มาก
4. กิจกรรมการเรียนรู้			
4.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้	4.44	0.53	มาก
4.2 สอดคล้องกับรูปแบบการเรียนรู้	4.33	0.50	มาก
4.3 นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์	4.22	0.44	มาก
4.4 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก	4.11	0.33	มาก
4.5 เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	4.33	0.50	มาก
4.6 นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	4.33	0.50	มาก
4.7 ส่งเสริมให้นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน	4.00	0.00	มาก
4.8 กิจกรรมเหมาะสมกับเวลา	4.22	0.44	มาก

ตารางที่ 25 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความ เหมาะสม
5. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สอดคล้องกับเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้	4.22	0.44	มาก
5.2 สื่อเหมาะสมกับวัย ความสนใจ และความสามารถของ นักเรียน	4.11	0.33	มาก
5.3 สื่อทำให้ประหยัดเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้			
6.1 วิธีการวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับธรรมชาติวิชา	4.33	0.50	มาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดประเมินผลได้เหมาะสม	4.33	0.50	มาก
6.3 วัดประเมินผลตามสภาพจริงของนักเรียน	4.33	0.50	มาก
เฉลี่ย	4.44	0.21	มาก

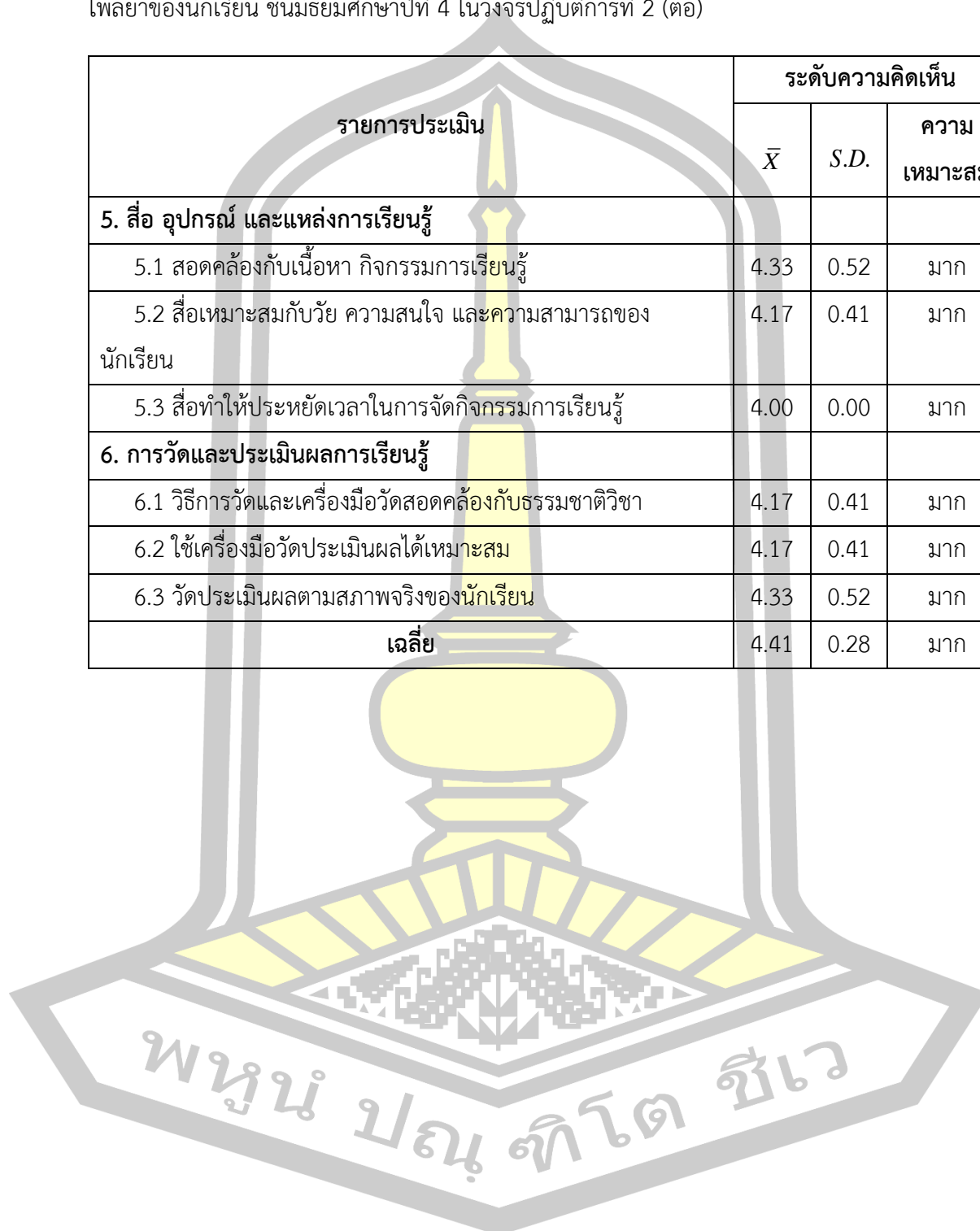


ตารางที่ 26 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความเหมาะสม
1. สาระสำคัญ			
1.1 ความคิดรวบยอดถูกต้อง	4.67	0.52	มากที่สุด
1.2 ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด	4.67	0.52	มากที่สุด
1.3 เหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4.50	0.55	มากที่สุด
1.4 มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.33	0.82	มาก
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 สอดคล้องกับสาระสำคัญ	4.67	0.52	มากที่สุด
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้จริง	4.83	0.41	มากที่สุด
3. สาระการเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.50	0.55	มากที่สุด
3.2 ละเอียดถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.67	0.52	มากที่สุด
3.3 ภาษามีความชัดเจน	4.50	0.55	มากที่สุด
3.4 เรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหา	4.67	0.52	มากที่สุด
3.5 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	4.67	0.52	มากที่สุด
4. กิจกรรมการเรียนรู้			
4.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้	4.50	0.55	มากที่สุด
4.2 สอดคล้องกับรูปแบบการเรียนรู้	4.50	0.55	มากที่สุด
4.3 นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์	4.33	0.52	มาก
4.4 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก	4.50	0.55	มากที่สุด
4.5 เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	4.17	0.41	มาก
4.6 นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	4.17	0.41	มาก
4.7 ส่งเสริมให้นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน	4.00	0.00	มาก
4.8 กิจกรรมเหมาะสมกับเวลา	4.17	0.41	มาก

ตารางที่ 26 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความ เหมาะสม
5. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สอดคล้องกับเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้	4.33	0.52	มาก
5.2 สื่อเหมาะสมกับวัย ความสนใจ และความสามารถของ นักเรียน	4.17	0.41	มาก
5.3 สื่อทำให้ประหยัดเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้			
6.1 วิธีการวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับธรรมชาติวิชา	4.17	0.41	มาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดประเมินผลได้เหมาะสม	4.17	0.41	มาก
6.3 วัดประเมินผลตามสภาพจริงของนักเรียน	4.33	0.52	มาก
เฉลี่ย	4.41	0.28	มาก

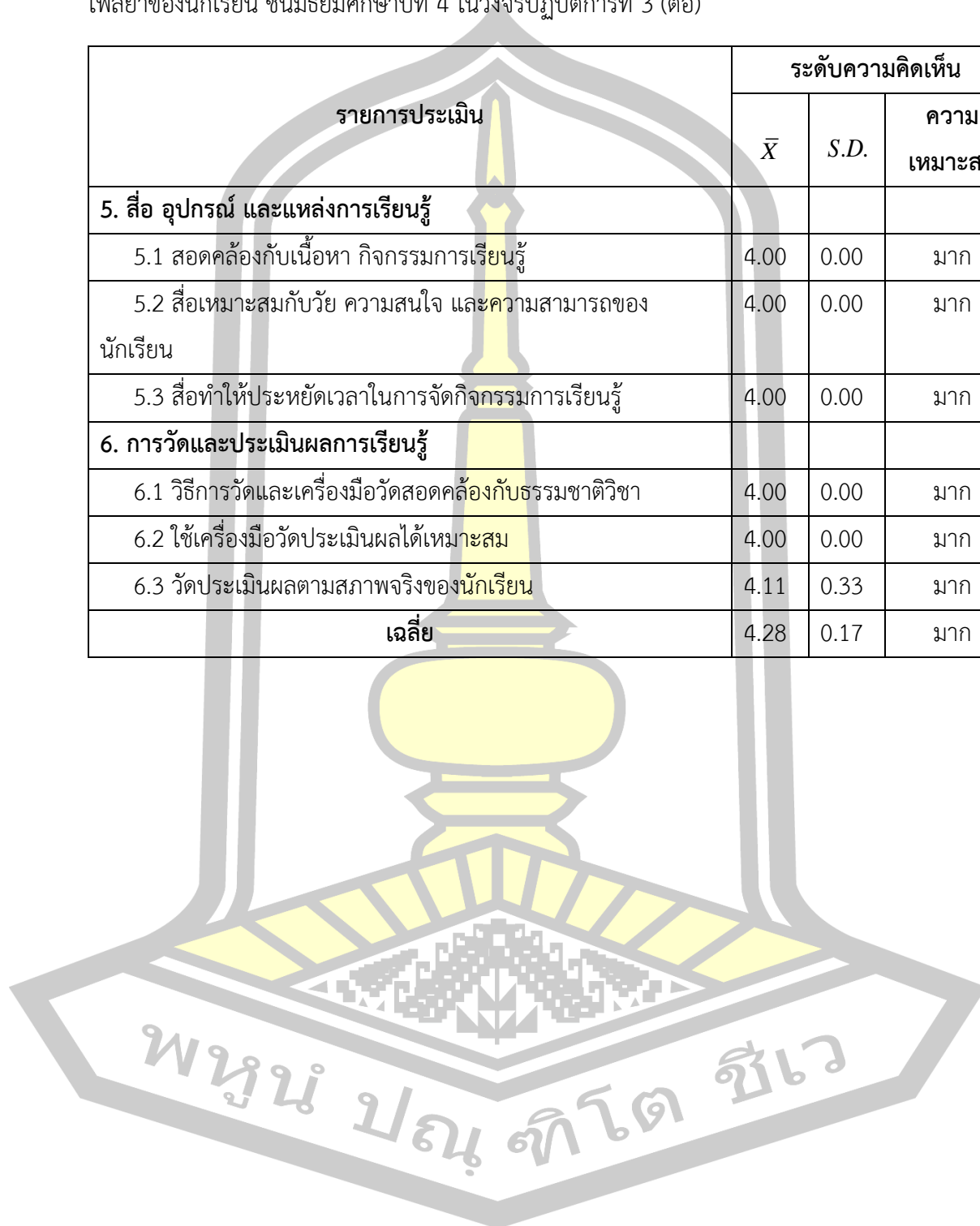


ตารางที่ 27 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

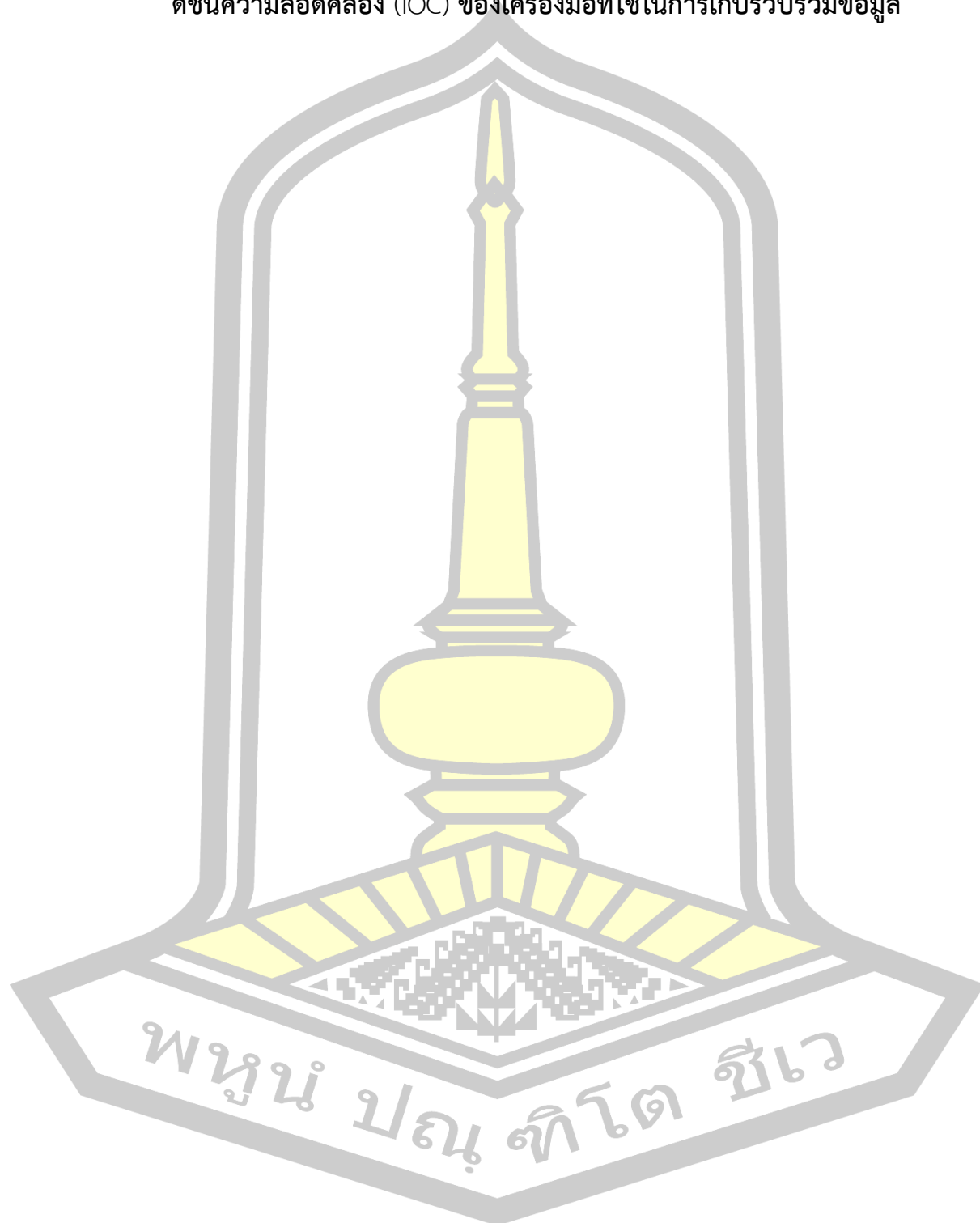
รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความเหมาะสม
1. สาระสำคัญ			
1.1 ความคิดรวบยอดถูกต้อง	4.67	0.50	มากที่สุด
1.2 ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด	4.56	0.53	มากที่สุด
1.3 เหมาะสมกับวัยผู้เรียน	4.78	0.44	มากที่สุด
1.4 มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.56	0.53	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 สอดคล้องกับสาระสำคัญ	4.67	0.50	มากที่สุด
2.2 สามารถวัดและประเมินผลได้จริง	4.78	0.44	มากที่สุด
3. สาระการเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.56	0.53	มากที่สุด
3.2 ละเอียดถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.67	0.50	มากที่สุด
3.3 ภาษามีความชัดเจน	4.56	0.53	มากที่สุด
3.4 เรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหา	4.67	0.50	มากที่สุด
3.5 เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน	4.56	0.53	มากที่สุด
4. กิจกรรมการเรียนรู้			
4.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
4.2 สอดคล้องกับรูปแบบการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
4.3 นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์	4.00	0.00	มาก
4.4 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก	4.00	0.00	มาก
4.5 เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ	4.00	0.00	มาก
4.6 นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	4.00	0.00	มาก
4.7 ส่งเสริมให้นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน	4.00	0.00	มาก
4.8 กิจกรรมเหมาะสมกับเวลา	4.00	0.00	มาก

ตารางที่ 27 ผลการประเมินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
 โพลยาของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น		
	\bar{X}	S.D.	ความ เหมาะสม
5. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สอดคล้องกับเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
5.2 สื่อเหมาะสมกับวัย ความสนใจ และความสามารถของ นักเรียน	4.00	0.00	มาก
5.3 สื่อทำให้ประหยัดเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.00	0.00	มาก
6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้			
6.1 วิธีการวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับธรรมชาติวิชา	4.00	0.00	มาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดประเมินผลได้เหมาะสม	4.00	0.00	มาก
6.3 วัดประเมินผลตามสภาพจริงของนักเรียน	4.11	0.33	มาก
เฉลี่ย	4.28	0.17	มาก



ภาคผนวก ง
ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล



ตารางที่ 28 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 วงจรปฏิบัติการที่ 1 จำนวน 4 ข้อจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง

ตารางที่ 29 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 วงจรปฏิบัติการที่ 2 จำนวน 4 ข้อจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

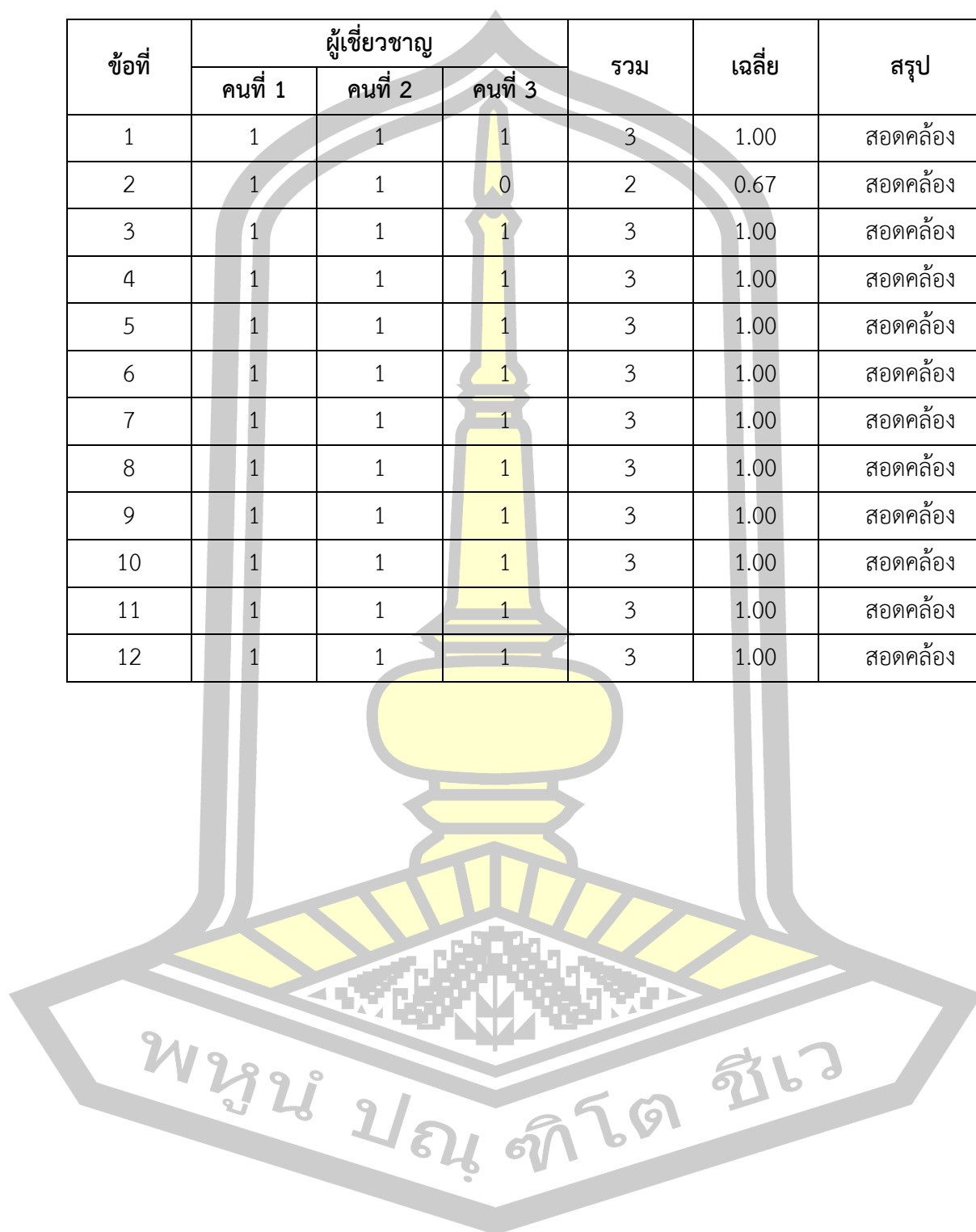
ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง

ตารางที่ 30 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 วงจรปฏิบัติการที่ 3 จำนวน 4 ข้อจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง

ตารางที่ 31 ดัชนีความสอดคล้อง (I.O.C.) ของแบบสัมภาษณ์นักเรียน จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
2	1	1	0	2	0.67	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
5	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
6	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
7	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
8	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
9	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
10	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
11	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง
12	1	1	1	3	1.00	สอดคล้อง





บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม โทร 6216
 ที่ ศธ. 0530.5(2) / ว09 วันที่ 3 มกราคม 2562
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.สมทรง สิทธิ

ด้วย นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และ
 คณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนา
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และ
 คณิตศาสตร์ โดยมี ผศ.ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ
 และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ
 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)
 รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



ที่ ศธ. 0530.5(2) / ว09

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

3 มกราคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นายสวัสดิ์ จันทมนตรี

ด้วย นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผศ.ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174
เบอร์โทรนิสิต 0844005431



ที่ ศธ. 0530.5(2) / ว09

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

3 มกราคม 2562

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นางยุพิน พลเรือง

ด้วย นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผศ.ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174

เบอร์โทรนิสิต 0844005431



ที่ ศธ. 0530.5(2) / ว09

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

3 มกราคม 2562

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นางยุพิน พลเรือง

ด้วย นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผศ.ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174

เบอร์โทรนิสิต 0844005431



ที่ ศธ. 0530.5(2) / 271

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

26 มกราคม 2562

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการจัดทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสารคามพิทยาคม

ด้วย นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) การสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมี ผศ.ดร.มนตรี ทองมูล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลักในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านได้อนุญาตให้ นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล เก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4374-3174

เบอร์โทรนิสิต 0844005431

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นางสาววิไลวรรณ สุระวนิชกุล
วันเกิด	วันที่ 21 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2536
สถานที่เกิด	อำเภอเมืองขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	302/32 ตำบลบ้านเป็ด อำเภอเมืองขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40000 โทร 084-4005431
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2551 มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย ชัยภูมิ จังหวัดชัยภูมิ พ.ศ. 2554 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย ชัยภูมิ จังหวัดชัยภูมิ พ.ศ. 2559 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น พ.ศ. 2562 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาการสอน วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม จังหวัด มหาสารคาม

พูนุ่ ปณุ่ ทีโตะ ชีเว