



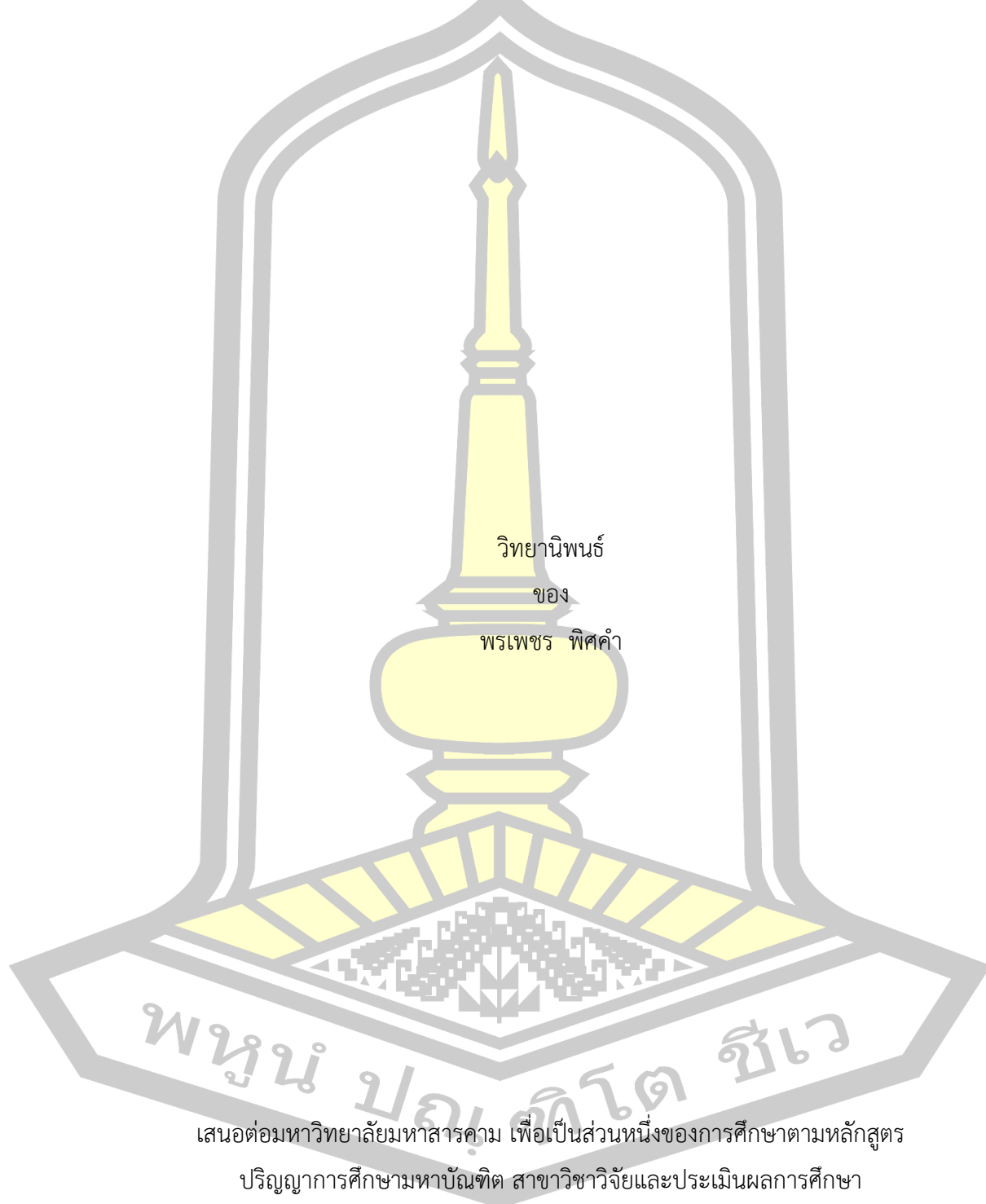
การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิทยานิพนธ์
ของ
พรเพชร พิศคำ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา
ปีการศึกษา 2560

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

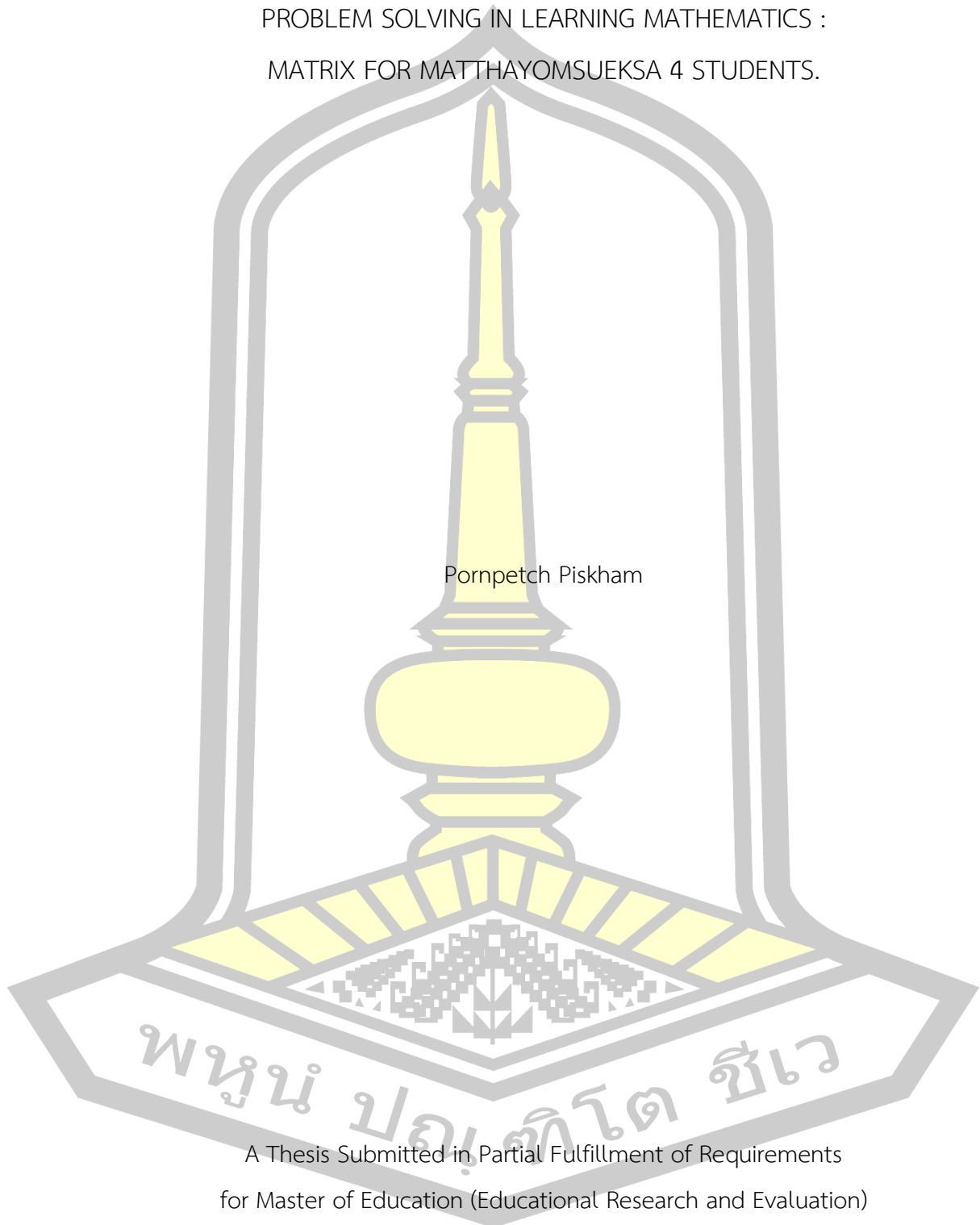
การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา
ปีการศึกษา 2560

สงวนลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

A CONSTRUCTION OF A DIAGNOSTIC TESTS AND WAYS OF
PROBLEM SOLVING IN LEARNING MATHEMATICS :
MATRIX FOR MATTHAYOMSUEKSA 4 STUDENTS.



Pornpetch Piskham

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements
for Master of Education (Educational Research and Evaluation)

Academic Year 2017

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนางสาว พรเพชร พิศคำ
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
วิจัยและประเมินผลการศึกษา ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร. ญาณภัทร สีหะมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน)

.....กรรมการ

(อ. ดร. ทศน์ศิริินทร์ สว่างบุญ)

.....กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

(ผศ. ดร. ไพศาล วรรค้ำ)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา ของมหาวิทาลัย
มหาสารคาม

.....
(ผศ. ดร. พชรวิทย์ จันทร์ศิริศิริ)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

.....
(ผศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วัน.....เดือน.....ปี.....

ชื่อเรื่อง	การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		
ผู้วิจัย	พรเพชร พิศคำ		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน		
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต	สาขาวิชา	วิจัยและประเมินผลการศึกษา
มหาวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	ปีการศึกษา	2560

บทคัดย่อ

งานวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสำรวจแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 25 โรงเรียน จำนวนห้องเรียน รวม 74 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 2,748 คน และครูงานวิจัยแบ่งเป็น 2 ระยะ ได้แก่ 1) การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 5 โรงเรียน และจำนวนนักเรียน 300 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบสำรวจเพื่อหาข้อบกพร่อง และแบบทดสอบวินิจฉัย อย่างละ 3 ฉบับ 2) ศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัยเป็นแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-Structur Interview) สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

1. ข้อบกพร่องที่สำรวจพบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คือ ขาดความเข้าใจในการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม สับสนระหว่างแถวและหลักของเมทริกซ์ หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ไม่ถูกต้อง หาค่าอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ไม่ได้ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหาค่าระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎคราเมอร์ และเมทริกซ์แต่งเติม

2. แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้มีทั้งหมด 3 ฉบับ ได้แก่ ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.33–0.74 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.39 ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ ค่าความยากตั้งแต่ 0.40–0.66 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25–0.55 ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ จำนวน 5 ข้อ ค่าความยากตั้งแต่ 0.40–0.47 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.40–0.58

3. แนวทางในการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยครูผู้สอนต้องทบทวนเนื้อหาเดิมให้กับนักเรียนทุกครั้งก่อนเข้าสู่บทเรียน ให้สอนเป็นลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก มีการแต่งเพลงเข้ามาประกอบการสอนเพื่อดึงดูดความสนใจในการเรียนของนักเรียน และใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขลงในเมทริกซ์เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรม แบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ โดยให้นักเรียนออกมาอภิปรายหน้าห้องเรียน และสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เพื่อช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

คำสำคัญ : แบบทดสอบวินิจฉัย, ข้อบกพร่องในการเรียน, เมทริกซ์, การแก้ไขข้อบกพร่อง

พูน ปณ ทิโต ชีเว

TITLE	A CONSTRUCTION OF A DIAGNOSTIC TESTS AND WAYS OF PROBLEM SOLVING IN LEARNING MATHEMATICS : MATRIX FOR MATTHAYOMSUEKSA 4 STUDENTS.		
AUTHOR	Pornpetch Piskham		
ADVISORS	Assistant Professor Songsak Phusee - orn , Ph.D.		
DEGREE	Master of Education	MAJOR	Educational Research and Evaluation
UNIVERSITY	Maharakham University	YEAR	2017

ABSTRACT

This research aims to explore the tests to diagnose the remediation of cause in learning mathematics learning Matrix for matthayomsueksa 4 students, construct the test of the remediation of cause in learning mathematics learning Matrix for matthayomsueksa 4 students and study the solution the remediation of cause in learning mathematics learning Matrix for matthayomsueksa 4 students. The population of this research is 2,748 students who studied at matthayomsueksa 4 of middle school and teachers in semester 2, 2017. There are 25 schools (74 classes) where are all in the Secondary Education Service Area Office 21, Bueng Kan. This research is classified into 2 phases that are 1) constructing and verifying the quality the diagnostic tests to diagnose the target group who is 300 students and studied at matthayomsueksa 4 in semester 2, 2017 of 5 middle schools of the Secondary Education Service Area Office 21, Bueng Kan by Multi-stage Random Sampling. This research is used 3 tests in each which are the explore test and the diagnostic tests, 2) studying the remediation of cause in learning mathematics. The target group was 5 teachers who are expert in mathematics and 10 students who studied at matthayomsueksa 4, Bueng Kan School Amphoe Bueng Kan using Purposive Sampling. The instrument of the research is Semi-Structure Interview. The statistics of the research are percentage, mean and standard deviation.

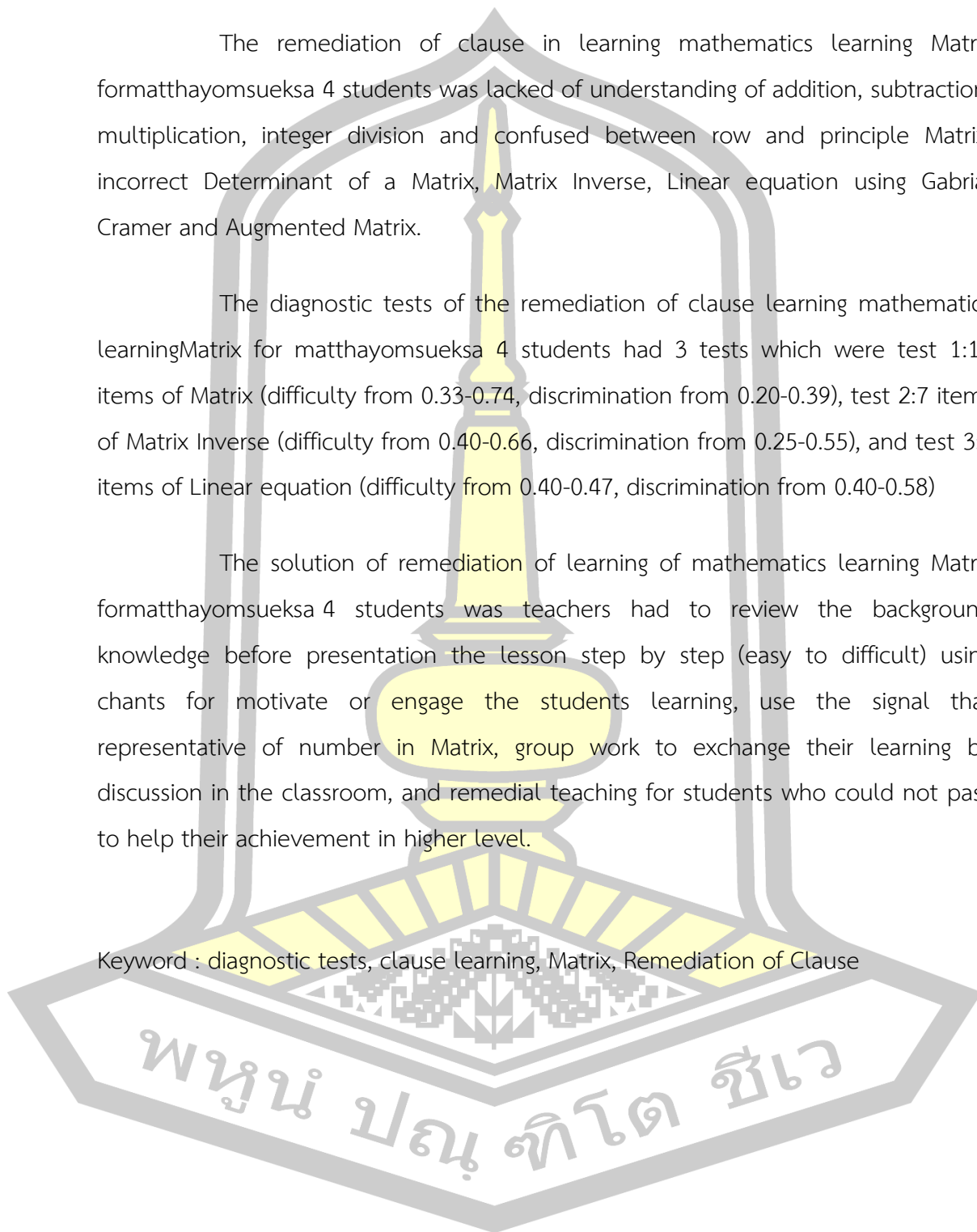
The results of the research found that

The remediation of clause in learning mathematics learning Matrix formatthayomsueksa 4 students was lacked of understanding of addition, subtraction, multiplication, integer division and confused between row and principle Matrix, incorrect Determinant of a Matrix, Matrix Inverse, Linear equation using Gabriel Cramer and Augmented Matrix.

The diagnostic tests of the remediation of clause learning mathematics learning Matrix for matthayomsueksa 4 students had 3 tests which were test 1:18 items of Matrix (difficulty from 0.33-0.74, discrimination from 0.20-0.39), test 2:7 items of Matrix Inverse (difficulty from 0.40-0.66, discrimination from 0.25-0.55), and test 3:5 items of Linear equation (difficulty from 0.40-0.47, discrimination from 0.40-0.58)

The solution of remediation of learning of mathematics learning Matrix formatthayomsueksa 4 students was teachers had to review the background knowledge before presentation the lesson step by step (easy to difficult) using chants for motivate or engage the students learning, use the signal that representative of number in Matrix, group work to exchange their learning by discussion in the classroom, and remedial teaching for students who could not pass to help their achievement in higher level.

Keyword : diagnostic tests, clause learning, Matrix, Remediation of Clause



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วย ความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่ง จากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูศรีอ่อน ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ญาณภัทร สีหะมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.ทัศน์ศิริรินทร์ สว่างบุญ กรรมการสอบ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ กรรมการสอบ ที่ท่านได้สละเวลาในการให้ความรู้ คำแนะนำและการตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยดีตลอดมาผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของอาจารย์ทุกท่านเป็นอย่างยิ่ง จึงกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์สมนึก ภัททิยธนี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูชิต ภูขำนิ คุณครู ธนิษฐา ทวีอุทิศ คุณครูศรีสว่าง เกษสัญชัย และดร.ทนางเกียรติ พลไชยา ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิด และความตรงเชิงเนื้อหา ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณ ผู้บริหารโรงเรียน ครู-อาจารย์ และขอขอบคุณนักเรียนของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ขอขอบคุณ ครู-อาจารย์ทุกท่าน ที่กรุณาช่วยเหลือส่งเสริมให้ความรู้ และสนับสนุนการเรียนของผู้วิจัย จนมีความรู้ความสามารถในการจัดทำวิทยานิพนธ์

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ขอเทิดพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน ครู อาจารย์ พี่น้อง เพื่อน ๆ ที่สนับสนุนส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้ศึกษาเล่าเรียน ดูแลเอาใจใส่ และปรารถนาดีกับผู้วิจัยเสมอมา

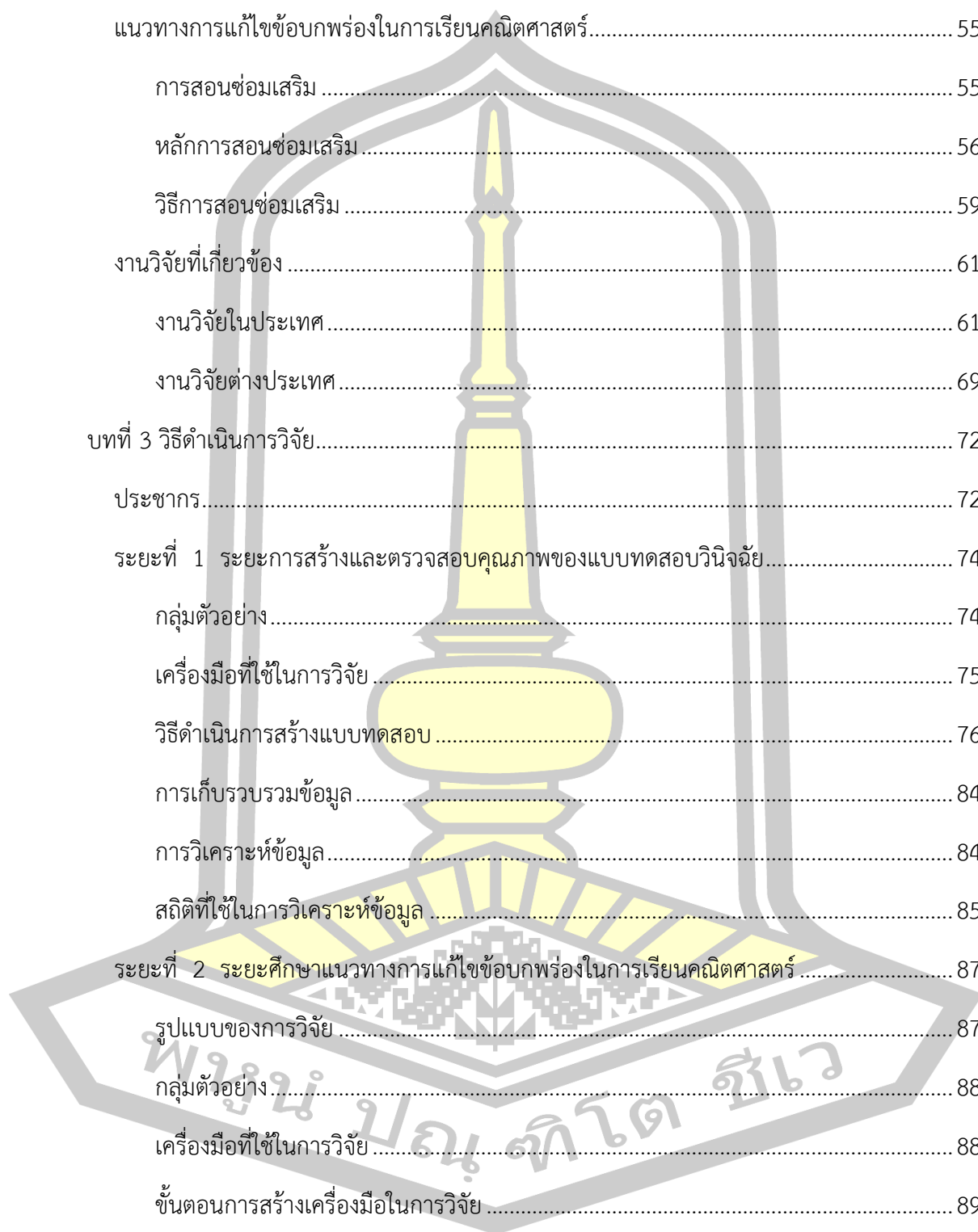
พรเพชร พิศคำ

พนุน ปณ ทัโต ชีเว

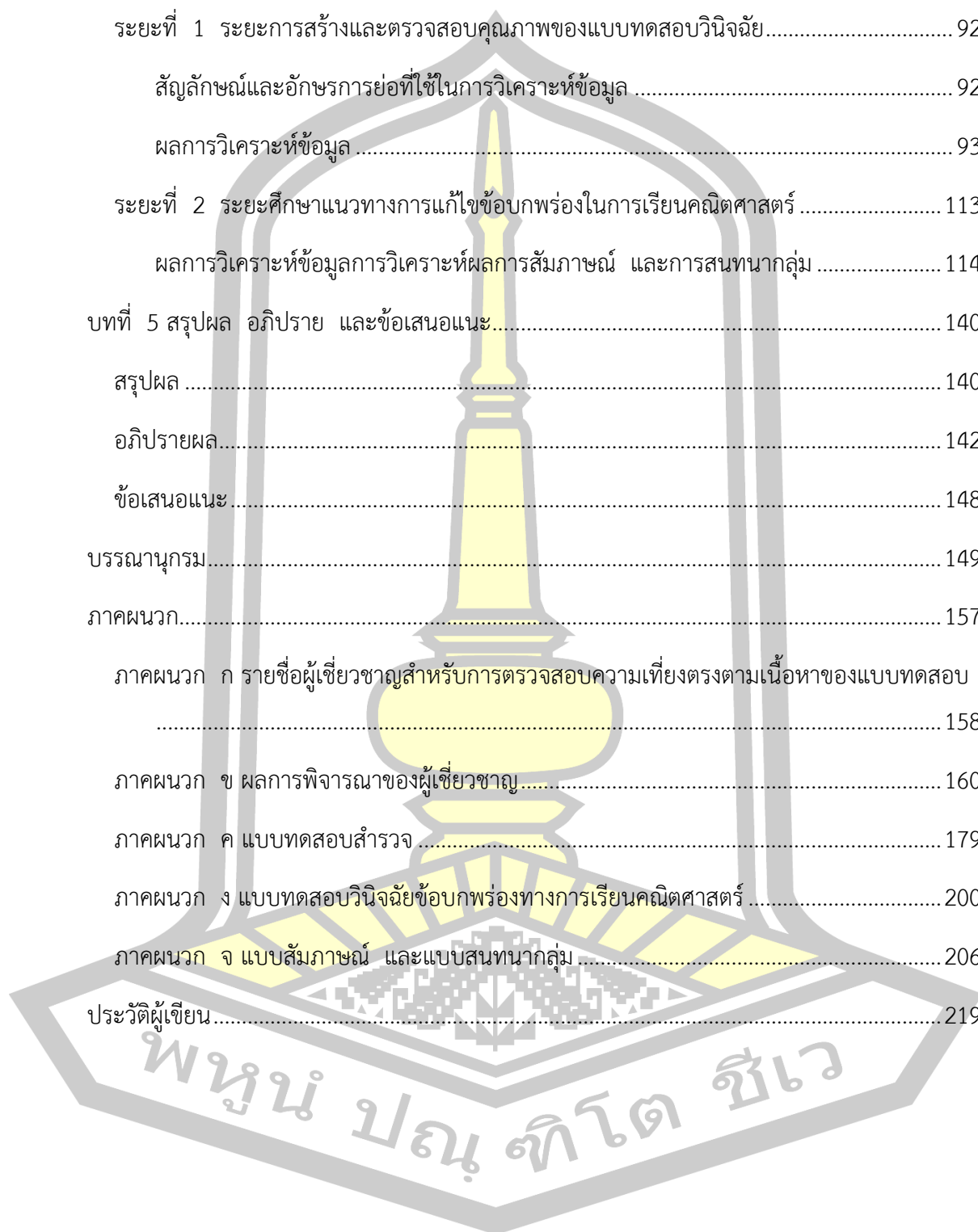
สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ.....	ช
สารบัญ.....	ฅ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูปภาพ.....	ท
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของงานวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551.....	9
หลักสูตรกลุ่มสาระคณิตศาสตร์.....	9
เนื้อหาและแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรื่องเมทริกซ์.....	12
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบวินิจฉัย.....	30
ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย.....	30
ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย.....	32
ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย.....	36
เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย.....	39

การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจัย.....	43
แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์.....	55
การสอนซ่อมเสริม	55
หลักการสอนซ่อมเสริม.....	56
วิธีการสอนซ่อมเสริม	59
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	61
งานวิจัยในประเทศ.....	61
งานวิจัยต่างประเทศ.....	69
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	72
ประชากร.....	72
ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจัย.....	74
กลุ่มตัวอย่าง	74
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	75
วิธีดำเนินการสร้างแบบทดสอบ	76
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	84
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	84
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	85
ระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์	87
รูปแบบของการวิจัย	87
กลุ่มตัวอย่าง.....	88
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	88
ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือในการวิจัย	89
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	89
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	90



บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	92
ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย.....	92
สัญลักษณ์และอักษรการย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	92
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	93
ระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์	113
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิเคราะห์ผลการสัมภาษณ์ และการสนทนากลุ่ม	114
บทที่ 5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	140
สรุปผล	140
อภิปรายผล.....	142
ข้อเสนอแนะ	148
บรรณานุกรม.....	149
ภาคผนวก.....	157
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญสำหรับการตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบ	158
ภาคผนวก ข ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ.....	160
ภาคผนวก ค แบบทดสอบสำรวจ.....	179
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	200
ภาคผนวก จ แบบสัมภาษณ์ และแบบสนทนากลุ่ม.....	206
ประวัติผู้เขียน.....	219



สารบัญตาราง

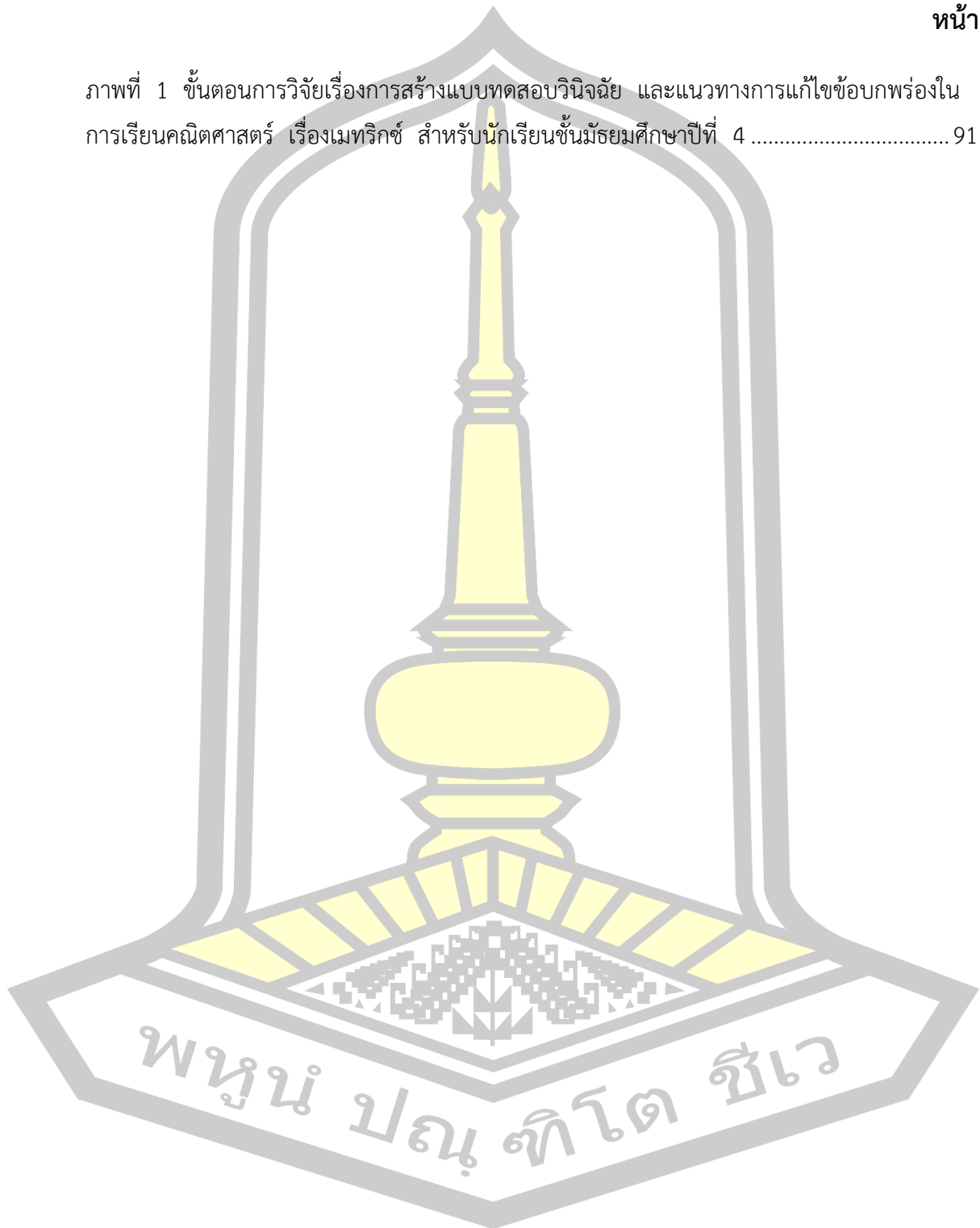
หน้า

ตารางที่ 1 ตารางหน่วย ตัวชี้วัด กระบวนการ.....	11
ตารางที่ 2 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 25593 ของ โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ.....	72
ตารางที่ 3 จำนวนกลุ่มตัวอย่างในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จำแนกตามขนาดโรงเรียนจำนวน ห้องเรียน และจำนวนนักเรียน	75
ตารางที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา ความคิดรวบยอดและจุดประสงค์การเรียนรู้.....	77
ตารางที่ 5 ตัวอย่างแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหา.....	79
ตารางที่ 6 ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบสำรวจ.....	81
ตารางที่ 7 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ทั้ง 3 ตอนจาก การทดสอบเพื่อใช้ตรวจสอบคุณภาพรายข้อ.....	82
ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบ สำรวจ เรื่อง เมทริกซ์ ฉบับที่ 1 เมทริกซ์.....	93
ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบ สำรวจ เรื่องเมทริกซ์ ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	96
ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบ สำรวจ เรื่อง เมทริกซ์ ฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	98
ตารางที่ 11 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน คณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ.....	100
ตารางที่ 12 คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ.....	101
ตารางที่ 13 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ.....	102
ตารางที่ 14 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 จากการตอบ แบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์	103

สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 ขั้นตอนการวิจัยเรื่องการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 91



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ ทำให้เป็นคนดี คนเก่ง และมีความสุข ในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ต้องใช้ความคิดอย่างมีเหตุมีผล และยากต่อการเข้าใจในการเรียนรู้ ซึ่งในโรงเรียนหนึ่งจะประกอบด้วยนักเรียนที่มีสติปัญญาแตกต่างกัน คือมีทั้งเด็กเรียนเก่ง เด็กเรียนอ่อน คละกันอยู่ เด็กที่เรียนเก่งจะมีความภาคภูมิใจและเป็นที่ยอมรับของบุคคลอื่น ๆ ส่วนเด็กที่เรียนอ่อนจะเกิดความรู้สึกท้อแท้หมดกำลังใจในการเรียน ถ้าครูไม่ให้ความช่วยเหลือปรับปรุงซ่อมเสริมหรือแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน จะทำให้เด็กที่เรียนอ่อนมีปัญหาในการเรียนเพิ่มขึ้น จะเห็นได้ว่าครูผู้สอนมีหน้าที่ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ และหาทางแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นต้องมีเครื่องมือที่สามารถค้นหาสาเหตุข้อบกพร่องตลอดจนปัญหาของผู้เรียนแต่ละคน ถ้าหากข้อบกพร่องเหล่านั้นไม่ได้รับการแก้ไข ก็จะส่งผลกระทบต่อ การเรียนในเนื้อหาอื่น ๆ และจะเป็นปัญหาในเนื้อหาอื่น ๆ ในระดับที่สูงขึ้น จึงเป็นหน้าที่ของครูที่ต้องหาสาเหตุและข้อบกพร่องในการเรียนของแต่ละคน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 3)

ประเทศไทยเป็นประเทศหนึ่งที่เล็งเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาหนึ่งในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เป็นหลักสูตรแกนกลางของประเทศ โดยกำหนดจุดมุ่งหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นเป้าหมาย และกรอบทิศทางในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีคุณภาพชีวิตที่ดี และมีขีดความสามารถในการแข่งขันในเวทีระดับโลก (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ดังนั้น การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จึงเป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ (กรมวิชาการ, 2545: 2) ถึงแม้ว่าประเทศไทยจะให้ความสำคัญต่อการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ แต่ในช่วงที่ผ่านมาเด็กไทยยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เห็นได้จากผลการประเมิน PISA 2012 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ผลปรากฏว่าคณิตศาสตร์

มีคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) เท่ากับ 427 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ย นานาชาติ (OECD) คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ในตำแหน่งประมาณช่วง 49-52 จาก 65 ประเทศ มีคะแนนอยู่ในกลุ่มเดียวกับมาเลเซีย และอินโดนีเซีย เมื่อเทียบกับคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ (494) พบว่านักเรียนไทยมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ยถึงหนึ่งระดับ หากติดตามแนวโน้มจากการประเมิน PISA ตั้งแต่ 2000 จนถึง 2012 พบว่าคณิตศาสตร์ยังคงมีแนวโน้มลดลงต่ำกว่าใน PISA 2000 ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลงอย่างมากในช่วง PISA 2003 และ PISA 2006 แม้จะมีการเพิ่มขึ้นของคณิตศาสตร์ในช่วง PISA 2009 ถึง 2012 แต่ยังไม่เพิ่มมากพอที่จะทำให้แนวโน้มสูงขึ้น และยิ่งไปกว่านั้น คณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดในสามด้านที่มีการประเมิน (ผลการทดสอบ ระดับชาติ, 2557)

จากผลทดสอบวัดความรู้ด้านคณิตศาสตร์ระดับชาติของเด็กไทยที่กล่าวข้างต้นถือได้ว่ายังอยู่ในระดับค่อนข้างต่ำ จึงยังเป็นเรื่องที่น่าเป็นห่วงในเรื่องการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย และยังเป็นที่น่าวิตกกังวลสำหรับผู้เรียนที่จบในระดับช่วงชั้นที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในกลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความถนัดด้านคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจ มีความรู้ความเข้าใจ ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ทักษะกระบวนการการแก้ไขปัญหาอย่างไม่เพียงพอที่จะนำไปใช้ในการ พัฒนาคุณภาพชีวิตและเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งสาเหตุส่วนหนึ่งที่ผู้เรียนไม่ ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์เนื่องจากมาจากครูผู้สอนไม่คำนึงถึงความแตกต่างของ ผู้เรียน ถ้าครูผู้สอนได้ศึกษาถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล พยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้สอดคล้องกับผู้เรียน ตรวจสอบติดตามประเมินผลผู้เรียนบ่อย ๆ เพื่อที่จะได้แก้ไขข้อบกพร่องที่ เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งตรงกับ ศิริเดช สุชีวะ (2550: 256) ที่ได้กล่าวถึงความสำคัญของการ วิเคราะห์จุดอ่อน จุดแข็งของผู้เรียนว่าหากครูทราบจุดอ่อนจุดแข็งของผู้เรียนก็จะสามารถส่งเสริม นักเรียนได้ตรง และเต็มตามที่ตามศักยภาพของแต่ละคน เมื่อศักยภาพของนักเรียนได้รับการค้นพบ จุดอ่อนได้รับการแก้ไข จุดแข็งได้รับการส่งเสริมผู้เรียนก็จะประสบความสำเร็จในการเรียนด้านใด ด้านหนึ่ง จากคนที่อาจจะไม่เคยรู้สึกประสบความสำเร็จในการเรียนเลย สิ่งที่เกิดขึ้นทันทีคือ ความสุข และกำลังใจที่จะเรียนรู้ใฝ่รู้ในเรื่องที่สนใจต่อไป การได้รู้ถึงจุดอ่อนจุดแข็งของผู้เรียนตั้งแต่ แรกจะนำไปสู่การวางแผนการสอน และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อันเหมาะสมกับผู้เรียน ซึ่งจะเป็น ประโยชน์ต่อผู้เรียนทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์สูงสุด

การสร้างแบบทดสอบจึงเป็นแนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะทำหน้าที่แก้ไข และหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการหา สาเหตุ และข้อบกพร่องในการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่องของผู้เรียน และหาสาเหตุว่าผู้เรียนมีผลการ เรียนด้อยเนื่องมาจากสาเหตุใด ผลจากการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนจะทำให้

ผู้เรียนได้ประเมินตนเองได้ว่าตนเองยังมีจุดประสงค์ที่บกพร่องอยู่ และสมควรจะได้รับการแก้ไข ข้อบกพร่องนั้น ๆ ทำให้ผู้เรียนรู้ความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญอย่างหนึ่งของ หลักสูตรการจัดการเรียนรู้ และในประเทศไทยได้มีการสร้างหรือพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่าง ๆ รวมไปถึงการนำแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับช่วงชั้นที่ 4 หรือระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีการสร้างหรือพัฒนาไม่มากเมื่อเทียบกับเนื้อหาสาระทั้งหมดใน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ ส่วนใหญ่การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนจะอยู่ในรูปแบบของวิจัยที่เป็นวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยได้รวบรวมมาได้ดังนี้ นิภาพร นาอ่อน (2545) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กิตติยรัตน์ ภูริพัฒน์ (2545) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จันทิมา ญาติบำรุง (2551) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 วรนุช มาตระกุล (2551) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และสมใจ ภูครองท่ง (2553) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทั้งหมดที่กล่าวมาจะวินิจฉัยเฉพาะเนื้อหาเท่านั้น และยังไม่มีการศึกษาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อใช้เป็นเครื่องมือและแนวทางที่ช่วยในการประเมินการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับแนวทางการประเมินของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เมื่อผู้วิจัยได้ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกรมวิชาการ (2551) และหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) เห็นได้ว่ามีการจัดเนื้อหาเรื่อง เมทริกซ์เรื่องแรก ๆ ในการเรียนช่วงชั้นที่ 4 เนื่องจากคำนึงถึงความต่อเนื่องกับมาตรฐานการเรียนรู้ของช่วงชั้นที่ 3 เป็นหลัก เพื่อจะใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาสาระอื่นต่อไป ซึ่งเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรระดับ การศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 4 ค31202 บรรจุเนื้อหาสาระเรื่องระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ซึ่งเรื่องเมทริกซ์เป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นต่อไป เพราะการเรียนการสอนเรื่องเมทริกซ์มีความเป็นนามธรรมค่อนข้างมาก (อุบล กลองกระโทก, 2550: 3)

จากผลทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับชาติ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21 ในปีการศึกษา 2557 และในปีการศึกษา 2558 ที่ผ่านมานั้น พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เท่ากับ 18.52 และ 22.65 ตามลำดับ (กลุ่มงานนิเทศและติดตามผล สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21, 2558: 3)

จากข้างต้นจะเห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางด้านคณิตศาสตร์ยังอยู่ในระดับที่ต่ำ จึงจำเป็นต้องหาวิธีครูผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องต้องให้ความสำคัญ หาวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ของผู้เรียนโดยค้นหาอุปสรรคในการเรียนของผู้เรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้มีคุณภาพเพิ่มขึ้น ซึ่งสาเหตุที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ต่ำอาจมาจากผู้เรียนไม่สามารถมองเห็นปัญหา หรือไม่ทราบถึงวิธีการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ผู้เรียนบางคนมักใช้วิธีท่องจำ ทำให้ผู้เรียนขาดหลักการ และเหตุผลในการแก้ปัญหา ทำให้ไม่ก่อประโยชน์อันใดเลยให้กับผู้เรียน ดังคำกล่าวของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2552: 165) ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้เมื่อได้เปลี่ยนแปลงปริมาณหรือคุณภาพของความรู้ ความสามารถ พฤติกรรมหรือลักษณะทางจิตใจ ถ้าการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่พึงประสงค์ตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรอันเป็นผลมาจากประสบการณ์การเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดขึ้นเราเรียกว่าผู้เรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามหลักสูตร

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2559 นำไปทดสอบกับผู้เรียนเพื่อค้นหาสาเหตุข้อบกพร่องในการเรียนการสอนที่ตรงจุดกับนักเรียนแต่ละคน และเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข ซ่อมเสริมในสิ่งที่เป็นข้อบกพร่องในการเรียนการสอน ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและมีผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และยังช่วยพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

ความมุ่งหมายของงานวิจัย

1. เพื่อสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการวิจัย

1. ครูผู้สอนสามารถวางแผนการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้อย่างมีประสิทธิภาพและหาสาเหตุของข้อบกพร่องในเนื้อหาที่นักเรียนไม่เข้าใจได้
2. นักเรียนได้ทราบถึงปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองให้ประสบผลสำเร็จในการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ขอบเขตด้านเนื้อหา
การศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21 บึงกาฬ
2. ขอบเขตด้านประชากร
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 25 โรงเรียน จำนวนห้องเรียน รวม 74 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 2,748 คน และครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
3. ขอบเขตด้านกลุ่มตัวอย่าง
ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย
กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 5 โรงเรียน และจำนวนนักเรียน 300 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling)

ระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้เรียนมีผลการเรียนด้อยมาจากสาเหตุใด สามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาวิธีการ ปรับปรุงแก้ไขในการสอนให้นักเรียนมีความรอบรู้เพิ่มขึ้น

2. แบบทดสอบเพื่อการสำรวจ (Survey Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้สำรวจและรวบรวมข้อบกพร่องของนักเรียน ด้วยการวิเคราะห์ถึงกระบวนการคิดของนักเรียนจากการแสดงวิธีทำในการหาคำตอบคำถามของนักเรียนในแต่ละข้อ ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบสาเหตุของข้อบกพร่องของนักเรียน โดยยึดตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเรื่องเมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการในการช่วยเหลือให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข ในสิ่งที่เป็ ข้อบกพร่องในการเรียนการสอน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

4. คุณภาพของแบบทดสอบ หมายถึง ประสิทธิภาพในการวัดของแบบทดสอบในด้านต่าง ๆ โดยพิจารณาทั้งรายข้อคือค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก และทั้งฉบับคือค่าความเที่ยงตรงและค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบดังนี้

4.1 ค่าความยาก (Difficulty) หมายถึง อัตราส่วนหรือร้อยละของจำนวนคนตอบถูกกับจำนวนคนทั้งหมด

4.2 ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกกลุ่มรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) กับกลุ่มไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) โดยกลุ่มรอบรู้คือกลุ่มที่ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับคะแนนที่เกณฑ์กำหนด และกลุ่มไม่รอบรู้ คือกลุ่มที่ได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนที่เกณฑ์กำหนด หาโดยวิธีการของแบรนนาน

4.3 ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยวัดได้ตามเนื้อหา (Content Validity) และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยเชิญผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาพิจารณาตรวจสอบ

4.4 ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยวัดความคงที่ของคะแนนในแบบทดสอบหาโดยใช้วิธีของโลเวท (Lovett)

4.5 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด หมายถึง ค่าคะแนนที่แตกต่างหรือคลาดเคลื่อนไปจากคะแนนจริงของผู้สอบ ซึ่งในการสอบแต่ละครั้งความคลาดเคลื่อนของการวัดจะไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ ความเที่ยงหรือความเชื่อมั่นของข้อสอบชุดนั้นๆ

ค่า SE_{meas} จะเปลี่ยนไปตามระดับความเชื่อมั่นที่ต้องการ ดังนี้

ที่ระดับความเชื่อมั่น 68% (68% Confidence interval) = $1 SE_{meas}$

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% (95% Confidence interval) = $1.96 SE_{meas}$

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% (99% Confidence interval) = $2.58 SE_{meas}$



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551
 - 1.1 หลักสูตรกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
 - 1.2 เนื้อหาเรื่องเมทริกซ์
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาคณิตศาสตร์
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 3.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 3.2 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 3.3 ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 3.4 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
4. การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย
5. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์
 - 5.1 การสอนซ่อมเสริม
 - 5.2 หลักการสอนซ่อมเสริม
 - 5.3 วิธีการสอนซ่อมเสริม
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

พูน ปณ ทิโต ชีเว

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติ ให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทย และเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองระบอบประชาธิปไตย อันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ

หลักสูตรกลุ่มสาระคณิตศาสตร์

- 1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
- 2) นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
- 3) มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
- 4) เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
- 5) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
- 6) เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
- 7) รู้และเข้าใจการแกสมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
- 8) เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูล และวัดดูประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

9) เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้

10) ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

จำนวนในชีวิตจริง
มาตรฐาน ค 1.1: เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้

มาตรฐาน ค 1.2: เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3: ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

จำนวนไปใช้ได้
มาตรฐาน ค 1.4: เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับ

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1: เข้าใจในพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2: วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3: แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1: อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2: ใช้สำนัภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1: อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2: ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การวัด

มาตรฐาน ค 5.1: เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2: ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3: ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1: มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2: มีความสามารถในการใช้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3: มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4: มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5: มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตารางที่ 1 ตารางหน่วย ตัวชี้วัด กระบวนการ

ลำดับที่	ชื่อหน่วย	ตัวชี้วัด	กระบวนการ
1.	ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ - เมทริกซ์ - ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง : 1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์	- สร้างความคิดรวบยอด

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ลำดับที่	ชื่อหน่วย	ตัวชี้วัด	กระบวนการ
	<ul style="list-style-type: none"> - การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ - การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น 	2. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่ ได้ 3. วิเคราะห์และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้	<ul style="list-style-type: none"> - สร้างความคิดรวบยอด - สร้างความคิดรวบยอด - การคิดคำนวณ

เนื้อหาและแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรื่องเมทริกซ์

บทนิยาม เมทริกซ์ คือ ชุดของจำนวน mn ตัว $m, n \in \mathbb{I}^+$ ซึ่งเขียนเรียงกัน m แถว (row) n หลัก (column) ภายในเครื่องหมายวงเล็บ ในรูปแบบ

$$\begin{array}{cccc}
 a_{11}, & a_{12}, & a_{1n} & \text{แถวที่ 1} \\
 a_{21}, & a_{22}, & a_{2n} & \text{แถวที่ 2} \\
 & \vdots & & \\
 a_{m1}, & a_{m2}, & a_{mn} & \text{แถวที่ } n
 \end{array}$$

หลักที่ 1 หลักที่ 2 ... หลักที่ n

เรียก a_{ij} ว่าเป็นสมาชิก (entry) ในแถวที่ i และหลักที่ j ของเมทริกซ์ หรือเรียกว่าเป็นสมาชิกในตำแหน่งที่ ij ของเมทริกซ์ เมื่อ $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$

เรียก เมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลักว่าเป็น $m \times n$ เมทริกซ์ (อ่านว่า เอ็ม คูณ เอ็น เมทริกซ์) และเรียก $m \times n$ ว่าเป็นมิติของเมทริกซ์ (dimension of matrix)

บทนิยามของการเท่ากันของเมทริกซ์ การบวก และการคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว ดังนี้

1) การเท่ากันของเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ A เท่ากับ B ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$ และเขียน $A = B$ แทน A เท่ากับ B

2) การบวกเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ เมทริกซ์ A บวกกับเมทริกซ์ B คือเมทริกซ์ $[c_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$ เขียนแทน A บวกกับ B ด้วย $A+B$

3) การลบเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ และ α, β เป็นค่าคงตัว $\alpha A - \beta B = [c_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $c_{ij} = \alpha a_{ij} - \beta b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$

4) การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ c เป็นค่าคงตัว ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ $[b_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $b_{ij} = ca_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$ เขียนแทนผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A ด้วย cA

จากบทนิยามจะได้ว่า

$$k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \dots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

5) สมบัติของการบวก ลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์

เมทริกซ์ที่มีมิติ $m \times n$ และสมาชิกทุกตำแหน่งเป็น 0 เรียกว่า เมทริกซ์ศูนย์ จะแทนด้วย $\underline{0}_{m \times n}$ หรือ $\underline{0}$

เราสามารถแสดงได้ว่า สำหรับ $A, B, C, \underline{0}$ ที่มีมิติ $m \times n$ มีสมบัติต่อไปนี้ กำหนดให้ เมทริกซ์ A, B และ C เป็นเมทริกซ์มิติ $m \times n$ มีสมบัติดังนี้

- สมบัติปิดของการบวก

$$A+B \text{ เป็นเมทริกซ์มิติ } m \times n$$

- สมบัติการสลับที่ของการบวก

$$A+B = B+A$$

- สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

$$(A+B)+C = A+(B+C)$$

- สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

มีเมทริกซ์ $\underline{0}$ ซึ่งทำให้ $A + \underline{0} = A = \underline{0} + A$

- สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

มี $-A$ ที่ทำให้ $A + (-A) = \underline{0} = (-A) + A$

เรียก $\underline{0}$ ว่าเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ของการบวก

เรียก $-A$ ว่าเป็นตัวผกผันการบวกของ A

- $c(A+B) = cA+cB$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

- $(c+d)A = cA+dA$ เมื่อ c, d เป็นค่าคงตัว

- $(cd)A = c(dA)$ เมื่อ c, d เป็นค่าคงตัว

- $1A = A, 0A = \underline{0}$

6) การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

บทนิยาม ถ้า $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times r}$ และ $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$

เมื่อ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, r$
นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^n a_{1k}b_{k2} & \dots & \sum_{k=1}^n a_{1k}b_{kr} \\ \sum_{k=1}^n a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^n a_{2k}b_{k2} & \dots & \sum_{k=1}^n a_{2k}b_{kr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^n a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^n a_{mk}b_{k2} & \dots & \sum_{k=1}^n a_{mk}b_{kr} \end{bmatrix}$$

$$\text{เมื่อ } \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

หมายเหตุ 1. ผลคูณ AB จะคูณกันได้ก็ต่อเมื่อจำนวนหลักของตัวตั้ง (A) = จำนวนแถวของตัวคูณ (B)

2. ผลคูณ AB ที่เกิดขึ้น จะมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนแถวของ A และมีจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ B นั่นคือ $(m \times n) \times (n \times k) = (m \times k)$

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix}
 \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nk} \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk} \end{bmatrix} \\
 \text{มิติของ } A & \text{มิติของ } B & & \text{มิติของ } AB
 \end{matrix}
 \end{array}$$

ในการคูณเมทริกซ์บางครั้งอาจคูณเมทริกซ์ใด ๆ กับตัวเอง เช่น เมทริกซ์ A คูณกับเมทริกซ์ A จะเขียนผลคูณได้เป็น AA และถ้าเขียนให้สั้นลงจะได้เป็น A^2 ในเมทริกซ์ จึงได้ให้ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ดังกล่าวดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ ถ้า A เป็น $n \times n$ เมทริกซ์แล้ว จะได้

A^1 หมายถึง A

A^k หมายถึง AA^{k-1} เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

ฉะนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 A^2 &= AA^{2-1} \\
 &= AA^1 \\
 &= AA
 \end{aligned}$$

7) เมทริกซ์เอกลักษณ์

บทนิยาม สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆจะให้ $I_n = [i_{jk}]_{n \times n}$ เมื่อ j และ k เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ n มีสมาชิก ดังนี้

$$i_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \text{ และเรียก } I_n \text{ ว่าเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ } n \times n \text{ ถ้าไม่เกิด}$$

ความสับสนเกี่ยวกับมิติแล้ว เราอาจเขียน I_n เป็น I

จากบทนิยามจะได้ว่า

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}, I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

และสามารถแสดงได้ว่า ถ้า A เป็น $n \times n$ เมทริกซ์แล้ว $I_n A = A I_n = A$

สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

8) สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

ให้ A, B และ C เป็นเมทริกซ์ $m \times n$ และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้

8.1 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

$$A(BC) = (AB)C$$

8.2 สมบัติการแจกแจง

$$(A+B)C = AC+BC, A(B+C) = AB+AC$$

8.3 สมบัติการมีเอกลักษณ์

$$A I_n = A = I_m A$$

8.4 $c(AB) = (cA)B = A(cB)$

9) เมทริกซ์สลับเปลี่ยน หรือทรานสโพส

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ มีสมบัติว่า $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i \in 1, 2, \dots, n$ และ $j \in 1, 2, \dots, m$ และเรียก B ว่าเป็นเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A และแทนด้วย A^t

สังเกตว่า ถ้า A เป็น $m \times n$ เมทริกซ์แล้ว A^t จะเป็น $n \times m$ เมทริกซ์ที่มีแถวที่ i

10) สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

กำหนด A, B, C เป็นเมทริกซ์ k เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้

$$10.1 \quad (A^t)^t = A$$

$$10.2 \quad \text{ถ้า } A+B \text{ หาได้ } (A+B)^t = A^t + B^t$$

$$10.3 \quad \text{ถ้า } A-B \text{ หาได้ } (A-B)^t = A^t - B^t$$

$$10.4 \quad (kA)^t = kA^t$$

$$10.5 \quad \text{ถ้า } AB \text{ หาได้ } (AB)^t = B^t A^t$$

$$10.6 \quad (-A)^t = -A^t$$

$$10.7 \quad A \text{ เป็นเมทริกซ์จัตุรัส และ } n \in \mathbb{I}^+ \text{ จะได้ } (A^t)^n = (A^n)^t$$

11) อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ มิติ 2×2

จากการคูณของจำนวนจริงจะได้ว่า $5 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 5 = 1$ เรียก 5 กับ $\frac{1}{5}$ ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของกันและกันนั่นคือ ถ้า $AB = BA = I$ (เมื่อ I คือเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณ) แสดงว่า A กับ B เป็นอินเวอร์สการคูณของกันและกัน โดยทั่วไปนิยามเขียน A^{-1} แทนเมทริกซ์ที่เป็นอินเวอร์สการคูณของ A ดังนั้นจึงได้นิยามอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์จัตุรัส $n \times n$ ใด ๆ ดังนี้

บทนิยาม ให้ A เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ ถ้า B เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ที่มีสมบัติว่า $AB = BA = I_n$ แล้วจะเรียก B ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ A และเขียนแทน B ด้วย A^{-1} เราอาจเรียกอินเวอร์สการคูณสั้น ๆ ว่าอินเวอร์สก็ได้

จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ 0 มีตัวอินเวอร์สการคูณ แต่ในเรื่องของเมทริกซ์แล้วอาจมีเมทริกซ์ที่ไม่เท่ากับ 0 และไม่มีตัวอินเวอร์สการคูณก็ได้

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $n \times n$ เมทริกซ์ A มีอินเวอร์สการคูณจะมีได้เพียงตัวเดียว

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ และ } A^{-1} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} \text{ แสดงว่า } AA^{-1} = I$$

$$\text{นั่นคือ } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax_1 + bx_3 & ax_2 + bx_4 \\ cx_1 + dx_3 & cx_2 + dx_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จากบทนิยามการเท่ากันของเมทริกซ์ จะได้

$$ax_1 + bx_3 = 1 \quad \dots (1)$$

$$cx_1 + dx_3 = 0 \quad \dots (2)$$

$$ax_2 + bx_4 = 0 \quad \dots (3)$$

$$cx_2 + dx_4 = 1 \quad \dots (4)$$

$$(1) \times d; \quad adx_1 + bdx_3 = d \quad \dots (5)$$

$$(2) \times d; \quad bcdx_1 + bcdx_3 = c \quad \dots (6)$$

$$(5) - (6); \quad adx_1 - bcdx_3 = d$$

$$x_1 = \frac{d}{ad - bc}; \quad ad - bc \neq 0$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$x_2 = \frac{-b}{ad - bc}; \quad ad - bc \neq 0$$

$$x_3 = \frac{-c}{ad - bc}; \quad ad - bc \neq 0$$

$$x_4 = \frac{a}{ad - bc}; \quad ad - bc \neq 0$$

นั่นคือ ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ เมื่อ $ad - bc \neq 0$ จะได้

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad - bc} & \frac{-b}{ad - bc} \\ \frac{-c}{ad - bc} & \frac{a}{ad - bc} \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ดังนั้น A^{-1} หาได้เมื่อ $ad - bc \neq 0$ นั่นเอง

จะเห็นว่า $n \times n$ เมทริกซ์ใด ๆ มีบางเมทริกซ์มีอินเวอร์สการคูณ ส่วนบางเมทริกซ์ไม่มีอินเวอร์สการคูณ

เมทริกซ์ A ที่มี $ad - bc = 0$ หา A^{-1} ไม่ได้ เรียก เมทริกซ์ A ว่า ซิงกูลาร์เมทริกซ์ (Singular matrix) หรือ เรียกว่า เมทริกซ์เอกฐาน

เมทริกซ์ A ที่มี $ad - bc \neq 0$ หา A^{-1} ได้ เรียก เมทริกซ์ A ว่า นอนซิงกูลาร์เมทริกซ์ (non - Singular matrix) หรือ เรียกว่า เมทริกซ์ไม่เอกฐาน

เมทริกซ์ชนิดอื่น ๆ ที่ควรรู้จักดังนี้

เมทริกซ์สมมาตร (Symmetric Matrix)

บทนิยาม เมทริกซ์ A จะเป็นเมทริกซ์สมมาตร ก็ต่อเมื่อ $A^t = A$

ข้อสังเกต สมาชิกของเมทริกซ์ A สมมาตรกันเมื่อเทียบกับทแยงมุมหลัก เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์เสมือนสมมาตร (Skew Symmetric Matrix)

บทนิยาม เมทริกซ์ A จะเป็นเมทริกซ์เสมือนสมมาตร ก็ต่อเมื่อ $A^t = -A$

เช่น กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า $A^t = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ -3 & -5 & 0 \end{bmatrix} = (-1) \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix} = -A$

ดังนั้น A เป็นเมทริกซ์เสมือนสมมาตร

ข้อสังเกต

ถ้า A เป็นเมทริกซ์เสมือนสมมาตร จะได้ว่า

A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เพราะว่า $A^t = -A$

นั่นคือ $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

จึงเป็นเมทริกซ์เสมือนสมมาตร

เพราะว่า $a_{ij} = 0$ เมื่อ $i = j$ และแต่ละ $a_{ij} = -a_{ji}$

เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (Orthogonal Matrix)

บทนิยาม เมทริกซ์ A จะเป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก ก็ต่อเมื่อ $A^t = A^{-1}$

เช่น กำหนด $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{5} & -\frac{2}{5}\sqrt{5} \\ \frac{2}{5}\sqrt{5} & \frac{1}{5}\sqrt{5} \end{bmatrix}$ จะเป็นไปตามความสัมพันธ์ $A^t = A^{-1}$

ข้อสังเกต จะเห็นได้ชัดว่า เมทริกซ์เชิงตั้งฉากเป็นเมทริกซ์จัตุรัส

เมทริกซ์เฉียงหรือเมทริกซ์เชิงทแยงมุม (Diagonal Matrix)

บทนิยาม เมทริกซ์จัตุรัส A จะเป็นเมทริกซ์เฉียง หรือเมทริกซ์เชิงทแยงมุม

ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = 0$ สำหรับทุก i และ j ซึ่ง $i \neq j$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของเมทริกซ์เฉียง

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์สเกลาร์ (Scalar Matrix)

บทนิยาม เมทริกซ์สเกลาร์ คือเมทริกซ์เฉียงซึ่งสมาชิกทุกตัวบนทแยงมุมหลักเท่ากัน

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของเมทริกซ์สเกลาร์

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์สามเหลี่ยม (Triangular Matrix)

บทนิยาม กำหนดเมทริกซ์จัตุรัส $A = [a_{ij}]_{m \times m}$

(1) A จะเป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมข้างบน (Upper Triangular Matrix)

ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = 0$ สำหรับ i และ j ทุกตัวที่ $i > j$

(2) A จะเป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมข้างล่าง (Lower Triangular Matrix)

ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = 0$ สำหรับ i และ j ทุกตัวที่ $i < j$

ข้อสังเกต (1) ถ้า $i > j$ แล้ว a_{ij} คือสมาชิกที่อยู่ต่ำกว่าทแยงมุมหลัก

(2) ถ้า $i < j$ แล้ว a_{ij} คือสมาชิกที่อยู่เหนือทแยงมุมหลัก

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของเมทริกซ์สามเหลี่ยมข้างบน

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของเมทริกซ์สามเหลี่ยมข้างล่าง

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

12) ดีเทอร์มิแนนต์

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ เมื่อ $n \geq 2$ ดีเทอร์มิแนนต์ของ A คือ $a_{11}C_{11}(A) + a_{12}C_{12}(A) + \dots + a_{1n}C_{1n}(A)$ เขียนแทนดีเทอร์มิแนนต์ของ A ด้วย $\det(A)$ หรือ

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ 2×2 ($n=2$)

$$\text{เมื่อ } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ จะได้}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ $n \times n$ เมื่อ $n > 2$

กำหนด $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ โดยที่ $a_{ij} \in R$ และ $n > 2$

$$\det(A) = a_{11}C_{11}(A) + a_{12}C_{12}(A) + \dots + a_{1n}C_{1n}(A) \quad (\text{คิดแถวใดแถวหนึ่งเป็นหลักใน}$$

$$\text{การกระจายโคแฟกเตอร์) หรือ } \det(A) = a_{1j}C_{1j}(A) + a_{2j}C_{2j}(A) + \dots + a_{nj}C_{nj}(A)$$

(คิดหลักใดหลักหนึ่งเป็นหลักในการกระจายโคแฟกเตอร์)

จะต้องรู้จักคำศัพท์พื้นฐานที่ต้องใช้สองคำ คือ ไมเนอร์ และ โคแฟกเตอร์ ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ เมื่อ $n \geq 2$ ไมเนอร์ของ a_{ij} คือ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่ได้จากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j ของ A ออก เขียนแทนไมเนอร์ของ a_{ij} ด้วย

$$M_{ij} \text{ A}$$

บทนิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ เมื่อ $n \geq 2$ ตัวประกอบร่วมเกี่ยวของ a_{ij} คือ ผลคูณของ -1^{i+j} และ M_{ij} A เขียนแทนตัวประกอบร่วมเกี่ยวของ a_{ij} ด้วย C_{ij} A

เช่น ไมเนอร์ของ a_{33} คือ

$$M_{33}(A) = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (4)(-2) - (-1)(3) = -5$$

จากบทนิยาม ได้ว่า $C_{ij} A = -1^{i+j} M_{ij} A$

การหาดีเทอร์มิแนนต์มิติ 3x3

- ให้เติมหลักที่ 1 และหลักที่ 2 ต่อไปทางขวามือ
- นำสมาชิกในแนวทแยงลงแต่ละแนวคูณกัน แล้วนำมารวมกัน กำหนด

เป็นตัวตั้ง

- นำสมาชิกในแนวทแยงขึ้นแต่ละแนวคูณกัน แล้วนำมารวมกัน กำหนด

เป็นตัวลบ

13) อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

อินเวอร์สคูณของเมทริกซ์ที่มีมิติ 3x3

บทนิยาม กำหนด $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ โดยที่ $n \geq 2$ เมทริกซ์ผกผันของ A

(Adjoint Matrix) คือทรานสโพสของโคแฟกเตอร์เมทริกซ์ของ A เขียนแทนด้วย $\text{adj}(A)$ นั่นคือ

$$\text{adj}(A) = [c_{ij}(A)]_{n \times n}^t$$

จากบทนิยาม เมื่อ

$$\text{อาจเขียนได้ดังนี้ } \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} c_{11}(A) & \cdots & c_{1n}(A) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}(A) & \cdots & c_{nn}(A) \end{bmatrix}^t$$

$$\text{นั่นคือ } \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} M_{11}(A) & \cdots & (-1)^{1+n} M_{1n}(A) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (-1)^{n+1} M_{n1}(A) & \cdots & (-1)^{n+n} M_{nn}(A) \end{bmatrix}^t$$

ทฤษฎีบท สำหรับ $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, $a \in \mathbb{R}$, n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

ถ้า $\det(A) \neq 0$ แล้ว $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj} A$

14) สมบัติอินเวอร์สคูณของเมทริกซ์

กำหนด A, B เป็นเมทริกซ์มิติ $n \times n$ ที่สามารถหา A^{-1} และ B^{-1} ได้

$$14.1 \quad (A^{-1})^{-1} = A$$

$$14.2 \quad (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$14.3 \quad (A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

$$14.4 \quad (A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$$

$$14.5 \quad (kA)^{-1} = \frac{1}{k} A^{-1}$$

$$14.6 \quad \det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

15) การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

การเปลี่ยนระบบสมการเชิงเส้นให้เป็นเมทริกซ์โดยทั่วไปแล้ว เมื่อกำหนดระบบสมการเชิงเส้นที่มี m สมการและ n ตัวแปร

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

สามารถเขียนสมการเมทริกซ์ที่สัมพันธ์กับระบบสมการนี้ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

A
 X
 B

ถ้า $m = n$ และ $\det(A) \neq 0$ แล้ว $X = A^{-1}B$

นั่นคือ ถ้า $m = n$ และ $\det(A) \neq 0$ แล้วเราสามารถหาคำตอบของระบบสมการได้

จาก $X = A^{-1}B$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์ส ทำได้ดังนี้

1. เปลี่ยนระบบสมการเชิงเส้นให้เป็นเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์และตัวแปร

$AX = B$

2. ปรับสมการเมทริกซ์เป็น $X = A^{-1}B$

3. ใช้สมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์หาค่าตัวแปร x, y, z, \dots

ทฤษฎีบท (กฎของคราเมอร์) เมื่อกำหนดระบบสมการเชิงเส้นที่มี n สมการและ n ตัวแปร โดย $AX = B$ เป็นสมการเมทริกซ์ที่สัมพันธ์กับระบบสมการนี้

$$\text{ให้ } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ถ้า $\det(A) \neq 0$ คำตอบเชิงระบบสมการนี้คือ

$$x_1 = \frac{\det A_1}{\det A}, \quad x_2 = \frac{\det A_2}{\det A}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\det A_n}{\det A}$$

เมื่อ A_i คือเมทริกซ์ที่ได้จากการแทนหลักที่ i ของ A ด้วยหลักของ B ทุก $i \in 1, 2, \dots, n$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์

บทนิยาม กำหนดระบบสมการเชิงเส้นที่มี m สมการและ n ตัวแปร

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

เมทริกซ์แต่งเติม (argmented matrix) ของระบบสมการนี้คือ

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

เส้นประที่ปรากฏในเมทริกซ์แต่งเติมเขียนเพื่อแยกสัมประสิทธิ์และค่าคงตัวที่ปรากฏในระบบสมการเชิงเส้นออกจากกัน

บทนิยาม ให้ A เป็น $m \times n$ เมทริกซ์ เรียกการดำเนินการต่อไปนี้ว่าเป็นการดำเนินการตามแถว (row operation) กับเมทริกซ์ A

1. สลับที่แถวที่ i และ j เขียนแทนด้วย R_{ij}
2. คูณสมาชิกในแถวที่ i ด้วยค่าคงตัว $c \in 0$
3. เปลี่ยนแถวที่ i ของ A โดยนำค่าคงตัว c คูณสมาชิกในแถวที่ j , $j \neq i$ แล้วนำไปบวกกับสมาชิกแต่ละตัวในแถวที่ i เขียนแทนด้วย $R_i + cR_j$

บทนิยาม ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากเมทริกซ์ A โดยการดำเนินการตามแถวแล้ว จะกล่าวว่า B สมมูลแบบแถว (row equivalent) กับ A เขียนแทน B สมมูลแบบแถวกับ A ด้วย $A \sim B$

กล่าวโดยสรุป เรื่องเมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย 3 เรื่อง คือเมทริกซ์ การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น มีเนื้อหา ดังนี้

- 1) เมทริกซ์ประกอบด้วย การการเท่ากันของเมทริกซ์ การบวก ลบ เมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ ด้วยสเกลาร์ สมบัติของการบวก ลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ การคูณเมทริกซ์ ด้วยเมทริกซ์ เมทริกซ์เอกลักษณ์ สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ เมทริกซ์สลับเปลี่ยนหรือ ทรานส์โพส
- 2) อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ ประกอบด้วย อินเวอร์สการคูณที่มีมิติ 2×2 และมี มิติ 3×3 การหาดีเทอร์มิแนนต์ ไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ การหาดีเทอร์มิแนนต์มิติ 3×3 และ สมบัติอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์
- 3) การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น ประกอบด้วย การเปลี่ยนระบบสมการเชิงเส้นให้เป็นเมทริกซ์ได้จาก $X = A^{-1}B$ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ อินเวอร์สได้จาก $X = A^{-1}B$ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยกฎของคราเมอร์ และการแก้ระบบ สมการเชิงเส้นโดยใช้การดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหากรณีศึกษา

มีผู้ศึกษาและให้ความหมายลักษณะของนักเรียนที่เรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการสอนสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนคณิตศาสตร์ ดังนี้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ (2549: 15) ได้ศึกษาสำรวจความเห็นเกี่ยวกับ สาเหตุที่เด็กไทยอ่อนคณิตศาสตร์ และแนวทางแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) ปัญหาสื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสื่อที่มีขนาดเล็ก ทำให้นักเรียนไม่ได้มีส่วนร่วม บางครั้งผู้บริหารเป็นผู้กำหนดการซื้อสื่อทำให้ได้สื่อที่ไม่มีประสิทธิภาพ ไม่เอื้อสระในการซื้อสื่อ ขาดงบประมาณในการซื้อสื่อ ครูไม่สามารถสร้างสื่อให้ตรงกับเนื้อหาบางเรื่องได้ ครูขาดความรู้ในการผลิตสื่อ สื่อมีน้อยไม่หลากหลาย มีแต่เอกสาร สื่อไม่ได้มาตรฐาน สื่อสำเร็จรูปที่จัดซื้อบางชิ้นไม่ ตรงกับเนื้อหาที่ใช้สอน ขั้นตอนในการซื้อสื่อยุ่งยากไม่สะดวก สื่อไม่น่าสนใจ สื่อไม่ตรงกับเนื้อหา ครูไม่มีเวลาผลิตสื่อ

แนวทางแก้ไขเนื้อหาบางเรื่องสามารถใช้สื่อของจริงสอน อาจให้ปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ระดมสมอง ให้นักเรียนสร้างสื่อเอง ใช้การตั้งคำถาม ใช้สื่อรอบตัวในห้อง จัดสถานการณ์บทบาทสมมติ ผลิตสื่อเอง หรือนำสื่อเก่ามาปรับปรุงให้ดีขึ้น ปรับปรุงวิธีการซื้อและแหล่งที่ซื้อสื่อ

2) ปัญหาเกี่ยวกับครู ครูตรวจงานนักเรียนไม่ทัน เวลาสอนน้อยเนื้อหาการสอนไม่ทัน ชั่วโมงสอนอยู่ในภาคบ่ายทำให้นักเรียนไม่สนใจ การพัฒนาผู้สอนทำได้ไม่ทั่วถึง ไม่มีเวลาผลิตสื่อ การสอน การตามงานผู้สอนบกพร่อง ครูเตรียมการสอนไม่ดีพอ มีผู้สอนหลายคนในวิชาเดียวกัน สอนไม่สอดคล้องกัน สอนนักเรียนแตกต่างกันมากทำให้สอนยาก ครูจบไม่ตรงสาขาวิชาเอก ครูไม่เข้าใจในเนื้อหา ขาดความมั่นใจในการสอน ครูไม่ชอบค้นคว้าหาความรู้ใหม่เพิ่มเติม ครูขาดความกระตือรือร้น ครูไม่มีจิตสำนึกในความเป็นครู ครูขาดแรงเสริมไม่มีกำลังใจทำงาน ครูขาดเทคนิคในการถ่ายทอด ครูขาดจรรยาบรรณ ครูสอนเร็วเกินไป ครูสอนแบบตึงเครียด ครูมีอารมณ์ไม่คงที่ ครูคณิตศาสตร์ ครูใช้วิธีการวัดผลไม่ตรงกับเนื้อหาหรือกิจกรรมที่สอน ครูไม่เอาใจใส่เด็กเท่าที่ควร ครูชอบลาหยุด ครูออกข้อสอบในสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่สอนและข้อสอบยาก ครูขาดการนิเทศระหว่างกันและกัน ครูต้องใช้เวลาเตรียมเนื้อหาเพราะสอนหลายวิชา

แนวทางแก้ไข ครูต้องมีจิตวิทยาในการสอน ฝึกให้นักเรียนคิดเป็น ฝึกทักษะกระบวนการ และฝึกให้อดทนในการแก้ปัญหาโดยไม่รู้ตัว ชี้ให้เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ ว่านำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร ครูควรมีความอดทนในการแก้ปัญหาในการเรียนการสอน ควรมีการพัฒนาครูในหลาย ๆ ด้าน จัดอบรมบ่อย ๆ ในเรื่องเนื้อหา วิธีการสอน และการผลิตสื่อใช้เอง สิ่งที่สำคัญที่สุดคือ ตัวครูต้องแม่นในเนื้อหาและมีวิธีการสอนที่หลากหลาย แล้วจะสามารถคิดสื่อการสอนที่เหมาะสมได้เอง พร้อมทั้งยังสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

3) ปัญหาเกี่ยวกับนักเรียนนักเรียนทวงเล่น เกียจคร้าน เวลาเรียนน้อย ไม่ชอบคิด ชอบก่อวุ่นในห้อง ชอบลอกงานมาส่ง นักเรียนสับสน สมาธิสั้น ไม่ชอบเรียน ปัญหาสภาพจิตใจ และมาจากสภาพครอบครัวไม่ค่อยดี ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ นักเรียนไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ ไม่มีพื้นฐานการคิดคำนวณ ภาระงานทางบ้านเยอะ การเปิดโอกาสให้สอบซ่อมในวิชาที่สอบตกได้หลายครั้งหรือตลอดเวลาที่นักเรียนพร้อมทำให้นักเรียนไม่กระตือรือร้น ครูไม่สามารถลงโทษนักเรียนที่ขาดคุณธรรมได้ นักเรียนขาดอุปกรณ์ในการเรียน ไม่มีสมาธิในการเรียนเนื่องจากจัดเวลาเรียนในช่วงเวลาที่ไม่เหมาะสม

แนวทางแก้ไข ครูควรสร้างความเข้าใจ จัดกิจกรรมหลากหลายที่น่าสนใจ ให้กำลังใจ สร้างแรงจูงใจ แบ่งกลุ่มเพื่อนช่วยเพื่อน สร้างเจตคติที่ดีให้แก่เด็ก โดยการนำเข้าสู่บทเรียนด้วยสิ่งที่น่าสนใจ ให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ค้นหาวิธีการสอนหรือกระบวนการสอนที่เป็นขั้นตอนชัดเจน ให้ความรักความเข้าใจแก่นักเรียนเสมอทุก ๆ คน

4) ปัญหาความถนัด และสติปัญญาของนักเรียนต่างกัน บางคนสมาธิสั้น ถ้าครูใช้วิธีสอนแบบเดียวจะไม่ประสบความสำเร็จ หลักสูตรอาจไม่สอดคล้องในทางปฏิบัติ ครูบางคนอาจได้รับภาระงานที่นอกเหนือจากการสอนมากไปไม่มีเวลาเอาใจใส่เด็กอย่างทั่วถึง อีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ไม่ประสบความสำเร็จในการสอนคณิตศาสตร์ คือนักเรียนไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์

แนวทางแก้ไข ครูควรทำวิจัยในชั้นเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลเพื่อแก้ปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นก่อนที่จะสะสมมากขึ้น

5) ปัญหานักเรียนมีพื้นฐานคณิตศาสตร์บกพร่อง สาเหตุจากครูผู้สอนไม่แม่นยำในเนื้อหา จบไม่ตรงสาขาวิชาเอก เทคนิคการสอนไม่ดี หรือแม้กระทั่งคนที่จบตรงสาขาเองบางคนก็มีความรู้ดี แต่เทคนิคการสอนไม่ดี ทำให้เด็กที่ได้รับความรู้ไปอย่างบกพร่อง ทำให้ขาดความรู้ หรือรู้ผิด ๆ สะสมมาเรื่อยๆจนทำให้ผลสัมฤทธิ์ต่ำ สื่อการสอนที่ใช้ยังไม่ชัดเจนพอทำให้ครูใช้สื่อบางอย่างแบบไม่รู้จริง

แนวทางแก้ไข ฝึกให้ครูมีความรู้ความเชี่ยวชาญในการสอน โดยจัดอบรมครูให้ทั่วถึง และสม่ำเสมอ ทำชุดการเรียนการสอนเพิ่มเติม อาจจะเป็นในลักษณะบทเรียนสำหรับเรียนรู้ด้วยตนเอง หรือบทเรียนเสริมสำหรับเนื้อหาที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือทำทุกเนื้อหาเตรียมไว้เพราะนักเรียนมีความแตกต่างกัน ซึ่งเป็นการฝึกอยู่เสมอ และชุดการสอนควรมีทั้งความยากง่ายหลายระดับ มีโจทย์ที่หลากหลาย ครูควรความรู้ดี มีเทคนิคการถ่ายทอดดีจะสามารถทำให้เด็กสนใจและรักในวิชา ครูควรทำให้เด็กมีความเชื่อมั่นและรักในตัวครูแล้วเด็กจะรักในวิชาที่เรียน ครูควรวิเคราะห์และใช้สื่อการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและสอดคล้องกับกลุ่มนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน

6) ปัญหานักเรียนไม่สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้กับชีวิตจริงได้ เกิดจากการเรียนแต่ทฤษฎีอย่างเดียว ไม่นำประสบการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ ไม่นำสิ่งที่เรียนมาใช้ให้ได้ประโยชน์สูงสุด

แนวทางแก้ไข ครูต้องหาวิธีการให้เด็กนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง เช่นการให้นักเรียนทำโครงการที่เป็นเรื่องของการบูรณาการคณิตศาสตร์มาใช้กับชีวิตจริง ในการจัดการเรียนการสอนควรมีโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงให้ทำบ้าง หรืออาจจะบูรณาการเรื่องให้นักเรียนแล้วให้ไปคิดว่าจะนำไปใช้กับชีวิตจริงได้อย่างไร ให้นักเรียนลองหาตัวอย่าง สถานการณ์จำลองมาแก้ปัญหา หรือให้นักเรียนได้พบปัญหาจริง ๆ ก็ได้ แล้วคิดว่าจะนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาได้อย่างไร

7) ปัญหานักเรียนไม่ชอบคิดและแก้ปัญหา เกิดจากเด็กไทยถูกปลูกฝังไม่ค่อยให้คิด ไม่กล้าแสดงความคิด กลัวผิด ครูสอนแบบบอกอย่างเดียว ทำให้เด็กฟังอย่างเดียวแล้วลอกตามไม่ยอมคิด นอกจากนี้ครูมักสอนแบบถามตอบโดยให้พูดเติมคำตอบพร้อมกันทั้งชั้นทำให้เด็กไม่ได้รับการคิด นอกจากนี้การวัดผลโดยใช้ข้อสอบปรนัยเป็นการเอื้อให้เด็กเดาไม่ได้คิด ทุกสาเหตุสะสมกันทำให้เด็กไม่ชอบคิดแก้ปัญหา

แนวทางแก้ไข จะต้องมีกิจกรรมที่หลากหลาย เราความสนใจทำให้เด็กอยากคิด เช่นฝึกให้คิดสองคนหรือคิดเป็นกลุ่ม เน้นให้คิดเป็นกระบวนการ แล้วจึงให้คิดเดี่ยว หาโจทย์ที่หลากหลายหรือให้นักเรียนสร้างโจทย์เอง เพื่อก่อให้เกิดกระบวนการคิดโดยกิจกรรมที่จะใช้แล้วแต่เนื้อหาที่สอน

8) ปัญหานักเรียนขาดการฝึกฝนและทบทวนด้วยตนเอง มักลอกการบ้านเกิดจากขาดการการปลูกฝัง ความรับผิดชอบ ความประพฤติ คุณธรรมและจริยธรรม เพราะถ้าเด็กขาดในส่วนนี้ก็หมายถึงการขาดความรับผิดชอบ

แนวทางแก้ไข ครูตรวจการบ้าน แก้ปัญหาไปที่ละลายอย่าปล่อยปละเลย ผู้ปกครองควรเอาใจใส่ดูแลอย่างทั่วถึง เช่น ดูว่าวันนี้มีการบ้านอะไร ช่วยคุณให้ทำการบ้าน ปลูกฝังให้รับผิดชอบตั้งแต่เด็ก มีความซื่อสัตย์ มีความขยัน ใ้แรงจูงใจภายในว่าอนาคตของเราขึ้นอยู่กับเราเอง ทำให้เด็กเกิดแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ครูต้องไม่เน้นคะแนนเป็นสำคัญ เพราะเด็กจะไม่คิด ฟังแต่เด็กเก่ง ให้เด็กลองคิดเองแล้วให้คะแนนใกล้เคียงกัน ฝึกทักษะการเรียนรู้ไปเรื่อย ๆ เด็กจะเกิดความมั่นใจสูงขึ้น

9) ปัญหานักเรียนไม่ชอบการคิดคำนวณ เกิดจากเด็กไม่ชอบคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนไม่สอนให้เห็นเป็นรูปธรรม สอนยากทำให้เด็กฝังใจว่าคณิตศาสตร์ยาก น่าเบื่อ ทำซ้ำซาก ทำให้ไม่อยากรู้

แนวทางแก้ไข ต้องทำให้คณิตศาสตร์เป็นเรื่องสนุกโดยอาจใช้เกม เพลง นำเทคโนโลยีมาช่วยสอน เช่น โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน บทเรียนการ์ตูน ใช้เครื่องคิดเลข บ้างในบางเรื่องที่มีตัวเลขมาก แต่ต้องเน้นให้เด็กมีทักษะการคิดก่อน สร้างกิจกรรมที่เข้าใจ นำเหตุการณ์ในปัจจุบันมาผูกเป็นเรื่องให้คิด ดูว่าเด็กสนใจเรื่องใดก็นำมาเชื่อมโยง มีวิธีการเข้าใจ ทำกิจกรรมให้น่าสนใจ สร้างสิ่งแวดล้อมให้กระตุ้นความสนใจของเด็ก จัดให้มีการแข่งขันบ้าง มีรางวัลบ้าง กิจกรรมจะเป็นแบบใดขึ้นอยู่กับเนื้อหา และกลุ่มนักเรียน กิจกรรมหนึ่งไม่สามารถใช้ได้กับทุกเรื่อง

พัชรี มะเสนะ (2549: 50) วิจัยในชั้นเรียน เรื่อง“ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนปทุมรัตน์พิทยาคม” พบว่า ปัญหาในการสอนคณิตศาสตร์เกิดจากนักเรียนไม่ชอบคิด เนื้อหาวิชาที่เรียนมากเกินไป นักเรียนไม่ชอบทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง สื่อการสอนไม่เพียงพอ นักเรียนพื้นฐานไม่ดี นักเรียนสับสนจำสูตรไม่ได้ นักเรียนสติปัญญาไม่ดี ลักษณะวิชาต้องคิดซับซ้อน สูตรมากสับสนจำยาก

พิมพ์พร ฟองหล้า (2553: 33-41) ทำการศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยเอกชนในกรุงเทพมหานคร พบว่า

- 1) สภาพปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของอาจารย์และนักศึกษา ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง ได้แก่ พื้นความรู้เดิมก่อนเรียนระดับอุดมศึกษา นักศึกษาไม่มีความถนัดทางด้านคิดคำนวณ มีเจตคติไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ คิดว่าเป็นวิชาที่ยาก มีความวิตกกังวลก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2) สภาพปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เรียนอยู่ในคณะหรือ สาขาวิชาต่างกัน มีสภาพปัญหาแตกต่างกันในเรื่องต่าง ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.5 ดังนี้ 2.1) ปัญหาอาจารย์ผู้สอน นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกันในเรื่องอาจารย์สอนเนื้อหาเร็วเกินไป ไม่ใช่สื่อการสอนเพื่อช่วยให้เข้าใจเนื้อหา ไม่ยอมรับฟังความคิดเห็นของนักศึกษา เข้าสอนไม่ตรงเวลา และบรรยากาศการเรียนการสอนเครียด 2.2) ปัญหาพื้นความรู้เดิมวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกันในเรื่องมีความถนัดทางด้านคิดคำนวณน้อย ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาอยู่ในระดับต่ำ มีพื้นความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2.3) ปัญหาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษามีความคิดเห็นแตกต่างกันในเรื่องไม่ชอบอาจารย์ผู้สอน ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ ไม่เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ทำให้ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง เป็นวิชาที่ยาก และรู้สึกท้อแท้ไม่อยากเรียนเมื่อต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่าจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 จำแนกตามรายวิชายังคงทำให้ทราบว่าวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเฉลี่ยระดับเขตพื้นที่การศึกษาต่ำกว่าระดับประเทศ และระดับสังกัด ซึ่งสาเหตุของปัญหานั้นมีหลายปัจจัย ดังนี้ 1) ปัญหาอาจารย์ผู้สอน ครูเตรียมการสอนไม่ดีพอ มีผู้สอนหลายคนในวิชาเดียวกันสอนไม่สอดคล้องกันสอนนักเรียนแตกต่างกันมากทำให้สอนยาก ครูจบไม่ตรงสาขาวิชาเอก ครูไม่เข้าใจในเนื้อหา ขาดความมั่นใจในการสอน 2) ปัญหาจากนักเรียน เกิดจากเด็กไม่ชอบคณิตศาสตร์ ไม่ชอบการคิดคำนวณ นักเรียนขาดการฝึกฝนและทบทวนด้วยตนเอง มักลอกการบ้านเกิดจากขาดการการปลูกฝัง ไม่มีความรับผิดชอบ 3) ปัญหาพื้นความรู้เดิมวิชาคณิตศาสตร์ มีความถนัดทางด้านคิดคำนวณน้อย 4) ปัญหาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ ไม่เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ทำให้ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง เป็นวิชาที่ยาก และรู้สึกท้อแท้ไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูผู้สอนต้องศึกษาหาแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องจึงเป็นเครื่องมือที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่อง จุดอ่อน จุดด้อยของผู้เรียน หาสาเหตุในข้อบกพร่องว่าผู้เรียนมีความบกพร่องทางด้านใด และหาแนวทางในการแก้ไขจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบวินิจฉัย

ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

ยานี สังข์ศรีอินทร์ (2550: 12) ได้สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียนวิชาต่าง ๆ เป็นรายบุคคล พร้อมทั้งระบุสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องนั้น เพื่อจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

ศิริเดช สุชีวะ (2550: 258) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่อง จุดอ่อนหรือจุดด้อยของผู้เรียนทั้งในทางวิชาการและทางด้านจิตใจเพื่อแยกผู้เรียนว่ามีความสามารถดีหรือด้อยในเรื่องใด และหาสาเหตุว่าผู้เรียนมีผลการเรียนด้อยเนื่องมาจากสาเหตุใด แบบทดสอบวินิจฉัยนี้นอกจากจะเป็นประโยชน์ทางวิชาการแล้วยังใช้เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความผิดปกติทางด้านร่างกายและจิตใจด้วย

วิยดา ช่อนำ (2551: 14) ได้สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละเนื้อหาย่อย ๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นได้อย่างตรงจุดและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน

สมนึก ภัททิยธนี (2553: 15) กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้ค้นหาจุดบกพร่องหรือจุดอ่อนในการเรียนวิชาต่าง ๆ ของนักเรียนหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลง ผลจากแบบทดสอบทำให้ทราบว่านักเรียนคนใดมีจุดบกพร่องหรือจุดอ่อนในการเรียนเรื่องใดแล้ว สามารถนำสาเหตุหรือจุดบกพร่องนั้น ๆ ไปเป็นแนวทางในการแก้ไขและจัดวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

สุเทพ สันติวรานนท์ (2553: 69) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยคือแบบทดสอบที่สร้างเพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของนักเรียนที่เกิดขึ้นในการเรียนเพื่อหาวิชานั้น ๆ อีกทั้งช่วยให้ทราบสาเหตุของความบกพร่อง อันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนในแง่ของการเป็นแนวทางนำไปสู่การสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด การปรับปรุงแก้ไขนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น ปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

สุมานี กลิ่นพูน (2555: 34) สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อมุ่งค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนวิชาต่าง ๆ เป็นรายบุคคลพร้อมทั้งสามารถระบุสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องนั้น เพื่อนำไปสู่กระบวนการสอนซ่อมเสริมและเป็นแนวทางในการปรับปรุงทางการเรียนการสอนต่อไป

บุญชม ศรีสะอาด (2558: 10) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อให้เห็นจุดบกพร่อง จุดที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรคในการเรียนเรื่องหนึ่ง ๆ ของนักเรียนแต่ละคน

ธอนไดค์ และเฮเกน (Thronthike; & Hagen. 1969: 646) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่รวบรวมปัญหาและสาเหตุที่ทำให้เกิดความบกพร่องในการเรียนวิชาต่าง ๆ ไว้ในแบบทดสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการในการสอนซ่อมเสริมที่ตรงจุดและเป็นการช่วยปรับปรุงความรอบรู้ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย

บราวน์ (Brown. 1970: 253) กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งที่จะทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนวซึ่งจะทำให้สามารถชี้ให้เห็นจุดอ่อนหรือจุดบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล ในแต่ละส่วนย่อยของแบบทดสอบนั้น

สิงห์ (Singha. 1974: 200-201) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนในส่วนที่จะให้ความช่วยเหลือซ่อมเสริมโดยแบบทดสอบประเภทนี้การสุ่มเนื้อหาจำเป็นต้องละเอียดมาก และแบบทดสอบประเภทนี้ความเที่ยงตรงของเนื้อหาที่มีความจำเป็นมากกว่าแบบทดสอบประเภทอื่น

อาห์แมนน์ และกล็อก (Ahmann and Glock, 1975: 8) กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากสิ้นสุดให้การเรียนการสอนแล้ว จุดมุ่งหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยคือ ช่วยให้เราไปถึงข้อบกพร่องเฉพาะที่เป็นพื้นฐานที่อยู่เบื้องหลังของนักเรียน

จากความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ค้นหาข้อบกพร่อง จุดอ่อนหรือจุดด้อยของผู้เรียน และหาสาเหตุว่าผู้เรียนมีผลการเรียนด้อยเนื่องจากสาเหตุใด เพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการในการสอนที่ตรงจุด และเป็น การช่วยปรับปรุงความรอบรู้ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย

ลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยดังต่อไปนี้

ธีรรัตน์ นาชัยฤทธิ์ (2550: 21) ได้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การคูณและการหารจำนวนนับได้ ให้นิยามลักษณะที่สำคัญของแบบทดสอบวินิจัย มีดังนี้

- 1) วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ และแบบอิงกลุ่ม
- 2) เกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญ
- 3) เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นหลัก
- 4) เป็นข้อสอบที่ง่ายและมีข้อสอบจำนวนมากข้อ
- 5) แยกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ หลายฉบับเพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่าง
- 6) ควรเป็นข้อสอบที่ไม่จำกัดเวลาในการตอบ (Power test)
- 7) ใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำและชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของ

นักเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน

อุบล มีสิมมา (2551: 12) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย ไว้ดังนี้

- 1) เป็นแบบทดสอบที่แยกออกเป็นฉบับย่อย ๆ โดยจะวัดเฉพาะด้านความรู้และความสามารถของนักเรียนเป็นด้าน ๆ ของแต่ละรายวิชา
- 2) เนื้อหาที่ต้องการวัดจะต้องสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในหลักสูตร
- 3) เป็นแบบทดสอบที่เน้นความตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ
- 4) เป็นแบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมาก ในแต่ละเนื้อหาที่ต้องการทดสอบ
- 5) เป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

สุรียาพร อุดลย์พงศ์ไพศาล (2552: 23) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย ไว้ดังนี้

- 1) เพื่อค้นหาสาเหตุของความบกพร่องและปัญหาต่าง ๆ ในการเรียนของนักเรียน
- 2) ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน
- 3) เนื้อหาที่ต้องการวัดต้องสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรและจุดประสงค์ของการสอน
- 4) เป็นแบบทดสอบที่เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) เป็นสำคัญ

- 5) มีจำนวนข้อสอบหลาย ๆ ข้อ และสามารถวัดได้ในทักษะเดียวกัน
- 6) คำถามมักเป็นคำถามที่ค่อนข้างง่าย โดยมีระดับความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป
- 7) เป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา
- 8) เกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัย

บุญชม ศรีสะอาด (2558: 50) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังต่อไปนี้

- 1) จะมุ่งวัดเป็นเรื่อง ๆ หรือด้าน ๆ ไป ถ้าต้องอาศัยทักษะย่อย ๆ หลายทักษะ ก็อาจแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ (Sub test) วัดตามทักษะย่อย ๆ นั้น
- 2) มีคะแนนของแต่ละด้านแต่ละตอนเพราะมุ่งค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละด้าน ดังนั้นคะแนนรวมของแต่ละคนจะไม่เป็นประโยชน์สำหรับกรณีนี้
- 3) มีจำนวนข้อสอบหลาย ๆ ข้อที่วัดมโนภาพหรือทักษะเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เพิ่มโอกาสการทำผิดพลาดให้มากขึ้น จะช่วยวัดนักเรียนที่มีความบกพร่องในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างเพียงพอ
- 4) มักเป็นแบบทดสอบที่ให้เวลาเต็มที่ (Power test) ในการทำข้อสอบโดยจะเริ่มจากข้อที่ง่าย ๆ แล้วค่อยเพิ่มความยากขึ้น
- 5) การสร้างแบบทดสอบชนิดนี้จะสร้างจากรากฐานการวิเคราะห์ทักษะเฉพาะที่ส่งผลให้เรียนได้สำเร็จและจากการศึกษาข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องที่มักเกิดขึ้นกับนักเรียน
- 6) ความเป็นมาตรฐานของแบบทดสอบวินิจฉัย อยู่ที่ว่าเครื่องมือที่ใช้ดำเนินการสอบภายใต้สถานการณ์เดียวกัน และการให้คะแนนมีความเป็นปรนัย

เพนนี (Payne. 1968: 167) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าแบบทดสอบวินิจฉัยจะต้องเป็นแบบทดสอบที่สอดคล้องกับหลักสูตร อีกทั้งข้อสอบจะต้องเกิดจากการวิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียด และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ โดยทั่วไปจะใช้แบบทดสอบวินิจฉัยทดสอบหลังจากการสอนเนื้อหาสิ้นสุด ซึ่งอาจใช้แบบทดสอบที่ทดสอบนักเรียนเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลก็ได้

บลูม (Bloom. 1971: 91-92) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า

- 1) เป็นแบบทดสอบเพื่อหาจุดบกพร่องของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานเพื่อหาระดับการเรียนรู้ เพื่อใช้ในการค้นหาที่บกพร่องและจัดสอนซ้ำหรือสอนซ่อมเสริมและปรับปรุงวิธีสอน
- 2) ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกจากวิธีสอนปกติพอสมควรแล้ว

3) ใช้ประเมินได้ทั้งพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ด้านจิตพิสัย (Affective Domain) ด้านทักษะพิสัย (Psychomotor Domain)

4) แบบทดสอบวินิจฉัย มีทั้งเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยมาตรฐาน และแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น

5) ต้องมีจำนวนข้อมากโดยแต่ละข้อมีความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป

6) การประเมินผลคะแนนจากแบบทดสอบอาจใช้ได้ทั้งแบบอิงกลุ่มและอิงเกณฑ์ แต่เน้นที่แบบอิงเกณฑ์

7) วิธีรายงานจากแบบทดสอบทำได้โดยการเขียนเส้นภาพ (Profile) ของแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อย

ซิงห์ (Singha. 1974:20-205) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1) มีจำนวนคำถามมากข้อและครอบคลุมจุดประสงค์ของการเรียน (Learning Point)

2) จะต้องมีการวิเคราะห์เนื้อหา

3) มักเป็นคำถามง่าย ๆ

4) ไม่จำกัดเวลาสอบ

5) ในแบบทดสอบย่อยประกอบด้วย ข้อสอบที่วัดในลักษณะเดียวกัน

6) ไม่มีการตั้งเกณฑ์ปกติ เพราะแบบทดสอบชนิดนี้ต้องการค้นหาจุดอ่อนของนักเรียนมากกว่าใช้ผลเพื่อเปรียบเทียบผลการเรียน

กรอนลันด์ (Gronlund. 1976: 139) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ในลักษณะดังนี้

1) ยืดความบกพร่องในการเรียนเป็นขอบข่ายในการวัด

2) ความบกพร่องที่จะวัดเป็นความบกพร่องเฉพาะอย่าง

3) ข้อสอบมีลักษณะง่าย

4) ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน

5) สร้างขึ้นเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียน

6) นำผลไปใช้ในการพิจารณาจัดการสอนซ่อมเสริม

เมห์เรนส์ และเลห์มานน์ (Mehrens and Lehmann. 1984: 462-464

กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า

1) การทดสอบวินิจฉัยไม่ได้คำนึงถึงคะแนนการสอบเพียงอย่างเดียว แต่จะพิจารณาถึงรายละเอียดต่าง ๆ จากผลงานของนักเรียนประกอบด้วยเพื่อเป็นแนวทางในการจัดสอนซ่อมเสริม

2) แบบทดสอบวินิจฉัยจะต้องสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ในกรณีที่ต้องการจะแสดงว่าโดยทั่วไปนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับใดของกลุ่ม และไม่มีเกณฑ์ปกติ (Norm) ในกรณีที่เราถือว่าเกณฑ์ปกติ (Norm) ได้มาจากข้อสอบมาตรฐานอื่น ๆ ซึ่งเป็นเกณฑ์ปกติระดับชาติ (National Norm) อยู่แล้ว

3) แบบทดสอบวินิจฉัยจะเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน ในกรณีที่เครื่องมือนั้นถูกใช้ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน และการให้คะแนนมีความเป็นปรนัย

4) แบบทดสอบวินิจฉัยอาจใช้เกณฑ์แบบปกติเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile Norm) หรือเกณฑ์ปกติแบบเทียบชั้น (Grade Equivalent Norm) ได้ตามความเหมาะสม

5) แบบทดสอบวินิจฉัย จะใช้เฉพาะกับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งจะต้องใช้เวลามากในการดำเนินการสอบ การตรวจและการตีความหมายของคะแนน

6) แบบทดสอบวินิจฉัยสร้างยากกว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์อื่น ๆ เพราะนอกจากจะต้องการคำตอบของนักเรียนแล้ว ยังต้องทำให้สามารถรู้ว่ามีข้อบกพร่องในด้านใด

จากลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยข้างต้น ผู้วิจัยสรุปลักษณะที่สำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนดังนี้

1) เป็นแบบทดสอบที่แยกออกเป็นฉบับย่อย ๆ มุ่งวัดความสามารถในเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยเฉพาะ

2) จำนวนข้อสอบหลาย ๆ ข้อและครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

3) เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

4) ข้อสอบค่อนข้างง่าย

5) ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน โดยไม่จำกัดเวลาสอบ

6) มีเกณฑ์ขั้นต่ำไว้สำหรับเทียบ เพื่ออธิบายถึงข้อบกพร่องในการเรียนเพื่อเป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอน

ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยดังต่อไปนี้

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533: 93-94) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนที่มีต่อครูและนักเรียนดังนี้

ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยสำหรับครู

1) ช่วยปรับปรุงการสอนของครูเพื่อจะรู้ว่าครูสอนเรื่องอะไรและหัวข้อใดที่นักเรียนยังมีข้อบกพร่องอยู่ เพราะเนื้อหาบางเรื่องต้องใช้ความรู้พื้นฐานเก่า หากว่าครูยังไม่แก้ไขข้อบกพร่องเก่า ๆ จะทำให้การเรียนเนื้อหาต่อไปไม่ประสบความสำเร็จได้

2) ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตรงตามความต้องการของผู้เรียน โดยใช้เทคนิคได้อย่างเหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน เพราะเนื้อหาแต่ละตอนมีความยากไม่เหมือนกันหากว่าครูไม่ทราบว่าเป็นปัญหามากต่อผู้เรียน ครูก็ควรจะต้องแบ่งเป็นพิเศษในเนื้อหาตอนนั้น ๆ และหาวิธีสอนที่จะทำให้ นักเรียนประสบความสำเร็จได้

3) ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัยทำให้มีเวลาสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลมากขึ้น

ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยสำหรับนักเรียนมีดังนี้

1) ผลการสอบจากแบบสอบวินิจฉัยการเรียนจะทำให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเองได้ว่าตนเองยังมีจุดประสงค์ใดที่บกพร่องอยู่สมควรจะได้รับการแก้ไข ทำให้นักเรียนรู้ความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร

2) จากการทำแบบสอบวินิจฉัยการเรียนผลที่ได้จะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเนื้อหาหรือทักษะในเรื่องนั้นหรือไม่ ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปได้หรือไม่

3) จะเป็นแรงจูงใจในการเรียน ให้นักเรียนเตรียมพร้อมในการเรียนอยู่เสมอ เพราะถ้าผู้เรียนรู้ว่าเมื่อจบบทเรียนแล้วจะมีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยการเรียน ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลวจนทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

โชติ เพชรชื่น (2544: 10-11) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีประโยชน์ต่อนักเรียน ครูผู้สอน และผู้บริหาร ดังนี้

1) ช่วยให้นักเรียนรู้ข้อบกพร่องของตนเองโดยดูคะแนนผลการสอบ แต่ละส่วนว่ามีส่วนไหนบ้างที่ได้คะแนนน้อยกว่าปกติ หรือต่ำกว่าคะแนนเกณฑ์ เมื่อรู้ข้อบกพร่องหรือจุดด้อยแล้ว ก็จะได้ปรับปรุงหรือฟื้นฟูความรู้ความเข้าใจหรือฝึกทักษะในเรื่องนั้น ๆ เป็นการเฉพาะเป็นการ

แก้ปัญหาในส่วนของตัวนักเรียนบางคนอาจมีข้อบกพร่องเพียงจุดเดียว ด้านเดียว แต่บางคนอาจบกพร่องหลาย ๆ จุด หลาย ๆ ด้านก็ได้ไม่เท่ากัน

2) ครูผู้สอนหรือครูที่ปรึกษาสามารถช่วยเหลือได้ตรงจุด ทำให้ปัญหาของนักเรียนหมดไปโดยเร็วเป็นการประหยัดเวลา นอกจากนั้นยังต้องตระหนักว่าวิธีการสอนที่เคยใช้อยู่ก่อนอาจไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้สอนเสริม ควรแสวงหาหรือเลือกวิธีการสอนใหม่ ซึ่งแตกต่างไปจากวิธีการสอนแบบเดิมที่เคยใช้สอนเรื่องนั้น ๆ มาก่อนแล้ว

3) ผู้บริหารโรงเรียนสามารถจัดการ สนับสนุนและอำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอนหรือครูที่ปรึกษา ตลอดทั้งตัวนักเรียนเองได้ตรงประเด็นหรือตรงตามความต้องการ ผลที่เกิดขึ้นก็คือ ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตร

วิยะดา ซ่อนขำ (2551: 30-31) ได้ดำเนินสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนและการดำเนินการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ให้นิยาม ประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีประโยชน์ต่อนักเรียน ครู ผู้สอน และผู้บริหาร ดังนี้

1) แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ครูใช้ในการค้นหาจุดบกพร่องการเรียนของนักเรียนในแต่ละเนื้อหาย่อย ๆ ว่านักเรียนไม่เข้าใจในเนื้อหาการเรียนในแต่ละตอน

2) เป็นแนวทางในการปรับปรุง แก้ไข ถึงกระบวนการจัดการเรียนการสอนที่เกิดจากความบกพร่องของตัวครูผู้สอน

3) ผู้เรียนสามารถประเมินตนเองได้ถึงจุดบกพร่องในการเข้าใจเนื้อหาเพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหาอีกครั้ง และทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียน เตรียมพร้อมในการเรียนอยู่เสมอ

ลินควิสต์ (Lindquist. 1966: 37) ได้กล่าวถึงข้อดีของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนดังนี้

1) สามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ละเอียด
2) ช่วยให้ครูผู้สอนทราบถึงองค์ประกอบที่สำคัญของเนื้อหาวิชาลำดับขั้นของกระบวนการเรียนการสอนตลอดจนจุดบกพร่อง

3) ช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนของครู

4) ประหยัดเวลาและแรงงานทำให้ครูมีเวลาในการจัดซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคลได้

5) ช่วยทำให้นักเรียนทราบถึงจุดบกพร่องของตนและสามารถนำมาใช้ปรับปรุงการเรียนได้ตรงจุด

บลูม (Bloom. 1971: 91-101) ได้กล่าวถึงหน้าที่และประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนสรุปไว้ดังนี้

- 1) ใช้วัดพื้นฐานความรู้ก่อนเข้าเรียน
- 2) ใช้วัดระดับความรู้
- 3) ใช้แยกนักเรียนเป็นกลุ่มเป็นพวกเพื่อหาทางใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม
- 4) ใช้ค้นหาสาเหตุของความผิดที่เกิดขึ้นซ้ำซาก

กรอนลัน (Gronlund. 1981: 322) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนไว้ดังนี้

- 1) แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนแต่ละฉบับสะท้อนถึงมโนคติเกี่ยวกับเรื่องที่วัดของผู้สร้างและข้อคิดของผู้เรียนในการวินิจฉัย
- 2) แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำจึงเหมาะสมสำหรับพิจารณาข้อบกพร่องทางการเรียน แต่จะไม่เหมาะสมสำหรับการพิจารณาระดับความชำนาญ
- 3) แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน จะเป็นตัวบอกประเภทของข้อบกพร่องของนักเรียนแต่จะไม่บอกสาเหตุของข้อบกพร่องนั้น แม้ว่าบางครั้งจะสามารถบอกสาเหตุจากประเภทของข้อบกพร่องหรือจากการอธิบายคำตอบของนักเรียน แต่ข้อบกพร่องบางชนิดอาจเกิดขึ้นจากหลายสาเหตุหรือเกี่ยวข้องกันในลักษณะที่ซับซ้อน
- 4) แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนที่ทำการวินิจฉัยอุปสรรคทางการเรียนของนักเรียนเพียงส่วนเดียว ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ที่มีต่อส่วนประกอบนั้นด้วย
- 5) ผลที่ได้จากแบบทดสอบย่อยหรือกลุ่มของข้อสอบ ในการวินิจฉัยการเรียนอาจเชื่อถือได้น้อยเพราะอาจบางหัวข้อเท่านั้นที่สกัดกั้นเฉพาะ ดังนั้นการหาข้อเด่น ข้อด้อย ทางการเรียนควรสังเกตจากห้องเรียนประกอบด้วย

จากการศึกษาประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจฉัยมีประโยชน์ต่อนักเรียน ครูผู้สอน และผู้บริหารโรงเรียน ดังนี้

- 1) นักเรียนสามารถรู้ข้อบกพร่องของตนเองในเนื้อหานั้น ๆ และสามารถหาสาเหตุจากข้อบกพร่อง นำมาปรับปรุงแก้ไขให้ตรงจุดให้ดีขึ้น
- 2) ครูผู้สอนสามารถช่วยเหลือได้ตรงจุด ช่วยปรับปรุงการสอนของครูในเนื้อหาที่นักเรียนยังบกพร่อง ทำให้ประหยัดเวลาและแรงงานในการวินิจฉัย

3) ผู้บริหารโรงเรียนสามารถสนับสนุน อำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอนได้ตรงตามความต้องการในข้อบกพร่อง ทำให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

- นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงเทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยดังต่อไปนี้
- ศิริเดช สุชีวะ (2550: 259-260) ได้สรุปขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้
- 1) ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาหรือทักษะอย่างละเอียดแล้วแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อยๆ
 - 2) ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาย่อยเหล่านั้นเพื่อนำมาสร้างเป็นตัวลงในแบบทดสอบ
 - 3) เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และข้อบกพร่องที่ต้องการวัดในแต่ละด้าน
 - 4) เรียบเรียงข้อสอบไว้เป็นด้าน ๆ เพื่อสะดวกในการวินิจฉัย โดยในแต่ละด้านควรมีข้อสอบค่อนข้างง่ายไม่น้อยกว่า 3 ข้อ
 - 5) ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบ แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไข
 - 6) เขียนคู่มือและแบบแผนการวินิจฉัย
- จตุพร แสนเมืองชิน (2551: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้
- 1) ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 2) วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์ของหลักสูตร
 - 3) สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร
 - 4) ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาหาความตรงของแบบทดสอบ
 - 5) นำแบบทดสอบไปทำการสอบหาจุดบกพร่องและหาตัวลงในแบบทดสอบ
 - 6) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยปรับปรุงจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ
 - 7) ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาหาความตรงของแบบทดสอบ
 - 8) ทดสอบเพื่อวินิจฉัยครั้งที่ 1

- 9) วิเคราะห์หาความยาก อำนาจจำแนกและปรับปรุงแก้ไข
 - 10) ทดสอบเพื่อวินิจฉัยครั้งที่ 2
 - 11) วิเคราะห์หาความยาก อำนาจจำแนกและปรับปรุงแก้ไข
 - 12) ทดสอบเพื่อวินิจฉัยครั้งที่ 3
 - 13) วิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบเป็นรายข้อและทั้งฉบับ
 - 14) จัดพิมพ์คู่มือการใช้แบบทดสอบและจัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นรูปเล่ม
- สุเทพ สันติวรานนท์ (2553: 67-73) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

ในเชิงปฏิบัติการ ดังนี้

- 1) กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ
 - 2) วิเคราะห์ทักษะที่จำเป็นและเนื้อหาวิชาอย่างละเอียด แล้วแบ่งเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ
 - 3) เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ครอบคลุมเนื้อหาที่กำหนด
 - 4) เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ในข้อสอบจะกำหนดให้นักเรียนหาคำตอบและสาเหตุการเลือกตอบ ซึ่งในขั้นนี้ถือเป็นขั้นการสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจหาสาเหตุของการเลือกตอบ
 - 5) นำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มที่ได้เรียนเนื้อหานั้นผ่านมาแล้ว
 - 6) วิเคราะห์หาคำตอบ และสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ ทั้งนี้เพื่อนำผลการวิเคราะห์มากำหนดสร้างตัวเลือกของแบบทดสอบวินิจฉัยต่อไป
 - 7) เขียนข้อสอบโดยเลือกสร้างจากสาเหตุของการเลือกตอบของนักเรียน
 - 8) นำข้อสอบในขั้นที่ 7 มารวบรวมเป็นฉบับแบบทดสอบวินิจฉัย แล้วนำไปทดลองใช้และพัฒนาปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น
 - 9) เขียนคู่มือในการใช้แบบทดสอบ และกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อสามารถบ่งชี้ถึงความบกพร่อง และค้นหาสาเหตุของความบกพร่องในแต่ละทักษะนั้นได้
- สิทธิยา มณีสาย (2555, หน้า 36) สรุปเป็นขั้นตอนในการสร้างได้ ดังนี้
- 1) กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ
 - 2) ศึกษาเนื้อหาเพื่อวิเคราะห์เนื้อหา แล้วเขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
 - 3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร
 - 4) กำหนดจำนวนข้อคำถามลงในตารางวิเคราะห์หลักสูตร

- 5) สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรง
- 6) นำไปทดสอบกับนักเรียนเพื่อหาข้อบกพร่อง
- 7) นำผลที่ได้มาปรับปรุงเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
- 8) นำแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้ และพัฒนาแบบทดสอบ

ให้มีคุณภาพดีขึ้น

- 9) จัดทำคู่มือและพิมพ์เป็นรูปเล่ม

สุมานี กลิ่นพูน (2555: 37) จากการศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุป ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยได้ ดังนี้

- 1) วางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
- 2) วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตรโดยการหาเป็นตารางวิเคราะห์หลักสูตร
- 3) กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ลักษณะของแบบทดสอบและจำนวนข้อสอบ
- 4) สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร
- 5) ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้คำตอบที่รวบรวมมาจากการตอบของนักเรียนที่ตอบผิดในการทดสอบเพื่อสำรวจมาสร้างเป็นตัวलग แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียน
- 6) วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์หาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพื่อใช้ในการปรับปรุงแบบทดสอบต่อไป

ลินด์ควิสต์ (Lindquist. 1966: 37-38) ได้กล่าวไว้ว่า ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยให้มีคุณภาพมากที่สุดนั้น มีเกณฑ์ในการสร้างดังต่อไปนี้

- 1) แบบทดสอบวินิจฉัยต้องสัมพันธ์กับหลักสูตร และมีความชัดเจนในจุดประสงค์ที่ต้องการทดสอบ
- 2) คำถามในแบบทดสอบต้องสร้างให้สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการทดสอบ
- 3) ทำการวิเคราะห์อย่างละเอียดโดยอาศัยการทดสอบค้นหาอุปสรรคในการตอบหรือความไม่เข้าใจในการเรียนเป็นหลัก
- 4) แบบทดสอบต้องสามารถวัดพฤติกรรมทางสมองของนักเรียนได้อย่างเพียงพอ และต้องใช้ค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนได้

สิงห์ (Singha. 1974: 200-204) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

- 1) ไม่จำเป็นต้องสร้างตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เนื่องจากไม่ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหากับวิธีการ

2) ไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจฉัยเพราะจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่อง

3) หากสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเลือกตอบสั้น ๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่าสามข้อในแต่ละจุดประสงค์

4) การสร้างอาจสร้างเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน (Standard Test) หรือแบบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher-made Test) แต่แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมีค่ามากกว่า เพราะประหยัดเวลาและกำลังงานมากกว่าแบบทดสอบมาตรฐาน

คลาร์ก และสตาร์ (Clark & Starr. 1976: 352) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

- 1) จัดตั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
- 2) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยให้มีจำนวนหลาย ๆ ข้อต่อหนึ่งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3) รวบรวมและจัดเรียงแบบทดสอบ

เมห์เรนส์ และเลห์มานน์ (Mehrens & Lehmann. 1984 : 410) ได้อธิบายถึงหลักในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ให้มีคุณภาพดี จำเป็นต้องอาศัยหลักการต่าง ๆ สรุปได้ดังนี้

1) ความสามารถในการวิเคราะห์ทักษะหรือความรู้ให้เป็นทักษะหรือความรู้ย่อย ๆ

2) ความสามารถในการพัฒนาตัวข้อสอบให้มีความตรงในการวัดทักษะย่อย ๆ จากการศึกษาเทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยสรุปได้ว่าเทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยดังมีลำดับขั้นตอนและวิธีการสร้าง ดังนี้

กำหนดหัวข้อวินิจฉัย

1) กำหนดจุดมุ่งหมาย และวางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน

2) ศึกษาทฤษฎี เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง หลักสูตรแกนกลาง คู่มือครู

3) ศึกษาเนื้อหา ความคิดรวบยอดและจุดประสงค์การเรียนรู้

4) นำตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาสาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่อง

สร้างแบบทดสอบสำรวจ

1) สร้างแบบทดสอบสำรวจ เพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียน โดยยึดตามจุดประสงค์การเรียนรู้ มีลักษณะแบบเติมคำและแสดงวิธีทำ

2) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบ
สำรวจที่สร้างขึ้น พร้อมด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมกับที่พิจารณาจุดประสงค์การ
เรียนรู้กับเนื้อหาทำการพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่
กำหนดให้หรือไม่

3) นำแบบทดสอบสำรวจไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง
จำนวน 100 คน เพื่อสำรวจข้อบกพร่อง และรวบรวมคำตอบที่นักเรียนตอบผิดนำมาสร้างเป็นตัว
ลงในสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง

สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

1) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง สร้างขึ้นโดยยึดจุดประสงค์การเรียนรู้
มีลักษณะเป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

2) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบ
วินิจฉัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้น พร้อมด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม

3) นำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง
จำนวน 74 คน เพื่อตรวจสอบคุณภาพรายข้อ

4) นำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุง คัดเลือกไป
ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 300 คน โดยพิจารณาทั้งรายข้อคือค่าความยาก และค่าอำนาจ
จำแนก และทั้งฉบับคือค่าความเชื่อมั่น ค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ และหาความ
คลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5) จัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นรูปเล่ม

การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ ผู้วิจัยขอเสนอการหา
คุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยตามแนวแบบทดสอบอิงเกณฑ์ดังนี้

1) ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ (p)

ในการหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน
ได้ให้แนวคิดและข้อเสนอแนะถึงค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ไว้ ดังนี้

ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 196) ได้เสนอแนวความคิดเห็นว่าข้อสอบอิงเกณฑ์จะพิจารณาค่าความยากง่ายของข้อสอบแตกต่างจากแบบอิงกลุ่ม โดยข้อสอบอิงเกณฑ์ในแต่ละข้อจะต้องมีค่าความยากง่ายน้อยกว่า 0.40 ก่อนที่นักเรียนจะได้รับการสอน และเมื่อนักเรียนได้รับการสอนแล้ว ข้อสอบแต่ละข้อจะต้องมีค่าความยากง่ายมากกว่า 0.75 ทั้งนี้เป็นเพราะการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ไม่ได้เน้นที่จะนำค่าความยากง่าย เพื่อมาเลือกข้อสอบแต่เน้นที่คุณภาพในการสอนของครู กล่าวคือถ้าครูยังไม่ได้สอนเนื้อหา นั้น ข้อสอบควรจะยากคือมีค่า p ต่ำกว่า 0.40 แต่ถ้าครูทำการสอนแล้วและครูสอนดีนักเรียนควรจะเรียนรู้ในเนื้อหา นั้นก็ควรจะทำข้อสอบนั้นได้ซึ่งข้อสอบควรจะง่ายคือมีค่ามากกว่า 0.75 ส่วนการคำนวณค่าความยากง่ายนั้นจะคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	p	แทน	ดัชนีค่าความยากง่าย
	R	แทน	จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูก
	N	แทน	จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบทั้งหมด

สมบัติ ท้ายเรือคำ (2551: 88-89) กล่าวว่าความยาก คือสัดส่วนที่แสดงว่าข้อสอบนั้นมีคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้ามีคนตอบถูกมากก็เป็นข้อสอบง่าย ถ้ามีคนตอบถูกน้อยก็เป็นข้อสอบยาก ซึ่งแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ไม่ใช่ค่าความยากเป็นเกณฑ์ในการตัดสินคุณภาพเครื่องมือ ข้อสอบที่คัดเลือกมาใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลควรเป็นข้อสอบที่มีความยากปานกลางคือประมาณ .50 แต่ในทางปฏิบัติกำหนดเกณฑ์ระดับความยากของข้อสอบที่จะเลือกไว้ในช่วง .2-.8

พิสนุ พงศ์ศรี (2552: 21) ความยากเป็นสัดส่วนของการตอบถูกผิดของข้อสอบแต่ละข้อในแบบสอบ ข้อคำถามใดที่มีคนตอบถูกมากถือว่าเป็นข้อสอบที่ง่าย จะมีค่าความยากมากข้อใดที่มีคนตอบถูกน้อยถือว่ามีความยากมาก แต่จะได้ค่าความยากน้อย ค่าความยากมีค่าระหว่าง .00-1.00 ค่าความยากยิ่งสูง ข้อสอบยิ่งง่าย ค่าที่ใช้ได้ค่าระหว่าง .20-.80 ค่าที่ดีที่สุดคือค่าปานกลาง คือ .50

สมนึก ภัททิยธนี (2553 : 212) ข้อสอบแบบอิงเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ต้องเน้นความสามารถในการวัดตามวัตถุประสงค์นั้นอย่างแท้จริง แม้จะเป็นข้อสอบที่ง่ายหรือยากก็ไม่ถือว่าเป็นข้อสอบที่ไม่ดี ค่าความยากจึงไม่ได้นำมาชี้ถึงคุณภาพและไม่ได้เป็นเกณฑ์สำคัญในการคัดเลือกข้อสอบ

ไพศาล วรคำ (2554: 292) ความยากของข้อสอบเป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบข้อสอบนั้นถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่าข้อสอบง่าย

หรือมีดัชนีความยากสูง ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยาก หรือมีค่าดัชนีความยากต่ำ การหาค่าความยากของข้อสอบนิยามหาเฉพาะในการสอบแบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบ ข้อสอบที่มีค่าความยากเหมาะสมอยู่ระหว่าง .20-80 ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้นพิจารณาความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ แต่พิจารณาพฤติกรรมและเนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่า การหาความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหาเพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น

ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 148) ได้กล่าวว่า ดัชนีความยากเป็นดัชนีผกผันกับการแปลความหมาย คือ ถ้ามีดัชนีความยากต่ำ ข้อสอบยาก ถ้ามีดัชนีความยากสูง ข้อสอบง่าย การตรวจสอบความยากของข้อสอบอย่างพินิจพิเคราะห์จะสามารถสะท้อนปัญหาเกี่ยวกับการทดสอบและการจัดการเรียนการสอนได้

สมนึก ภัททิยธนี (2558: 213) ได้เสนอแนวคิดที่ว่า ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ อิงเกณฑ์ หมายถึง อัตราส่วนหรือร้อยละของจำนวนคนตอบถูกกับจำนวนคนทั้งหมด การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สูตรจะคำนวณจากสูตร ดังนี้ ในการหาค่าความยากของแบบทดสอบ

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p แทน ดัชนีค่าความยากง่าย
R แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูก
N แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบทั้งหมด

2) ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 197) ได้เสนอแนวคิดความคิดเห็นว่าค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์นั้นจะเป็นค่าอำนาจจำแนกระหว่างกลุ่มที่ยังไม่ได้รับการเรียนรู้หรือกลุ่มที่ยังไม่รู้ (Nonmaster) กับกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้แล้วหรือที่รู้แล้ว (Master) ข้อสอบอิงเกณฑ์ไม่เน้นที่ค่าอำนาจจำแนก เนื่องจากแบบทดสอบอิงเกณฑ์จะใช้ในการวัดผลที่ใช้การเรียนการสอนแบบมีระบบ (Systematic instruction) เช่นการเรียนแบบรอบรู้ นักเรียนทุกคนจะเรียนรู้หมด นั่นคือมีคะแนนเต็มหรือใกล้เต็มทุกคน เมื่อหาค่าอำนาจจำแนกจะมีค่าเป็น 0 หรือใกล้ 0 ทั้งนี้ ดัชนีอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์ควรมีค่าเท่ากับหรือมากกว่า 0

การคำนวณค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบมีอยู่ 2 วิธี

วิธีที่ 1 คำนวณจากผลการทดสอบซ้ำกัน 2 ครั้ง โดยการเอาแบบทดสอบฉบับเดิมไปสอบกับนักเรียนแล้วคำนวณจากสัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูกต้องก่อนได้รับการสอน (Preinstruction) กับ หลังได้รับการสอน (Postinstruction) ซึ่ง (Cox และ Vargas,Tucker และ Vargas ได้เสนอสูตรดังนี้

$$PPDI = \frac{R_{pos}}{n} - \frac{R_{pre}}{n}$$

เมื่อ PPDI แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์ (Pre-to-Post Difference Index)

R_{pos} แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกต้องหลังได้รับการสอน

R_{pre} แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกต้องก่อนได้รับการสอน

n แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบทั้งหมด

วิธีที่ 2 คำนวณจากผลการทดสอบเพียงสอบครั้งเดียว วิธีนี้อาแบบทดสอบไปสอบกับนักเรียนหลังจากนักเรียนเรียนรู้แล้ว แล้วนำข้อมูลมาคำนวณจากสัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกต้องของกลุ่มที่สอบผ่านเกณฑ์กับกลุ่มที่สอบยังไม่ผ่านเกณฑ์ คำนวณโดยใช้สูตรของเบรนนาน (Brennan)

$$B = \frac{U}{n_1} - \frac{L}{n_2}$$

เมื่อ B แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

U แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกต้องของกลุ่มที่สอบผ่านเกณฑ์

L แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกต้องของกลุ่มที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์

n_1 แทน จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์

n_2 แทน จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์

บุญชม ศรีสะอาด (2558: 87) ได้เสนอแนวคิดเห็นว่า อำนาจจำแนกของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เป็นประสิทธิภาพในการจำแนกผู้สอบเป็นผู้รอบรู้หรือสอบผ่านกับผู้ไม่รอบรู้หรือสอบไม่ผ่าน

สุรวาท ทองบุ (2553: 101-103) ได้เสนอแนวความคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อแบบอิงเกณฑ์ จะมุ่งเน้นการหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบเพียงอย่างเดียว ซึ่งเสนอไว้ 2 วิธี คือการหาค่าอำนาจจำแนกจากผลการสอบสองครั้ง (ก่อนสอนและหลังสอน) และจากผลการสอบครั้งเดียว (หลังสอน) เป็นวิธีหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่เสนอ โดยเบรนนันค่าอำนาจจำแนกที่หาโดยวิธีนี้ เรียกว่า ดัชนีบี (B-Index) หรือ Brennan

สมนึก ภัททิยธนี (2553: 213) ได้เสนอแนวคิดที่ว่า ค่าอำนาจจำแนกคือความสามารถของข้อสอบในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะหรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้ การวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อแบบอิงเกณฑ์มีอยู่ 2 วิธี วิธีที่ 1 การหาค่าอำนาจจำแนกจากผลการทดสอบสองครั้ง (ก่อนสอนและหลังสอน) กล่าวคือให้ผู้สอบทำข้อสอบชุดนั้นก่อนสอนและทำข้อสอบชุดนั้นอีกครั้งหลังสอบเสร็จแล้วเพื่อดูผลต่างของการตอบถูก ซึ่งเป็นค่าอำนาจจำแนกที่เสนอ Krysin and Feldhuson (Kryspin & Feldhuson) เรียกค่าอำนาจจำแนกดังกล่าวว่า ดัชนีเอส (S-Index หรือ Sensitivity Index) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$S = \frac{R_{pos} - R_{per}}{N}$$

เมื่อ S แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

R_{POS} แทน จำนวนคนตอบถูกก่อนสอน

R_{pre} แทน จำนวนคนตอบถูกหลังสอน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

วิธีที่ 2 การหาค่าอำนาจจำแนก จากผลการสอบครั้งเดียว (หลังการสอน) กล่าวคือเมื่อครูสอนจบตามจุดประสงค์ที่ต้องการจึงให้ผู้สอบทำข้อสอบชุดนั้น เพียงครั้งเดียว (หลังสอน) เพื่อจำแนกผู้สอบออกเป็นกลุ่มรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) กับกลุ่มไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ซึ่งเป็นค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่เสนอโดย Brennan, Mednick and Mednick (1974: 244-261) ค่าอำนาจจำแนก ที่หาโดยวิธีนี้ เรียกว่า ดัชนี บี (B-Index หรือ Brennan Index) อำนาจจำแนกของข้อสอบในที่นี้ จึงหมายถึง ผลต่างระหว่างอัตราส่วนของจำนวนคนในกลุ่มรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูกกับอัตราส่วนของจำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูกใช้สูตรดังนี้

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ B	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
U	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
L	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
N ₁	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์)
N ₂	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)

ขั้นตอนในการวิเคราะห์ดัชนี บี

- นำข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ไปทดสอบกับนักเรียนที่เรียนจบเรื่องที่จะวัด
 - ตรวจให้คะแนนข้อสอบแต่ละข้อและรวมคะแนนของทุกข้อ
 - ใช้จุดตัดหรือคะแนนเกณฑ์ตัดสินการผ่าน-ไม่ผ่าน แบ่งผู้สอบออกเป็นผู้รอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) กับผู้ไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)
 - ได้จำนวนผู้รอบรู้ (N₁) และผู้ไม่รอบรู้ (N₂)
 - แต่ละข้อนับจำนวนผู้รอบรู้ที่ตอบถูก (U) และนับจำนวนผู้ไม่รอบรู้ที่ตอบถูก (L)
 - คำนวณหาค่าอำนาจจำแนก (B) จากสูตร
- การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้สูตรของเบรนนันในการหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ Brennan

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ B	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
U	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
L	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
N ₁	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์)
N ₂	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)

3) ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ

ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบเป็นคุณภาพของแบบทดสอบ หมายถึงแบบทดสอบที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือจุดประสงค์ที่ต้องการจะวัด ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ความถนัด เจตคติ จริยธรรม บุคลิกภาพ และอื่น ๆ แบบทดสอบทุกฉบับจะต้องมีคุณภาพด้านความเที่ยงตรงจึงจะเชื่อถือได้ว่าเป็นแบบทดสอบที่ดีและผลที่ได้จากการวัดจะถูกต้องตามที่ต้องการ ความเที่ยงตรงในการวัดจำแนกตามคุณลักษณะหรือจุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้ 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity)

ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct Validity)

ลั้วณ สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 246) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เกี่ยวกับความเที่ยงตรงตามเนื้อหาว่า เป็นเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่ต้องการจะวัดความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ หมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ ส่วนความเที่ยงตรงตามโครงสร้างนั้น หมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้น

สำหรับวิธีการคำนวณหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ มีวิธีหาดังนี้

1. ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) เป็นความเที่ยงตรงที่ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่า ข้อสอบแต่ละข้อที่สร้างขึ้นนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่ โดยพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) ใช้สูตรของโรวินอลลีและแฮมเบลตัน ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหาหรือระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2. ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) หมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบ ไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ จำแนกเป็น 2 ชนิด ดังนี้

2.1 ความเที่ยงตรงเชิงสภาพ (Concurrent Validity) ความเที่ยงตรงเชิงสภาพของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ หมายถึง แบบทดสอบอิงเกณฑ์ที่สามารถวัดความรู้ (Master) และไม่รอบรู้ (Nonmaster) ของนักเรียนในการทดสอบ (Test status) ในแต่ละจุดประสงค์ว่าตรงกับสถานภาพความรู้จริง (Known status) หรือไม่ ถ้าตรงกับสถานภาพความรู้จริง ก็แสดงว่ามีความเที่ยงตรงสูง

2.2) ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ หมายถึง แบบทดสอบที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับผลงานที่สำเร็จไปแล้วเพื่อพยากรณ์สถานภาพในอนาคต (Future status)

3. ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้นหรือวัดได้ครอบคลุมตามลักษณะของโครงสร้างของแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีคำนวณดังนี้

3.1 คำนวณจากค่าความสัมพันธ์

3.2 คำนวณจากหลายลักษณะหลายวิธี (The Multitrait-Multimethod)

3.3 คำนวณจากการวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis)

3.4 คำนวณจากกลุ่มที่รู้ชัดอยู่แล้ว (Know-group technique)

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้วิธีการคำนวณหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์จากการพิจารณาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence: IOC) โดยใช้สูตรของโรวินลลีและแฮมเบลตันในการหาความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหาหรือระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 187) ได้กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นนั้น จะขึ้นอยู่กับข้อสอบที่เป็นตัวแทนของเนื้อหาที่จะทำการวัด ถ้าข้อสอบที่ปรากฏในแบบทดสอบสามารถเป็นตัวแทนของข้อสอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างเพียงพอ แบบทดสอบนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเพียงพอ แต่ถ้าแบบทดสอบไม่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา สิ่งที่จะเกิดตามมามี 2 ประการ คือ ประการที่หนึ่งผู้เรียนไม่สามารถแสดงทักษะที่พวกเขา มีได้ เพราะทักษะเหล่านั้นไม่ได้รับการทดสอบ และประการที่สองข้อสอบที่นำมาสอบจะไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ครูสอน ทำให้ผู้เรียนทำข้อสอบไม่ได้หรือคำตอบของผู้เรียนไม่ถูกต้อง ดังนั้นผลที่ตามมาก็คือแบบทดสอบจะมีคะแนนต่ำ ซึ่งแปลความหมายได้ว่าคะแนนของแบบทดสอบไม่เพียงพอที่จะวัดความสามารถของผู้เรียนตามเนื้อหาที่ครูได้ทำการสอนไปแล้ว สำหรับครูส่วนใหญ่แล้วมักจะคุ้นเคยกับเนื้อหาที่ครูต้องสอนเป็นอย่างดี ดังนั้นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นจึงมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยธรรมชาติอยู่แล้ว

4) ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ลัวน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 232) ได้ให้ความหมาย ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ว่าเป็นผลของคะแนนที่สอบได้ มีความคงที่ในการจำแนกเป็นผู้รอบรู้หรือไม่รอบรู้ในเรื่องที่สอบ สำหรับวิธีการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์สามารถทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. ความเชื่อมั่นแบบหาความคงที่ของความรอบรู้ (Stability Reliability) เป็นการหาค่าความเชื่อมั่นโดยการนำแบบทดสอบอิงเกณฑ์มาสอบซ้ำ 2 ครั้งโดยใช้สูตรของชรอดและคอนสแคร์ลี (ลัวน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 232) ดังนี้

$$\phi = \frac{AD-BC}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

เมื่อ	A	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านก่อนเรียนและหลังเรียน
	B	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านหลังเรียน
	C	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านก่อนเรียนและสอบไม่ผ่านหลังเรียน
	D	แทน	จำนวนผู้สอบไม่ผ่านก่อนเรียนและหลังเรียน

2. ความเชื่อมั่นแบบสอดคล้องในการตัดสินใจ (Decision Consistency Reliability) เป็นการหาความสอดคล้องระหว่างการสอบ 2 ครั้งจากแบบทดสอบฉบับเดียวหรือแบบทดสอบที่คู่ขนานกัน 2 ฉบับ โดยใช้สูตรของคาร์เวอร์ (Carver) แฮมเบิลตันและโนวิก (Hambleton and Novick.) ในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง (Agreement Coefficient) ดังนี้ (ลัวน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 232)

วิธีที่ 1 คาร์เวอร์ (Carver) ได้เสนอสูตรคำนวณดังนี้

$$p = \frac{A+D}{N}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง
	A	แทน	จำนวนผู้ที่ผ่านเกณฑ์จากการทดสอบทั้ง 2 ครั้ง
	D	แทน	จำนวนผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์จากการทดสอบทั้ง 2 ครั้ง

วิธีที่ 2 แฮมเบิลตันและโนวิก ได้เสนอสูตรคำนวณดังนี้

$$\hat{p} = \hat{p}_{11} + \hat{p}_{00}$$

เมื่อ	\hat{P}	แทน	สัดส่วนของความสอดคล้องในการตัดสินใจเพื่อ จำแนกผู้รอบรู้
	\hat{P}_{11}	แทน	สัดส่วนของผู้ถูกตัดสินว่ารอบรู้ตรงกันทั้งสอง ฉบับหรือสองครั้ง
	\hat{P}_{00}	แทน	สัดส่วนของผู้ถูกตัดสินว่าไม่รอบรู้ตรงกันทั้งสอง ฉบับหรือสองครั้ง

วิธีที่ 3 สวามินาธาน, แฮมเบิลตัน และอัลจิงา (Swaminathan, Hambleton and Algina.) ได้เสนอใช้สูตรแคปปา (Kappa) ของโคเฮน (Cohen.) ในการ
คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543:
235) ดังนี้

$$K = \frac{P - P_c}{1 - P_c}$$

เมื่อ	K	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	P	แทน	สัดส่วนของความสอดคล้องในการตัดสินใจความ รอบรู้ที่ได้จากการสอบซ้ำหรือการทดสอบ 2 ครั้ง
	P_c	แทน	สัดส่วนของความสอดคล้องที่คาดหวังโดยบังเอิญ

3) คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์จากการทดสอบเพียงครั้ง
เดียว

วิธีที่ 1 ความเชื่อมั่นจากสูตรของลิวิงสตัน (ล้วน สายยศ; และอังคณา
สายยศ, 2543: 236)

$$r_{cc} = \frac{Q^2(KR - 20) + (\mu - KC)^2}{Q^2 + (\mu - KC)}$$

เมื่อ	r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	Q^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	K	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	C	แทน	สัดส่วนของเกณฑ์ที่ผ่าน
	μ	แทน	คะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	KR-20	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่หาจากสูตร KR-20

วิธีที่ 2 ความเชื่อมั่นจากสูตรไบนอมียลของโลเวทท์ (สมนึก ภัททิยธณี, 2558: 230)

$$r_{cc} = 1 - \frac{K \sum X_i - \sum X_i^2}{(K-1) \sum (X_i - C)^2}$$

เมื่อ	r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	k	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	X_i	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	C	แทน	คะแนนจุดตัด

วิธีที่ 3 การหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนของฮอยท์ (Hoyt's Anova Procedure) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 240)

$$r_{cc} = 1 - \frac{MS_E}{MS_p}$$

เมื่อ	r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่นตามวิธีของฮอยท์
	MS_E	แทน	คะแนนความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error)
	MS_p	แทน	คะแนนความแปรปรวนระหว่างคน (Between People)

วิธีที่ 4 การหาค่าความเชื่อมั่นโดยวิธีแบ่งครึ่งแบบทดสอบ โดยใช้สูตรสเปียร์แมน-บราวน์ (Spearman-Brow) แล้วใช้สูตรปรับแก้ของแองกอฟฟ์ (Angoff.) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 243) ดังนี้

$$r_{cc} = \frac{r_{12} Q^2}{(Q_1 + r_{12} Q_2)(Q_2 + r_{12} Q_1)}$$

เมื่อ	Q^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	Q_1	แทน	ความเบี่ยงเบนของข้อสอบข้อคู่
	Q_2	แทน	ความเบี่ยงเบนของข้อสอบข้อคี่
	r_{12}	แทน	สหสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบข้อคู่กับข้อคี่

วิธีที่ 5 การหาค่าความเชื่อมั่นโดยสูตรของแฮร์ริส (Harris) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 243) ดังนี้

$$r_{cc} = \frac{SS_b}{SS_b + SS_w}$$

เมื่อ r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

SS_b แทน ผลรวมกำลังสองระหว่างกลุ่ม

SS_w แทน ผลรวมกำลังสองภายในกลุ่ม

4. ความเชื่อมั่นที่ค้ำึงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ที่ค้ำึงถึงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้นราชูได้เสนอ สูตรคอนเจนเนอริค (Congeneric) (ลัวน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2543: 244) ดังนี้

$$r_{cc} = \frac{Q^2 + (\mu - C)^2 - \sum [Q_i^2 - (\mu - C)^2]}{[Q^2 + (\mu - C)^2][1 - \sum \lambda_i^2]}$$

เมื่อ Q^2 แทน ความแปรปรวนของทั้งฉบับ

μ แทน คะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับ

λ_i^2 แทน $\frac{K_i}{\sum K_i}$ เมื่อ K_i คือ จำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

C แทน คะแนนตัดของแต่ละจุดประสงค์

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้วิธีการคำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์จากการทดสอบเพียงครั้งเดียวโดยใช้สูตรไบนอมิยัล (Binomial formula) ของโลเวทท์

$$r_{cc} = 1 - \frac{K \sum X_i - \sum X_i^2}{(K-1) \sum (X_i - C)^2}$$

เมื่อ r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

k แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบทั้งฉบับ

X_i แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

C แทน คะแนนจุดตัด

ไพศาล วรคำ (2554 : 272-290) ที่ได้ให้ความหมายของความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความคงที่ของผลลัพธ์ที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ยังคงให้ผลการวัดที่ไม่เปลี่ยนแปลง แบบวัดที่มีความเชื่อมั่นแสดงให้เห็นว่าแบบวัดนั้นไม่มีความคลาดเคลื่อนในการวัด เพราะจะวัดกี่ครั้ง กี่ครั้ง ก็ได้ผลการวัดที่คงที่ ความเชื่อมั่นจึงมีความสัมพันธ์กับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) กล่าวคือ ถ้าแบบวัดมีความเชื่อมั่นสูงความคลาดเคลื่อนของการวัดจะต่ำนั่นเอง

ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 178) ที่กล่าวว่า ความเชื่อมั่นเป็นคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ทำให้เรามั่นใจว่า แบบทดสอบฉบับนั้นสามารถให้ค่าของการวัดอย่างคงเส้นคงวา หากแบบทดสอบขาดความเชื่อมั่น เราก็ไม่อาจเชื่อถือในผลของการวัดได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ แต่ความเชื่อมั่นอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะรับประกันว่าแบบทดสอบนั้นมีความเที่ยงตรง ดังนั้น ถ้าแบบทดสอบปราศจากความเชื่อมั่น เราก็จะขาดความมั่นใจในการตีความหมายของคะแนนสอบที่ได้

แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์

การสอนซ่อมเสริม

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ดังต่อไปนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533: 40) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ว่า การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนไม่มีรูปแบบที่ตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของข้อบกพร่องแต่ละอย่าง ในบางกรณีอาจจะทบทวนใหม่แต่ในบางกรณีอาจต้องใช้ความพยายามในการสร้างแรงจูงใจ แก้ไขปัญหาด้านอารมณ์หรือแก้ไขทักษะการทำงาน และนอกจากนั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องว่าวิธีการหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ คือการสอนซ่อมเสริม

นิภาพร นาอ่อน (2545: 19) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมคือการจัดการเรียนการสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้านต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียนและช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเพิ่มขึ้น จนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

เดอชานท์ (Dechant. 1971: 1282) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริม คือการให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่ปัญหาในการเรียนครั้งแรกในห้องเรียนปกติ โดยครูผู้สอนจะต้องจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อยๆ ตามระดับความสามารถหรือจัดเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะได้ให้ความสนใจแก่ผู้เรียนและจะได้ทราบความต้องการ ตลอดจนปัญหาทางการเรียน

โคชีวาร์ (Kochevar. 1975: 18) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียน ซึ่งมีการเตรียมการในแต่ละสิ่งที่จะแก้ไขให้ถูกต้อง เพื่อช่วยให้นักเรียนเล็ก นิสัยหรือทักษะและการกระทำที่ผิด ๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในด้านการเรียนมากขึ้น

จากความหมายของการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวไว้แล้ว สรุปได้ว่าการสอนซ่อมเสริมคือการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียน นอกเหนือจากการเรียนการสอนปกติในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา นั้น ๆ สามารถแก้ปัญหาของผู้เรียนจนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

หลักการสอนซ่อมเสริม

เพื่อให้การเรียนการสอนซ่อมเสริมดำเนินไปจนบรรลุวัตถุประสงค์ด้วยดี จำเป็นต้องมีหลักการสอนที่ดี และเหมาะสมเพื่อช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงหลักการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ดังต่อไปนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 19) ได้กล่าวถึงการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า เมื่อผู้สอนทราบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้วนำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียน ดังนั้นในทางปฏิบัติเมื่อสอนจบแต่ละหน่วยผู้สอนควรประเมินทันที เมื่อพบว่าผู้เรียนคนใดไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้ในหน่วยนั้นจะได้ซ่อมเสริมให้ผู้เรียนทันที ซึ่งในการจัดสอนซ่อมเสริมนั้นสถานศึกษาควรดำเนินการใน 3 ระยะ ดังนี้

- 1) ภายหลังจากประเมินผลก่อนเรียน ถ้ายังพบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ไม่พอหรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนการเรียนควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริม
- 2) ภายหลังจากประเมินผลระหว่างเรียน ถ้ายังพบว่านักเรียนยังไม่ผ่านตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้
- 3) ภายหลังจากตัดสินผลการเรียน ถ้านักเรียนได้ระดับผลการเรียน “0” ก่อนจะให้นักเรียนสอบแก้ตัวควรได้จัดการสอนซ่อมเสริมก่อน

แอสล็อก (Ashlock: 1982) เสนอแนวทางในการจัดสอนซ่อมเสริม ดังนี้

- 1) กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักประเมินผลตนเองด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผลเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง และช่วยตั้งจุดประสงค์

การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง เพื่อให้นักเรียนจะได้รู้ตัวเองว่ากำลังทำอะไร เช่น รู้ตัวเองว่าจะต้องบวกให้ได้

- 2) คำนึงถึงความพร้อมของนักเรียนในแง่ของการมีพื้นฐานความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดย่อยก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ซึ่งซับซ้อนกว่าเดิม
- 3) คำนึงถึงความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อตนเอง คือทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองยังเป็นคนมีคุณค่าและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้ ความรู้สึกที่ดีต่อตนเองมีความสำคัญมาก
- 4) การสอนซ่อมเสริมควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลมากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนเป็นกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนก็ต้องได้รับการแก้ไขเป็นรายบุคคล
- 5) สร้างโปรแกรมการสอนซ่อมเสริมบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียนรู้
- 6) การสอนซ่อมเสริมอย่างเป็นลำดับขั้น พยายามให้ง่ายไม่ซับซ้อน
- 7) พยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เพราะนักเรียนมักมีความกังวลหรือเกิดความรู้สึกต่อวิธีการเดิมซึ่งทำให้ตนไม่ประสบความสำเร็จแล้ว
- 8) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลาย เพื่อให้ประสบการณ์ที่กว้างขวางแก่นักเรียน ซึ่งประสบการณ์หลากหลายเหล่านี้จะเสริมกันเพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 9) สนับสนุนนักเรียนให้จัดกระทำของจริง หรือสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุดเท่าที่ครูเห็นว่านักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่ต้องคำนึงว่าจะเป็นการเสียเวลา
- 10) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้จัดกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้โดยที่กิจกรรมเหล่านั้นต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์ของการสอน
- 11) เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกซึ่งความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง ไม่ต้องใช้ภาษาคณิตศาสตร์
- 12) จัดประสบการณ์เพื่อให้นักเรียนพัฒนาความคิดความรอบครอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมและไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด
- 13) เน้นการจัดระบบการเรียนรู้ โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับผลการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น

14) เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน เช่น นักเรียนที่คิดคำนวณผิด จะสามารถคิดคำนวณได้แม่นยำยิ่งขึ้น ถ้ามีความสามารถในกระบวนการกะประมาณ ซึ่งจะช่วยในการพิจารณาคำตอบได้อย่างมีเหตุผลว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่

15) ให้ความสนใจเรื่องลายมือ เพราะนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิดเป็นเพราะเขียนตัวเลขไม่ชัดเจน ทำให้ตนเองอ่านตัวเลขผิด จึงคำนวณผิดไปด้วย

16) การฝึกหัดควรทำหลังจากนักเรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนดีแล้ว

17) สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึก ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของนักเรียนถูกต้องหรือไม่

18) ในเรื่องของการฝึกทักษะการคิดคำนวณควรฝึกโดยใช้ระยะเวลาสั้น ๆ แต่ฝึกบ่อย ๆ

19) ฝึกให้นักเรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง

จากหลักการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่าการสอนซ่อมเสริมสามารถจัดการได้ภายหลังการประเมินผลการเรียน โดยต้องมีการศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียน แล้วจัดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นตามลำดับขั้นตอนจากการวินิจฉัยปัญหา การวางแผนการสอนซ่อมเสริม การปฏิบัติตลอดจนถึงการวัดผล และวิธีการสอนควรใช้วิธีการสอนใหม่ ๆ ไม่ซ้ำกับการเรียนการสอนวิธีเดิมและอุปกรณ์การสอนต้องเหมาะสมและแปลกไปจากเดิม สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้นควรใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน ระดับการศึกษาและลักษณะปัญหาของแต่ละบุคคล ซึ่งเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมควรเป็นเวลาที่นอกเหนือจากการเรียนการสอนปกติ อาจใช้เวลาว่างนอกเวลาเรียน โดยนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง และในการประเมินการสอนซ่อมเสริมควรใช้วิธีการประเมินทั้งการตรวจผลงาน การสังเกต การสัมภาษณ์ และการสอบข้อเขียน

พูน ปณ ทิโต ชีเว

วิธีการสอนซ่อมเสริม

ในการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรนั้นถือว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนที่พบว่ามิชอบบกพร่อง ซึ่งวิธีการสอนซ่อมเสริมให้ได้ผลดีนั้น ครูจะต้องกำหนดแนวทางและวิธีการที่เหมาะสมเพื่อที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่เพิ่มขึ้นจากเดิม ในเรื่องนี้มีนักวิชาการหลายท่านได้เสนอแนะวิธีการสอนซ่อมเสริม ไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 104-105) ได้มีวิธีการดำเนินการสอนซ่อมเสริมสำหรับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2551 สรุปได้ดังนี้

- 1) นักเรียนสอนกันเอง เป็นการสอนซ่อมเสริมที่ต้องเลือกนักเรียนที่เก่งในชั้นเดียวกันหรือระดับที่สูงกว่าให้ช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ โดยอาจจะให้ช่วยสอนแบบตัวต่อตัวหรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการให้นักเรียนสอนกันเองคือนักเรียนใช้ภาษาแบบเดียวกันทำให้เข้าใจง่ายกว่าภาษาที่ครูใช้ และยังทำให้นักเรียนที่ช่วยสอนที่ความรู้ความเข้าใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น
- 2) การสอนแบบตัวต่อตัว การสอนซ่อมเสริมแบบตัวต่อตัวระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียนเป็นวิธีที่ดีที่สุด โดยครูผู้สอนอาจจะเป็นครูประจำชั้นหรือประจำวิชา หรือครูอื่น ๆ ก็ได้ เพราะครูผู้สอนจะได้ให้ความรู้แก่นักเรียนในแนวที่แตกต่างกัน ครูผู้สอนสามารถเลือกใช้ถ้อยคำหรือวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียน สามารถชักจูงความสนใจของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิดและสอนได้ตรงตามปัญหาของนักเรียน
- 3) การสอนเป็นกลุ่มย่อย เป็นการสอนซ่อมเสริมที่จัดนักเรียนที่มีปัญหาเหมือนกันอยู่รวมกลุ่มกัน กลุ่มหนึ่งประมาณ 2-3 คน ผู้สอนอาจใช้วิธีการสอนและให้งานสลับหมุนเวียนกันไปทีละกลุ่มเพื่อที่จะให้นักเรียนในกลุ่มได้ช่วยกันแก้ปัญหาความเข้าใจในบทเรียน และร่วมมือซึ่งกันและกัน ซึ่งจะไม่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกว่ามีปมด้อยหรือปมเด่น ครูผู้สอนอาจจะเป็นครูผู้สอนประจำหรือให้ผู้อื่นสอนแทน
- 4) การใช้แบบฝึกสำเร็จรูป เป็นการสอนซ่อมเสริมในกรณีที่ผู้สอนพบว่านักเรียนมีปัญหาทางการเรียนในบางบทเรียน โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปแบบง่าย ๆ ไม่ซับซ้อนเป็นสื่อในการเรียนซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะต้องอ่าน ทำแบบฝึกหัดและตรวจคำตอบของตนเองในแบบฝึกหัดสำเร็จรูปนั้น

5) การใช้สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ลักษณะของสมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเองคล้ายแบบเรียนสำเร็จรูป เริ่มต้นด้วยการให้บทเรียนแล้วให้ทำแบบฝึกหัดและเฉลยคำตอบ แต่ลักษณะที่แตกต่างกันคือสมุดแบบฝึกหัดเป็นการฝึกฝนทักษะให้มากยิ่งขึ้น

6) การให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติมภายหลังการวินิจฉัยปัญหา เมื่อพบว่านักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนแต่สมควรได้รับการฝึกทักษะเพิ่มขึ้นอีก ครูผู้สอนอาจใช้วิธีการมอบหมายงานให้ทำ เช่น ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมโดยทำที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ตามความเหมาะสม

7) การเขียนคำถามเอง โดยการมอบหมายให้นักเรียนอ่านบทเรียนแล้วเขียนคำถามจากบทเรียนนั้นแล้วเขียนตอบลงอีกด้านหนึ่ง เมื่อเขียนเสร็จแล้วให้นักเรียนจับคู่เพื่อฝึกโดยการถามตอบด้วยการเริ่มด้วยคำถามของตนเองเสียก่อนแล้วต่อด้วยคำถามของเพื่อน

8) การเฉลยข้อสอบ เป็นการสอนซ่อมเสริมวิธีหนึ่งโดยครูนำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาประเมินแล้วหาความถี่ ตอนใดที่นักเรียนผิดมากควรเน้นมากแล้วพยายามซักถามนักเรียนที่เรียนอ่อนถึงวิธีคิดจะช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อนมีโอกาสเสริมส่วนที่บกพร่องได้

บลูม (Bloom. 1971: 48-49) ได้เสนอเทคนิคการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องไว้ดังนี้

1) ศึกษากลุ่มย่อย เป็นวิธีการซ่อมเสริมโดยการให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกันด้วยการจัดนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ (2-3 คน) พบกันอย่างสม่ำเสมอเพื่อช่วยเหลือกันแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน

2) การทบทวน การสอนทบทวนเป็นการสอนแบบตัวต่อตัวระหว่างครูและนักเรียน นับว่าเป็นวิธีการที่ตรงเป้าหมายที่สุดที่ควรใช้ในกรณีที่ไม่สามารถหาวิธีอื่น ๆ ได้แล้ว

3) ใช้ตำรา การซ่อมเสริมโดยใช้ตำราควรพิจารณาจากตำราเล่มอื่น ๆ ที่อธิบายแนวคิดและวิธีการได้ง่ายกว่าและตรงกับจุดที่นักเรียนบกพร่อง

4) การใช้แบบฝึกปฏิบัติและแบบเรียนแบบโปรแกรม การใช้อุปกรณ์ช่วยสอนสองชนิดนี้อาจเหมาะสมกับนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถจะทำความเข้าใจตามหนังสือแบบเรียน

5) การใช้เครื่องมือโสตทัศนูปกรณ์และการเล่นเกม ซึ่งการใช้โสตทัศนูปกรณ์นี้จะสามารถช่วยสื่อความคิดได้

จากวิธีการซ่อมเสริมที่กล่าวมาแล้วนั้น ผู้วิจัยได้สามารถสรุปได้ดังนี้

1) นักเรียนสอนกันเอง โดยจะสอนกันแบบตัวต่อตัว หรือแบบกลุ่มย่อย 2-3 คน เพื่อช่วยเหลือกันแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน

2) การทบทวน การสอนแบบตัวต่อตัวและระหว่างครูกับนักเรียน หรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละประมาณ 2-3 คน ครูผู้สอนจัดกลุ่มผู้ที่มีปัญหาเหมือนกันไว้ด้วยกันและสอนหมุนเวียนทีละกลุ่ม

3) การใช้ตำรา แบบฝึกสำเร็จรูป โดยใช้ตำราจากหลาย ๆ เล่มที่มีแนวคิดและวิธีการที่ง่ายกว่า และใช้แบบฝึกหัดเป็นการฝึกฝนทักษะ

4) การใช้สื่อ กิจกรรมและเกมเพื่อช่วยให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจยิ่งขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

เพียงเพ็ญ นามวงศ์ (2550: 61-72) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษเขต 1 เป็นการค้นหว่านักเรียนไม่เข้าใจส่วนใดของเนื้อหา ซึ่งช่วยให้ครูสามารถจัดการเรียนการสอนได้ตรงเป้ายิ่งขึ้น ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมาย เพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องบทประยุกต์ที่สร้างขึ้น โดยการหาค่าความเที่ยงตรงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น และเพื่อหาจุดบกพร่องของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องบทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 430 คน จากโรงเรียน 11 โรงเรียน ได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-Stage Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวินิจฉัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 3 ฉบับ ฉบับที่ 1 จำนวน 15 ข้อ ใช้ทดสอบเพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพ คัดเลือกและปรับปรุงข้อสอบไว้ ทดสอบครั้งที่ 2 ฉบับที่ 2 จำนวน 15 ข้อ ใช้ทดสอบเพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพ คัดเลือกและปรับปรุงข้อสอบไว้ ทดสอบครั้งที่ 3 และฉบับที่ 3 จำนวน 10 ข้อ ใช้ทดสอบเพื่อวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนของนักเรียน

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัย สอบครั้งที่ 1 แบบทดสอบฉบับที่ 1 จำนวน 20 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.12 ถึง 0.71 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.14 ถึง 0.85 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.5 แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 20 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.10 ถึง 0.69 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.28 ถึง 0.72 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.70 และแบบทดสอบ

ฉบับที่ 3 จำนวน 20 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.12 ถึง 0.62 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.16 ถึง 0.68 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.64

แบบทดสอบวินิจฉัย สอบครั้งที่ 2 แบบทดสอบฉบับที่ 1 จำนวน 15 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.47 ถึง 0.71 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.47 ถึง 0.83 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.86 แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 15 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.36 ถึง 0.67 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.35 ถึง 0.69 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 และแบบทดสอบฉบับที่ 3 จำนวน 15 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.12 ถึง 0.64 ค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 10 ถึง 0.68 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

แบบทดสอบวินิจฉัย สอบครั้งที่ 3 แบบทดสอบฉบับที่ 1 จำนวน 15 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.46 ถึง 0.66 อำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.56 ถึง 0.70 ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9.04 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7.84 คะแนนจุดตัดเท่ากับ 10 คะแนน แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 15 ข้อ ความยากมีค่าตั้งแต่ 0.46 ถึง 0.65 อำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.49 ถึง 0.75 ค่าความเชื่อมั่น 0.92 คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 8.73 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.02 คะแนนจุดตัดเท่ากับ 11 คะแนน และแบบทดสอบฉบับที่ 3 จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.45 ถึง 0.56 อำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.56 ถึง 0.72 ค่าความเชื่อมั่น 0.76 คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 6.83 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.56 คะแนนจุดตัดเท่ากับ 6 คะแนน

โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ ทั้ง 3 ฉบับ ที่สร้างขึ้นมีคุณภาพตามเกณฑ์ ครูผู้สอนสามารถนำไปทดสอบเพื่อวินิจฉัยหาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้

จันทิมา ญาติบำรุง. (2551: 52-53) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการสำหรับช่วงชั้นที่ 4 และหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย ที่สร้างขึ้นในเรื่องความตรง ความเที่ยง ความยาก และอำนาจจำแนก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 2 จำนวน 143 คน ซึ่งเลือกมาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย ข้อสอบ 2 ฉบับ คือ ฉบับที่ 1 จำนวนจริง ฉบับที่ 2 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นทั้งสองฉบับมีคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้ แบบทดสอบฉบับที่ 1 เรื่องจำนวนจริง มีข้อสอบ 51 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.66-0.73

มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.30–0.55 และมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.92 และแบบทดสอบฉบับที่ 2 เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ มีข้อสอบ 27 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.72–0.78 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.24–0.45 และมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.85 นอกจากนี้พบว่าแบบทดสอบทั้งสองฉบับมีความตรงตามเนื้อหา

ญาณัจฉรา สุกแต่ (2551: 98–99) ได้ทำการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวินิจฉัยพบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทั้งสองฉบับมีค่าความยากเป็น 0.23–0.72, 0.32–0.70, 0.38–0.74 และ 0.43–0.73 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.41–0.79, 0.35–0.79, 0.35–0.65 และ 0.38–0.68 ค่าความเชื่อมั่นเป็น 0.74, 0.77, 0.85 และ 0.90 ส่วนความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ผลปรากฏว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้จริง สามารถนำมาวิเคราะห์หาข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดได้ สรุปผลได้ว่านักเรียนประกอบรูปเรขาคณิต 3 มิติ จากภาพ 2 มิติที่กำหนดให้ผิด เพราะนักเรียนมองความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต 2 มิติ และ 3 มิติในลักษณะต่าง ๆ ไม่เป็น

วรรณุช มาตระกูล (2551: 84) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา มีจุดมุ่งหมายเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ทางด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ และด้านการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา กลุ่มที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 36 คน ในจำนวนนี้เป็นกลุ่มที่ใช้ในการสัมภาษณ์จำนวน 9 คน แยกเป็นนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 3 คน นักเรียนกลุ่มปานกลางจำนวน 3 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 3 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ 5 หน่วย แบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบทดสอบย่อย ประจำหน่วยซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.24 ถึง 0.79 อำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.95 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 5 หน่วยเป็น 0.90, 0.88, 0.80, 0.85 และ 0.73 ตามลำดับ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ NEAG และเครื่องบันทึกเสียง

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

ลักษณะของข้อบกพร่องที่พบคือด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ คิดเป็นร้อยละของข้อบกพร่องทั้งหมดคือ 65, 35, 30, 97 และ 3.68 ตามลำดับ ข้อบกพร่องด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ มากที่สุด รองลงมา คือจำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด ขาดทักษะในการเลือก ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ และประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร

กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง ข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณพบว่านักเรียนขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้นมากที่สุด รองลงมา คือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ การสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณตามลำดับ ส่วนข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนนำข้อมูลมาใช้ผิด

โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพสามารถนำไปทดสอบกับนักเรียนเพื่อค้นหาว่านักเรียนมีความบกพร่องทางการเรียนจุดใด สามารถนำผลการวินิจฉัยไปเป็นแนวทางในการแก้ไขจุดบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้นได้

อุบลวรรณ อ่อนตะวัน (2551: 59-63) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องสมการและการแก้สมการในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ได้แก่ ฉบับที่ 1 การแก้โจทย์ปัญหาเรื่องการบวกและการลบโดยใช้สมการ มีค่าความยากง่าย อยู่ระหว่าง 0.51-0.93 มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.22-0.74 และความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 และฉบับที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหารโดยใช้สมการ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.53-0.89 มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.43-0.73 และความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92 ผลการวิเคราะห์ความบกพร่องในการเรียนกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและการแก้สมการ มี ดังนี้ ลบผิด บวกผิด คูณผิด หารผิดเขียนสมการผิดและคำนวณผิด และไม่สามารถเขียนสมการได้

โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับเป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพสามารถวัดข้อบกพร่องเรื่องสมการและการแก้สมการได้จริง ซึ่งสามารถแยกผู้ที่มีความบกพร่องและผู้ไม่มีความบกพร่องได้จริงตรงตามสภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับ ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้ทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้

ศุภการ์ณ สว่างเมืองวรกุล (2552: 47-91) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองแพร่ จังหวัดแพร่ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ในด้านตีความโจทย์ ด้านการใช้หลักการ สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ และการคิดคำนวณ กลุ่มตัวอย่างใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 29 คน โดยแยกเป็นนักเรียนกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 5 หน่วย แบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวมเนน และเครื่องบันทึกเสียง

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วน และ ร้อยละในด้านการตีความโจทย์มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 47.09 รองลงมาคือด้านการใช้หลักการ สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ คิดเป็นร้อยละ 35.45 และรองถัดมาคือด้านการคิดคำนวณ คิดเป็น ร้อยละ 17.46 ลักษณะข้อบกพร่องในแต่ละด้านมีดังนี้ 1) ด้านการตีความโจทย์ นักเรียนมี ข้อบกพร่องในการตีความของอัตราส่วนมากที่สุด รองลงมาคือการตีความจากรูปภาพและข้อความไป เป็นสัญลักษณ์ และการเรียนสัดส่วน 2) ด้านการใช้หลักการ สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนมีข้อบกพร่องในการใช้หลักการคูณไขว้มากที่สุด รองลงมาคือการทำค่าของตัวแปรในสัดส่วน ถัดมาคือการเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละและการเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปอัตราส่วน และ ข้อบกพร่องในการอธิบายความหมายของอัตราส่วน และ 3) ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมี ข้อบกพร่องจากความสะเพร่าการคิดคำนวณมากที่สุด รองลงมาคือการทำจำนวนและการเขียน คำตอบ

โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถหาข้อบกพร่องทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วน และร้อยละ มีคุณภาพตามเกณฑ์ ครูผู้สอนสามารถนำไป ทดสอบเพื่อวินิจฉัยหาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ได้

คมสันต์ เอ็นคะวัน (2553: 56-69) ได้พัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานเขต พื้นที่การศึกษาอุดรธานี มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษา พฤติกรรมข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ วิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 675 คน จาก 14 โรงเรียน โดยวิธีการสุ่มแบบ หลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวินิจฉัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ มีค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาตั้งแต่ 0.60-1.00 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ (0.33)-(0.85) มีค่าอำนาจจำแนกของตัวลวงมีค่าตั้งแต่ (-0.05)-(-0.44) และมีค่าความเชื่อมั่นทั้ง ฉบับเท่ากับ 0.95

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยที่วิจัยพัฒนาขึ้น มีคุณภาพด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ได้ค่าดัชนีความสอดคล้อง ตั้งแต่ 0.60-1.00 ด้านค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ โดยใช้ดัชนี (B) มีค่าตั้งแต่ 0.25-0.71 และมีอำนาจจำแนกของตัวลวงมีค่าตั้งแต่ (-0.05)-(-0.35) ด้านความ เชื่อมั่นของแบบทดสอบ มีค่าเท่ากับ 0.91

2. ผลการศึกษาพฤติกรรมข้อบกพร่องของนักเรียน พบว่าแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้มีพฤติกรรมข้อบกพร่องแตกต่างกัน โดยพฤติกรรมที่พบมากที่สุดเรียงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1-8 ได้แก่ ไม่เข้าใจการเขียนสัญลักษณ์แทนพจน์ของลำดับ ขาดความเข้าใจสูตรการหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต ไม่เข้าใจเกี่ยวกับพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต ไม่เข้าใจกระบวนการหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต ไม่เข้าใจความหมายของ Σ ไม่เข้าใจความหมายของอนุกรมเลขคณิต และขาดความเข้าใจสูตรการคำนวณ (S_n) ของอนุกรมเรขาคณิตตามลำดับ โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพสามารถนำไปทดสอบกับนักเรียนเพื่อค้นหาว่านักเรียนมีความบกพร่องทางการเรียนจุดใด สามารถนำผลการวินิจฉัยไปเป็นแนวทางในการแก้ไขจุดบกพร่องจัดสอนซ่อมเสริมหรือปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้นได้

ขวัญใจ สายสุวรรณ (2554: 102) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพ จำนวน 3 ตอน คือ ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับเลขยกกำลัง การดำเนินการของเลขยกกำลัง และการนำไปใช้ เพื่อใช้ค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 342 คน ปีการศึกษา 2553 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามหาสารคาม เขต 1 โดยสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบ 2 ประเภท คือ ประเภทที่ 1 เป็นแบบทดสอบเพื่อสำรวจจุดบกพร่องแบบเติมคำ แสดงวิธีทำ และบอกเหตุผล แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ตอนที่ 1 เรื่องความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับเลขยกกำลัง จำนวนข้อสอบ 15 ข้อ ตอนที่ 2 เรื่องการดำเนินการเลขยกกำลัง จำนวน 20 ข้อ ตอนที่ 3 เรื่องการนำไปใช้ จำนวน 15 ข้อ ประเภทที่ 2 เป็นแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยหาข้อบกพร่อง เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 2 ขั้นตอน โดยขั้นตอนที่ 1 เลือกตอบที่ถูกต้องตามเนื้อหา ขั้นตอนที่ 2 เลือกเหตุผลที่สนับสนุนคำตอบแรก ส่วนตัวลาวงได้รวบรวมจากคำตอบผิดของแบบทดสอบสำรวจและบอกสาเหตุในการตอบแต่ละตัวเลือก

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

แบบทดสอบตอนที่ 1 ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับเลขยกกำลัง มีค่าความยากตั้งแต่ 0.53–0.75 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.37–0.61

แบบทดสอบตอนที่ 2 การดำเนินการเลขยกกำลัง มีค่าความยากตั้งแต่ 0.44–0.75 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22–0.52

แบบทดสอบตอนที่ 3 การนำไปใช้ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.52–0.72 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.45–0.81

โดยสรุป แบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สร้างขึ้นมีคุณภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ครูผู้สอนสามารถนำไปทดสอบเพื่อวินิจฉัยหาจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้

สิทธิกร พิมอักษร (2554: 110–112) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ฉบับ คือแบบรูปและความสัมพันธ์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพื่อให้ค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 201 คน ของปีการศึกษา 2553 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครสวรรค์เขต 2 โดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบ 2 ประเภท คือประเภทที่ 1 แบบทดสอบสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิตเพื่อหาจุดบกพร่องจำนวน 5 ฉบับ ประเภทที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก เพื่อให้วินิจฉัยได้ว่าการตอบตัวเลือกใดตัวเลือกหนึ่งใน 4 ตัวเลือก ถ้าตอบผิดเป็นการชี้ให้เห็นข้อบกพร่อง นำไปทดสอบครั้งที่ 1 หาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเพื่อคัดเลือกและปรับปรุงข้อสอบ นำแบบทดสอบไปทดสอบครั้งที่ 2 เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบแต่ละฉบับ ด้านค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น และความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

แบบทดสอบฉบับที่ 1 แบบรูปและความสัมพันธ์ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.38–0.66 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.21–0.72 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.5469

แบบทดสอบฉบับที่ 2 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีค่าความยากตั้งแต่ 0.40–0.75 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23–0.53 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.8321

แบบทดสอบฉบับที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีค่าความยากตั้งแต่ 0.43–0.72 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.24–0.82 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.8266

แบบทดสอบฉบับที่ 4 สมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีค่าความยากตั้งแต่ 0.59–0.80 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.45–0.90 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.9539

แบบทดสอบฉบับที่ 5 กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีค่าความยากตั้งแต่ 0.34–0.64 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.26–0.66 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.7762

โดยสรุปแล้วแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 5 ฉบับที่วัดเกี่ยวกับสาระพีชคณิต มีคุณภาพสามารถนำไปหาวินิจฉัยหาจุดบกพร่องของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สาระพีชคณิต

วีสาร์ตน์ วงศ์ภูรี (2556: 79) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นเรื่องหนึ่งที่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอน นักเรียนมักจะทำ ความเข้าใจยากและครูผู้สอนมักจะไม่ทราบสาเหตุของปัญหา ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้าง และหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 623 คน ปีการศึกษา 2555 ของโรงเรียนเขตบางแค สังกัดกรุงเทพมหานคร ได้มาโดยการสุ่มแบบสองขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบ สสำรวจชนิดให้เติมคำตอบ และแสดงวิธีทำเพื่อค้นจุดบกพร่องในการทำแบบทดสอบ หลังจากนั้น นำมาสร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยนำคำตอบที่นักเรียนส่วนใหญ่ ตอบผิดในแบบทดสอบสำรวจมาสร้างเป็นตัวเลือกแล้วนำไปทดสอบ 2 ครั้ง การทดสอบครั้งที่ 1 เพื่อการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อและคัดเลือกข้อสอบ ทดสอบครั้งที่ 2 เพื่อหาคุณภาพของ แบบทดสอบแต่ละฉบับ

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 มีโจทย์ 10 ข้อ จำนวนข้อสอบ 40 ข้อ มีความยากตั้งแต่ 0.41-0.79 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20-0.58 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.9289

แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2 มีโจทย์ 10 ข้อ จำนวนข้อสอบ 40 ข้อ มีความยากตั้งแต่ 0.20-0.58 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23-0.54 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.9197

โดยสรุปแล้วแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 2 ฉบับที่วัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ด้วยสมการ มีคุณภาพสามารถนำไปหาวินิจฉัยหาจุดบกพร่องของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการได้

งานวิจัยต่างประเทศ

ชอร์ (Shor. 1986-A) ได้ทำการศึกษาผลของการทดสอบแบบวินิจัยที่มีผลต่อการสอนซ่อมเสริมโดยใช้คอมพิวเตอร์ 2 วิธี นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างได้รับการทดสอบวินิจัยข้อผิดพลาดเกี่ยวกับวิธีการยืมจำนวนในการลบเลขเศษส่วน เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของการสอนซ่อมเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งช่วยแก้ไขความคิดรวบยอดหลังจากการทำทดสอบแล้ว กลุ่มตัวอย่างถูกแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม โดยการสุ่มสองกลุ่มแรกได้รับการสอนซ่อมเสริมด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแก้ความคิดเรื่องการยืม จำนวนกลุ่มละ 1 วิธี และกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งไม่มีการสอนซ่อมเสริมแต่อย่างใด โปรแกรมการสอนทั้ง 2 วิธี เป็นสนทนาเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและแบบฝึกเกี่ยวกับการยืมจำนวน โดยมีการแสดงผลการทำแบบฝึกหัดและมีคำตอบที่ถูกต้องให้ด้วย การศึกษาครั้งนี้สามารถสรุปได้ 2 ประการ คือประการที่หนึ่ง คุณลักษณะต่าง ๆ ของนักเรียนเป็นจุดเริ่มของบทเรียนของแต่ละบุคคลทั้งการวินิจัยและการแก้ไขกระทำด้วยคอมพิวเตอร์ และพบว่าบทสนทนาสั้น ๆ ช่วยเพิ่มคะแนนให้แก่นักเรียนที่ได้รับการวินิจัยว่ามีความเข้าใจที่ผิด แต่บทเรียนดังกล่าวกลับไม่เป็นประโยชน์แก่นักเรียนที่มีความต้องการแตกต่างกันออกไป การที่คอมพิวเตอร์สามารถรับรู้ปัญหาการเรียนได้นั้นเป็นสิ่งที่สำคัญมาก แม้ว่าครูผู้สอนจะสามารถจัดกลุ่มผู้เรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเหมือน ๆ กันก็ได้ แต่ถ้าให้คอมพิวเตอร์จัดก็จะช่วยให้การดำเนินงานดีขึ้นได้อย่างมาก ประการที่สอง คุณลักษณะของการสอนซ่อมเสริมก็เป็นสิ่งสำคัญ นักเรียนต้องการสื่อสารเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่เป็นปัญหาไม่จำเป็นที่จะต้องฝึกใหม่หมด ทั้งกระบวนการหรือให้แบบฝึกจำนวนมาก แต่บทสนทนาแบบง่าย ๆ สามารถช่วยให้นักเรียนแก้ไขความคิดที่ผิดด้วยตนเองได้ การฝึกโดยการมีคำตอบที่ถูกต้องให้ด้วยไม่ได้ช่วยให้นักเรียนค้นพบหลักที่ถูกต้องแต่อย่างใด ถ้าสามารถรู้ปัญหาของนักเรียนทุกคน และอธิบายความคิดรวบยอดต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละกลุ่มได้ การสอนซ่อมเสริมโดยใช้คอมพิวเตอร์ก็จะได้รับผลสำเร็จเป็นอย่างมาก

อิสเมล (Ismail. 1995: 2356-A) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับวินิจัยและแก้ไขปัญหาในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นสูงและมีอำนาจจำแนกดี แต่ข้อคำถามอาจจะยากเกินไปสำหรับนักเรียนอ่อนมาก ๆ ผลจากการวินิจัยนำไปใช้ในอนาคต โดยนำแบบทดสอบที่ได้ไปวินิจัยนักเรียน สำหรับโรงเรียนที่มีชั้นเรียนขนาดใหญ่ และครูผู้สอนไม่สามารถจัดหาแบบทดสอบวินิจัยมาประเมินนักเรียนของตนเองได้

ชุง-ชิน เชน และมิง-เลียง ลิน (Chung-Chih Chen and Ming-Ling Lin. 2003: 287-294) ได้ศึกษาการพัฒนาโครงสร้างแบบทดสอบวินิจัยสองลำดับขั้น เพื่อประเมินความเข้าใจของนักเรียนที่เรียนวิชาวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เกรด 10 ถึง เกรด 12 จาก

ประชากร 20,000 คน กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 317 คน ผลการศึกษาพบว่า โครงสร้างของแบบทดสอบวินิจัยสองลำดับขั้นตอน ได้ถูกออกแบบมาในรูปแบบพิเศษมีลักษณะ ดังนี้

- 1) จำนวนข้อสอบ 8 ข้อ
- 2) รูปแบบคำตอบ แบบเลือกตอบ ตัวเลือกลำดับชั้น โดยชั้นที่ 1 เลือกตอบคำตอบที่ถูกต้องตามเนื้อหาวิชา ชั้นที่ 2 เลือกเหตุผลที่สนับสนุนคำตอบแรรวมทั้งแสดงแนวความคิดของตนเอง
- 3) ระดับชั้นเรียน เกรด 10-12
- 4) เวลาที่ใช้ในการสอบ 15-25 นาที
- 5) อำนาจจำแนก ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.58 โดยค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.30-0.40 (1 ข้อ) 0.40-0.60 (3 ข้อ) 0.60-0.80 (4 ข้อ)
- 6) ค่าความยาก ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.43 โดยค่าความยากระหว่าง 0.20-0.40 (4 ข้อ) 0.40-0.60 (2 ข้อ) 0.60-0.80 (2 ข้อ)
- 7) ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.74

ดิเลค และคณะ (Dilek. 2015: 50) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องสมการกำลังสอง และฟังก์ชัน มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่อง และinabilities ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนเรื่องสมการกำลังสองและฟังก์ชัน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบสอบถามปลายเปิด ผลการวิเคราะห์ของคำตอบที่ได้รับจากนักเรียนเหล่านี้ชี้ให้เห็นว่าเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิดข้อบกพร่อง และinabilities เกี่ยวกับสมการกำลังสองและฟังก์ชัน คือนักเรียนมักจะไม่สามารถที่จะตัดสินใจว่าจะทำอย่างไรกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต จึงทำให้เกิดข้อบกพร่องสมการกำลังสอง และฟังก์ชัน

เซกิ อาคซุ และคณะ (Zeki Aksu. 2016: 65) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่เกิดจากข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อประสิทธิภาพและการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการเรียนรู้ของโรงเรียนมัธยมนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่เจ็ด และการกำหนดขอบเขตของการเรียนรู้ข้อบกพร่องในการจัดการรับรู้ความสามารถตนเองในการศึกษานี้ใช้รูปแบบเชิงสัมพันธ์ และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยนักเรียนเกรดเจ็ดจำนวน 323 คน ที่มีอายุตั้งแต่ 12 ถึง 14 ปี ผลการวิจัยพบว่าการศึกษาเมื่อความสัมพันธ์ระหว่างความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์การรับรู้ความสามารถตนเองและการเรียนรู้ข้อบกพร่องในการจัดการเรียนรู้ พบว่ามีความสัมพันธ์กับความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อประสิทธิภาพและการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ความแปรปรวนเท่ากับ 51% ของความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่กล่าวมา ผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้ วิจัยส่วนใหญ่สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องเฉพาะเนื้อหาเท่านั้น ไม่ได้หาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องนั้น ๆ จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องผู้วิจัยจึงนำข้อมูลที่ได้ศึกษามาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 3 ฉบับ ได้แก่ ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น ส่วนระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ การศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้วิธีการสัมภาษณ์จากคุณครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน และจากการสนทนากลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ ได้มาแบบเจาะจง (Purposive sampling)



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ประกอบด้วย ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย และระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 25 โรงเรียน จำนวนห้องเรียน รวม 74 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 2,748 คน และครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาด้านวิชาคณิตศาสตร์ รายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 2 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 25593 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ

ขนาดโรงเรียน	โรงเรียน	จำนวนห้องเรียน	จำนวนนักเรียน
ขนาดใหญ่พิเศษ	บึงกาฬ	10	418
ขนาดใหญ่	โซ่พิสัยพิทยาคม	5	193
	ปากคาดวิทยา	8	255
	พรเจริญวิทยา	7	308
	ศรีวิไลวิทยา	7	260
	เซกา	6	300
ขนาดกลาง	ศรีชมภูวิทยา	3	68
	นาสวรรค์พิทยาคม	2	58
	บุงคล้านคร	3	105
	หนองหัวช้างวิทยา	1	52
	บึงโขงหลงพิทยาคม	4	125
	เหล่าคามพิทยาคม รัชมง์คลาภิเษก	2	89

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ขนาดโรงเรียน	โรงเรียน	จำนวนห้องเรียน	จำนวนนักเรียน
	โนนคำพิทยาคม	1	30
	โพหนองประชาสรรค์	2	51
	สมสนุกพิทยาคม	1	32
	หนองยองพิทยาคม รัชมิ่งคลาภิเษก	2	75
	โพธิ์ทองวิทยานุสรณ์	1	46
	หนองเซ็งวิทยา	1	45
	ภูทอกวิทยา	1	35
	ประชานิมิตพิทยานุกูล	1	24
	ศรีสำราญวิทยา	1	20
	หนองหึ่งวิทยา	2	73
	เจ็ดสีวิทยา	1	31
	โสกก่ามวิทยา	1	23
	ท่าดอกคำวิทยา	1	32
	รวม	74	2,748

หมายเหตุ

โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จำนวนนักเรียน 2,500 คนขึ้นไป

โรงเรียนขนาดใหญ่ จำนวนนักเรียน 1,500 – 2,499 คน

โรงเรียนขนาดกลาง จำนวนนักเรียน 500 – 1,499 คน

โรงเรียนขนาดเล็ก จำนวนนักเรียน ต่ำกว่า 500 คน

ที่มา : สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 ปีงบประมาณ (2559: ออนไลน์)

พูนุ ปณฺ ทิโต ชิวเว

ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ จำนวน 5 โรงเรียน และจำนวนนักเรียน 300 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) ซึ่งแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เกณฑ์ร้อยละ (Percentage) ในการกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากประชากรทั้งหมด โดยประชากรมีจำนวนหลักพัน ควรใช้กลุ่มตัวอย่างประมาณ 10–15% (สมบัติ ท้ายเรือคำ, 2552: 49) ผู้วิจัยกำหนดกลุ่มตัวอย่าง 11% จากประชากร 2,748 คน ได้จำนวนกลุ่มตัวอย่าง 300 คน

ขั้นที่ 2 แบ่งโรงเรียนจำนวน 25 โรงเรียน ออกเป็น 4 ขนาด ได้แก่โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ โรงเรียนขนาดใหญ่ โรงเรียนขนาดกลาง และโรงเรียนขนาดเล็ก ตามเกณฑ์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน พบว่า ได้โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 5 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 6 โรงเรียน และโรงเรียนขนาดเล็ก 13 โรงเรียน

ขั้นที่ 3 สุ่มแต่ละขนาดของโรงเรียน โดยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิ (Stratified Random Sampling) ใช้ขนาดของโรงเรียนเป็นชั้น (Strata) และโรงเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) ได้โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดเล็ก 2 โรงเรียน รวม 5 โรงเรียน

ขั้นที่ 4 สุ่มห้องเรียนจากโรงเรียนที่ได้จากการสุ่มขั้นที่ 3 โดยการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิ (Stratified Random Sampling) มีจำนวนห้องเรียนในโรงเรียนเป็นชั้น (Strata) และห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) โดยโรงเรียนที่มีจำนวน 1–5 ห้อง สุ่มมา 1 ห้องเรียน โรงเรียนที่มีจำนวนห้องเรียน 6–10 ห้อง สุ่มมา 2 ห้องเรียน โรงเรียนที่มีจำนวนห้องเรียนมากกว่า 10 ห้อง สุ่มมา 3 ห้องเรียน ได้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 300 คน จากโรงเรียนทั้ง 4 ขนาด จำนวน 5 โรงเรียน รายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 3 จำนวนกลุ่มตัวอย่างในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จำแนกตามขนาดโรงเรียนจำนวน ห้องเรียน และจำนวนนักเรียน

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	จำนวนห้องและนักเรียน					
		ทดสอบเพื่อสำรวจ		ทดสอบครั้งที่ 1		ทดสอบครั้งที่ 2	
		ห้อง	นักเรียน	ห้อง	นักเรียน	ห้อง	นักเรียน
ใหญ่พิเศษ	บึงกาฬ	2	100	-	-	2	100
ใหญ่	ศรีวิไลวิทยา	-	-	2	72	2	74
กลาง	บุงคล้านคร	-	-	-	-	1	35
เล็ก	โพธิ์ทองวิทยานุสรณ์	-	-	-	-	1	46
	หนองเข็งวิทยาคม	-	-	-	-	1	45
	รวม	2	100	2	72	7	300

หมายเหตุ: จำนวนห้องและนักเรียนสามารถเป็นตัวแทนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 25 โรงเรียน เนื่องจากเลือกนักเรียนห้องที่ระดับปานกลาง และไม่ใช้ห้องเดิมเป็นกลุ่มตัวอย่างจึงสามารถเป็นตัวแทนได้

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1) แบบทดสอบเพื่อสำรวจหาข้อบกพร่อง มีลักษณะแบบเติมคำและแสดงวิธีทำ เรื่องเมทริกซ์ สารการเรขาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 50 ข้อ 3 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 25 ข้อ

ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 15 ข้อ

ฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 10 ข้อ

2) แบบทดสอบวินิจฉัย มีลักษณะเป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก เรื่องเมทริกซ์ สารการเรขาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 ข้อ 3 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ

ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ

ฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 5 ข้อ

วิธีดำเนินการสร้างแบบทดสอบ

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดหัวข้อวินิจฉัย

1) กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

จุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องเมทริกซ์ สำหรับ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในครั้งนี้ เพื่อให้ได้แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่องเมทริกซ์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีคุณภาพค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก
ความเที่ยงตรง และความเชื่อมั่น นำไปทดสอบกับนักเรียนที่เรียน เรื่องเมทริกซ์ที่เรียนจบแล้วว่ามี
ข้อบกพร่องในส่วนใดบ้าง จะได้ช่วยในข้อบกพร่องนั้นได้ตรงจุด และยังช่วยเป็นการพัฒนา
แบบทดสอบให้มีคุณภาพที่ดีขึ้นเพื่อช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนในครั้งต่อไป

2) ศึกษาทฤษฎี เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง หลักสูตรแกนกลาง คู่มือครูและ
หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

3) ศึกษาเนื้อหา ความคิดรวบยอดและจุดประสงค์การเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์
ระหว่างเนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งวิเคราะห์ ดังนี้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2559 มีเนื้อหาทั้งหมด 3 บท ดังนี้

บทที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

บทที่ 2 ฟังก์ชัน

บทที่ 3 เรขาคณิตวิเคราะห์

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาบทที่ 1 เรื่องเมทริกซ์ ซึ่งวิเคราะห์เนื้อหาประกอบด้วย
เนื้อหาย่อย 3 เรื่อง คือ เมทริกซ์ การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์และการใช้เมทริกซ์แก้
ระบบสมการเชิงเส้น

จากเนื้อหาข้างต้นนำมาเขียนความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา ความคิดรวบยอด และ
จุดประสงค์การเรียนรู้ ได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา ความคิดรวบยอดและจุดประสงค์การเรียนรู้

เนื้อหา	ความคิดรวบยอด	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. มิติและสมาชิกของเมทริกซ์	1. เมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลัก ว่าเป็น $m \times n$ เมทริกซ์ และเรียก $m \times n$ ว่ามิติของเมทริกซ์	1. บอกมิติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้
2. การบวกเมทริกซ์	2. การบวกเมทริกซ์ ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ เมทริกซ์ A บวกกับเมทริกซ์ B เป็นเมทริกซ์ $[c_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$ เขียนแทน A บวกกับ B ด้วย $A+B$	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้
3. การลบเมทริกซ์	3. การลบเมทริกซ์ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ และ α, β เป็นค่าคงตัว $\alpha A - \beta B = [c_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $c_{ij} = \alpha a_{ij} - \beta b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ c เป็นค่าคงตัว ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์ $[b_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $b_{ij} = ca_{ij}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, n$ เขียนแทนผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A ด้วย cA	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้
5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ ถ้า $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times r}$ แล้ว $AB = [c_{ij}]_{m \times r}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$ สำหรับทุก $i \in 1, 2, \dots, m$ และ $j \in 1, 2, \dots, r$	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยนให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ถ้า $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ มีสมบัติว่า $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i \in 1, 2, \dots, n$ และ $j \in 1, 2, \dots, m$ และเรียก B ว่าเป็นเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A และแทนด้วย A^t	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้

ตารางที่ 4 (ต่อ)

เนื้อหา	ความคิดรวบยอด	จุดประสงค์การเรียนรู้
7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ เป็นจำนวนที่ได้มาจากการนำสมาชิกในเมทริกซ์จัดเรียงมาคำนวณ	7. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้ 8. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้ 9. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้
8. อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	8. เมทริกซ์ B ซึ่งมีมิติ $n \times n$ เมทริกซ์ A ซึ่งมีมิติ $n \times n$ ก็ต่อเมื่อ $AB = BA = I$ เมื่อ I คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ $n \times n$	10. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์มิติ 2×2 ได้ 11. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์มิติ 3×3 ได้
9. การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	9. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ เป็นการเขียนสมการเชิงเส้นในรูปของสมการเมทริกซ์แล้วใช้สมบัติของเมทริกซ์เข้าช่วยในการแก้สมการเมื่อระบบสมการเชิงเส้นของเรามีตัวแปรมากกว่า 3 ตัวแปร	12. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้

4) นำตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา สำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่อง จำนวน 5 ท่าน ได้แก่

4.1 รองศาสตราจารย์สมนึก ภัททิยธนี รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมินผล และคณิตศาสตร์

4.2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต ภูขำนิ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา

4.3 คุณครูธนัชฐา ทวีอุทิศ ครูชำนาญการพิเศษ สาขาคณิตศาสตร์
โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา
เขต 21 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

4.4 คุณครูศรีสว่าง เกษสัญชัย ครูชำนาญการพิเศษ สาขาคณิตศาสตร์
โรงเรียนประทุมเทพวิทยาคาร อำเภอเมืองหนองคาย จังหวัดหนองคาย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่
การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

4.5 ดร.ทงเกียรติ พลไชยา ครูชำนาญการพิเศษ สาขาคณิตศาสตร์
โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย เลย์ อำเภอเชียงคาน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา
มัธยมศึกษา เขต 19 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

ซึ่งมีตัวอย่างของข้อมูลที่จะให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณา ดังนี้
คำชี้แจง ให้พิจารณาว่าจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้ สอดคล้องกับเนื้อหาแต่ละหน่วย
การเรียนรู้หรือไม่ และทำการพิจารณาว่าในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ที่นักเรียนเคยมีข้อบกพร่อง
ทางการเรียนอย่างไร ดังนี้

1. ถ้าท่านมั่นใจว่า จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เขียนสอดคล้องกับเนื้อหาจริง
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น +1
2. ถ้าท่านไม่มั่นใจว่า จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เขียนสอดคล้องกับเนื้อหาจริง
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น 0
3. ถ้าท่านมั่นใจว่า จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เขียนไม่สอดคล้องกับเนื้อหาจริง
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น -1
4. ถ้าท่านพบว่า จุดประสงค์การเรียนรู้สมควรแก้ไขหรือนักเรียนเคยมีข้อบกพร่องทางการ
เรียนอย่างไร ให้เขียนต่อท้ายตาราง

ตารางที่ 5 ตัวอย่างแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหา

เนื้อหา	สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด	จุดประสงค์การเรียนรู้	คะแนนการพิจารณา		
			+1	0	-1
1. มิติและ สมาชิกของ เมทริกซ์	1. เมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลัก ว่าเป็น $m \times n$ เมทริกซ์ และเรียก $m \times n$ ว่ามิติของเมทริกซ์	1. บอกลักษณะและสมาชิกของ เมทริกซ์ได้			

หลังจากที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ครบทุกท่านแล้ว นำคะแนนที่ได้รับการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน มาหาค่าเฉลี่ยดัชนีความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ตามวิธีของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambleton) (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 218-220) โดยยึดเกณฑ์ดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ .50–1.00 แสดงว่าจุดประสงค์การเรียนรู้นั้นเขียนสอดคล้องกับเนื้อหาจริง กรณีที่ผู้เชี่ยวชาญให้คำแนะนำในจุดประสงค์การเรียนรู้ในข้อใด จะนำไปปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้มีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาชัดเจนมากขึ้น สำหรับข้อบกพร่องของนักเรียนในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อใดที่ผู้เชี่ยวชาญแนะนำมาใช้ประกอบในการสร้างแบบทดสอบสำรวจ

2. สร้างแบบทดสอบสำรวจ

1) สร้างแบบทดสอบสำรวจ เพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียน โดยยึดตามจุดประสงค์การเรียนรู้มีลักษณะแบบเติมคำและแสดงวิธีทำ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีข้อสอบทั้งหมด 50 ข้อ ฉบับที่ 1 จำนวน 25 ข้อ ฉบับที่ 2 จำนวน 15 ข้อ ฉบับที่ 3 จำนวน 10 ข้อ

2) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบสำรวจที่สร้างขึ้น พร้อมด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมกับที่พิจารณาจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาทำการพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้หรือไม่ แล้วแก้ไขปรับปรุงให้เรียบร้อยก่อนนำไปทดสอบ

ซึ่งมีตัวอย่างของข้อมูลที่จะให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณา ดังนี้
คำชี้แจง ให้พิจารณาว่าข้อสอบที่กำหนดให้ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้หรือไม่

1. ถ้าท่านมั่นใจว่า ข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น +1
2. ถ้าท่านไม่มั่นใจว่า ข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น 0
3. ถ้าท่านมั่นใจว่า ข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด
ให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนที่เป็น -1

ตารางที่ 6 ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบสำรวจ

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	คะแนนการพิจารณา		
		+1	0	-1
1. บอกริทธิ์และสมาชิกของเมตริกซ์ได้	$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ สมาชิกของ $a_{11} + a_{23}$ คือ.....			

นำคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านมารวมกันเป็นรายข้อแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนตั้งแต่ .05–1.00 แสดงว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้จริงทุกข้อ

3) นำแบบทดสอบสำรวจไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน เพื่อสำรวจข้อบกพร่อง และรวบรวมคำตอบที่นักเรียนตอบผิดนำมาสร้างเป็นตัวลงในแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง

3. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

1) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง สร้างขึ้นโดยยึดจุดประสงค์การเรียนรู้ มีลักษณะเป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยดัดแปลงจากแบบทดสอบสำรวจ ตัวลวงนำมาจากคำตอบที่นักเรียนส่วนมากตอบผิด มีข้อสอบทั้งหมด 35 ข้อ ฉบับที่ 1 จำนวน 18 ข้อ ฉบับที่ 2 จำนวน 10 ข้อ ฉบับที่ 3 จำนวน 7 ข้อ

2) ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้น พร้อมด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่พิจารณาจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาทำการพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้หรือไม่ แล้วแก้ไขปรับปรุงให้เรียบร้อยก่อนนำไปทดสอบ

3) นำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 74 คน เพื่อตรวจสอบคุณภาพข้อ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์รายข้อหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกโดยใช้สูตรเบรนนัน คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ส่วนข้อสอบที่มีค่าต่ำกว่าเกณฑ์คัดเลือกออก ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 7 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ทั้ง 3 ตอนจากการทดสอบเพื่อใช้ตรวจสอบคุณภาพรายข้อ

ตอนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อ	p	B	ผลการพิจารณา
1	1. บอกริสมิตติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้	1	0.72	0.21	ตัดไว้
		2	0.58	0.25	ตัดไว้
	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	3	0.64	0.22	ตัดไว้
		4	0.65	0.20	ตัดไว้
	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	5	0.67	0.24	ตัดไว้
		6	0.57	0.21	ตัดไว้
	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้	7	0.53	0.28	ตัดไว้
		8	0.50	0.33	ตัดไว้
	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้	9	0.74	0.21	ตัดไว้
		10	0.60	0.23	ตัดไว้
	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	11	0.68	0.27	ตัดไว้
		12	0.60	0.41	ตัดไว้
	7. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2x2 ได้	13	0.49	0.41	ตัดไว้
		14	0.50	0.39	ตัดไว้
	8. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3x3 ได้	15	0.72	0.21	ตัดไว้
		16	0.54	0.32	ตัดไว้
	9. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ nxn ได้	17	0.71	0.35	ตัดไว้
		18	0.50	0.34	ตัดไว้
2	10. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2x2 ได้	19	0.54	0.26	ตัดไว้
		20	0.64	0.22	ตัดไว้
		21	0.18	0.07	ตัดทิ้ง
		22	0.39	0.39	ตัดไว้
	11. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3x3 ได้	23	0.42	0.28	ตัดไว้
		24	0.35	0.27	ตัดไว้
		25	0.18	0.13	ตัดทิ้ง
26		0.24	0.27	ตัดไว้	
27		0.19	0.16	ตัดทิ้ง	

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ตอนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อ	p	B	ผลการพิจารณา
3		28	0.50	0.21	ตัดไว้
	12. แก่ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	29	0.32	0.32	ตัดไว้
		30	0.44	0.12	ตัดทิ้ง
		31	0.25	0.43	ตัดไว้
		32	0.13	0.16	ตัดทิ้ง
		33	0.60	0.29	ตัดไว้
		34	0.57	0.27	ตัดไว้
	12. แก่ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	35	0.54	0.38	ตัดไว้

จากตารางที่ 7 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบรายข้อในแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ โดยนำไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือข้อสอบค่าความยาก ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 ให้ตัดไว้เพื่อใช้ในการทดสอบครั้งต่อไป ส่วนข้อที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกน้อยกว่า 0.20 และมากกว่า 0.80 ให้ตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามและตัวลวงบางข้อให้มีความชัดเจนมากขึ้น สรุปได้ดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 1 เรื่องเมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.49–0.74 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.41 ข้อสอบทุกข้อมีความยากและค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ตัดไว้ทุกข้อ

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 2 เรื่องอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.18–0.64 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.07–0.39 ข้อสอบมีความยากและค่าอำนาจจำแนก จำนวน 3 ข้อ ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดได้ทำการตัดทิ้ง ส่วนข้อที่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 7 ข้อ ได้ตัดไว้

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 3 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์จำนวน 7 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.13–0.60 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.12–0.38 ข้อสอบมีความยากและค่าอำนาจจำแนก จำนวน 2 ข้อ ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดได้ทำการตัดทิ้ง ส่วนข้อที่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ ได้ตัดไว้

จากการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบครั้งที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับ

4) นำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุง มีจำนวนข้อสอบทั้งหมด 30 ข้อ ฉบับที่ 1 จำนวน 18 ข้อ ฉบับที่ 2 จำนวน 7 ข้อ ฉบับที่ 3 จำนวน 5 ข้อ คัดเลือกไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 300 คน โดยพิจารณาทั้งรายข้อคือ ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก และทั้งฉบับคือค่าความเชื่อมั่น ค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ และหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5) จัดพิมพ์แบบทดสอบ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการต่าง ๆ เพื่อการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีขั้นตอน ดังนี้

- 1) ติดต่อขอหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคามเพื่อขอความอนุเคราะห์ผู้บริหารสถานศึกษาในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย
- 2) นำหนังสือราชการจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคามยื่นต่อผู้อำนวยการโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลพร้อมทั้งนัดหมายวันเวลา สถานที่ที่จะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3) เตรียมอุปกรณ์ เช่น จำนวนแบบทดสอบ โดยเตรียมให้พอกับกลุ่มตัวอย่างในการสอบแต่ละครั้ง ตลอดจนเตรียมปากกา ดินสอ สำรองไว้ให้นักเรียน
- 4) ดำเนินการสอบโดยแจ้งวัตถุประสงค์ของการสอบและอธิบายคำชี้แจงในการสอบให้นักเรียนทุกคนเข้าใจ แล้วดำเนินการสอบตามแบบทดสอบ
- 5) นำผลการทดสอบมาตรวจ และนำผลมาวิเคราะห์ทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการต่าง ๆ เพื่อการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีขั้นตอน ดังนี้

- 1) หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ
- 2) สืบค้นหาข้อบกพร่องของแบบทดสอบ
- 3) หาค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนจากแบบทดสอบและค่าคุณภาพของแบบทดสอบ

ดังนี้

- 3.1 ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- 3.2 ค่าความยากของข้อสอบ
- 3.3 ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
- 3.5 ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา
- 3.6 ความเชื่อมั่นของข้อสอบ
- 3.7 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่

- 1) สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ คะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 241-253)

- 1.1 การหาค่าเฉลี่ย (\bar{X})

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum X$ แทน ผลรวมข้อมูลหรือคะแนนรวมของทุกคน

N แทน จำนวนคนทั้งหมด

- 1.2 การหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X แทน คะแนนของแต่ละคน

\bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย

N แทน จำนวนคนทั้งหมด

- 2) หาค่าความยากของข้อสอบ (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 201)

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ความยากของข้อสอบ

R แทน จำนวนคนตอบถูก

N แทน จำนวนคนทั้งหมด

3) หาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อโดยใช้สูตรของ เบรนแนน (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 215) ที่เรียกว่าดัชนีอำนาจจำแนกบี (Discrimination index B)

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ	B	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	N_1	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์)
	N_2	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)
	U	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
	L	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก

4) ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาซึ่งหาได้โดยผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาเป็นผู้พิจารณาตัดสินตามวิธีของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambleton) (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 218-220)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหาหรือระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

5) ความเชื่อมั่นของข้อสอบโดยสูตรไบนอมียาลของโลเวทท์ (Lovett Method) (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 230)

$$r_{cc} = 1 - \frac{k \sum X_i - \sum X_i^2}{(k-1) \sum (X_i - C)^2}$$

เมื่อ	r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	k	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	X_i	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	C	แทน	คะแนนจุดตัด

6) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (สมนึก ภัททิยธนี, 2558: 285)

$$SE_{\text{meas}} = S \sqrt{1-r_{\text{cc}}}$$

เมื่อ	SE_{meas}	แทน	ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน
	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	r_{cc}	แทน	ความเชื่อมั่น

ระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์

รูปแบบของการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการศึกษาข้อมูลจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องร่วมไปถึงข้อมูลจากระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย การเก็บข้อมูลโดยใช้วิธีการสัมภาษณ์ และการสนทนากลุ่ม ดังนี้

1) การศึกษาข้อมูลจากเอกสาร เป็นการศึกษารวบรวมข้อมูลจากเอกสารต่าง ๆ ทั้งที่เป็นแนวคิดทฤษฎี ผลงานการวิจัยและเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์

2) การเก็บข้อมูลจากการสัมภาษณ์ เป็นการเก็บข้อมูลการวิจัยที่เหมาะสมกับการศึกษา เพื่อทำความเข้าใจในความคิดและพฤติกรรมของผู้ให้ข้อมูล ผู้วิจัยสามารถค้นหาและรวบรวมความรู้เชิงลึกตามประเด็นที่ต้องการศึกษาได้อย่างลึกซึ้ง โดยเปิดโอกาสให้ผู้ให้สัมภาษณ์สามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้ข้อมูลอย่างเต็มที่ โดยเก็บข้อมูลจากครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน

3) การเก็บข้อมูลจากการสนทนากลุ่ม เป็นวิธีในการเก็บข้อมูลในประเด็นปัญหาที่เจาะจง โดยมีผู้ดำเนินการสนทนา (Moderator) เป็นผู้คอยจุดประเด็นในการสนทนา เพื่อชักจูงให้กลุ่มเกิดแนวคิดและแสดงความคิดเห็นต่อประเด็นหรือแนวทางการสนทนาอย่างกว้างขวางละเอียดลึกซึ้ง โดยเก็บข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Interview) โดยทำการกำหนดประเด็นคำถามในการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลอย่างกว้างๆ แต่สามารถใช้เป็นแนวทางในการพูดคุย โดยการออกแบบสัมภาษณ์จากปัจจัยต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้ เพื่อให้ได้ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ทันทีเมื่อปรากฏรายละเอียดของข้อมูลที่น่าสนใจ โดยมีแนวประเด็นคำถามดังต่อไปนี้

แนวคำถามสัมภาษณ์

ส่วนที่ 1 ข้อมูลทั่วไปของผู้ให้สัมภาษณ์

ส่วนที่ 2 ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

- เนื้อหา
- สื่อการสอน
- วิธีสอน
- การวัดผลประเมินผล

ส่วนที่ 3 แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

แนวคำถามสำหรับการสนทนากลุ่ม กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาแบบเจาะจง (Purposive sampling)

ส่วนที่ 1 ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

- เนื้อหา
- สื่อการสอน
- วิธีสอน
- การวัดผลประเมินผล

ส่วนที่ 2 แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

เครื่องบันทึกเสียงขนาดเล็ก สำหรับใช้ในการบันทึกผลการสัมภาษณ์

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือในการวิจัย

คณะผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

1) การดำเนินการสังเคราะห์ข้อมูลจากเอกสารทางวิชาการและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

2) การสร้างแบบสัมภาษณ์ และแบบสนทนากลุ่ม โดยสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Interview) โดยทำการกำหนดประเด็นคำถามในการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลอย่างกว้างๆ แต่สามารถใช้เป็นแนวทางในการพูดคุย โดยใช้การออกแบบสัมภาษณ์จากปัจจัยต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้เพื่อให้ได้ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ได้มีการกำหนดให้นำแบบสัมภาษณ์ และแบบสนทนากลุ่ม มาตรวจสอบความถูกต้องชัดเจนในเชิงเนื้อหาให้สอดคล้องกับประเด็นปัญหาและวัตถุประสงค์ของการวิจัยโดยผู้เชี่ยวชาญก่อน เพื่อที่จะนำแนวความคิดหรือข้อเสนอแนะมาใช้ในการปรับปรุงข้อคำถามแล้วนำไปเก็บข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการต่าง ๆ เพื่อการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีขั้นตอน ดังนี้

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บข้อมูล 2 ลักษณะ ดังนี้

1) แหล่งข้อมูล ผู้วิจัยได้พิจารณาแหล่งข้อมูลที่จะตอบข้อมูลวิจัยตรงตามความเป็นจริงและน่าเชื่อถือมากที่สุด ได้แก่ ครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

2) วิธีการได้มาซึ่งข้อมูล เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามของผู้วิจัย โดยใช้เครื่องมือตามที่กำหนด ซึ่งประกอบด้วย สนทนากลุ่มกับนักเรียน และการสัมภาษณ์ครูโดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 วันที่ 15 มกราคม 2561 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสนทนากลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ใช้สถานที่เป็นห้องเรียนในโรงเรียนบึงกาฬ ซึ่งผู้วิจัยได้ติดต่อประสานงานกับผู้ให้ข้อมูลเป็นการส่วนตัว พร้อมทั้งกำหนดวัน เวลา และสถานที่ไว้ล่วงหน้า พร้อมทั้งชี้แจงวัตถุประสงค์ความเป็นมาและเหตุผลของการสนทนากลุ่มให้ทราบล่วงหน้า โดยเตรียมคำถามแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Interview) โดยทำการกำหนดประเด็นคำถามในการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลอย่างกว้าง ๆ

แต่สามารถใช้เป็นแนวทางในการพูดคุย โดยใช้การออกแบบสัมภาษณ์จากปัจจัยต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้เพื่อให้ได้ข้อมูลจากการสัมภาษณ์

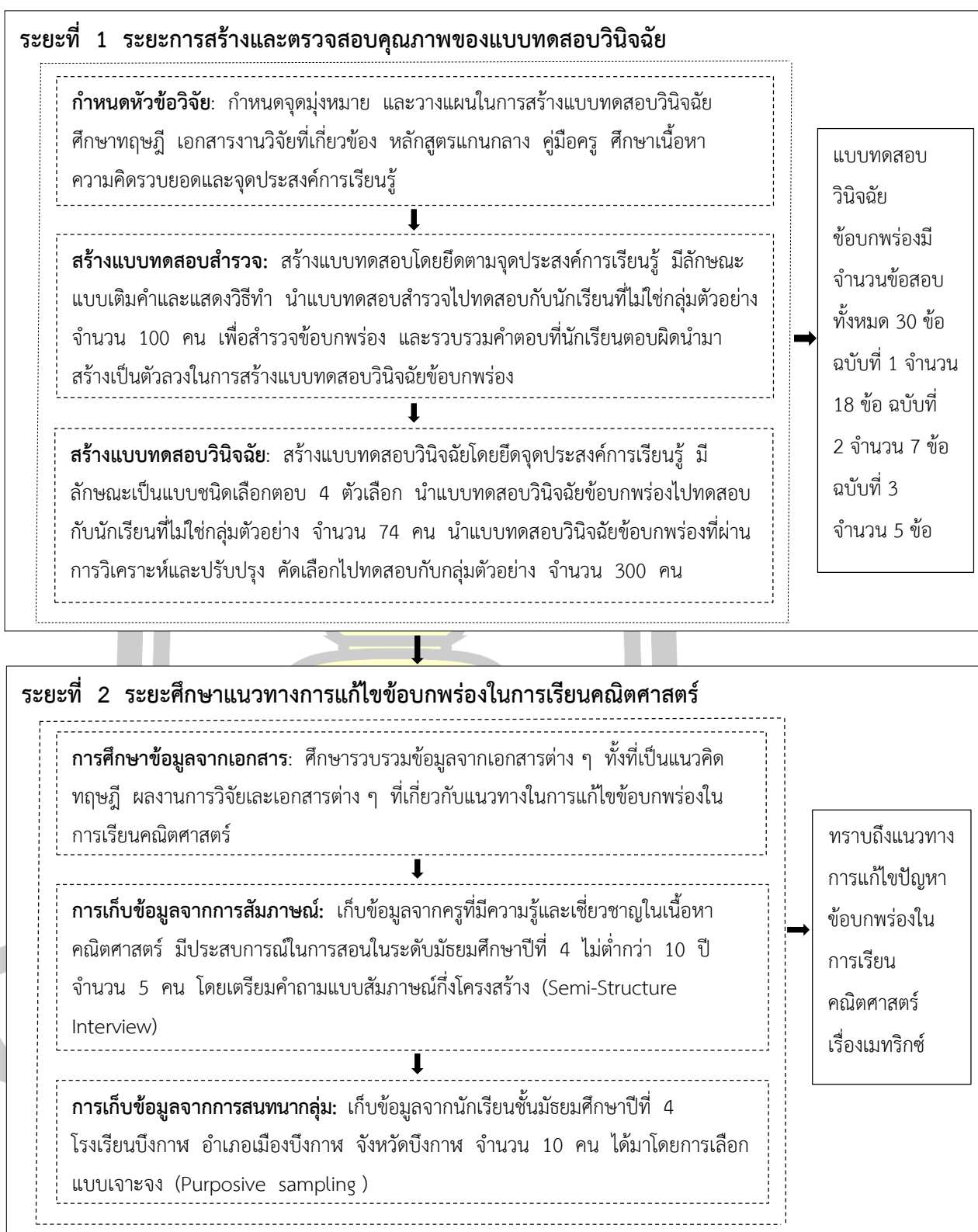
2.2 วันที่ 17-24 มกราคม 2561 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสัมภาษณ์กับครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน ซึ่งผู้วิจัยได้ติดต่อประสานงานกับผู้ให้ข้อมูลเป็นการส่วนตัวพร้อมทั้งกำหนดวัน เวลา และสถานที่ไว้ล่วงหน้า พร้อมทั้งชี้แจงวัตถุประสงค์ความเป็นมาและเหตุผลของการสัมภาษณ์ให้ทราบล่วงหน้า โดยเตรียมคำถามแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-Structure Interview) โดยทำการกำหนดประเด็นคำถามในการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลอย่างกว้าง ๆ แต่สามารถใช้เป็นแนวทางในการพูดคุย โดยใช้การออกแบบสัมภาษณ์จากปัจจัยต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้เพื่อให้ได้ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ โดยจะใช้เวลาในการสัมภาษณ์ประมาณ 60-90 นาที ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความร่วมมือของผู้ให้สัมภาษณ์

การวิเคราะห์ข้อมูล

- 1) นำข้อมูลที่ได้จากการถอดเทปมาอ่านหลาย ๆ ครั้ง เพื่อให้เกิดความเข้าใจในภาพรวมของข้อมูลที่ได้ และพิจารณาประเด็นที่สำคัญ
- 2) นำข้อมูลที่ถอดจากการถอดเทปมาตีความพร้อมทำการตั้งข้อความหรือประโยคที่สำคัญที่เกี่ยวข้องของแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์
- 3) นำข้อความหรือประโยคที่มีความหมายเหมือนกันหรือใกล้เคียงกันมาไว้กลุ่มเดียวกัน โดยมีรหัสข้อมูลกำกับทุกข้อความหรือทุกประโยค แล้วจึงตั้งชื่อคำสำคัญ ซึ่งจะจัดเป็นทั้งกลุ่มใหญ่ (Themes) และกลุ่มย่อยที่อยู่ภายใต้ความหมายของกลุ่มใหญ่ (Sub-theme)
- 4) ใช้การนำเสนอโดยการเขียนบรรยายสิ่งที่ค้นพบอย่างละเอียดและชัดเจน โดยจะไม่มี การนำทฤษฎีไปควบคุมปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างคำพูดประกอบคำหลักสำคัญที่ได้ เพื่อแสดงความชัดเจนของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

จากการดำเนินการข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนการดำเนินการ การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดังต่อไปนี้

รายละเอียดของขั้นตอนการวิจัย



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการวิจัยเรื่องการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยโดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ประกอบด้วยระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย และระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยได้นำเสนอการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สัญลักษณ์และอักษรการย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์และอักษรการย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และอักษรการย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกันในการแปลความหมายในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

B แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

P แทน ค่าความยากของข้อสอบ

K แทน จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ

C แทน คะแนนจุดตัด

\bar{x} แทน ค่าเฉลี่ย

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของข้อสอบ

SE_{meas} แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

พหุ มณฑล ๓๒๓ ชีวะ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

ผู้วิจัยได้ทำการสร้างแบบทดสอบสำรวจเพื่อหาข้อบกพร่อง มีลักษณะแสดงวิธีทำ เรื่องเมทริกซ์ จำนวน 50 ข้อ มาทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อนำผลการทดสอบสำรวจมาวิเคราะห์คำตอบ เพื่อรวบรวมคำตอบผิด และค้นหาข้อบกพร่องในการตอบผิด และคัดเลือกคำตอบที่ตอบผิดมาสร้างเป็นตัวลงในกาสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน โดยแบ่งแบบทดสอบสำรวจออกเป็น 3 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 25 ข้อ

ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 15 ข้อ

ฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 10 ข้อ

ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ค

ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบสำรวจ เรื่อง เมทริกซ์ ฉบับที่ 1 เมทริกซ์

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
1. มิติและสมาชิกของเมทริกซ์	1. บอกลักษณะและสมาชิกของเมทริกซ์ได้	1. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์ 2. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ 3. สับสนระหว่างกับแถวและหลักของเมทริกซ์
2. การบวกเมทริกซ์	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	1. ขาดทักษะในการคำนวณ 2. ไม่เข้าใจหลักการบวกเมทริกซ์ 3. สับสนเกี่ยวกับเครื่องหมายลบกับเครื่องหมายบวก 4. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการหาผลบวกของเมทริกซ์

ตารางที่ 8 (ต่อ)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
		5. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการ บวกเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน 6. ขาดทักษะในการบวก
3. การลบเมทริกซ์	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	1. ขาดทักษะในการคำนวณ 2. สับสนเครื่องหมายบวก และลบ 3. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับ หลักการหาผลต่างของเมทริกซ์ 4. หาผลต่างถูกวิธีแต่ขาด ทักษะการคูณ
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วย สเกลาร์ได้	1. สับสนเครื่องหมาย 2. ขาดความเข้าใจหลักการคูณ เมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ 3. ขาดความเข้าใจการคูณ สเกลาร์เข้าไปในทุกหลักของ เมทริกซ์ 4. ขาดทักษะกระบวนการคูณ
5. การคูณเมทริกซ์ด้วย เมทริกซ์	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วย เมทริกซ์ได้	1. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณ เมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ 2. ขาดความเข้าใจการนำหลัก มาคูณกับตัวตั้งของแถว 3. สับสนการใช้เครื่องหมาย 4. สับสนเกี่ยวกับแถวและหลัก ของเมทริกซ์
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	1. ขาดความเข้าใจในการ เปลี่ยนแถวเป็นหลัก

ตารางที่ 8 (ต่อ)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
		2. ขาดความเข้าใจเรื่องแถวและหลักของเมทริกซ์
7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	7. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้	<ol style="list-style-type: none"> 1. ขาดความเข้าใจในหาค่า $ad-bc$ 2. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม 3. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวกลบจำนวนเต็ม 4. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\det(A)$ และการคูณจำนวนเต็ม
	8. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้	<ol style="list-style-type: none"> 1. ขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่าง 2. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม 3. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหาค่า $\det(A)$ 4. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหาค่า $\det(A)$ และแก้สมการพหุนาม 5. ขาดความเข้าใจในเรื่อง $\det(A)$ และการคูณจำนวนเต็ม 6. สับสนเกี่ยวกับเครื่องหมาย
	9. หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้	<ol style="list-style-type: none"> 1. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเลขยกกำลัง 2. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกัน 3. ขาดความเข้าใจในการคูณจำนวนเต็ม

ตารางที่ 8 (ต่อ)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
		4. ขาดความเข้าใจในเรื่องการบวกเลขยกกำลัง

จากตารางที่ 8 พบว่า ผลการทำแบบทดสอบสำรวจเพื่อหาข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับที่ 1 วัดความรู้เรื่องเมทริกซ์ นักเรียนมีข้อบกพร่องตามจุดประสงค์ทั้ง 9 ข้อ จากการสำรวจพบว่าสามารถนำไปสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนฉบับที่ 1 เรื่องเมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ และตัดทิ้งจำนวน 7 ข้อ ได้แก่ ข้อ 3, ข้อ 5, ข้อ 9, ข้อ 13, ข้อ 16, ข้อ 18 และข้อ 23 เนื่องจากนักเรียนใช้เวลาทำแบบทดสอบมากเกินไป เพราะข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบที่ใช้ทักษะในการคิดคำนวณ และข้อบกพร่องมีลักษณะคล้ายคลึงไปในทางเดียวกันสามารถใช้เป็นข้อบกพร่องรวมกันได้ แต่ยังคงครอบคลุมเนื้อหาข้อบกพร่องครบทุกข้อ

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบสำรวจ เรื่องเมทริกซ์ ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
1. อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	1. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้	1. สับสนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ 2. ขาดความเข้าใจในการสลับค่าของเมทริกซ์ 3. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน 4. ขาดความเข้าใจในการหาค่า $ad-bc$

ตารางที่ 9 (ต่อ)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
		5. ขาดความรู้ในเรื่องการคูณจำนวนเต็ม
	2. ทหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้	1. ขาดทักษะการคิดคำนวณ 2. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $M_{ij}(A)$ 3. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง 4. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $C_{ij}(A)$ 5. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$ 6. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง และเครื่องหมายบวก ลบ 7. ขาดความรู้เรื่องการหาค่าอินเวอร์สการคูณ 8. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหา $\det(A)$

จากตารางที่ 9 พบว่า ผลการทำแบบทดสอบสำรวจเพื่อหาข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับที่ 2 วัดความรู้เรื่องอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ นักเรียนมีข้อบกพร่องตามจุดประสงค์ ทั้ง 2 ข้อ จากการสำรวจพบว่าสามารถนำไปสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน ฉบับที่ 2 เรื่องอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 10 ข้อ และตัดทิ้งจำนวน 5 ข้อ ได้แก่ ข้อ 28, ข้อ 32, ข้อ 34, ข้อ 37 และข้อ 38 เนื่องจากนักเรียนใช้เวลาทำแบบทดสอบมากเกินไป เพราะข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบที่ใช้ทักษะในการคิดคำนวณ และข้อบกพร่องมีลักษณะคล้ายคลึงไปในทางเดียวกันสามารถใช้เป็นข้อบกพร่องรวมกันได้ แต่ยังคงครอบคลุมเนื้อหาข้อบกพร่องครบทุกข้อ

ตารางที่ 10 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากแบบทดสอบ
สำรวจ เรื่อง เมทริกซ์ ฉบับที่ 3 การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อบกพร่อง
1. การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	1. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎคราเมอร์ 2. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา det 3. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม 4. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 5. ขาดความรู้เรื่องการค่าสัมบูรณ์ 6. ขาดความเข้าใจในการแก้สมการ 7. ขาดความเข้าใจในการบวกลบจำนวนเต็ม 8. ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่ดั้งเดิม 9. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวกลบ เศษส่วนจำนวนเต็ม 10. ขาดทักษะในการคำนวณ 11. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎของเมทริกซ์ 12. ไม่เข้าใจการแทนค่าคงตัวในการหาค่าตัวแปร

จากตารางที่ 10 พบว่า ผลการทำแบบทดสอบสำรวจเพื่อหาข้อบกพร่องของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับที่ 3 วัดความรู้เรื่องการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น นักเรียนมีข้อบกพร่องตามจุดประสงค์ ทั้ง 1 ข้อ จากการสำรวจพบว่าสามารถนำไปสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องทางการเรียน ฉบับที่ 3 เรื่องการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 10 ข้อ และตัดทิ้งจำนวน 3 ข้อ ได้แก่ ข้อ 44, ข้อ 45 และข้อ 47 เนื่องจากนักเรียนใช้เวลาทำแบบทดสอบมากเกินไป เพราะข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบที่ใช้ทักษะในการคิดคำนวณ และข้อบกพร่องมีลักษณะคล้ายคลึงไปในทางเดียวกันสามารถใช้เป็นข้อบกพร่องรวมกันได้ แต่ยังคงครอบคลุมเนื้อหาข้อบกพร่องครบทุกข้อ

ตอนที่ 2 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ

1. การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยผู้วิจัยหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวินิจฉัยในลักษณะของความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ซึ่งผู้วิจัยได้หาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ ดังนี้

ครั้งที่ 1 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบสำรวจ โดยนำแบบทดสอบเพื่อสำรวจที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อที่สร้างขึ้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบสำรวจ ตามวิธีของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน เท่ากับ 1.00 ซึ่งมีความมากกว่า 0.50 นั่นคือการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบสำรวจ มีความสอดคล้องกัน แสดงว่าแบบทดสอบสำรวจที่สร้างขึ้นมีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข

ครั้งที่ 2 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่อง โดยนำข้อสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อที่สร้างขึ้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ตามวิธีของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน เท่ากับ 1.00 ซึ่งมีความมากกว่า 0.50 นั่นคือ การพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบวินิจฉัย

ข้อบกพร่องมีความสอดคล้องกัน แสดงว่าแบบทดสอบสำรวจที่สร้างขึ้นมีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข

ครั้งที่ 3 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง โดยนำตัวลวงที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม พิจารณาว่าตัวลวงแต่ละข้อที่สร้างขึ้นวัดได้ตรงตามข้อบกพร่องหรือไม่ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่องตามวิธีของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 ซึ่งมีค่ามากกว่า 0.50 นั่นคือ การพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญระหว่างความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่องมีความสอดคล้องกัน แสดงว่าตัวลวงที่สร้างขึ้นมีความเที่ยงตรงตามข้อบกพร่อง ซึ่งรายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข

2. การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับ ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ที่ได้คัดเลือกไว้จากการตรวจสอบคุณภาพรายข้อไปทดสอบครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 300 คน ได้ค่าสถิติพื้นฐานและคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง ทั้ง 3 ฉบับ ดังนี้

2.1 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ตารางที่ 11 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ

แบบทดสอบ	K	p	B
ฉบับที่ 1 เมทริกซ์	18	0.33–0.74	0.20–0.39
ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	7	0.40–0.66	0.25–0.55
ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์	5	0.40–0.47	0.40–0.58

จากตารางที่ 11 พบว่า ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ รวม 30 ข้อ เพื่อตัดสินว่าข้อสอบมีคุณภาพเหมาะที่จะเป็นข้อสอบวินิจฉัยหรือไม่ ดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.33–0.74 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.39 ข้อสอบทุกข้อมีคุณภาพผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้เหมาะสมที่จะใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยทุกข้อ

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ ค่าความยากตั้งแต่ 0.40–0.66 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25–0.55 ข้อสอบทุกข้อมีคุณภาพผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เหมาะสมที่จะใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยทุกข้อ

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ จำนวน 5 ข้อ ค่าความยากตั้งแต่ 0.40–0.47 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.40–0.58 ข้อสอบทุกข้อมีคุณภาพผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เหมาะสมที่จะใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยทุกข้อ

สรุปโดยรวมแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20–0.74 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.58 ข้อสอบทุกข้อมีคุณภาพผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เหมาะสมที่จะใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยทุกข้อ

2.2 คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 300 คน และนำคะแนนของนักเรียนที่ทราบผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาคะแนนจุดตัด โดยใช้เกณฑ์ในการสอบผ่านร้อยละ 60 เป็นกลุ่มที่ผ่านเกณฑ์ และกลุ่มที่มีระดับผลการเรียนน้อยกว่าร้อยละ 60 เป็นกลุ่มที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เพื่อใช้ในการวินิจฉัยตามวิธีของแกลสส์ ได้คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบของแต่ละตอน ดังนี้

ตารางที่ 12 คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนจุดตัด	ร้อยละของการสอบผ่าน
ฉบับที่ 1 เมทริกซ์	18	11	42.00
ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	7	4	44.00
ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์	5	3	36.00

จากตารางที่ 12 พบว่า คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ฉบับ ดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ นักเรียนสอบได้คะแนนตั้งแต่ 11 คะแนนขึ้นไป ถือว่าเป็นผู้รอบรู้ มีจำนวน 126 คน คิดเป็นร้อยละ 42.00

แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ นักเรียนสอบได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าเป็นผู้รอบรู้ มีจำนวน 132 คน คิดเป็นร้อยละ 44.00

แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ จำนวน 5 ข้อ นักเรียนสอบได้คะแนนตั้งแต่ 3 คะแนนขึ้นไป ถือว่าเป็นผู้รอบรู้ มีจำนวน 108 คน คิดเป็นร้อยละ 36.00

2.3 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทดสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพทั้งฉบับมา คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแต่ละตอน โดยใช้สูตรสูตรไปโนเมียลของโลเวทท์ (Lovett Method) (สมนึก ภัททิยธนี, 2546: 230) ดังนี้

ตารางที่ 13 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ

แบบทดสอบ	r_{cc}	SE_{meas}
ตอนที่ 1 เมทริกซ์	0.65	± 1.6579
ตอนที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	0.52	± 1.1799
ตอนที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์	0.54	± 0.9112

จากตารางที่ 13 พบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ มีความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.52-0.65 แบบทดสอบที่มีค่าความเชื่อมั่นที่สูงที่สุดคือ แบบทดสอบฉบับที่ 1 เมทริกซ์ แบบทดสอบที่มีค่าความเชื่อมั่นที่ต่ำสุด คือแบบทดสอบฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

ส่วนค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ พบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 มีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ ± 1.6579 แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2 มีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ ± 1.1799 และแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 มีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ ± 0.9112 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบฉบับที่ 3 เป็นคะแนนที่เบี่ยงเบนจากคะแนนจริงน้อยกว่าตอนอื่น

ตอนที่ 3 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิด

ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ มาวิเคราะห์หาสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนเลือกตอบผิดในแต่ละข้อว่า การที่นักเรียนตอบผิดมากมีสาเหตุมาจากอะไร มีร้อยละในการตอบผิดมากน้อยเท่าใด โดยกำหนดสัญลักษณ์แทนข้อบกพร่องต่าง ๆ ในแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 บอกรูปร่างและสมาชิกของเมทริกซ์ได้ (ข้อ 1-2)
 - A1 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ
 - A2 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์
 - A3 แทน สับสนระหว่างกับแถวและหลักของเมทริกซ์

ตารางที่ 14 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 จากการตอบแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่เลือกตอบ	ร้อยละการเลือกตอบ
1	1	ก	ข	A1	61	20.33
			ค	A2	52	17.33
			ง	A3	31	10.33
	2	ค	ก	A1	20	6.67
			ข	A2	45	15.00
			ง	A3	31	10.33

จากตารางที่ 14 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 บอกรูปร่างและสมาชิกของเมทริกซ์ได้ ข้อสอบข้อที่ 1 บอกรูปร่างของเมทริกซ์นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 61 คน คิดเป็นร้อยละ 20.33 ส่วนข้อสอบข้อที่ 2 บอกรูปร่างของเมทริกซ์นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 15.00

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 2 หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ (ข้อ 3-4)

- B1 แทน ขาดทักษะในการคำนวณ
 B2 แทน ไม่เข้าใจหลักการบวกเมทริกซ์
 B3 แทน สับสนเครื่องหมายบวก กับเครื่องหมายลบ
 B4 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการหาผลบวกของเมทริกซ์
 B5 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

ตารางที่ 15 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 2 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่เลือกตอบ	ร้อยละการเลือกตอบ
2	3	ข	ก	B1	53	17.67
			ค	B2	25	8.33
			ง	B1	14	4.67
	4	ง	ก	B4	71	23.67
			ข	B3	73	24.33
			ค	B3	74	24.47

จากตารางที่ 15 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 2 หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ นักเรียนสับสนเครื่องหมายบวก กับเครื่องหมายลบมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 74 คน คิดเป็นร้อยละ 24.47

3. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 3 หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ (ข้อ 5-6)

- C1 แทน ขาดทักษะในการคำนวณ
 C2 แทน สับสนเครื่องหมายบวก และลบ
 C3 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการหาผลต่างของเมทริกซ์
 C4 แทน หาผลต่างถูกวิธีแต่ขาดทักษะการคูณ

ตารางที่ 16 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 3 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวหลง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
3	5	ก	ข	C1	77	25.67
			ค	C2	22	7.33
			ง	C3	2	0.67
	6	ข	ก	C4	44	14.67
			ค	C3	41	13.67
			ง	C1	62	20.67

จากตารางที่ 16 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 3 หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ นักเรียนขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 77 คน คิดเป็นร้อยละ 25.67

4. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 4 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้ (ข้อ 7-8)

- D1 แทน สับสนเครื่องหมาย
 D2 แทน ขาดความเข้าใจหลักการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์
 D3 แทน ขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์
 D4 แทน ขาดทักษะกระบวนการคูณ

ตารางที่ 17 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 4 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวหลง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
4	7	ข	ก	D1	47	15.67
			ค	D2	36	5.33
			ง	D2	3	1.00

ตารางที่ 17 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
	8	ง	ก	D3	48	16.00
			ข	D3	43	14.33
			ค	D4	40	13.33

จากตารางที่ 17 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 4 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 48 คน คิดเป็นร้อยละ 16.00

5. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 5 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้ (ข้อ 9-10)

- E1 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถว
 E2 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
 E3 แทน สับสนการใช้เครื่องหมาย
 E4 แทน สับสนเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์

ตารางที่ 18 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 5 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
5	9	ค	ก	E1	130	43.33
			ข	E2	29	9.67
			ง	E3	12	4.00
	10	ง	ก	E4	61	20.33
			ข	E1	74	24.67
			ค	E3	67	22.33

จากตารางที่ 18 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 5 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 130 คน คิดเป็นร้อยละ 43.33

6. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 6 หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ (ข้อ 11-12)

F1 แทน ขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลัก

F2 แทน ขาดความเข้าใจเรื่องแถวและหลักของเมทริกซ์

ตารางที่ 19 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 6 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่เลือกตอบ	ร้อยละการเลือกตอบ
6	11	ก	ข	F1	51	17.00
			ค	F2	36	12.00
			ง	F1	2	0.67
	12	ข	ก	F2	25	8.33
			ค	F1	53	17.67
			ง	F1	16	5.33

จากตารางที่ 19 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 6 หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ นักเรียนขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 53 คน คิดเป็นร้อยละ 17.67

7. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 7 หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้ (ข้อ 13-14)

G1 แทน ขาดความเข้าใจในการหาค่า $ad-bc$

G2 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม

G3 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวก ลบจำนวนเต็ม

ตารางที่ 20 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 7 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
7	13	ง	ก	G1	49	16.33
			ข	G1	58	19.33
			ค	G2	45	15.00
	14	ข	ก	G3	16	5.33
			ค	G2	71	23.67
			ง	G1	17	5.67

จากตารางที่ 20 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 7 หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้ นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 71 คน คิดเป็นร้อยละ 23.67

8. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 8 หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้ (ข้อ 15-16)

- H1 แทน ขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่าง
- H2 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม
- H3 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหาค่า $\det(A)$

ตารางที่ 21 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 8 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
8	15	ก	ข	H1	75	25.00
			ค	H2	27	0.90
			ง	H1	44	14.67

ตารางที่ 21 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
	16	ก	ข	H1	62	20.67
			ค	H1	68	22.67
			ง	H3	60	20.00

จากตารางที่ 21 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 8 หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 75 คน คิดเป็นร้อยละ 25.00

9. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 9 หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ (ข้อ 17-18)

- 11 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเลขยกกำลัง
- 12 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกัน
- 13 แทน ขาดความเข้าใจในการคูณจำนวนเต็ม
- 14 แทน ขาดความเข้าใจในเรื่องการบวกเลขยกกำลัง

ตารางที่ 22 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 9 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
9	17	ข	ก	11	43	14.33
			ค	12	70	23.33
			ง	12	61	20.33
	18	ง	ก	13	47	15.67
			ข	14	65	21.67
			ค	14	54	18.00

จากตารางที่ 22 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 9 หาค่าเทอริมันต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 70 คน คิดเป็นร้อยละ 23.33

10. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 10 หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้ (ข้อ 19-21)

- J1 แทน สับสนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ
 J2 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์
 J3 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน
 J4 แทน ขาดความเข้าใจในการหาค่า $ad-bc$
 J5 แทน ขาดความรู้ในเรื่องการคูณจำนวนเต็ม

ตารางที่ 23 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 10 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่เลือกตอบ	ร้อยละการเลือกตอบ
10	19	ค	ก	J1	58	19.33
			ข	J2	70	23.33
			ง	J3	28	9.33
	20	ง	ก	J1	39	13.00
			ข	J3	64	21.33
			ค	J4	39	13.00
	21	ค	ก	J5	63	21.00
			ข	J2	42	14.00
			ง	J3	60	20.00

จากตารางที่ 23 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 10 หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 70 คน คิดเป็นร้อยละ 23.33

11. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 11 หาคอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้

(ข้อ 22-25)

- K1 แทน ขาดทักษะการคิดคำนวณ
 K2 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $M_{ij}(A)$
 K3 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง
 K4 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $C_{ij}(A)$
 K5 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$

ตารางที่ 24 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 11 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่เลือกตอบ	ร้อยละการเลือกตอบ
11	22	ง	ก	K1	39	13.00
			ข	K2	55	18.33
			ค	K2	48	16.00
	23	ข	ก	K3	49	16.33
			ค	K4	22	7.33
			ง	K4	32	10.67
	24	ง	ก	K3	45	15.00
			ข	K5	76	25.33
			ค	K5	58	19.33
25	ง	ก	K5	40	13.33	
		ข	K5	78	26.00	
		ค	K3	53	17.67	

จากตารางที่ 24 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 11 หาคอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$ มากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 78 คน คิดเป็นร้อยละ 26.00

12. จุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 12 แก่ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้

(ข้อ 26-30)

- L1 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎคราเมอร์
- L2 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $\det(A)$
- L3 แทน ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม
- L4 แทน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น
- L5 แทน ขาดความรู้เรื่องการค่าสัมบูรณ์
- L6 แทน ขาดความเข้าใจในการแก้สมการ
- L7 แทน ขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็ม
- L8 แทน ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

ตารางที่ 25 พฤติกรรมข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 12 จากการตอบแบบทดสอบวินิจัยวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวหลง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
12	26	ข	ก	L1	56	18.67
			ค	L2	58	19.33
			ง	L3	52	17.33
	27	ข	ก	L4	48	16.00
			ค	L4	79	26.33
			ง	L4	38	12.67
	28	ค	ก	L5	58	19.33
			ข	L4	76	25.33
			ง	L4	24	8.00
29	ง	ก	L6	53	17.67	
		ข	L7	87	29.00	
		ค	L6	42	14.00	

ตารางที่ 25 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้ (ข้อที่)	ข้อสอบ (ข้อที่)	ตัวถูก	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่เลือกตอบ	ร้อยละ การเลือกตอบ
	30	ข	ก	L8	40	13.33
			ค	L8	70	23.33
			ง	L8	54	18.00

จากตารางที่ 25 พบว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 12 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้ นักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด โดยมีนักเรียนเลือกตอบจำนวน 87 คน คิดเป็นร้อยละ 29.00

สรุปโดยภาพรวม ข้อบกพร่องของนักเรียนในการเรียน ฃบปีที่ 1 เรื่องเมทริกซ์ที่พบมากที่สุด คือ การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ เนื่องจากนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถว ฃบปีที่ 2 เรื่องการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์พบมากที่สุด คือ หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$ มากที่สุด และฃบปีที่ 3 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยเมทริกซ์ที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนแก้ระบบสมการไม่ได้ เนื่องจากขาดความเข้าใจการบวกลบ จำนวนเต็ม

ระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลจากระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยนำข้อมูลไปสร้างข้อคำถามโดยใช้การสัมภาษณ์ คณะครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน และสร้างคำถามใช้ในการสนทนากลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) ประกอบด้วย

1. ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์
2. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิเคราะห์ผลการสัมภาษณ์ และการสนทนากลุ่ม

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บข้อมูลโดยใช้การสัมภาษณ์ คณะครูที่มีความรู้และเชี่ยวชาญในเนื้อหา คณิตศาสตร์ มีประสบการณ์ในการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่ต่ำกว่า 10 ปี จำนวน 5 คน และเก็บข้อมูลจากการสนทนากลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ จำนวน 10 คน ได้มาโดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) ซึ่งได้ข้อค้นพบดังต่อไปนี้

ปัญหาการเรียนการสอนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. เนื้อหา

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ปัญหาการเรียนการสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ คือเมทริกซ์เป็นวิชาที่เนื้อหาค่อนข้างเยาะ โดยเฉพาะบทนิยาม และทฤษฎีต่าง ๆ ที่ใช้ในการหาคำตอบ ทำให้เกิดการสับสนในวิธีการหาคำตอบ การบวก ลบ จำนวนเต็มที่นักเรียนยังขาดทักษะกระบวนการหาคำตอบที่ยังไม่ถูกต้อง การหาดีเทอร์มิแนนต์และอินเวอร์สที่มีมิติที่มากกว่า 2×2 ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหา วิธีการแก้โจทย์ปัญหา รวมไปถึงการแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แตงเดิม การดำเนินการตามแถว และรูปแบบขั้นบันไดแบบแถวที่ยังต้องหาเทคนิควิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น ดังคำกล่าวที่ว่า

“เมทริกซ์เป็นเรื่องที่มีเนื้อหาค่อนข้างเยาะ มีส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจควรเพิ่มการสอนให้เยาะขึ้น”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ทฤษฎีบทมีจำนวนหลากหลายต้องใช้การจำจึงทำให้เกิดการสับสนและลืมทฤษฎีบท”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“การแสดงวิธีทำค่อนข้างที่จะซับซ้อน”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“สับสนการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์”

(นักเรียน 9, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ยังขาดความเข้าใจในเรื่องเมทริกซ์แต่งเติมการดำเนินการตามแถวและรูปแบบ
ขั้นบันไดแบบแถว”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“การบวก ลบ เลขจำนวนเต็ม ยังไม่ถูกต้อง”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ยังขาดความเข้าใจในเรื่องเมทริกซ์แต่งเติมการดำเนินการตามแถวและรูปแบบ
ขั้นบันไดแบบแถว”

การดำเนินการตามแถว รูปแบบขั้นบันไดแบบแถว และการบวก ลบจำนวนเต็ม”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3x3 และ 4x4 และเมทริกซ์แต่งเติม”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การหาดีเทอร์มิแนนต์ซึ่งนักเรียนจำคุณสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ไม่ได้ทำให้เสียเวลา
ในการทำโจทย์ข้อนั้นมาก”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม โดยเฉพาะการบวกลบจำนวน
เต็ม”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การบวก ลบจำนวนเต็ม และการคูณเศษส่วนจำนวนเต็มในเรื่องของการหา
อินเวอร์สการคูณ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

2. สื่อการสอน

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า สื่อการสอนมีส่วนสำคัญในการเรียนสอนเป็นอย่างมาก
ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชานั้น ๆ มากยิ่งขึ้น ซึ่งปัญหาที่พบส่วนใหญ่ครูยังคง
ใช้กระดานเป็นสื่อการเรียนการสอน ครูยังไม่ปรับเปลี่ยนการใช้สื่อการเรียนการสอนที่ทันสมัยและ
บางครั้งอุปกรณ์ต่างที่อยู่ในห้องเรียนยังไม่เพียงพอต่อการใช้สื่อการเรียนการสอนของครู ทำใ้
นักเรียนยังไม่สนใจที่จะเรียน ดังนั้นครูต้องมีสื่อที่ทันสมัย ดึงดูดความสนใจของผู้เรียน มีเอกสาร
เพิ่มเติมในเรื่องการสอน และมีเกมส์หรือภาพประกอบเพื่อให้นักเรียนเห็นภาพและเกิดการเรียนรู้
ดังคำกล่าวที่ว่า

“ครูยังใช้กระดานอธิบายให้นักเรียนฟัง”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ควรมีเอกสารเพิ่มเติมในส่วนของเนื้อหาที่มีอยู่แล้ว”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“การมองไม่เห็นกระดาน ตัวหนังสือบนกระดานทำให้นักเรียนเรียนไม่เข้าใจ”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูควรมีภาพประกอบ มีการเล่นเกมสื่ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ในแต่ละชั่วโมงที่สอน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ส่วนมากจะเป็นการใช้กระดานในการสอนนักเรียนทำให้นักเรียนไม่เข้าใจอย่างทั่วถึงเพราะบางครั้งนักเรียนจะฟังไม่รู้เรื่องโดยเฉพาะนักเรียนที่นั่งหลังห้อง”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูใช้หนังสือเรียนสอนมีคู่มือครู และยังใช้การเขียนกระดาน ควรจะมีสื่อ Online และใบงานให้นักเรียนไว้ฝึกทำ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ยังคงใช้หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 สอนอยากให้ห้องเรียนมีสื่อโปรแทคเตอร์ช่วยในการสอนทุกห้อง”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“อุปกรณ์ในชั้นเรียนไม่เพียงพอต่อการใช้สื่อการสอน”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูยังไม่มีสื่อที่เป็นรูปธรรมในการสอน ยังเป็นการใช้กระดานสอน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

พูน ปณ ทิโต ชีเว

3. วิธีการสอน

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า วิธีการสอนเป็นส่วนหนึ่งของปัญหาที่พบในการเรียนการสอนปัจจุบันเนื่องจากครูส่วนใหญ่ยังคงสอนแบบเดิม แบบวิธีการบรรยาย อธิบายตัวอย่าง บนกระดาน ไม่มีวิธีการสอนที่หลากหลาย การจัดกิจกรรมต่าง ๆ ยังไม่สนองความต้องการของนักเรียนทำให้การเรียนการสอนไม่น่าสนใจ ดังนั้นครูต้องหากิจกรรมที่มาช่วยเสริมในเรื่องการเรียนการสอนให้กับนักเรียน มีเทคนิคการสอนที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียนทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนมากยิ่งขึ้น ดังคำกล่าวที่ว่า

“อยากให้หากิจกรรมมาเสริมในการเรียนการสอน”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้ครูสอนให้ช้าลงกว่าเดิม”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้ครูมีเทคนิคในการทำโจทย์แบบง่าย ๆ ไปหาโจทย์ที่ยากขึ้น”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้สอนแบบถามตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนมากขึ้นจะทำให้
นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้จัดการเรียนการสอนแบบแบ่งกลุ่มช่วยกันคิด และแก้โจทย์ปัญหา”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“การสอนยังคงเป็นแบบบรรยาย ไม่น่าสนใจ ไม่ดึงดูดความสนใจ ควรจะมีเกมส์หรือ
กิจกรรมเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจมากขึ้น”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สอนแบบบรรยายอธิบายบนกระดาน ควรให้นักเรียนและออกมานำเสนอ
อธิบายหน้ากระดาน”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สอนโดยใช้กระดานเขียนอธิบายโจทย์ ตัวอย่าง ควรสอนจากโจทย์ง่าย ๆ ไปหา
โจทย์ยาก”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การสอนบรรยายเป็นส่วนมากทำให้นักเรียนยากต่อการเข้าใจอย่างลึกซึ้งใน
เนื้อหา”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สอนเป็นแบบบรรยาย อธิบายตัวอย่างและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ควรให้
นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนมากขึ้น”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

4. การวัดผลและประเมินผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า การวัดผลและประเมินผลยังไม่มีผลต่อการเรียนการ
สอนของนักเรียน เนื่องจากครูส่วนใหญ่จะวัดและประเมินผลนักเรียนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และบางครั้ง
ยังขึ้นอยู่กับศักยภาพของตัวนักเรียนของแต่ละห้องที่สอน การวัดผลประเมินผลครูให้คะแนนจากการ
สอบเก็บคะแนนย่อย ๆ บ่อย ๆ โดยการเก็บคะแนนทุกครั้งหลังการสอนเสร็จ และยังเก็บคะแนน
จากงานที่ส่งทำให้วัดได้ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ ดังคำกล่าวที่ว่า

“วัดผลและประเมินผลอยากให้ครูให้คะแนนในการทำแบบฝึกหัดเยอะ ๆ เน้นการ
ทำแบบฝึกหัด”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ครูควรเก็บคะแนนบ่อย ๆ โดยเก็บหลังเรียนเสร็จทุกครั้ง”

(นักเรียน 9, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ครูยังวัดผลนักเรียนจากการสอบเป็นส่วนมาก อยากให้มีคะแนนจากการส่งงานให้
มากขึ้น”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ยังไม่พบปัญหา ยังคงวัดและประเมินผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูควรมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน เช่นทำถูกต้องครบทุกขั้นตอน 5 คะแนน
และลดคะแนนตามขั้นตอนที่นักเรียนทำผิด”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ควรให้คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดโดยให้ระดับคะแนนตามความถูกต้องโดยมี
เกณฑ์ในการให้ที่ชัดเจน”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“เกณฑ์การให้คะแนนไม่ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และสิ่งที่ผู้เรียนได้รับ
จากกิจกรรม”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูควรเขียนเกณฑ์การวัดผลและประเมินผลก่อนการเริ่มการสอนตั้งแต่ต้นเทอมให้
นักเรียนอย่างละเอียด ควรเน้นในการลงมือทำมากกว่าการสอบ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. การahamiติและสมาชิกของเมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลัก
ของเมทริกซ์มากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน
คณิตศาสตร์เนื้อหาการahamiติและสมาชิกของเมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับ
แถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด เพราะฉะนั้นครูควรทบทวนในเรื่องของแถวและหลักของเมทริกซ์
ทุกครั้งก่อนจะเข้าสู่บทเรียน สอนจากโจทย์ที่ง่าย ๆ ไปหาโจทย์ที่ยากขึ้น สอนอย่างช้า ๆ เป็น
ลำดับขั้นตอน เน้นย้ำในเนื้อหาที่ยังไม่เข้าใจและให้หาเทคนิคมาสอน เช่น การใช้ปากกาสีแดงขีด
ระหว่างแถวและหลักเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสน หรืออาจมีเพลงเข้ามาประกอบการสอนเพื่อ
ดึงดูดความสนใจในการเรียนของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ ดังคำกล่าวที่ว่า

“ให้นักเรียนท่องจำในเรื่องที่ไม่เก่ง เช่น แถวนอน หลักตั้ง”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ทุกครั้งที่ครูจะสอนต้องทบทวนเรื่องแถวและหลักของเมทริกซ์ทุกครั้ง”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูใช้ปากกาสีแดงขีดระหว่างแถวกับหลัก แล้วอธิบายช้า ๆ ว่าต้องนำ
ตัวเลขใดมาคูณเข้ากับแถวหรือหลักไหน ถ้าเป็นไปได้อยากให้ใช้ปากกาที่ต่างกันในการเขียน”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูอาจใช้เพลงมาช่วยในการท่องจำแถวและหลักของเมทริกซ์”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“เราต้องศึกษาการหาปริมาตรและสมาชิกของเมทริกซ์อย่างแม่นยำและเข้าใจ โดยการฝึกทำโจทย์จากง่ายไปหายาก เพื่อความเข้าใจมากยิ่งขึ้น”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูควรใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขลงในเมทริกซ์”

(นักเรียน 9, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ควรสอนบอกแถว และบอกหลักให้นักเรียนเข้าใจก่อนโดยแถวคือแนวนอน หลักคือแนวตั้ง”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ก่อนที่นักเรียนจะรู้จักมิติ และสมาชิกของเมทริกซ์ ต้องเข้าใจแถวและหลักของเมทริกซ์ก่อน ซึ่งแถว คือสมาชิกในแนวตามขวาง ส่วนหลัก คือในแนวตั้ง”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูคิดว่าเป็นเรื่องง่ายจึงได้สอนไปอย่างรวดเร็ว ครูควรสอนเน้นย้ำและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ทำจากโจทย์ง่าย ๆ ไปหายาก ๆ”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจแถว และหลักของเมทริกซ์ โดยอธิบายว่าแถวก็เหมือนกับการเขียนหนังสือเป็นแนวนอน ส่วนหลักก็เหมือนการเข้าแถวตอนเรียงหนึ่งเป็นแนวตั้ง”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูควรสอนเป็นขั้นตอน และไปอย่างช้า ๆ ให้นักเรียนเข้าใจแล้วให้ทำแบบฝึกหัดที่หลากหลาย”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

2. การหาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนสับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบมากที่สุด

จากการวิเคราะห์พบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาคือการปรับรูปแบบในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาการบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สับสนเครื่องหมายบวก กับเครื่องหมายลบมากที่สุด ดังนั้นครูผู้สอนต้องทบทวนในเนื้อหาการบวก ลบจำนวนเต็มที่มีเครื่องหมายบวก เครื่องหมายลบหน้าตัวเลข ฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดทักษะเพื่อให้เกิดความเชี่ยวชาญในการบวกเลข สร้างแบบฝึกให้กับนักเรียน และต้องให้นักเรียนรู้หลักของการบวกเมทริกซ์ ที่ถูกต้อง เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ดังคำกล่าวที่ว่า

“ทบทวนการบวก ลบ ให้นักเรียนเข้าใจก่อนเข้าเนื้อหา”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ยกตัวอย่างการบวก ลบ หรือนำวิดีโอมาเปิดให้นักเรียนศึกษาและให้โจทย์กลับไป
ทำที่บ้าน”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“เน้นย้ำให้นักเรียนตรวจสอบโจทย์ให้ถี่ ๆ ก่อนลงมือทำว่าอันไหนเป็นบวกเป็นลบ”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูน่าจะมีเทคนิคในการจำเครื่องหมายให้กับนักเรียน”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูควรสอนไปอย่าช้า ๆ ไม่เร่งรีบจนเกินไป”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูทบทวนการบวก ลบจำนวนเต็ม โดยมีแบบฝึกหัดมาให้ให้นักเรียนทำก่อนเริ่ม
เรียน”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวน เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็มเสียก่อน
โดยเน้นย้ำจำนวนที่ติดลบ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การหาผลบวกของเมทริกซ์ ครูต้องแจ้งว่าการที่เมทริกซ์จะบวกกันได้มันต้องมีมิติ
เท่ากัน เพราะเราเอาสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันมาบวกกัน”

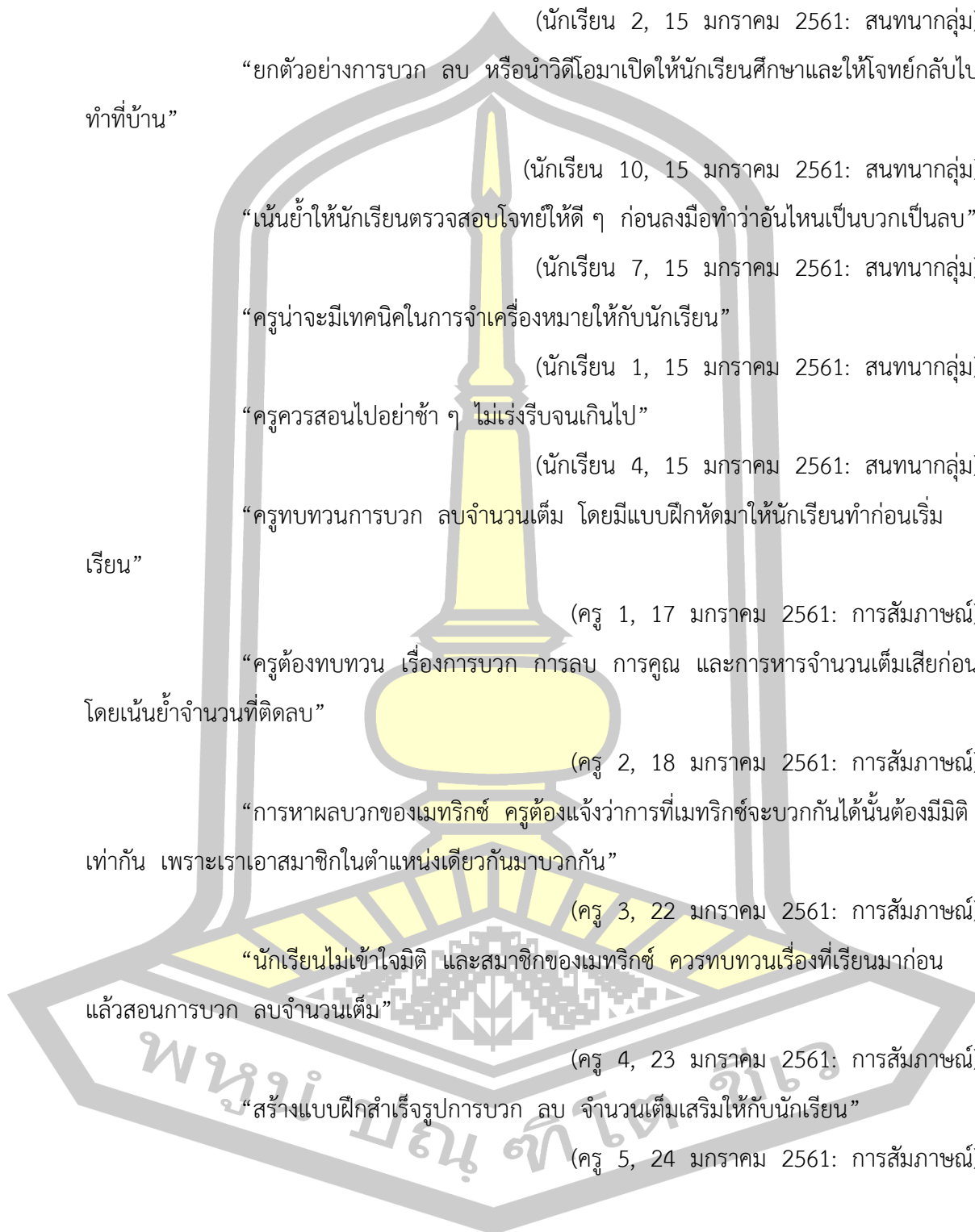
(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“นักเรียนไม่เข้าใจมิติ และสมาชิกของเมทริกซ์ ควรทบทวนเรื่องที่เรียนมาก่อน
แล้วสอนการบวก ลบจำนวนเต็ม”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สร้างแบบฝึกสำเร็จรูปการบวก ลบ จำนวนเต็มเสริมให้กับนักเรียน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)



3. การหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาค้นหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นครูผู้สอนต้องทบทวนหลักการบวก ลบจำนวนเต็มให้กับนักเรียน โดยให้นักเรียนไปฝึกหัดทำแบบฝึกหัดมาก่อนล่วงหน้า ทบทวนให้เข้าใจโดยเฉพาะการลบจำนวนเต็ม อีกทั้งครูต้องอธิบายนิยามของการหาผลต่างของเมทริกซ์ที่จะลบกันต้องมีมิติที่เท่ากันจึงจะลบกันได้ ฝึกให้นักเรียนออกมาทำโจทย์หน้าห้องเรียนเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน ดังคำกล่าวที่ว่า

“ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเยอะๆ โดยให้นักเรียนออกมาทำหน้าห้องเพื่อให้นักเรียนเกิดการกระตือรือร้นในการเรียน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องทบทวนและอธิบายวิธีการทำให้อย่างละเอียด โดยเฉพาะการลบซ้อนกัน”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“นักเรียนต้องฝึกทำโจทย์การลบก่อนล่วงหน้าเพื่อให้เข้าใจในการลบเมทริกซ์”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูเน้นการคำนวณการบวก ลบ คูณ ทหาร การบวก การลบ การคูณที่ติดเครื่องหมายลบ เช่น เอามาเปรียบเทียบกับการซื้อของ ถ้าตัวเลขติดลบก็จะเปรียบเหมือนติดหนี้”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูต้องให้บทนิยาม พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูทบทวนการบวก ลบ จำนวนเต็มก่อนเข้าบทเรียน”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การหาผลต่างของเมทริกซ์มีหลักการหาเหมือนกับการบวกเมทริกซ์ คือเมทริกซ์ ต้องมีมิติเท่ากัน คือเมทริกซ์ต้องมีมิติเท่ากัน การลบกันก็ให้อาสมายังิกตำแหน่งเดียวกันลบกันและ ครูต้องทบทวนการบวก ลบ จำนวนเต็มให้นักเรียนก่อน”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวนหลักการบวก ลบ จำนวนเต็มให้นักเรียน”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดการบวก ลบจำนวนเต็มให้นักเรียนเข้าใจ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

4. การหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไป ในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาคือข้อบกพร่องในการเรียน คณิตศาสตร์เนื้อหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไป ในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด ดังนั้นครูต้องทบทวนสมบัติของการแจกแจงให้กับนักเรียนก่อนจะ เข้าสู่บทเรียน การสอนต้องอาศัยบทนิยามในการหาผลคูณพร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้นอาจใช้ปากกาที่มีสีสันแตกต่างกันเพื่อช่วยในการให้นักเรียนเห็นภาพ ชัดเจน พร้อมทั้งทำแบบฝึกหัดทักษะให้นักเรียนได้ฝึกทำบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญในการทำ ดังคำกล่าวที่ว่า

“ให้ทำแบบฝึกหัดเยอะ ๆ ขึ้นเพื่อเป็นแบบฝึก”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้ครูสอนวิธีการใช้สมบัติการแจกแจงเข้าไปให้ดูเป็นตัวอย่างก่อน”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูเน้นสีปากกาชัด ๆ ว่าเอาตัวเลขคูณเข้าไปทุกตำแหน่งหรือทุกตัวทำสี ให้เห็นชัดเจน เขียนคำอธิบายเหมือนการคูณหรือมีรูปภาพ”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้ครูเน้นเครื่องหมาย เน้นเรื่องแถว หลัก ให้อย่างละเอียดมากขึ้นก่อนที่จะคูณ สเกลาร์เข้าไป”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูแนะนำวิธีการหาแนวทางว่าในการคูณต้องทำตัวไหนก่อนทำเป็น
ขั้นตอน และให้ท่องสูตรคูณก่อนเข้าเรียนทุกครั้ง”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้ครูสอนโดยการจับคูณกันในแถวนอนก่อนทุกครั้ง”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องอาศัยบทนิยามในการนำมาอธิบาย และยกตัวอย่างประกอบให้มากขึ้น”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องอธิบายหลักการคูณให้นักเรียนเข้าใจก่อนเริ่มสอนการคูณเมทริกซ์ด้วย
สเกลาร์”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ครูชี้แนะนำนักเรียนว่า ถ้า k เป็นจำนวนจริงใด ๆ
 kA คือเมทริกซ์ที่เกิดจากการนำ k คูณเข้าไปในสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์ ต้องยกตัวอย่างอธิบาย
ให้นักเรียนดู”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ต้องสอนการคูณการแจกแจงเข้าไปให้นักเรียนดูที่ละขั้นตอน เพื่อให้นักเรียน
เข้าใจมากขึ้น”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ต้องให้นักเรียนกลับไปฝึกหัด ทบทวนในเนื้อหาที่ครูสอนแล้วสุ่มนักเรียนออกมา
ทำหน้าที่เรียน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

5. การหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมา
คูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียน
คณิตศาสตร์เนื้อหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำ
หลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด ดังนั้นครูต้องสอนเป็นขั้นตอน ยกตัวอย่างโจทย์ในจำนวนที่
น้อยก่อนแล้วค่อยเพิ่มจำนวนมากขึ้น ใช้ปากกาสีแดงวงกลมแถวและหลักเพื่อไม่ให้สับสน หรือใช้
แบบสื่อแผนภาพ ใช้สื่อแบบเคลื่อนไหวทิศทางของการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ และยกปัญหาที่พบ

เจอในชีวิตประจำวันมาประกอบการยกตัวอย่าง เพื่อนักเรียนจะได้มองเห็นภาพชัดเจน ดังคำกล่าว
ที่ว่า

“การคูณเมทริกซ์ครูควรใช้ปากกาแดงวงกลมแนวนอน แนวตั้งให้ชัดเจน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้ครูเน้นเวลานำตัวเลขมาคูณต้องคูณกับแถวไหน หลักไหนก่อน เพราะบางครั้ง
อาจคูณไม่หมดแถว”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ยิ่งตัวเลขเยอะยิ่งสับสน ครูควรสอนจากตัวเลขน้อย ๆ ก่อนแล้วเพิ่มมิติเข้ามาให้
เยอะขึ้นตัวเลขเพิ่มมากขึ้น”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“การคูณเมทริกซ์ ถ้านำสมาชิกของแถวคูณหลัก จะทำให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
และควรให้นักเรียนวงกลมไว้ด้วยว่าใช้แถวไหนคูณกับหลักไหนเพื่อป้องกันในการสับสนของนักเรียน”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ยกแถวมาตั้งคูณกับหลักตัวหน้าให้นักเรียนเห็นเป็นรูปนามธรรม เริ่มจากโจทย์ที่มี
ตัวเลขน้อย ๆ ไปหามาก ๆ โดยให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ยกปัญหามาช่วยสอน เช่น นายช่างต้องการหาว่าถ้าซื้อประตู 5 บาน หน้าต่าง
10 บาน จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดกี่บาท เมื่อประตูราคา 2,000 บาท หน้าต่างราคาบานละ 800
บาท จากปัญหาดังกล่าวให้นำมาเขียนเป็นเมทริกซ์ เริ่มต้นโดยการคูณเมทริกซ์ที่มีแถวเดียวกับ
เมทริกซ์ที่มีหลักเดียว แล้วต่อด้วยหลาย ๆ แถว หลาย ๆ หลัก และให้นิยามการคูณเมทริกซ์ด้วย
เมทริกซ์ว่าเมทริกซ์จะคูณกันได้ก็ต่อเมื่อจำนวนหลักของตัวตั้งเท่ากับจำนวนแถวของตัวคูณ”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องมีสื่อแผนภาพให้นักเรียนเห็นชัดเจน หรือแบบเคลื่อนไหวทิศทางของการ
คูณ อาจเพิ่มสีเส้นให้แตกต่างกันระหว่างแถวกับหลัก”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องสอนการคูณเมทริกซ์ทีละแถวทีละหลัก โดยใช้เมทริกซ์ที่มีมิติน้อย ๆ

ก่อน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

6. การหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาคหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด ดังนั้นต้องทบทวนเรื่องของแถวและหลักให้กับนักเรียนเข้าใจอีกครั้ง เริ่มจากสอนที่มีตัวเลขที่น้อย ๆ และเพิ่มปริมาณมากขึ้นใช้บทนิยามอธิบายวิธีการทำพร้อมทั้งนำสัญลักษณ์อื่น ๆ มาแทนเป็นตัวเลขและใช้เส้นโยงและสีต่าง ๆ ให้เห็นภาพชัดเจน แบ่งกลุ่มนักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยให้เพื่อนช่วยสอนเพื่อนที่ไม่เข้าใจเป็นการช่วยให้นักเรียนสนใจมากยิ่งขึ้น ดังคำกล่าวที่ว่า

“ลองให้นักเรียนจับกลุ่มทำงานบางทีนักเรียนจะเข้าใจมากขึ้น โดยให้เพื่อนในกลุ่มช่วยสอน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้สอนโดยใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขก่อนแล้วค่อยสลับแถวเป็นหลัก”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้สอนเริ่มจากตัวเลขที่น้อย ๆ ก่อนแล้วเพิ่มปริมาณตัวเลขมากขึ้น”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ใช้สื่อช่วยสอนเพื่อที่จะได้เห็นภาพที่ชัดเจน”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“เขียนสัญลักษณ์เมทริกซ์สลับเปลี่ยนให้ชัดเจน พุดบ่อย ๆ เพื่อให้ นักเรียนไม่ลืม และนำแบบฝึกหัดไปทำ”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ครูควรใช้บทนิยามประกอบการอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูอาจจะโยงเส้นให้เห็นภาพ และใช้สีที่ต่างกัน”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“แนะนำนักเรียน ถ้า A เป็นเมทริกซ์ $m \times n$ เมทริกซ์ เราใช้ A^t แทนเมทริกซ์สลับเปลี่ยน คือเมทริกซ์ที่เกิดจากการนำสมาชิกในเมทริกซ์ A มาสลับเปลี่ยนกันระหว่างแถวกับหลัก”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูยกตัวอย่างที่เห็นได้อย่างชัดเจน อธิบายอย่างละเอียด”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวนเนื้อหาในเรื่องของแถวและหลักให้นักเรียนเข้าใจอีกครั้งก่อนสอน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

7. การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ซึ่งนักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาคือปรับรูปแบบในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ซึ่งนักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด ดังนั้นครูผู้สอนต้องทบทวนการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็มให้กับนักเรียน พร้อมทั้งการท่องสูตรคูณต้องมีความแม่นยำ สอนโดยละเอียดไม่สอนอย่างรวดเร็ว ใช้ทฤษฎีและทฤษฎีประกอบการอธิบายตัวอย่างให้มีหลากหลายวิธี จับกลุ่มนักเรียนเพื่อทำกิจกรรมร่วมกัน เพื่อให้เกิดการผ่อนคลาย และได้เกิดการเรียนรู้ร่วมกัน สุดท้ายการสอนทุกครั้งครูควรสรุปเนื้อหาทั้งหมดที่เรียนมา ดังคำกล่าวที่ว่า

“ครูสรุปเนื้อหาให้นักเรียนเพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ทบทวนการหาจำนวนเต็มในเรื่องของการบวก ลบ คูณ หาร เพื่อให้นักเรียนคำนวณเลขได้อย่างถูกต้อง”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“สอนซ้ำ ๆ ในเรื่องการหาดีเทอร์มิแนนต์ และยกตัวอย่างประกอบ”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียนได้ปรึกษากันในกลุ่มเพราะบางครั้งการที่ครูสอนนักเรียนจะเกร็งและไม่ผ่อนคลาย และทำให้เรียนไม่เข้าใจ การจับกลุ่มทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองอาจเข้าใจมากขึ้น”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ก่อนที่ครูจะสอนเนื้อหาใหม่ควรทบทวนเนื้อหาเก่าที่เรียนมาแล้วก่อนทุกครั้ง”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูสอนแบบซ้ำ ๆ และรวบรัดเนื้อหาให้มากขึ้น”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ควรใช้บทนิยาม และทฤษฎีประกอบการอธิบาย และยกตัวอย่างประกอบการอธิบายให้หลากหลาย”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวนเนื้อหาการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“นักเรียนบางคนยังคูณจำนวนเต็มบวก เต็มลบยังไม่คล่อง ครูจึงต้องทบทวนให้ใหม่ โดยเน้นย้ำว่าการคูณกันระหว่างจำนวนเต็มถ้าเครื่องหมายเหมือนกันคูณกันจะได้จำนวนเต็มบวก แต่ถ้าเครื่องหมายต่างกันได้จำนวนเต็มลบ”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ต้องอธิบายวิธีการคูณจำนวนเต็มให้นักเรียนเข้าใจโดยการยกตัวอย่าง”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“นักเรียนต้องท่องสูตรคูณให้แม่นยำก่อนแล้วจึงสอนการหาดีเทอร์มิแนนต์”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

8. การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่า เมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาคือการปรับวิธีการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด ดังนั้นครูควรสอนเน้นย้ำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ ยกตัวอย่างให้นักเรียนดู พิสูจน์ที่มาของการหาดีเทอร์มิแนนต์ที่หลากหลายทั้งการคูณทแยง ทฤษฎีบทนิยาม สอนเน้นในการนำค่าล่าง ลบค่าบนทุกครั้ง หากิจกรรมให้นักเรียนจับกลุ่มและออกมาอภิปรายหน้าชั้นเรียนเพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในห้องเรียน ดังคำกล่าวที่ว่า

“แบ่งกลุ่มนักเรียนทำงานแล้วออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียนที่ละกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนสามารถช่วยกันได้”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูควรสอนในตัวเลขที่น้อย ๆ ก่อนแล้วต้องทบทวนบ่อย ๆ”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูเน้นในการสอนนำหลัก 1 และหลัก 2 มาต่อแล้วค่อยหาคำตอบโดย
ต้องย้ำการนำค่าล่างลบค่าบนทุกครั้ง”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สันทนากลุ่ม)

“ครูควรจะสอบวิธีการบวก ลบ จำนวนเต็มก่อนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สันทนากลุ่ม)

“ครูต้องเน้นย้ำการนำค่าล่าง ลบค่าบนบ่อย ๆ เพื่อให้นักเรียนจำได้ในสิ่งที่ครู
สอน”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สันทนากลุ่ม)

“สอบท่องการหาดีเทอร์มิแนนต์ และทำแบบฝึกหัดเยอะ ๆ”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สันทนากลุ่ม)

“สอนให้ช้าลง หากิจกรรมมาช่วยในการสอน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย และไม่แสดง
อาการตั้งเครียดระหว่างสอนเพื่อให้นักเรียนสนุกและสนใจมากขึ้น”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สันทนากลุ่ม)

“ครูควรยกตัวอย่างให้นักเรียนดู ประกอบการสอน และต้องพิสูจน์ที่มาของการหา
det โดยวิธีการคูณทแยง ว่ามาจากทฤษฎีและบทนิยามอย่างไร โดยสอนหลากหลายวิธี”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องเน้นย้ำในการนำค่าเมทริกซ์ล่างตั้งก่อนเสมอแล้วนำเมทริกซ์บนมาลบ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สอนโดยให้นำหลัก 1 หลัก 2 มาต่อเพิ่มอีก หลังจากนั้นใช้หลักการคูณทแยง
ลงนำมาบวกกัน และนำจำนวนที่คูณทแยงขึ้นมาลบกับจำนวนที่คูณทแยงลง โดยให้เน้นย้ำนักเรียน
ว่าต้องนำจำนวนล่างลบกับจำนวนข้างบนเสมอ โดยให้นักเรียนฝึกหัดโจทย์มาก ๆ”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องให้นักเรียนฝึกทำโจทย์บ่อยๆ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

พูน ิ บณ ุ ทิ เต ชีเว

9. การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาคือขอพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด ดังนั้นครูผู้สอนต้องทบทวนการคูณเลขยกกำลัง ไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ ก่อนเข้าสู่การเรียนการสอน การสอนต้องใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทประกอบการอธิบายวิธีทำ อธิบายที่มาของการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ ก่อนมาบวกกัน การหาค่าต้องเลือกแถวหรือหลักที่มี 0 จำนวนมากที่สุดเพื่อช่วยในการหาที่รวดเร็วยิ่งขึ้น นักเรียนต้องฝึกหัดทำโจทย์แบบฝึกหัด โดยครูทำใบงาน แบบฝึกหัดเพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนได้ฝึกหัดทำ ดังคำกล่าวที่ว่า

“ครูต้องทบทวนการคูณเลขยกกำลังก่อนทุกครั้งที่จะสอน”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกเรื่องไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ก่อนที่จะทำ”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูเริ่มจากโจทย์ที่ง่าย ๆ ก่อนทุกครั้ง”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องเน้นย้ำว่าต้องนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันทุกครั้ง”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“เวลาทำจะแบบฝึกหัดจะสับสน อยากให้ครูทำเอกสารที่สรุปเข้าใจง่ายมาช่วยในการสอน”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้นักเรียนทำโจทย์เยอะ ขึ้นเพื่อนักเรียนจะได้ฝึกหัด”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“สอนเป็นขั้นตอนทีละขั้นอย่างช้า ๆ”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องอาศัยบทนิยาม ทฤษฎีบทประกอบการอธิบาย และยกตัวอย่างให้นักเรียนดูมาก ๆ”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“เน้นย้ำในเรื่องการนำมาบวกกันทุกครั้ง ต้องลบกันมีกรณีเดียวคือค่า a_{ij} เป็นลบ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“หาโดยใช้โคแฟกเตอร์ คือคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งด้วยโคแฟกเตอร์ของสมาชิกนั้น นำผลคูณที่ได้มาบวกกัน ผลบวกที่ได้คือ $\det(A)$ การใช้โคแฟกเตอร์นั้นสามารถใช้ได้ทุกแถวทุกหลัก แต่เพื่อความรวดเร็วนิยมใช้กับแถวหรือหลักที่มี 0 เยอะ ๆ”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องอธิบายที่มาที่ไปของ $a_{ij}C_{ij}$ ก่อนที่จะนำมาบวกกันจะสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องไปทบทวนเรื่องไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ให้นักเรียนก่อนทุกครั้งที่จะสอน”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

10. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาค่าอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด ดังนั้นครูทบทวนความรู้เรื่อง การบวก ลบ ตัวเลขที่ติดค่าลบก่อนเริ่มเรียน ยกตัวอย่างโจทย์ที่ง่าย ๆ ไปหาโจทย์ที่ยากขึ้น ครูต้องสอนทีละขั้นตอนโดยอาศัยบทนิยาม ควรรู้การหาโคแฟกเตอร์ ทรานส์โพสของเมทริกซ์ ช่วยในการหาอินเวอร์สการคูณ และฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจนเกิดความเข้าใจในเนื้อหา ดังคำกล่าวที่ว่า

“ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองก่อนเพื่อให้เข้าใจมากขึ้นในเวลาเรียนจริง ๆ”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สทนากลุ่ม)

“ยกตัวอย่างโจทย์ให้มาก ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจ”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สทนากลุ่ม)

“ให้ครูสอนเป็นขั้นตอนอย่างช้า ๆ”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สทนากลุ่ม)

“ครูอาจจะสอนความรู้พื้นฐานการบวก ลบ ตัวเลขที่ติดลบก่อนเริ่มเรียน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สทนากลุ่ม)

“ให้นักเรียนท่องทฤษฎีที่ใช้การทำอินเวอร์สการคูณ”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ต้องอาศัยบทนิยาม และความรู้พื้นฐานเรื่อง $C_{ij}(A)$, ทรานส์โพสของเมทริกซ์ และครูต้องยกตัวอย่างให้นักเรียนเข้าใจหลักการก่อนค่อยให้โจทย์กลับไปฝึกทำเป็นการบ้าน”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องเขียนวิธีการหาอินเวอร์สอย่างละเอียดและใช้ปากกาสีเน้นในส่วนที่ต้องจำ”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การหาอินเวอร์สการคูณ 2×2 เป็นเมทริกซ์ที่คูณกับเมทริกซ์ A แล้วได้เมทริกซ์เอกลักษณ์ ครูต้องชี้แนะนักเรียนให้นักเรียนเข้าใจว่า A^{-1} คือ $\frac{1}{\det(A)}$ คูณกับเมทริกซ์ a กับ d สลับที่กัน ส่วน b กับ c อยู่ที่เดิม แต่เดิมเครื่องหมายลบหน้า b กับ c ”

(ครู 2, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“สอนวิธีการได้มาว่าทำไมต้องหาโดยใช้วิธีนี้”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ฝึกนักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้ตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มบวกก่อนทุกครั้งแล้วค่อยอธิบายจำนวนเต็มลบ แล้วใช้สัญลักษณ์แทนค่าต่าง ๆ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

11. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$ ดังนั้นครูต้องทบทวนเรื่องไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ให้กับนักเรียนก่อนเข้าสู่บทเรียน ทบทวนการบวก ลบจำนวนเต็ม การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น -1 ให้กับนักเรียน ดังคำกล่าวที่ว่า

“ให้ครูทบทวนเรื่องไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ก่อนที่จะเข้าบทเรียน”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้เอกสารเพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน ไปฝึกทำเยอะ ๆ เพื่อความชำนาญ”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูต้องสอนอย่างช้า ๆ และหมั่นถามนักเรียนบ่อย ๆ”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อาจจะเรียนนักเรียนมาทำแบบฝึกหัดหน้าห้อง เพื่อให้นักเรียนมีความตื่นตัวในการเรียน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“อยากให้ครูสอนแบบตัดแฉะ ตัดหลักไปแบบช้า ๆ ทีละขั้นตอน”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“มีหลากหลายขั้นตอนในการทำ ครูควรให้หาโคแฟกเตอร์ทีละตำแหน่งก่อนแล้วค่อยไปลงในเมทริกซ์และค่อยสลับเปลี่ยนตำแหน่ง”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ครูสอนอธิบายแล้วให้นักเรียนปรึกษากันทำเป็นกลุ่ม”

(นักเรียน 7, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“การคูณเข้าเครื่องหมายลบผิดต้องทบทวนการคูณจำนวนเต็มก่อนทุกครั้งก่อนสอน”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สันทนาการ)

“ต้องอาศัยบทนิยาม และความรู้พื้นฐานเรื่อง $C_{ij}(A)$, ทราנסโพสของเมทริกซ์ และครูต้องยกตัวอย่างให้นักเรียนเข้าใจหลักการก่อนค่อยให้โจทย์กลับไปฝึกทำเป็นการบ้าน”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องสอนนักเรียนในเรื่องการคูณเป็นการทบทวนก่อนเป็นอันดับแรกแล้วค่อยเข้าเนื้อหา”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“นักเรียนหลายคนจำเนื้อหาเรื่องโคแฟกเตอร์ไม่ได้ทำให้หา $\text{adj}(A)$ ไม่ได้ ถ้าเนื้อหา $\text{adj}(A)$ ไม่ได้ก็จะส่งผลให้หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 โดยใช้ $\text{adj}(A)$ ไม่ได้ครูต้องเน้นย้ำเรื่องโคแฟกเตอร์ให้นักเรียนเข้าใจ โดยยกตัวอย่างหน้าชั้นเรียนให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบแล้วให้ทำแบบฝึกหัดเองจนชำนาญในเรื่องโคแฟกเตอร์ เมื่อนักเรียนชำนาญเรื่องโคแฟกเตอร์แล้ว เรื่อง $\text{adj}(A)$ ก็จะไม่ใช่เรื่องยาก เพราะ $\text{adj}(A)$ คือการที่เอาโคแฟกเตอร์มาทรานสโพส”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวนในเรื่องการหาโคแฟกเตอร์และไมเนอร์ให้นักเรียนก่อน”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“นักเรียนส่วนมากจะลืมเครื่องหมายลบ ครูต้องฝึกหัดเรื่องเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น -1 ให้นักเรียนบ่อย ๆ”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

12. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด

จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า แนวทางการแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ ซึ่งนักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด ดังนั้นครูผู้สอนต้องทบทวนการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม ทบทวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำเอกสารประกอบการเรียนการสอน สอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ที่หลากหลายวิธีเพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกทำในวิธีที่ตนเองถนัดและเข้าใจ พร้อมทั้งแบ่งกลุ่มนักเรียนทำแบบฝึกหัดออกมาทำหน้าชั้นเรียน และสอนซ่อมเสริมแก่นักเรียนที่ไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังคำกล่าวที่ว่า

“อยากให้สอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่ทำแบบทดสอบไม่ผ่าน”

(นักเรียน 6, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้นักเรียนจับกลุ่มหรือจับคู่กันทำแบบทดสอบ เพื่อให้เพื่อนได้ช่วยสอนในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ เพราะครูอาจสอนไม่ได้เข้าถึงนักเรียนทุกคน”

(นักเรียน 4, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูทำเอกสารแบบทดสอบให้นักเรียนนำกลับไปฝึกทำและให้เวลานักเรียนทำงานในห้องให้มากขึ้น”

(นักเรียน 5, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ให้ครูเน้นเนื้อหาในส่วนที่นักเรียนไม่เข้าใจเยอะ ๆ มีตัวอย่างให้มากขึ้น”

(นักเรียน 2, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้มีเทคนิคในการบวก ลบ จำนวนเต็ม โดยเฉพาะอย่างยิ่งจำนวนที่ติดลบ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและจดจำง่าย”

(นักเรียน 1, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“นักเรียนส่วนมากจะลบลเลขผิด อยากให้ครูสอนเรื่องนี้ให้เข้าใจก่อนจะเข้าสู่การ
เรียน”

(นักเรียน 10, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“อยากให้ครูอธิบายตัวอย่างให้มากๆ หลากหลายตัวอย่างนักเรียนจะได้เข้าใจมาก
ขึ้น”

(นักเรียน 8, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ใช้ตัวเลขที่น้อย ๆ ก่อนแล้วค่อยไปปริมาณมาก ๆ”

(นักเรียน 3, 15 มกราคม 2561: สนทนากลุ่ม)

“ครูทบทวนเรื่องการบวก ลบ จำนวนเต็มให้กับนักเรียนก่อนทุกครั้งก่อนเข้าสู่
บทเรียน ส่วนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์จะมีวิธีการหาที่หลากหลายวิธี ครูต้อง
ยกตัวอย่างและแสดงวิธีทำให้ดูหลากหลายวิธีเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคำตอบว่าตรงกันหรือไม่
และให้นักเรียนเลือกวิธีที่ตนเองถนัดที่สุด”

(ครู 1, 17 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน โดยคละกลุ่มเก่ง อ่อน ปานกลางอยู่ด้วยกันแล้วให้ฝึก
การบวก ลบ คูณหารจำนวนเต็มให้กันภายในกลุ่มแล้วค่อยสอนเนื้อหา”

(ครู 2, 18 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ มี 3 วิธี แต่ไม่ว่าจะใช้วิธีไหนก็จะมัก
พบปัญหาการบวก ลบจำนวนเต็ม ครูจึงต้องทบทวนและย้ำถามเกี่ยวกับการบวก ลบจำนวนเต็ม
ตลอด โดยการยกตัวอย่างที่ใช้ในชีวิตประจำวันของนักเรียนจะได้มองเห็นภาพชัดเจน เช่น การ
เป็นหนี้ ยืมเงิน และการคืนเงิน ถ้าเครื่องหมายลบบ่อยข้างหน้าหมายถึงการเป็นหนี้ เป็นต้น”

(ครู 3, 22 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูต้องทบทวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นให้นักเรียนโดยเฉพาะการบวก ลบ
คูณหารจำนวนเต็มบวก เต็มลบ และค่อยสอนการแก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์ที่หลากหลายวิธี
โดยให้นักเรียนเลือกวิธีการหาเอง”

(ครู 4, 23 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

“ครูอธิบายวิธีการทำแล้วให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัด โดยครูเข้าไปดูว่า
นักเรียนคนไหนทำไม่ได้ครูก็เข้าไปอธิบายให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจที่ละคนอีกครั้งหนึ่ง”

(ครู 5, 24 มกราคม 2561: การสัมภาษณ์)

โดยสรุปภาพรวม ครูต้องหากิจกรรมที่มาช่วยเสริมในเรื่องการเรียนการสอนให้กับนักเรียน โดยต้องทบทวนเนื้อหาเดิมให้กับนักเรียนทุกครั้งก่อนเข้าสู่บทเรียน ให้สอนเป็นลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก มีเทคนิคการสอนที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียนทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนมากยิ่งขึ้น เช่นการแบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ให้นักเรียนออกมาอภิปรายหน้าห้องเรียน และสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เพื่อช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น



ตารางที่ 26 ผลการวินิจฉัยและแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

จุดประสงค์การเรียนรู้	ประเด็น	ข้อสอบ	ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด	แนวทางการแก้ไข
1	- บอกริขิตของเมทริกซ์ได้	ข้อที่ 1	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ	- แต่งเพลงเข้ามาประกอบการสอนเพื่อดึงดูดความสนใจในการเรียนของนักเรียน
	- บอกริขิตของเมทริกซ์ได้	ข้อที่ 2	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	- ใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขลงในเมทริกซ์
2	- หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	ข้อที่ 3	- ขาดทักษะในการคำนวณ	- สร้างแบบฝึกสำเร็จรูปการบวก ลบ จำนวนเต็มเสริมให้กับนักเรียน
		ข้อที่ 4	- สับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบ	- นำวิดีโอมาเปิดให้นักเรียนดูเพื่อให้อึงดึงดูดความสนใจ
3	- หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	ข้อที่ 5	- ขาดทักษะในการคำนวณ	- นักเรียนออกมาทำหน้าที่ชั้นเรียนแข่งขันเพื่อให้เกิดความสนุก
		ข้อที่ 6	- ขาดทักษะในการคำนวณ	
4	- หาผลคูณเมทริกซ์ด้วย สเกลาร์ได้	ข้อที่ 7	- สับสนเครื่องหมาย	- ทบทวนสมบัติของการบวก ลบจำนวนเต็มให้กับนักเรียน
		ข้อที่ 8	- ขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์	- ครูสอนโดยการจับคู่กันไปในแถวนอนก่อนทุกครั้ง
5	- หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้	ข้อที่ 9	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถว	- ยกโจทย์ปัญหาที่พบเจอในชีวิตประจำวันให้เห็นเป็นรูปนามธรรม
		ข้อที่ 10	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถว	

ตารางที่ 26 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ประเด็น	ข้อสอบ	ข้อบกพร่องที่พบบมากที่สุด	แนวทางการแก้ไข
6	- หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	ข้อที่ 11	- ขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลัก	- ทบทวนเรื่องแถวและหลักของเมทริกซ์ให้นักเรียน
		ข้อที่ 12	- ขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลัก	
7	- หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้	ข้อที่ 13	- ขาดความเข้าใจในการหาค่า $ad-bc$	- ใช้บทนิยาม ทฤษฎี และยกตัวอย่างประกอบการอธิบายให้หลากหลาย
		ข้อที่ 14	- ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	
8	- หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้	ข้อที่ 15	- ขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่าง	- ยกตัวอย่างและทำแบบฝึกทักษะโดยให้เน้นย้ำนักเรียนว่าต้องนำจำนวนล่างลบกับจำนวนข้างบนเสมอ
		ข้อที่ 16	- ขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่าง	
9	- หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้	ข้อที่ 17	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกัน	- ทบทวนการคูณเลขยกกำลัง ไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ ก่อนเข้าสู่การเรียนการสอน
		ข้อที่ 18	- ขาดความเข้าใจในเรื่องการบวกเลขยกกำลัง	
10	- หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้	ข้อที่ 19	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์	- ใช้ความรู้ในการหาโคแฟกเตอร์ และการทรานสโพสของเมทริกซ์
		ข้อที่ 20	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน	

ตารางที่ 26 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ประเด็น	ข้อสอบ	ข้อบกพร่องที่พบบมากที่สุด	แนวทางการแก้ไข
		ข้อที่ 21	- ขาดความรู้ในเรื่องการคูณจำนวนเต็ม	- ความรู้พื้นฐานการคูณจำนวนเต็มบวก เต็มลบก่อนเริ่มเรียน
11	- ทหอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3x3 ได้	ข้อที่ 22	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $M_{ij}(A)$	- ใช้การตัดแถวตัดหลักให้นักเรียนเห็นชัดเจน
		ข้อที่ 23	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $M_{ij}(A)$	
		ข้อที่ 24	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $adj(A)$	- ทบทวนการบวก ลบจำนวนเต็ม การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น -1 ให้นักเรียน
		ข้อที่ 25	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $adj(A)$	
12	- แก่ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	ข้อที่ 26	- ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	- ความรู้พื้นฐานการคูณจำนวนเต็มบวก เต็มลบก่อนเริ่มเรียน
		ข้อที่ 27	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น	- ต้องทบทวนความรู้เดิมเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้น
		ข้อที่ 28	- ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น	
		ข้อที่ 29	- ขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็ม	- ความรู้พื้นฐานการบวก ลบจำนวนเต็มก่อนเริ่มเรียน
		ข้อที่ 30	- ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่่งเติม	- สอนไปอย่างช้า ๆ ที่ละขั้นตอนอย่างละเอียด

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเป็น 2 ระยะ ประกอบด้วย ระยะที่ 1 ระยะการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย และระยะที่ 2 ระยะศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สรุปผล

1. ผลการสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบข้อบกพร่อง คือ ขาดความเข้าใจในการบวก ลบ คูณ ทหารจำนวนเต็ม สับสนระหว่างแถวและหลักของเมทริกซ์ หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ไม่ถูกต้อง หาค่าอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ไม่ได้ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหาค่าระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎคราเมอร์ และเมทริกซ์แต่งเติม
2. ผลการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 3 ฉบับ คือ
ฉบับที่ 1 เมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ
ฉบับที่ 2 อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ
ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ จำนวน 5 ข้อ

3. ผลจากการศึกษาแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการสัมภาษณ์ครู และสนทนากลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

3.1 จุดประสงค์ข้อที่ 1 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ และขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์ มีแนวทางในการแก้ไขโดยครูแต่งเพลงเข้ามาประกอบการสอนเพื่อดึงดูดความสนใจในการเรียนของนักเรียน และใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขลงในเมทริกซ์เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรม

3.2 จุดประสงค์ข้อที่ 2 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนสับสนเครื่องหมายลบเครื่องหมายบวก มีแนวทางแก้ไขโดยสร้างแบบฝึกสำเร็จรูปการบวก ลบ จำนวนเต็มเสริมให้กับนักเรียน และนำวิดีโอมาเปิดเพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน

3.3 จุดประสงค์ข้อที่ 3 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนขาดทักษะในการคำนวณ มีแนวทางแก้ไขโดยให้นักเรียนออกมาทำหน้าชั้นเรียนแข่งขันทำแบบทดสอบในการคำนวณ

3.4 จุดประสงค์ข้อที่ 4 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของ เมทริกซ์ มีแนวทางการแก้ไขโดยครูสอนให้นักเรียนคูณสเกลาร์เข้าไปในแถวก่อนทุกครั้ง

3.5 จุดประสงค์ข้อที่ 5 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถว มีแนวทางการแก้ไขโดยยกโจทย์ปัญหาที่พบเจอในชีวิตประจำวันให้เห็นเป็นรูปนามธรรม

3.6 จุดประสงค์ข้อที่ 6 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลัก มีแนวทางการแก้ไขโดยครูต้องทบทวนแถวและหลักให้นักเรียนเข้าใจ

3.7 จุดประสงค์ข้อที่ 7 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม มีแนวทางในการแก้ไขโดยครูทบทวนการบวก ลบ คูณ ทหารจำนวนเต็มให้กับนักเรียน

3.8 จุดประสงค์ข้อที่ 8 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบค่าเมทริกซ์ล่าง มีแนวทางในการแก้ไขโดยยกตัวอย่างและทำแบบฝึกทักษะโดยให้เน้นย้ำนักเรียนว่าต้องนำจำนวนล่างลบกับจำนวนข้างบนเสมอ

3.9 จุดประสงค์ข้อที่ 9 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกัน มีแนวทางในการแก้ไขโดยทบทวนการคูณเลขยกกำลัง ไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ ก่อนเข้าสู่การเรียนการสอน

3.10 จุดประสงค์ข้อที่ 10 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์ มีแนวทางในการแก้ไขโดยครูใช้ความรู้ในการหาโคแฟกเตอร์ และการหาทรานส์โพสของเมทริกซ์เข้ามาช่วยในการสอน

3.11 จุดประสงค์ข้อที่ 11 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $adj(A)$ มีแนวทางในการแก้ไขโดยครูต้องทบทวนการบวก ลบจำนวนเต็ม การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็น -1 ให้กับนักเรียน

3.12 จุดประสงค์ข้อที่ 12 ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็ม มีแนวทางในการแก้ไขโดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดทบทวนการบวก ลบ จำนวนเต็ม

อภิปรายผล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยครั้งนี้ สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ค่าความความยากของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ

จากการทดสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพรายข้อ ค่าความยากของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ ก่อนการคัดเลือก มีค่าตั้งแต่ 0.13–0.74 ข้อสอบส่วนใหญ่มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีบางข้อที่ค่อนข้างยาก มีคุณภาพไม่เกินไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะมีความยากในเนื้อหาวิชา การใช้ภาษาที่ให้นักเรียนสับสนจึงทำให้ข้อสอบนั้นมีคุณภาพต่ำกว่าเกณฑ์ คือมีค่าต่ำกว่า 0.20 ได้แก่ข้อ 25, 27, 32 จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการตัดทิ้งและปรับปรุง แล้วนำไปทดสอบครั้งที่ 2 เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับ พบว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยากตั้งแต่ 0.33–0.74 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นมีค่าความยากตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 0.20–0.80 ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ พิสนุ พงศ์ศรี (2552: 21) ที่กล่าวว่า ความยากเป็นสัดส่วนของการตอบถูกผิดของข้อสอบแต่ละข้อในแบบสอบ ข้อคำถามใดที่มีคนตอบถูกมากถือว่าเป็นข้อสอบที่ง่าย ข้อใดที่มีคนตอบถูกน้อยถือว่าเป็นความยากมาก แต่จะได้ค่าความยากน้อย ค่าความยากมีค่าระหว่าง .00–1.00 ค่าความยากยิ่งสูง ข้อสอบยิ่งง่าย ค่าที่ใช้ได้ค่าระหว่าง .20–.80 ค่าที่ดีที่สุดคือค่าปานกลาง คือ .50 สอดคล้องกับแนวคิดของ สมนึก ภัททิยธนี

(2556: 212) ได้กล่าวว่า ข้อสอบแบบอิงเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ต้องเน้นความสามารถในการวัดตาม วัตถุประสงค์นั้นอย่างแท้จริง แม้จะเป็นข้อสอบที่ง่ายหรือยากก็ไม่ถือว่าเป็นข้อสอบที่ไม่ดี ค่าความ ยากจึงไม่ได้นำมาซึ่งถึงคุณภาพและไม่ได้เป็นเกณฑ์สำคัญในการคัดข้อสอบ สอดคล้องกับแนวคิดของ ไพศาล วรคำ (2554: 292) ได้กล่าวว่า การหาค่าความยากของข้อสอบนิยามเฉพาะในการสอบ แบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบ ข้อสอบที่มีค่าความ ยากเหมาะสมอยู่ระหว่าง .20-.80 ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้นพิจารณาความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ แต่พิจารณา พฤติกรรมและเนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่า การหาความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหา เพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น สอดคล้องกับแนวคิดของ ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 148) ได้กล่าวว่า ดัชนีความยากเป็นดัชนีผูกพันกับการแปลความหมาย คือ ถ้ามีดัชนีความยากต่ำ ข้อสอบยาก ถ้ามีดัชนีความยากสูง ข้อสอบง่าย การตรวจสอบความยากของข้อสอบอย่างพินิจ พิเคราะห์จะสามารถสะท้อนปัญหาเกี่ยวกับการทดสอบและการจัดการเรียนการสอนได้ สอดคล้อง กับผลงานวิจัยของ จันทิมา ญาติบำรุง. (2551: 52-53) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียน คณิตศาสตร์สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ได้ค่าความยากตั้งแต่ 0.66-0.73 สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ญาณัจฉรา สุตแท้ (2551: 98-99) ได้สร้าง แบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวินิจฉัยพบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทั้งสี่ ฉบับมีค่าความยากเป็น 0.23-0.72, 0.32-0.70, 0.38-0.74 และ 0.43-0.73 สอดคล้องกับ ผลงานวิจัยของ วรณัฐ มาตระกุล (2551: 84) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ค่าความยาก ตั้งแต่ 0.24-0.79 ดังนั้นจึงถือได้ว่าแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเหมาะที่จะใช้เป็นแบบทดสอบ วินิจฉัย และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของสิทธิกร พิมอักษร (2554: 110-112) ได้สร้าง แบบทดสอบแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิต สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ค่าความยากตั้งแต่ 0.38-0.66, 0.40-0.75, 0.43-0.72, 0.59-0.80 และ 0.34-0.64 ตามลำดับ

2. ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ

จากการทดสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพรายข้อ ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ วินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ ก่อนการคัดเลือก มีค่าตั้งแต่ 0.07-0.41 ข้อสอบส่วนใหญ่มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีบางข้อที่ค่อนข้างยาก มีคุณภาพไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะมี ความยากในเนื้อหาวิชา การใช้ภาษาที่ทำให้นักเรียนสับสนจึงทำให้ข้อสอบนั้นมีคุณภาพต่ำกว่าเกณฑ์

คือ มีค่าต่ำกว่า 0.20 ได้แก่ข้อ 25, 27, 30, 32 จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการตัดทิ้งและปรับปรุง แล้วนำไปทดสอบครั้งที่ 2 เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งฉบับ พบว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–0.58 ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ทุกข้อ แสดงว่าสามารถตัดแยกนักเรียนกลุ่มรอบรู้และไม่รอบรู้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 197) ได้เสนอแนวคิดความคิดเห็นว่าค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์นั้นจะเป็นค่าอำนาจจำแนกระหว่างกลุ่มที่ยังไม่ได้รับการเรียนรู้หรือกลุ่มที่ยังไม่รู้ (Nonmaster) กับกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้แล้วหรือที่รู้แล้ว (Master) ข้อสอบอิงเกณฑ์ไม่เน้นที่ค่าอำนาจจำแนก เนื่องจากแบบทดสอบอิงเกณฑ์จะใช้ในการวัดผลที่ใช้การเรียนการสอนแบบมีระบบ สอดคล้องกับแนวคิดของ บุญชม ศรีสะอาด (2553: 87) ได้เสนอแนวคิดเห็นว่า อำนาจจำแนกของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เป็นประสิทธิภาพในการจำแนกผู้สอบเป็นผู้รอบรู้หรือสอบผ่านกับผู้ไม่รอบรู้ หรือสอบไม่ผ่าน สอดคล้องกับแนวคิดของ สมนึก ภัททิยธนี (2553: 213) ได้เสนอแนวคิดว่า ค่าอำนาจจำแนกคือความสามารถของข้อสอบในการจำแนกผู้สอบที่มีคุณลักษณะหรือความสามารถแตกต่างกันออกจากกันได้ และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ อุบลวรรณ อ่อนตะวัน (2551: 59-63) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องสมการและการแก้สมการในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ค่าอำนาจตั้งแต่ 0.22-0.74 สอดคล้องกับแนวคิดของ สมบัติ ท้ายเรือคำ (2552: 90) ได้อธิบายถึงค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบไว้ว่าควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ สิทธิกร พิมอักษร (2554: 110–112) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ฉบับ ได้ค่าอำนาจตั้งแต่ 0.21–0.72, 0.23–0.53, 0.24–0.82, 0.45–0.90 และ 0.26–0.66 ตามลำดับ และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ วิสารัตน์ วงศ์ภูรี (2556: 79) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ค่าอำนาจตั้งแต่ 0.20–0.58 ดังนั้นจึงถือได้ว่าแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเหมาะที่จะใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัย

3. การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ

จากการพิจารณาความสอดคล้องของผู้เชี่ยวชาญตามวิธีของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน มีความตรงตามเนื้อหาทุกข้อ โดยทุกข้อมีค่าตั้งแต่ 0.80-1.00 แสดงว่าจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้สอดคล้องกับหลักสูตร ข้อสอบทุกข้อได้ตรวจตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดได้จริง และข้อบกพร่องที่ระบุสามารถอธิบายได้ตรงตามตัวลงในแบบทดสอบ จึงทำให้ผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นสอดคล้องกัน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ

(2543: 246) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เกี่ยวกับความเที่ยงตรงตามเนื้อหาว่าเป็นเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่ต้องการจะวัดความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพัทธ์ หมายถึงคุณภาพของเครื่องมือที่เอาผลการวัดของแบบทดสอบไปหาความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ ส่วนความเที่ยงตรงตามโครงสร้างนั้น หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้น สอดคล้องกับแนวคิดของ ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 187) ได้กล่าวว่า ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นนั้น จะขึ้นอยู่กับข้อสอบที่เป็นตัวแทนของเนื้อหาที่จะทำการวัด ถ้าข้อสอบที่ปรากฏในแบบทดสอบสามารถเป็นตัวแทนของข้อสอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างเพียงพอ แบบทดสอบนั้นก็จะมี ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเพียงพอ แต่ถ้าแบบทดสอบไม่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา สิ่งที่จะเกิดตามมามี 2 ประการ คือ ประการที่หนึ่งผู้เรียนไม่สามารถแสดงทักษะที่พวกเขาทำได้ เพราะทักษะเหล่านั้นไม่ได้รับการทดสอบ และประการที่สองข้อสอบที่นำมาสอบจะไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ครูสอน ทำให้ผู้เรียนทำข้อสอบไม่ได้หรือคำตอบของผู้เรียนไม่ถูกต้อง ดังนั้นผลที่ตามมาก็คือแบบทดสอบจะมีคะแนนต่ำซึ่งแปลความหมายได้ว่าคะแนนของแบบทดสอบไม่เพียงพอที่จะวัดความสามารถของผู้เรียนตามเนื้อหาที่ครูได้ทำการสอนไปแล้ว สำหรับครูส่วนใหญ่แล้วมักจะคุ้นเคยกับเนื้อหาที่ครูต้องสอนเป็นอย่างดี ดังนั้นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นจึงมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยธรรมชาติอยู่แล้ว และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของเพียงเพ็ญ นามวงศ์ (2550: 61-72) พบว่าแบบทดสอบวินิจัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ทั้ง 3 ฉบับ ที่สร้างขึ้นมีคุณภาพตามเกณฑ์ ครูผู้สอนสามารถนำไปทดสอบเพื่อวินิจฉัยหาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ จันทิมา ญาติบำรุง. (2551: 52-53) พบว่า แบบทดสอบวินิจัยข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นทั้งสองฉบับมีความตรงตามเนื้อหา สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ญาณัจฉรา สุดแท้ (2551: 98-99) พบว่า ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ ผลปรากฏว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดได้จริง สามารถนำมาวิเคราะห์หาข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดได้ สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ และคมสันต์ เอ็นคะวัน (2553: 56-69) พบว่าแบบทดสอบวินิจัยที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพ สามารถนำไปทดสอบกับนักเรียนเพื่อค้นหาว่านักเรียนมีความบกพร่องทางการเรียนจุดใดได้

4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัยทั้ง 3 ฉบับ

จากการทดสอบค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ฉบับ ซึ่งหาได้จากสูตรไบนอมิเยลของโลเวทท์ ได้ค่าความเชื่อมั่นเป็น 0.65, 0.52 และ 0.54 ตามลำดับ ซึ่งค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัยฉบับที่ 1 เมทริกซ์ มีค่าสูงสุด ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัยฉบับที่ 2 มีค่าต่ำสุด ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือมีค่าสูงกว่า 0.70 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 244) เป็นเช่นนี้เนื่องจากลักษณะคำถามของแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบคำนวณทุกข้อ ต้องใช้เวลาในการหาคำตอบ จึงทำให้จำนวนข้อสอบแต่ละฉบับมีจำนวนน้อย เช่น ฉบับที่ 1 มี 18 ข้อ ฉบับที่ 2 มี 7 ข้อ และ ฉบับที่ 3 มี 5 ข้อ รวมไปถึงระดับความยากของแบบทดสอบซึ่งอยู่ในระดับค่อนข้างยาก เนื้อหาส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างประกอบด้วยบทนิยาม ทฤษฎีบท เป็นเรื่องเข้าใจยาก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบ ลักษณะของกลุ่มตัวอย่างที่นำไปทดสอบเป็นกลุ่มที่อยู่ในระดับปานกลาง และใช้การคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวและสอบเพียงครั้งเดียว จึงทำให้ได้ค่าความเชื่อมั่นอยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ไทศาล วรคำ (2555: 272-290) ที่ได้ให้ความหมายของความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความคงที่ของผลลัพธ์ที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดหนึ่งในการวัดหลาย ๆ ครั้ง ยังคงให้ผลการวัดที่ไม่เปลี่ยนแปลง แบบวัดที่มีความเชื่อมั่นแสดงให้เห็นว่าแบบวัดนั้นไม่มีความคลาดเคลื่อนในการวัด เพราะจะวัดกี่ครั้ง กี่ครั้ง ก็ได้ผลการวัดที่คงที่ ความเชื่อมั่นจึงมีความสัมพันธ์กับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) กล่าวคือ ถ้าแบบวัดมีความเชื่อมั่นสูงความคลาดเคลื่อนของการวัดจะต่ำนั่นเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ ปิยะธิดา ปัญญา (2558: 178) ที่กล่าวว่า ความเชื่อมั่นเป็นคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ทำให้เรามั่นใจว่าแบบทดสอบฉบับนั้นสามารถให้ค่าของการวัดอย่างคงเส้นคงวา หากแบบทดสอบขาดความเชื่อมั่นเราก็ไม่อาจเชื่อถือในผลของการวัดได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ สิทธิกร พิมอักษร (2554: 110-112) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจัยจุดบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ฉบับ ได้ค่าความเชื่อมั่นเป็น 0.5469, 0.8321, 0.8266, 0.9539 และ 0.7762 ตามลำดับ

5. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องที่นักเรียนตอบผิด

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 300 คน พบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทั้ง 3 ฉบับ มีข้อบกพร่องที่แตกต่างกันไป เนื่องจากจุดประสงค์ของแต่ละข้อมุ่งวัดในเนื้อหาที่แตกต่างกัน มีความยากง่ายที่ต่างกันในแต่ละฉบับ เช่น ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์ สับสนเครื่องหมายบวก กับเครื่องหมายลบ ขาดทักษะในการคำนวณ การคูณสเกลาร์ การคูณจำนวนเต็ม อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และนักเรียนยังขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็ม ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ วรนุช มาตระกุล (2551: 84) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุดคือ นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติมากที่สุด สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ อุบลวรรณ อ่อนตะวัน (2551: 59-63) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องสมการและการแก้สมการในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีข้อบกพร่องการลบผิด บวกผิด คูณผิด ทหารผิดเขียนสมการผิดและคำนวณผิด และไม่สามารถเขียนสมการได้ สอดคล้องกับผลงานวิจัยของศุภการณ สว่างเมืองวรกุล (2552: 47-91) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีข้อบกพร่องอัตราส่วน และร้อยละ ในด้านการตีความโจทย์มากที่สุด รองลงมาด้านการใช้หลักการ สูตร กฎ นิยาม สมบัติ และการคำนวณ สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ Ismail (1995, p. 2356-A) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในการแก้โจทย์ปัญหา และแต่ข้อคำถามอาจจะยากเกินไปสำหรับนักเรียนอ่อนมาก ๆ และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ดิเลค และคณะ (Dilek. 2015: 50) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยสมการกำลังสอง และฟังก์ชัน พบว่านักเรียนมักจะไม่สามารถที่จะตัดสินใจว่าจะทำอย่างไรกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิต จึงทำให้เกิดข้อบกพร่องสมการกำลังสองและฟังก์ชัน

6. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

จากการศึกษาปัญหาการเรียนการสอน และหาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ โดยต้องครูผู้สอนต้องทบทวนเนื้อหาเดิมให้กับนักเรียนทุกครั้งก่อนเข้าสู่บทเรียน ให้สอนเป็นลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก มีการแต่งเพลงเข้ามาประกอบการสอนเพื่อดึงดูดความสนใจในการเรียนของนักเรียน และใช้สัญลักษณ์แทนตัวเลขลงในเมทริกซ์เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรม แบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ โดยให้นักเรียนออกมาอภิปรายหน้าห้องเรียน และสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เพื่อช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

1. ข้อเสนอแนะด้านนำผลการวิจัยไปใช้ในการศึกษา ดังนี้
 - 1.1 ครูควรนำแบบทดสอบวินิจฉัยไปใช้หลังจากที่สอนเนื้อหาที่เสร็จสิ้นลงทันที
 - 1.2 จากผลการวิจัยทำให้เราทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องด้านใดมากที่สุด และมีแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่อง ควรรีบแก้ไขโดยเร็วและทันท่วงที
 - 1.3 ควรนำแบบทดสอบวินิจฉัยไปใช้กับนักเรียนที่การเรียนค่อนข้างปานกลาง และต่ำจึงจะพบข้อบกพร่องอย่างแท้จริง
2. ข้อเสนอแนะด้านการทำวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้
 - 2.1 ควรจะมีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในเนื้อหาของชั้นอื่น ๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นประโยชน์ในการเรียนการสอน
 - 2.2 ควรวิเคราะห์ข้อบกพร่องในแต่ละโรงเรียนที่มีขนาดกัน เช่น ขนาดใหญ่ ขนาดกลาง และขนาดเล็ก เพื่อเปรียบเทียบและหาแนวทางการแก้ไขในแต่ละโรงเรียน
 - 2.3 ในการสร้างแบบทดสอบสำรวจควรเพิ่มกลุ่มตัวอย่างให้มีความหลากหลายมากขึ้นในแต่ละโรงเรียน จะได้พบแนวคิดของนักเรียนในแต่ละโรงเรียนที่แตกต่างกัน
 - 2.4 ควรนำแบบทดสอบวินิจฉัย ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างอย่างน้อย 3 ครั้ง เพื่อจะได้นำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้ค่าความเชื่อมั่นที่สูงขึ้น

บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. การจัดสาระการเรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, 2545.
- กรมวิชาการ. แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- กระทรวงศึกษาธิการ. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว, 2551.
- กิติยรัตน์ ภูมิพัฒน์. การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. อุบลราชธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี, 2545.
- กลุ่มงานนิเทศและติดตามผล สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21. ผลการสอบ O-NET ม.6 ปีการศึกษา 2558. หนองคาย-บึงกาฬ: สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21, 2558.
- ขวัญใจ สายสุวรรณ. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2554.
- คมสันต์ เอ็นคะวัน. การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับ และอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยสารคาม, 2553.
- จตุพร แสนเมืองชิน. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2551.
- จันทิมา ญาติบำรุง. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2551.
- โชติ เพชรชื่น. แบบทดสอบวินิจฉัย. สารานุกรมศึกษาศาสตร์. 23: 7-11, 2544.

- ญาณัจฉรา สุดแท้. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2551.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย, 2533. ที่มาออนไลน์ <https://www.gotoknow.org/posts/57970> วันที่ 9 ตุลาคม 2559.
- เทพฤทธิ์ ยอดใส. การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องระบบ จำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2547.
- นิภาพร นาอ่อน. การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2545.
- ธีรรัตน์ นาชัยฤทธิ์. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องการคูณและการหารจำนวนนับ. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2550.
- บุญชม ศรีสะอาด. การวิจัยเบื้องต้น. มหาสารคาม: สุวีริยาสาส์น, 2558.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. จิตวิทยาการบริหารงานบุคคล. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, 2544.
- ปิยะธิดา ปัญญา. การวัดและการทดสอบแบบอิงกลุ่ม. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์. 2558.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.
- พิสนุ พงศรี. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือวิจัย. กรุงเทพฯ: คณิตสุทธาการพิมพ์, 2552.
- พัชรี มะเสนะ. ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนปทุมรัตต์พิทยา. วิจัยชั้นเรียน โรงเรียนปทุมรัตต์พิทยาคม อำเภอปทุมรัตต์ จังหวัดร้อยเอ็ด: สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ร้อยเอ็ด เขต 2, 2549
- พิมพ์พร ฟองหล้า. สภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยเอกชนในกรุงเทพมหานคร. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์. มหาวิทยาลัยศรีปทุม, 2553.

เพียงเพ็ญ นามวงศ์. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษเขต 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2550.

ไพศาล วรคำ. การวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 2). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์, 2554.

ยานี สังข์ศรีอินทร์. การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัย เรื่องระบบเลขฐาน วิชาคณิตศาสตร์ สำหรับคอมพิวเตอร์ สำหรับนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันการพลศึกษา วิทยาเขตภาคใต้. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2550.

ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์, 2543.

ลำตวน จาดใจดี. การสมัครงานและสอบสัมภาษณ์. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ: บริษัท ธนพล วิทยาการ จำกัด, 2540.

วรนุช มาตระกุล. การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2551.

วิดา ซ่อนขำ. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวน และการดำเนินการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2551.

วิสารัตน์ วงศ์ภูรี. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 4 พีชคณิต เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2556.

ศุภการณ์ สว่างวรกุล. การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วน และร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองแพร่ จังหวัดแพร่. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2552.

ศิริชัย กาญจนวาสี. ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. พิมพ์ครั้งที่ 6 (ฉบับปรับปรุงใหม่). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

ศิริเดช สุขีวะ. การวิเคราะห์จุดอ่อนและจุดแข็งของผู้เรียนในหนังสือชุดปฏิรูปการศึกษา “การประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่” บรรณาธิการโดย สุวิมล ว่องวานิช. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. ผลการประเมิน PISA 2012 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์, 2557.
- สมนึก กัทพิยธนี. การวัดผลการศึกษา. (พิมพ์ครั้งที่ 10). กทม. กานสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์, 2558.
- สมนึก กัทพิยธนี. การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ. กทม. กานสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์, 2553.
- สมบัติ ท้ายเรือคำ. ระเบียบวิธีวิจัยสำหรับมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์. กทม. กานสินธุ์: ประสานการพิมพ์, 2551.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ. นวัตกรรมเพื่อพัฒนาคุณภาพการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ชั้นพื้นฐานของเด็กไทย: การศึกษาสาเหตุเด็กไทยอ่อนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข. มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร, 2549.
- สมใจ ภูครองทุ่ง. การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ ค.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม. 2553.
- สิทธิกร พิมพ์อักษร. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนสาระพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2554.
- สิทธิยา มณีสาย. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องด้านการวิเคราะห์ทางวิทยาศาสตร์ เรื่องการดำรงพันธุ์ของสิ่งมีชีวิตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2555.
- สุเทพ สันติวรานนท์. แบบทดสอบวินิจฉัยและแนวทางในการสร้าง. วารสารศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี. 6: 67-73, 2553.
- สุมานี กลิ่นพูน. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการสร้าง วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2555.
- สุรวาท ทองบุ. การวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 6). มหาสารคาม: อภิชาติการพิมพ์, 2553.

สุริยาพร อดุลย์พงศ์ไพศาล. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.

วิทยานิพนธ์ กศ.ม. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2552.

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 21 บึงกาฬ-หนองคาย. จำนวนนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 25593 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา.

ที่มาออนไลน์ <http://www2.spm21.com/> วันที่ 9 ตุลาคม 2559.

อุบล กลองกระโทก. การสำรวจเมทริกซ์ของการแปลงโดยใช้เรขาคณิตพลวัต. ทุนอุดหนุน

การวิจัยจากมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี: มหาวิทยาลัย

ราชภัฏสวนสุนันทา, 2550.

อุบลวรรณ อ่อนตะวัน. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องสมการและการแก้สมการ

ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.

วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2551.

อุบล มีสิมมา. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดำเนินการสอบโดยใช้คอมพิวเตอร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยมและเศษส่วน สำหรับนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาสำนักงานเขตพื้นที่

การศึกษาสกลนคร เขต 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม,

2551.

Ahmann, Stanley J. and Marvin D. Glock. Evaluating Pupil Growth Principle of Tests

and Measurement. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, 1967.

Ashlock, R. B. Error Pattern in Computation. Columbus, Ohio: Bell & Howell

Company, 1982.

Brown, Frederick G. Principles of Educational and Psychological Testing. New

York: Holt, Rinehart and Winston, 1970.

Bloom, Benjamin S., Thomas J. Hasting and George F. Madaus. Hand Book on

Formative and Summative Evaluation of Student learning. New York: McGraw-

Hill, 1971.

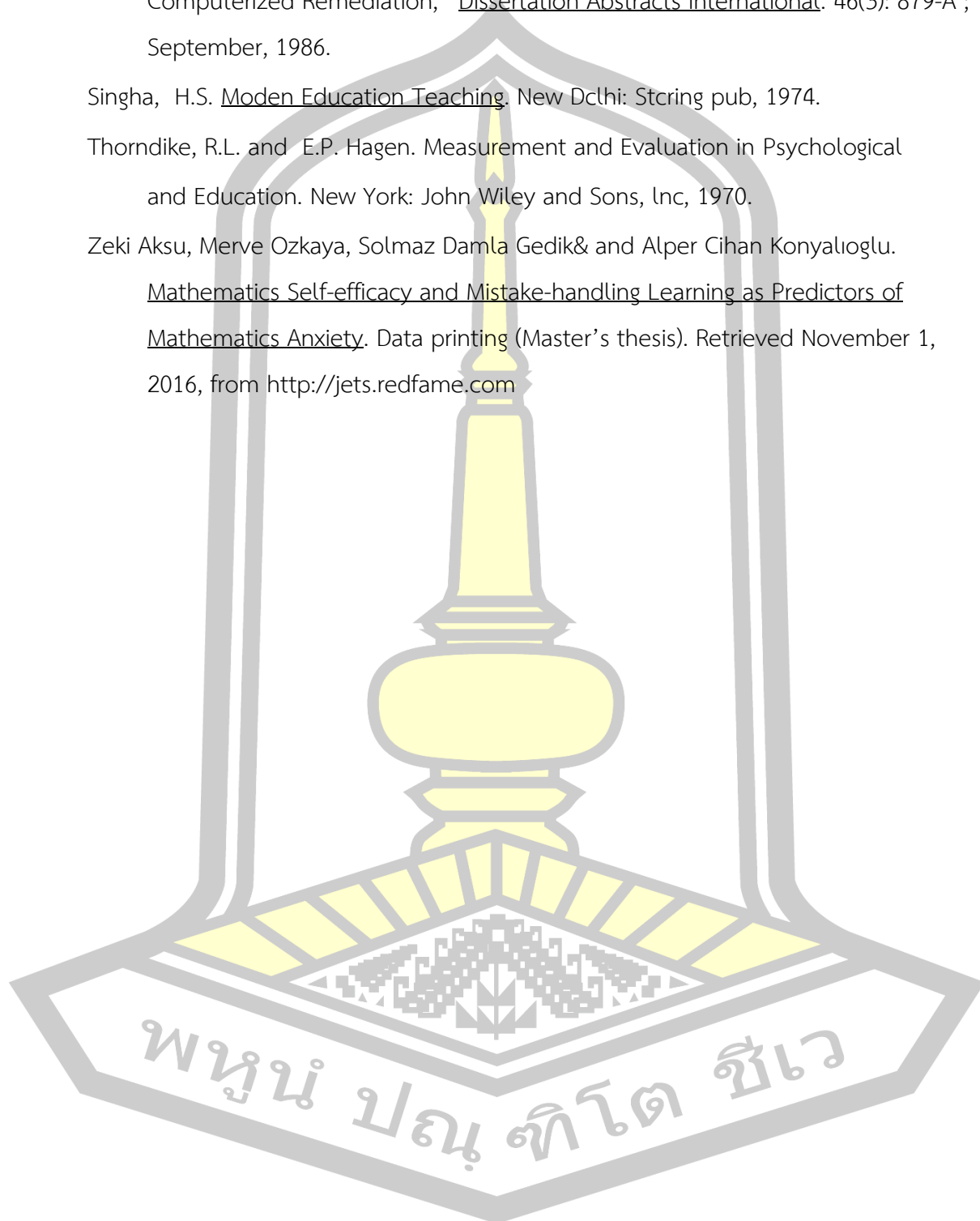
- Chung-Chih Chen and Mimg-Ling Lin. "Department of Physics," "Graduate Institute of Science Education," Developing a two-tier Diagnostic instrument to assess high school students' understanding. National Kaohsiung Normal University Taiwan. 257-294, 2003.
- Clark, Leonard H; & and Starr Irving S. Secondary School Teaching Methods. 3rd ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1976.
- Dechant, Emereld V. Detection and Correction of Reading Difficulties. New York: Appleton-Century-Crofts, 1971.
- Dilek Sezgin Memnun, Bünyamin Aydın, Emre Dinç, Merve Çoban & and Fatma Sevindik. Failures and Inabilities of High School Students about Quadratic Equations and Functions. Data printing (Master's thesis). Retrieved November 1, 2016, from <http://jets.redfame.com>
- Gronlund, Norman E. Measurement and Evaluation in Teaching. New York : Macmillan, 1976.
- Gronlund, Norman E. Measurement and Evaluation in Teaching. 4th ed. New York: Macmillan Publishing Co. Inc, 1981.
- Ismail, M. B. Development and validation of a multicomponent diagnostic test of arithmetic solving ability for sixth-grade students in Malaysia. Dissertation Abstracts International, 55, 2356-A, 1995.
- Kochevar, Deloisw E. Individualized Remedialized Remedial Reading Techniques For the Classroom Teacher. New York: Parker, 1975.
- Lindquist, Everet Frankling. Educational Measurement. Washington, D.C.: American Council on Education, 1966.
- Mehrens, William A. and Irvin J. lehmann. Measurement and Evaluation in Education and Psychology. New York: Holt Rinehart and Winston, 1984.
- Payne, David A. The Specification and Measurement of Learning Outcomes. Waltham: Blaisdell, 1968.

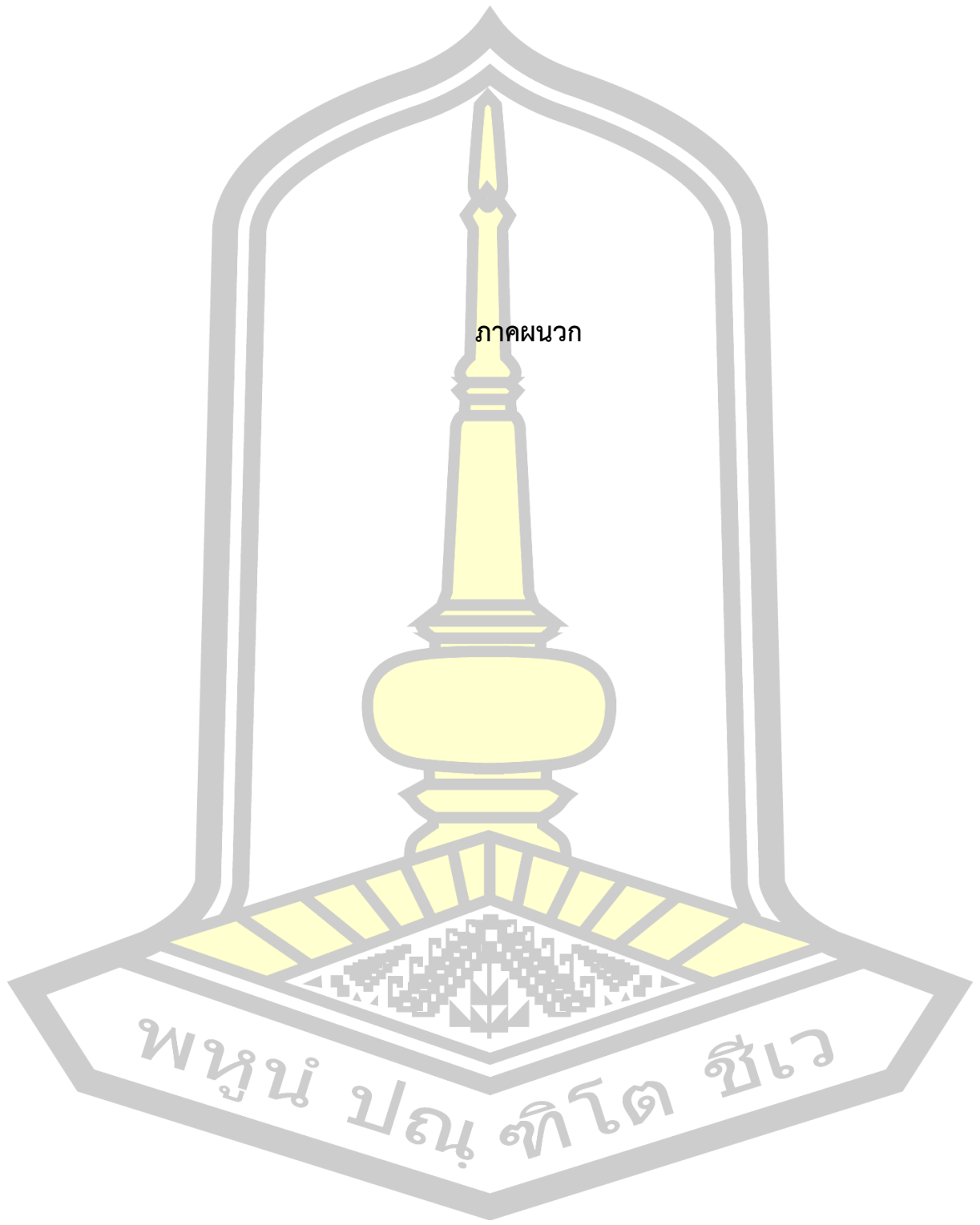
Shor, Doris Smith. "Effects of Adaptive Diagnostic Testing on Two Types of Computerized Remediation," Dissertation Abstracts International. 46(3): 879-A ; September, 1986.

Singha, H.S. Modern Education Teaching. New Delhi: Sterling pub, 1974.

Thorndike, R.L. and E.P. Hagen. Measurement and Evaluation in Psychological and Education. New York: John Wiley and Sons, Inc, 1970.

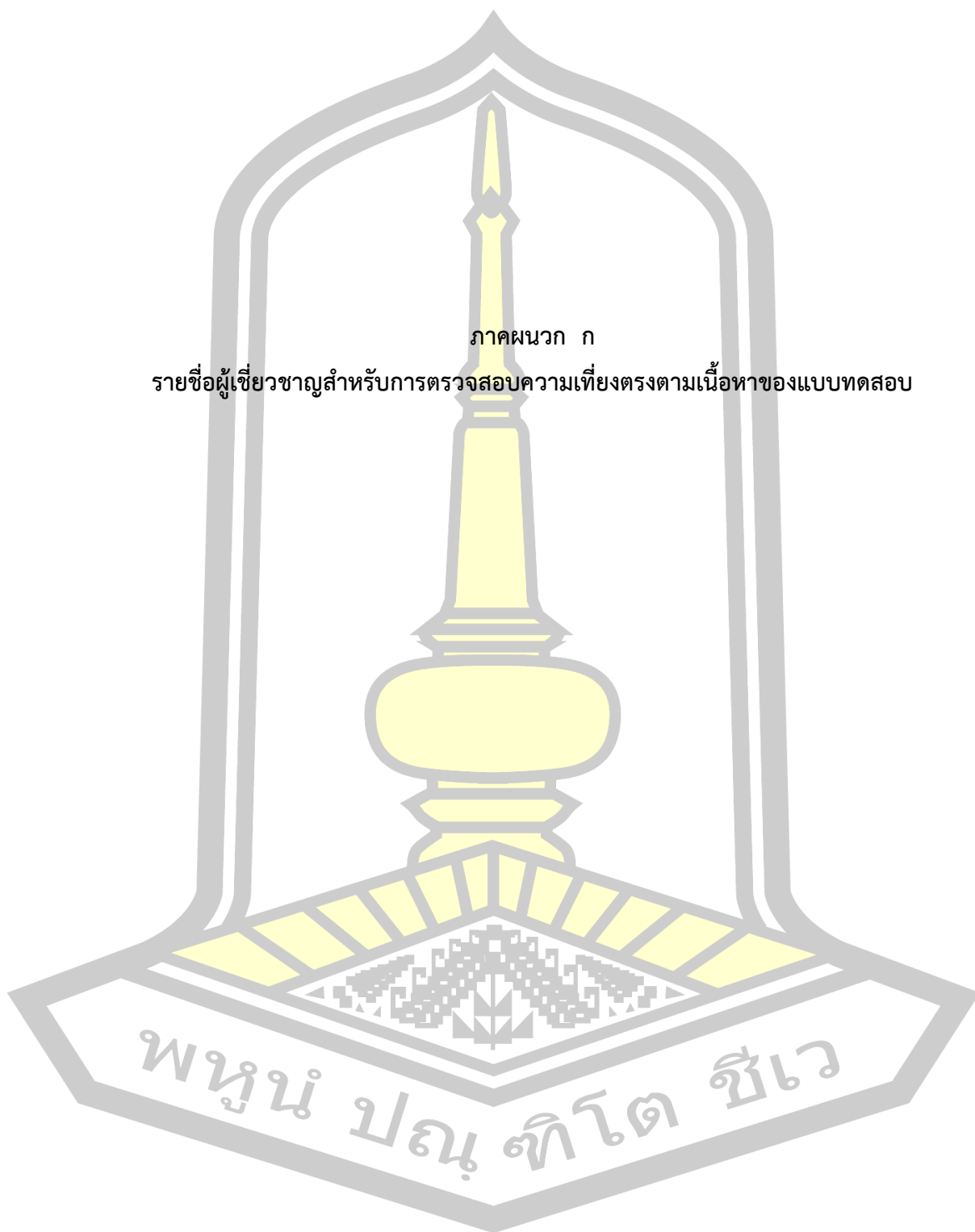
Zeki Aksu, Merve Ozkaya, Solmaz Damla Gedik& and Alper Cihan Konyalioglu. Mathematics Self-efficacy and Mistake-handling Learning as Predictors of Mathematics Anxiety. Data printing (Master's thesis). Retrieved November 1, 2016, from <http://jets.redfame.com>





ภาคผนวก

พหุณํ ปณฺ ทิโต ชีเว



ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญสำหรับการตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบ

พหุบัณฑิตยาลัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญสำหรับการตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบ
สำหรับเก็บข้อมูลในการวิจัย
จำนวน 5 ท่าน มีรายละเอียดดังนี้

ลำดับที่	ชื่อ - นามสกุล	หน่วยงาน
1	รองศาสตราจารย์สมนึก ภัททิยธนี	รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
2	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูษิต ภูขำนิ	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี
3	คุณครูธนัชฐา ทวีอุทิศ	คุณครูกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
4	คุณครูศรีสว่าง เกษสัญชัย	คุณครูโรงเรียนประทุมเทพวิทยาคาร อำเภอเมืองหนองคาย จังหวัดหนองคาย สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 21
5	ดร.ทงเกียรติ พลไชยา	คุณครูโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เลย์ อำเภอเชียงคาน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19





ภาคผนวก ข
ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

พหุบัน ปณฺ ทิโต ชีเว

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหา

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ค่าดัชนีความสอดคล้อง
1. มิติและสมาชิกของเมทริกซ์	1. บอกมิติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้	0.80
2. การบวกเมทริกซ์	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	1.00
3. การลบเมทริกซ์	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	1.00
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้	1.00
5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้	1.00
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	1.00
7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	7. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้	1.00
	8. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3	1.00
	9. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้	1.00
8. อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	10. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้	1.00
	11. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้	1.00
9. การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	12. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้	1.00

ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบสำรวจ

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถามที่	ค่าดัชนีความ สอดคล้อง	
1. มิติและสมาชิกของเมทริกซ์	1. บอกมิติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้	1	1.00	
		2	1.00	
		3	1.00	
2. การบวกเมทริกซ์	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	4	1.00	
		5	1.00	
		6	1.00	
3. การลบเมทริกซ์	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	7	1.00	
		8	1.00	
		9	1.00	
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้	10	1.00	
		11	1.00	
5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้	12	1.00	
		13	1.00	
		14	1.00	
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	15	1.00	
		16	1.00	
		17	1.00	
7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	7. หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้	18	1.00	
		19	1.00	
		20	1.00	
		8. หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3	21	1.00
			22	1.00
9. หาดิเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้	23	1.00		
	24	1.00		
	25	1.00		

ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อสอบสำรวจ (ต่อ)

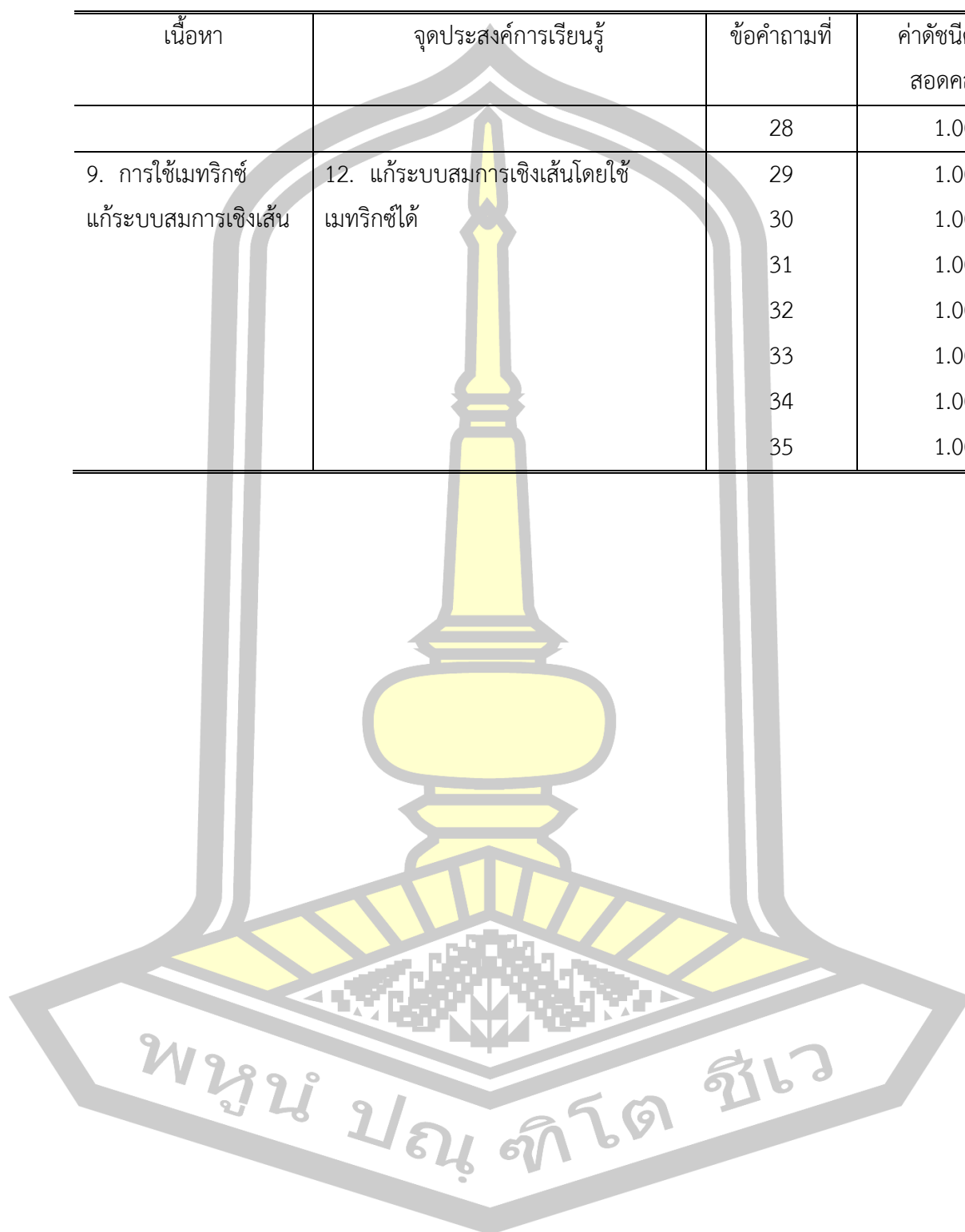
เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถามที่	ค่าดัชนีความ สอดคล้อง
8. อินเวอร์สการคูณ ของเมทริกซ์	10. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2x2 ได้	26	1.00
		27	1.00
		28	1.00
		29	1.00
		30	1.00
9. การใช้เมทริกซ์ แก้ระบบสมการเชิงเส้น	11. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3x3 ได้	31	1.00
		32	1.00
		33	1.00
		34	1.00
		35	1.00
		36	1.00
		37	1.00
		38	1.00
		39	1.00
		40	1.00
9. การใช้เมทริกซ์ แก้ระบบสมการเชิงเส้น	12. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ เมทริกซ์ได้	41	1.00
		42	1.00
		43	1.00
		44	1.00
		45	1.00
		46	1.00
		47	1.00
		48	1.00
		49	1.00
		50	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบบววินิจัยข้อบกพร่อง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถามที่	ค่าดัชนีความ สอดคล้อง	
1. มิติและสมาชิกของเมทริกซ์	1. บอกมิติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้	1	1.00	
		2	1.00	
2. การบวกเมทริกซ์	2. หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	3	1.00	
		4	1.00	
3. การลบเมทริกซ์	3. หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้	5	1.00	
		6	1.00	
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์	4. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้	7	1.00	
		8	1.00	
5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	5. หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้	9	1.00	
		10	1.00	
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้	11	1.00	
		12	1.00	
7. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์	7. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ได้	13	1.00	
		14	1.00	
		8. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ได้	15	1.00
			16	1.00
		9. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ได้	17	1.00
			18	1.00
8. อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	10. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้	19	1.00	
		20	1.00	
		21	1.00	
		22	1.00	
		11. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้	23	1.00
			24	1.00
			25	1.00
			26	1.00
27	1.00			

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง (ต่อ)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อคำถามที่	ค่าดัชนีความ สอดคล้อง
		28	1.00
9. การใช้เมทริกซ์ แก้ระบบสมการเชิงเส้น	12. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ เมทริกซ์ได้	29	1.00
		30	1.00
		31	1.00
		32	1.00
		33	1.00
		34	1.00
		35	1.00



ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
1	1	ก. 6	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
		ข. 7	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ	1.00
		ง. 9	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
	2	ข. 2x3	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
		ค. 3x3	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
		ง. 2x2	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
2	3	ก. $\begin{bmatrix} 6 & -14 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
		ง. $\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
	4	ก. 1	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน	1.00
		ข. 3	ขาดทักษะในการบวก	1.00
		ค. 5	ขาดทักษะในการบวก	1.00
3	5	ข. $\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} 8 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
		ง. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -7 \\ 3 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับหลักของเมทริกซ์	0.80
	6	ก. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 4 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} -10 & 16 & 0 \\ 14 & 2 & 22 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทำผลต่างของเมทริกซ์	1.00
		ง. $\begin{bmatrix} 2 & 16 & -16 \\ 18 & -18 & 8 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะในการคำนวณ	1.00
4	7	ก. $\begin{bmatrix} -20 & 4 & 6 \\ 0 & -4 & 6 \\ -20 & 0 & 12 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} -24 & -12 & -20 \\ -12 & -4 & 30 \\ -20 & 5 & 52 \end{bmatrix}$	สับสนเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00
	8	ก. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 11 \\ 2 & -6 & 4 \\ 3 & 11 & 1 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจสมบัติการแจกแจง	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 13 \\ 4 & -9 & 2 \\ -3 & 7 & 2 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจสมบัติการแจกแจง	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & -5 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$	ขาดทักษะกระบวนการคูณ	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง	
5	9	ก. $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00	
		ข. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00	
		ง. $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 18 & -9 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00	
	10	ก. $\begin{bmatrix} -20 & 4 & 6 \\ 0 & -4 & 6 \\ -20 & 0 & 12 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00	
		ข. $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	1.00	
		ค. $\begin{bmatrix} -24 & -12 & -20 \\ -12 & -4 & 30 \\ -20 & 5 & 52 \end{bmatrix}$	สับสนเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์	1.00	
	6	11	ข. $\begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ 3 & 5 & 10 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00
			ค. $\begin{bmatrix} 10 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00
			ง. $\begin{bmatrix} 10 & 46 & 22 \\ 10 & 6 & 1 \\ 50 & 22 & 8 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00
12		ก. $\begin{bmatrix} -3 & 4 & -8 & 6 \\ 2 & 3 & 7 & -5 \\ 0 & 7 & 1 & 9 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00	
		ค. $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 4 & -3 & 6 & -8 \\ 3 & 2 & -5 & 7 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00	

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
		$\begin{bmatrix} -8 & 7 & 1 \\ 6 & -5 & 9 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน	1.00
7	13	ก. 1	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det	1.00
		ข. -1	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det ตัวถูก	1.00
		ค. 6	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	1.00
	14	ก. 7	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวก ลบ จำนวนเต็ม	0.80
		ค. $\frac{19}{3}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	1.00
		ง. $-\frac{19}{3}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det	1.00
8	15	ข. -102	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det(A)	1.00
		ค. 106	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	1.00
		ง. -106	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det(A)	1.00
	16	ข. -3	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det(A)	1.00
		ค. 1	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det(A)	1.00
		ง. 3	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหาค่า det(A)	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
9	17	ก. -652	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเลขยกกำลัง	1.00
		ค. -212	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $\det(A)$	1.00
		ง. -132	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $\det(A)$	1.00
	18	ก. 21	ขาดความเข้าใจในเรื่องการคูณจำนวนเต็ม	1.00
		ข. -21	ขาดความเข้าใจในเรื่องการหาดีเทอร์มิแนนต์	1.00
		ค. 39	ขาดความเข้าใจในเรื่องการบวกเลขยกกำลัง	1.00
10	19	ก. $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$	สับสนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา A^{-1}	1.00
		ง. $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน	1.00
	20	ก. $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$	สับสนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ 5 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา A^{-1}	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
		ค. $\begin{bmatrix} -\frac{4}{11} & -\frac{3}{11} \\ \frac{1}{11} & -\frac{2}{11} \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา A^{-1}	1.00
	21	ข. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในการหาสูตร $ad-bc$	1.00
		ค. $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$	ขาดความรู้เรื่องการคูณเศษส่วน	1.00
		ง. $-\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$	ขาดความรู้การหาอินเวอร์สการคูณ	1.00
	22	ก. $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	ขาดความรู้ในเรื่องการคูณจำนวนเต็ม	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจในเรื่องการหาค่าอินเวอร์สการคูณ	1.00
		ง. $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$	ขาดความรู้เรื่องการคูณเศษส่วนจำนวนเต็ม	1.00
11	23	ก. 15	ขาดทักษะการคิดคำนวณ	0.80
		ข. -17	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $M_{ij}(A)$	1.00
		ค. -25	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $M_{ij}(A)$	1.00
	24	ก. -18	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	1.00
		ค. -9	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $C_{ij}(A)$	1.00
		ง. 9	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $C_{ij}(A)$	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
	25	ก. 4	ขาดความรู้เรื่องการหาค่าโคแฟกเตอร์	1.00
		ค. -6	ขาดความรู้เรื่องเลขยกกำลัง	1.00
		ง. -7	ขาดความรู้เรื่องการหาค่าอินเวอร์ส	1.00
	26	ก. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \\ -4 & 6 & -9 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -2 & -3 & -4 \\ 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา adj(A)	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -6 \\ 3 & -4 & -9 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา adj(A)	1.00
	27	ข. $\frac{1}{-20} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ -2 & -14 & -4 \\ -6 & 18 & 8 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา adj(A)	1.00
		ค. $\frac{1}{-20} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -1 & -14 & -18 \\ -4 & 4 & 8 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	1.00
		ง. $\frac{1}{-20} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -1 & 14 & -18 \\ 4 & 4 & -8 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา adj(A)	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
	28	ก. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $\text{adj}(A)$	1.00
		ข. $\begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา $\text{adj}(A)$	1.00
		ค. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	1.00
12	29	ก. 1	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎคราเมอร์	1.00
		ค. $-\frac{1}{23}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสูตรในการหา det	1.00
		ง. $-\frac{5}{23}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็ม	1.00
	30	ก. 26	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎคราเมอร์	1.00
		ค. $-\frac{1}{4}$	ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวก ลบ เศษส่วนจำนวนเต็ม	1.00
		ง. $\frac{1}{6}$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้กฎคราเมอร์	1.00
31	ก. $x = 0, y = 1, z = 2$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น	1.00	
	ค. $x = 1, y = 2, z = 0$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น	1.00	

ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างตัวลวงกับข้อบกพร่อง (ต่อ)

จุดประสงค์	ข้อที่	ตัวลวง	ข้อบกพร่อง	ดัชนีความสอดคล้อง
		ง. $x = 2, y = 0, z = 1$	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น	1.00
	32	ก. 2	ไม่เข้าใจการแทนค่าคงตัวในการหาค่าตัวแปร	1.00
		ข. $\frac{3}{2}$	ไม่เข้าใจการแทนค่าคงตัวในการหาค่าตัวแปร	1.00
		ง. -3	ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหาแก้ระบบสมการเชิงเส้น	0.80
	33	ก. -1	ขาดความรู้เรื่องการค่าสัมบูรณ์	1.00
		ข. 0	ขาดความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้น	1.00
		ง. 2	ขาดความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้น	1.00
	34	ก. -1	ขาดความเข้าใจในการแก้สมการ	1.00
		ข. 0	ขาดความเข้าใจในการแทนค่าสมการ	1.00
		ง. 1	ขาดความเข้าใจในการแก้สมการ	1.00
	35	ก. $\frac{1}{2}R_3, R_3+R_2, (-1)R_2$	ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม	1.00
		ค. $(-1)R_2, R_3+R_2, \frac{1}{2}R_3$	ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม	1.00
		ง. $R_3+R_2, \frac{1}{2}R_3, (-1)R_2$	ขาดความเข้าใจในการแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม	0.80

ค่าดัชนีความสอดคล้องคำถามแบบสัมภาษณ์

ข้อที่	ข้อความคำถามแบบสัมภาษณ์	ดัชนีความสอดคล้อง
1. ข้อมูลทั่วไปของผู้ให้สัมภาษณ์		
1	ประวัติส่วนตัว	1.00
2	ประวัติการศึกษา	1.00
3	ประวัติการทำงาน	1.00
2. ปัญหาการเรียนการสอนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
4	ครูพบปัญหาในเนื้อหาใดบ้างในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
5	ครูพบปัญหาในการใช้สื่อการสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
6	ครูพบปัญหาในวิธีสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
7	ครูพบปัญหาในการวัดผลประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ หรือไม่อย่างไร	1.00
3. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
8	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาดีและสมาชิกของเมทริกซ์อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
9	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ อย่างไร ถ้านักเรียนสับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบมากที่สุด	1.00
10	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ อย่างไร ถ้านักเรียนขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด	1.00
11	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
12	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องคำถามแบบสัมภาษณ์ (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความคำถามแบบสัมภาษณ์	ดัชนีความสอดคล้อง
3. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
13	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนอย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด	1.00
14	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 อย่างไร ถ้านักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด	1.00
15	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบ ค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด	1.00
16	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด	1.00
17	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
18	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$	1.00
19	ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด	1.00

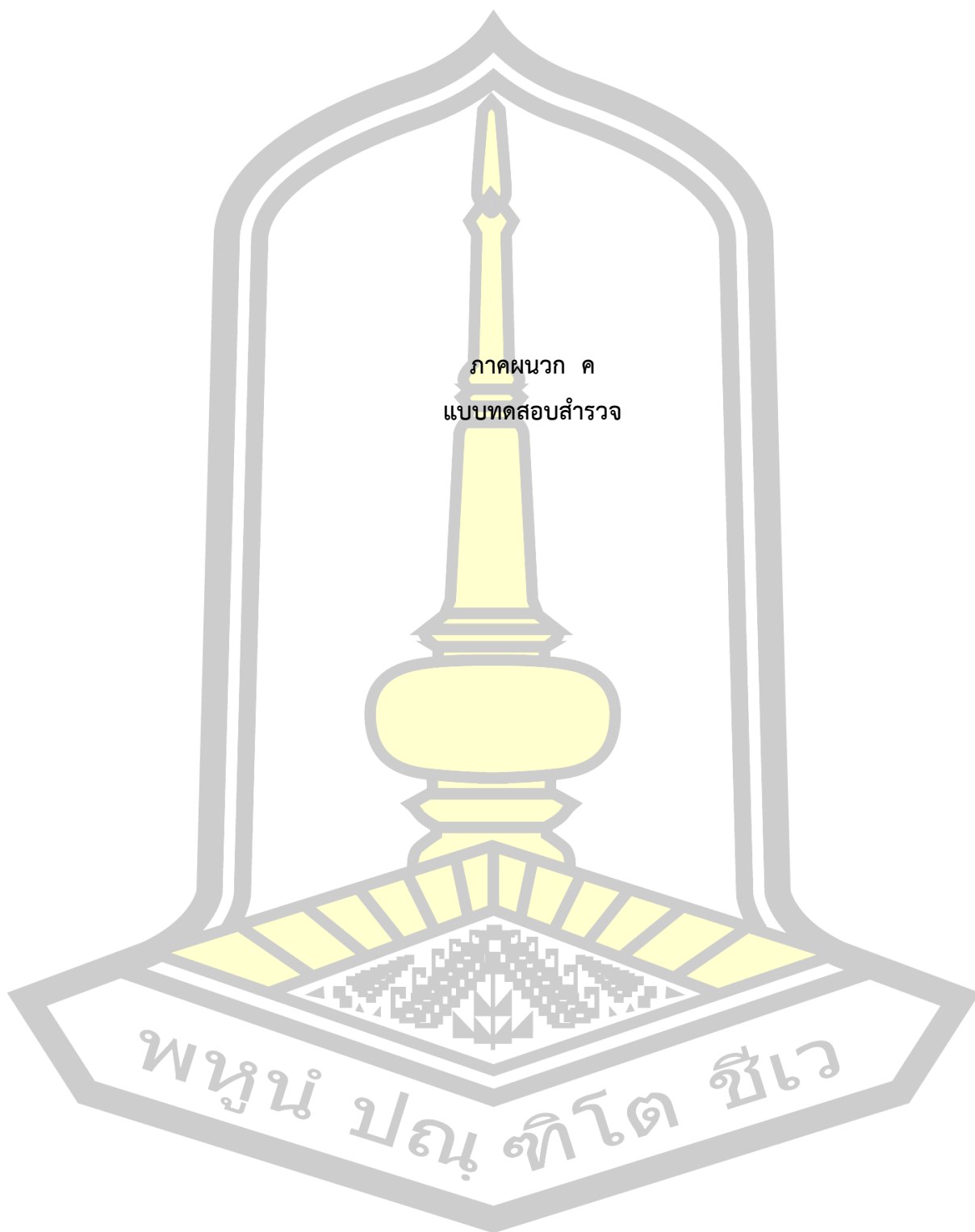
ค่าดัชนีความสอดคล้องคำถามแบบสนทนากลุ่ม

ข้อที่	ข้อความคำถามแบบสนทนากลุ่ม	ดัชนีความสอดคล้อง
1. ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
4	นักเรียนพบปัญหาในเนื้อหาใดบ้างในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
5	นักเรียนพบปัญหาในการใช้สื่อการสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
6	นักเรียนพบปัญหาในวิธีสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์	1.00
7	นักเรียนพบปัญหาในการวัดผลประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ หรือไม่	1.00
2. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
8	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาดีและสมาชิกของเมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดความ เข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
9	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ถ้านักเรียน สับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบมากที่สุด	1.00
10	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาด ทักษะในการคำนวณมากที่สุด	1.00
11	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ถ้านักเรียนขาดความ เข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
12	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดความ เข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด	1.00
13	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจใน การเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด	1.00

ค่าดัชนีความสอดคล้องคำถามแบบสนทนากลุ่ม (ต่อ)

ข้อที่	ข้อคำถามแบบสนทนากลุ่ม	ดัชนีความสอดคล้อง
2. แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์		
14	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ถ้านักเรียนไม่ เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด	1.00
15	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ถ้านักเรียนขาด ความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบ ค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด	1.00
16	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ถ้านักเรียนขาด ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด	1.00
17	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ถ้านักเรียน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด	1.00
18	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ถ้านักเรียน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$	1.00
19	นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไข ปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ ถ้านักเรียน ขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด	1.00





ภาคผนวก ค
แบบทดสอบสำรวจ

พหุบัณฑิตยาลัย จุฬาลงกรณ์

แบบทดสอบสำรวจ
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง

ดังนี้

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ฉบับ นักเรียนควรทำให้เสร็จฉบับละภายในเวลา 1 ชั่วโมง

ฉบับที่ 1 เมทริกซ์

- 1.1 บอกริบัติและสมาชิกของเมทริกซ์ จำนวน 3 ข้อ
- 1.2 หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ จำนวน 3 ข้อ
- 1.3 หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ จำนวน 3 ข้อ
- 1.4 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ จำนวน 2 ข้อ
- 1.5 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ จำนวน 3 ข้อ
- 1.6 หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน จำนวน 3 ข้อ
- 1.7 หาคดีเทอร์มิแนนต์ของ เมทริกซ์ 2×2 จำนวน 3 ข้อ
- 1.8 หาคดีเทอร์มิแนนต์ของ เมทริกซ์ 3×3 จำนวน 3 ข้อ
- 1.9 หาคดีเทอร์มิแนนต์ของ เมทริกซ์ $n \times n$ จำนวน 2 ข้อ

ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

- 2.1 หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 จำนวน 5 ข้อ
- 2.2 หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 จำนวน 10 ข้อ

ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์

- 3.1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ จำนวน 10 ข้อ

2. แบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับ ให้นักเรียนเขียนคำตอบและจงแสดงวิธีหาคำตอบ
3. ขอให้นักเรียนทำข้อสอบเต็มความสามารถและมีความซื่อสัตย์

ฉบับที่ 1 เมทริกซ์

ผลการเรียนรู้ที่ 1 บอกมิติและสมาชิกของเมทริกซ์ได้ (ข้อ 1-3)

1. เมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ มีมิติเท่าใด

คือ.....
.....

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ สมาชิกของ $a_{11} + a_{23}$

คือ.....
.....

3. เมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ผลรวมสมาชิกในแถวที่ 3 เท่ากับเท่าใด

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....
.....

ผลการเรียนรู้ที่ 2 หาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ (ข้อ 4-6)

4. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา $A+B$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....
.....
.....

5. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $2A+3B$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & x \\ 1 & y \end{bmatrix}$ ค่า $x + y$ มีค่าเท่าใด เมื่อ $A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

ผลการเรียนรู้ที่ 3 หาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ได้ (ข้อ 7-9)

7. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ จงหา $A-B$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

พจนน ปณ ศิโรต ชิว

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $4A-2B$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. เมทริกซ์ต่อไปนี้สามารถหาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 8 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนรู้ที่ 4 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ได้

10. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา $5A$ (ข้อ 10-11)

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

พูน ปณ ติโต ชิว

11. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $2(A+B)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

ผลการเรียนรู้ที่ 5 หาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้ (ข้อ 12-14)

12. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา AB

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

13. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ จงหา AB

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

พิบูลย์ บณฺฑิต ชีวะ

14. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ จงหา BA

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

ผลการเรียนรู้ที่ 6 หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ (ข้อ 15-17)

15. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -4 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา A^t

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

16. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 9 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา A^t

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

พูนุ ปณุกิตโต ชีวะ

17. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 6 & -8 \\ 3 & 2 & -5 & 7 \\ 7 & 0 & 9 & 1 \end{bmatrix}$ ค่า $(A^t)^t$ คือข้อใด

จงแสดงวิธีคำตอบ

ผลการเรียนรู้ที่ 7 หาดีเทอร์มิแนนต์ของ เมทริกซ์ 2×2 ได้ (ข้อ 18-20)

18. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A)$

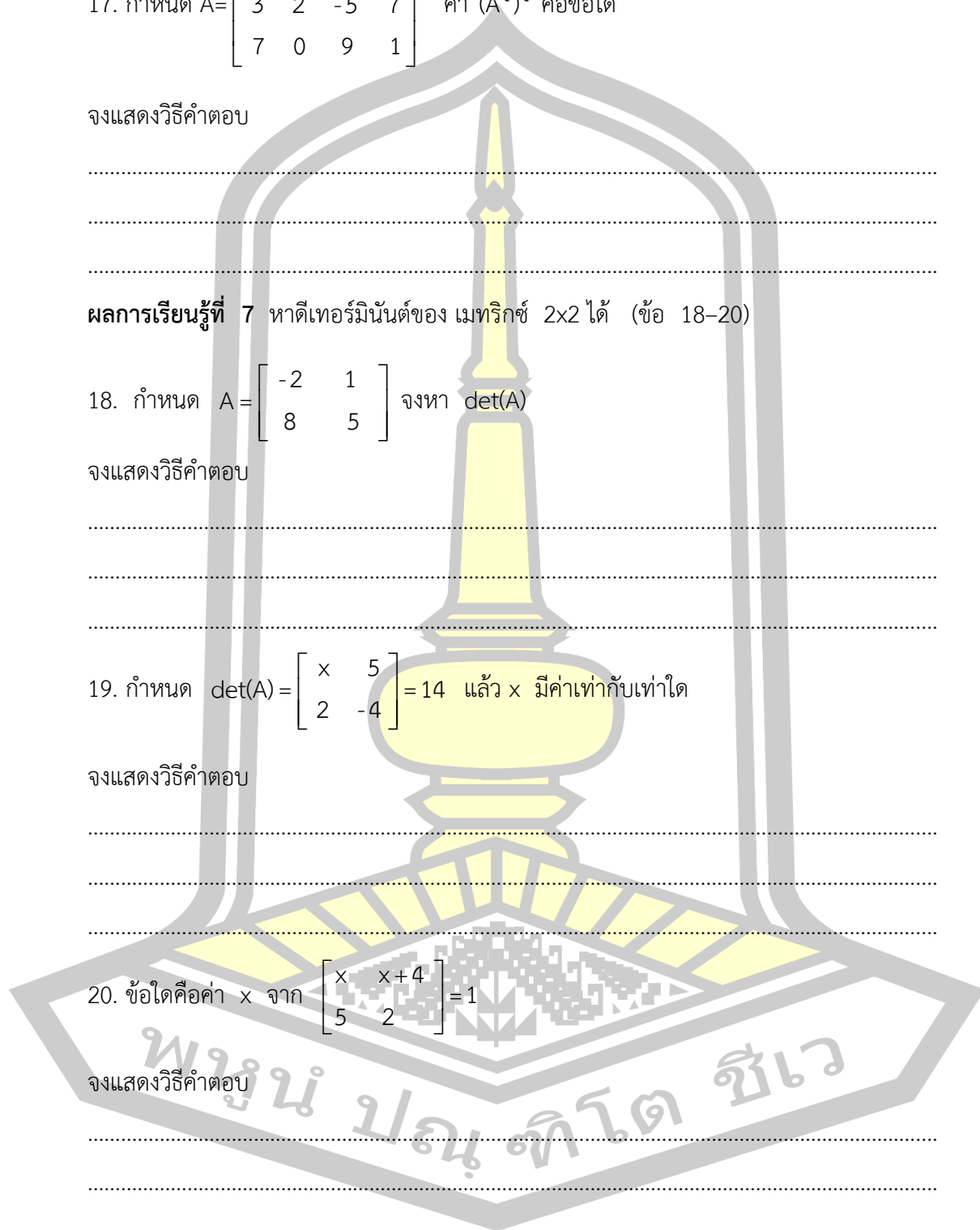
จงแสดงวิธีคำตอบ

19. กำหนด $\det(A) = \begin{bmatrix} x & 5 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = 14$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

จงแสดงวิธีคำตอบ

20. ข้อใดคือค่า x จาก $\begin{bmatrix} x & x+4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = 1$

จงแสดงวิธีคำตอบ



ผลการเรียนรู้ที่ 8 หาคีเทอร์มินันต์ของ เมทริกซ์ 3×3 ได้ (ข้อ 21-23)

21. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 8 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

22. กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & 4 & -1 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(A) = -4$ ข้อใดคือค่า x

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

23. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $2\det(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

พูนุ ปณ กิต ชเว

ผลการเรียนรู้ที่ 9 หาดีเทอร์มิแนนต์ของ เมทริกซ์ $n \times n$ ได้ (ข้อ 24-25)

24. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 6 \\ -6 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

25. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $\det(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....



ฉบับที่ 2 การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

ผลการเรียนรู้ที่ 10 หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ได้ (ข้อ 26–30)

26. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

27. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

28. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

29. กำหนด $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า A^{-1}

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

30. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $2A^{-1}$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

ผลการเรียนรู้ที่ 11 หาคอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ได้ (ข้อ 31–25)

31. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -6 \\ 1 & 8 & -4 \\ 5 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา $M_{12}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

32. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 8 \\ 1 & 5 & 9 \\ -5 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา $M_{33}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

พจน ปรณ ทิโต ชิว

33. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 6 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 8 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $C_{33}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

34. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $C_{22}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

35. กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -6 \\ -2 & 5 & 8 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ ถ้าโคแฟกเตอร์ของ $a_{23} = -44$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

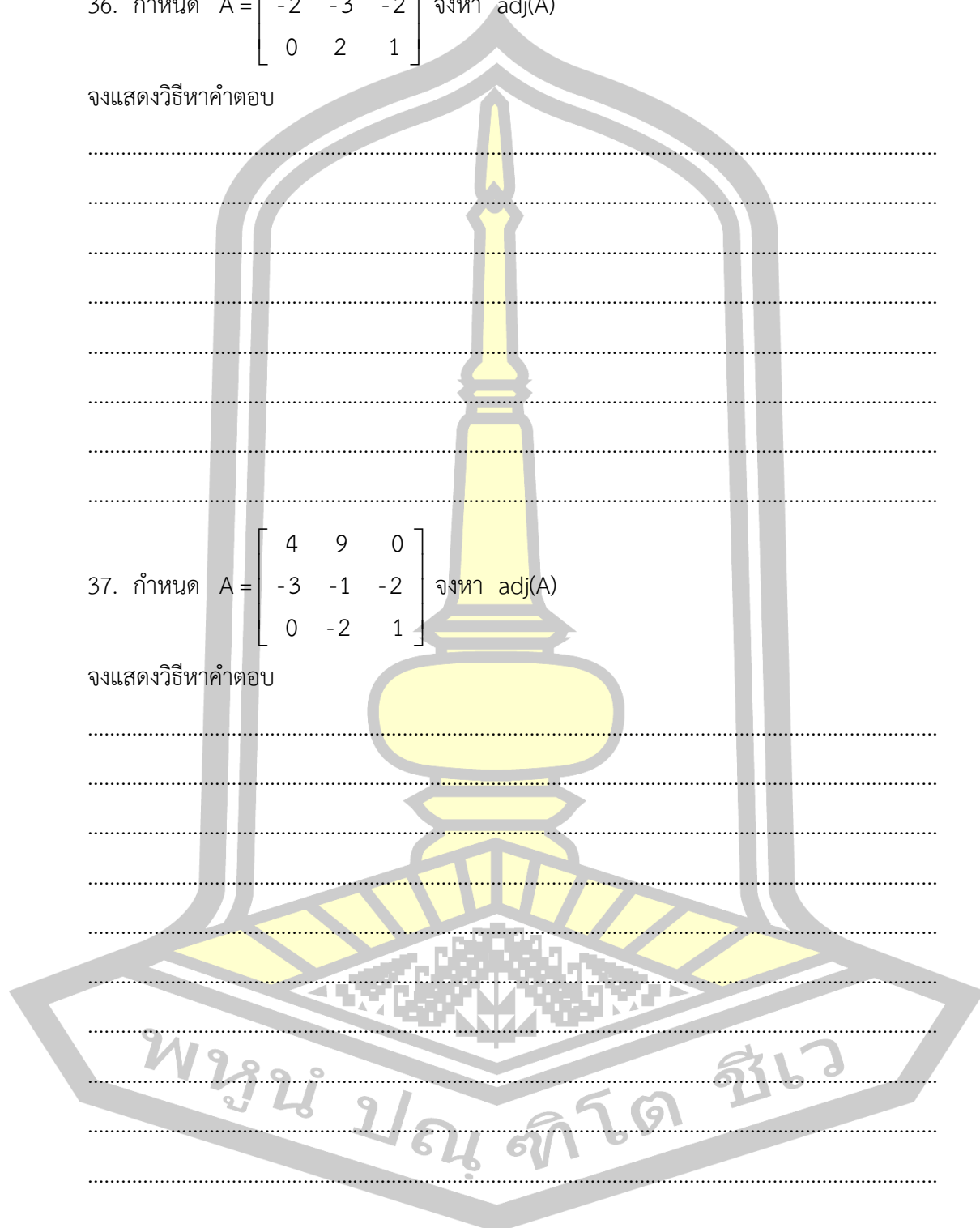
พูนุ ปณ ศิโรต ชิว

36. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $\text{adj}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

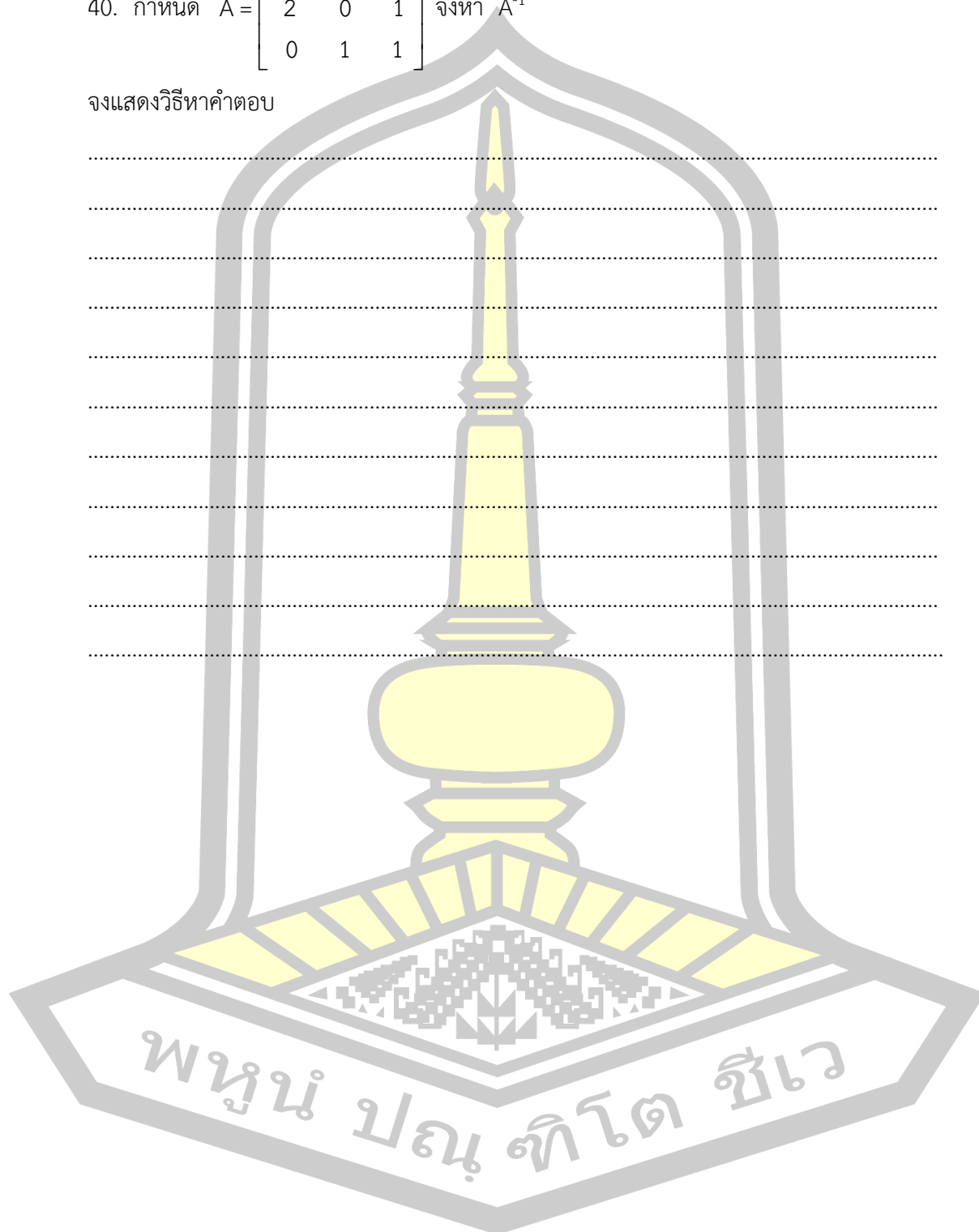
37. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 0 \\ -3 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $\text{adj}(A)$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ



40. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

จงแสดงวิธีหาคำตอบ



ฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์

ผลการเรียนรู้ที่ 12 สามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ได้ (ข้อ 41-50)

41. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x - 3y = 4$$

$$5x + 4y = 1$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

42. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$x + 3y = 4$$

$$-2x + 6y = 2$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

พหุบัน ปณุ ทิโต ชีเว

43. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$x - 2y + 3z = 7$$

$$2x - y = 0$$

$$3x + y = 3$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

44. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$x + y = 0$$

$$y - 5z = 3$$

$$2x + z = -1$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

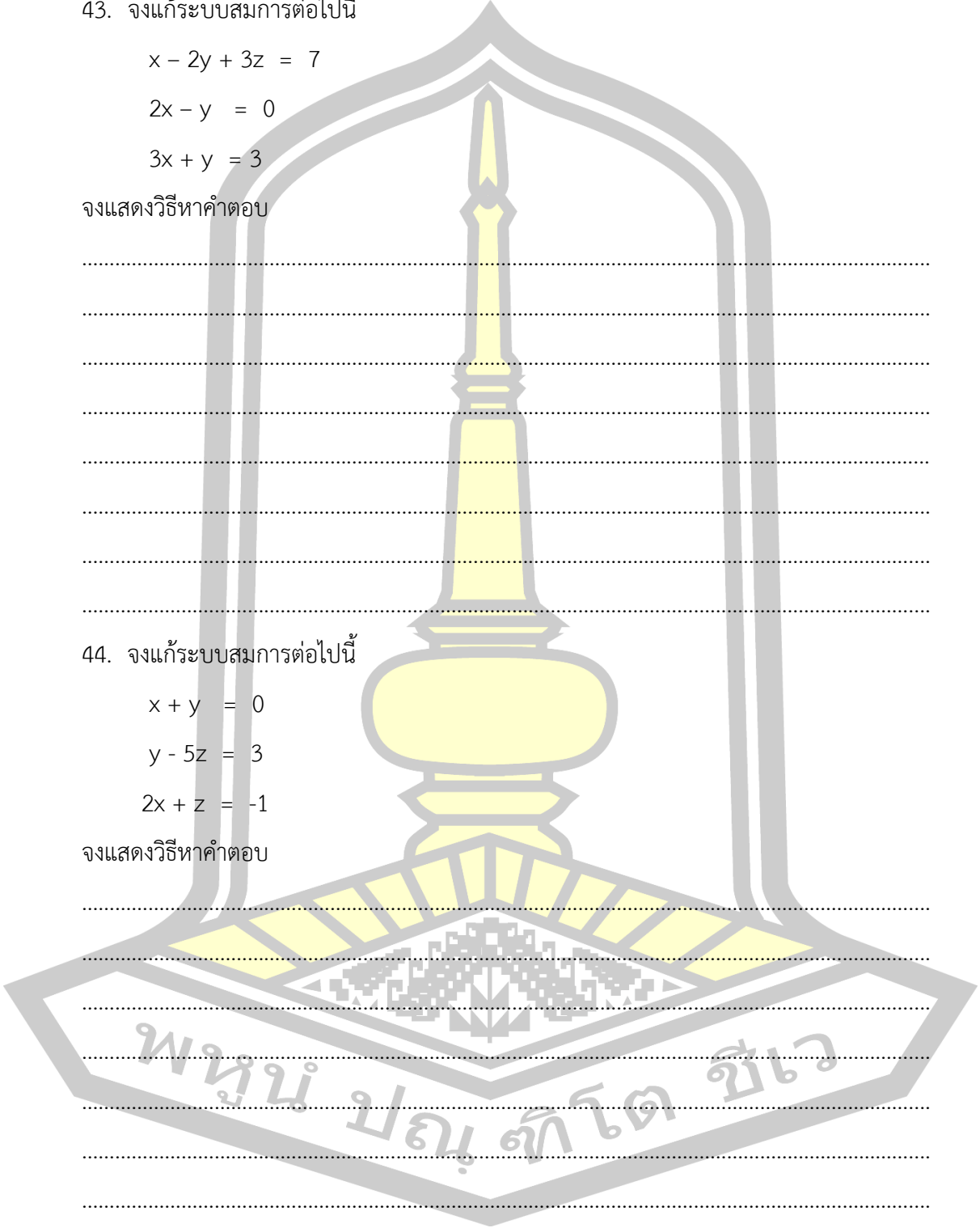
.....

.....

.....

.....

.....



45. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x + y - z = 0$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$3x + 3y + 2z = 0$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

46. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$2x + y + 2z = 3$$

$$x + y - z = -\frac{1}{2}$$

$$3x + 2y - 2z = -2$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

พูน ปณฺ ทิโต สีเว

47. จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$3x + y - 2z = -1$$

$$2x - 3y + z = 4$$

$$4x + 5y - z = -2$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

48. ถ้าเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x , y และ z และค่าคงตัวของระบบสมการเชิงเส้นระบบหนึ่งเขียนเป็น

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -4 & 1 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array} \right] \text{ ค่าสัมบูรณ์ของ } x \text{ เท่ากับข้อใด}$$

จงแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

พหุบัน ปณ กิโต ชเว

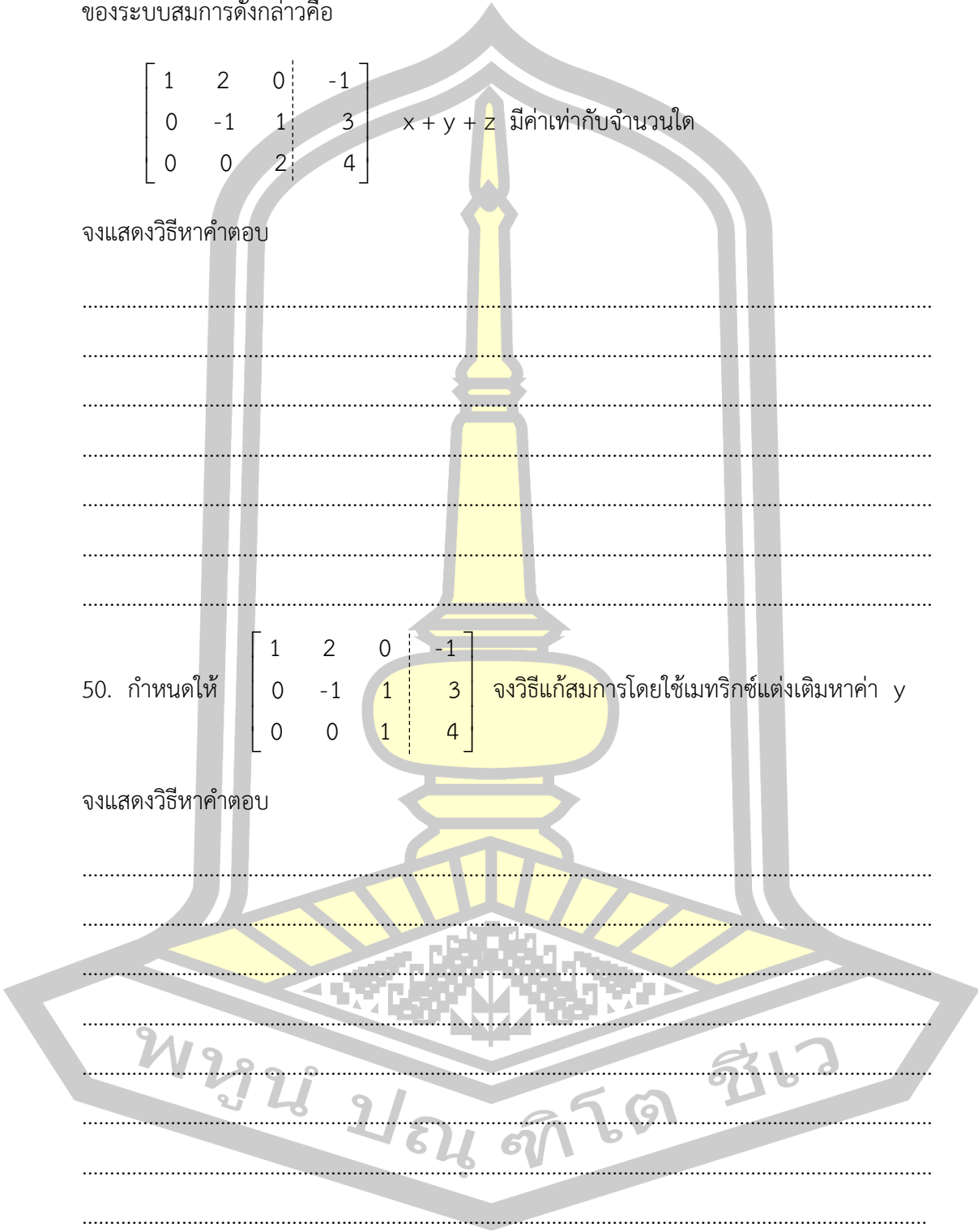
49. ระบบสมการหนึ่งมี x , y และ z เป็นตัวแปรเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงตัวของระบบสมการดังกล่าวคือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad x + y + z \text{ มีค่าเท่ากับจำนวนใด}$$

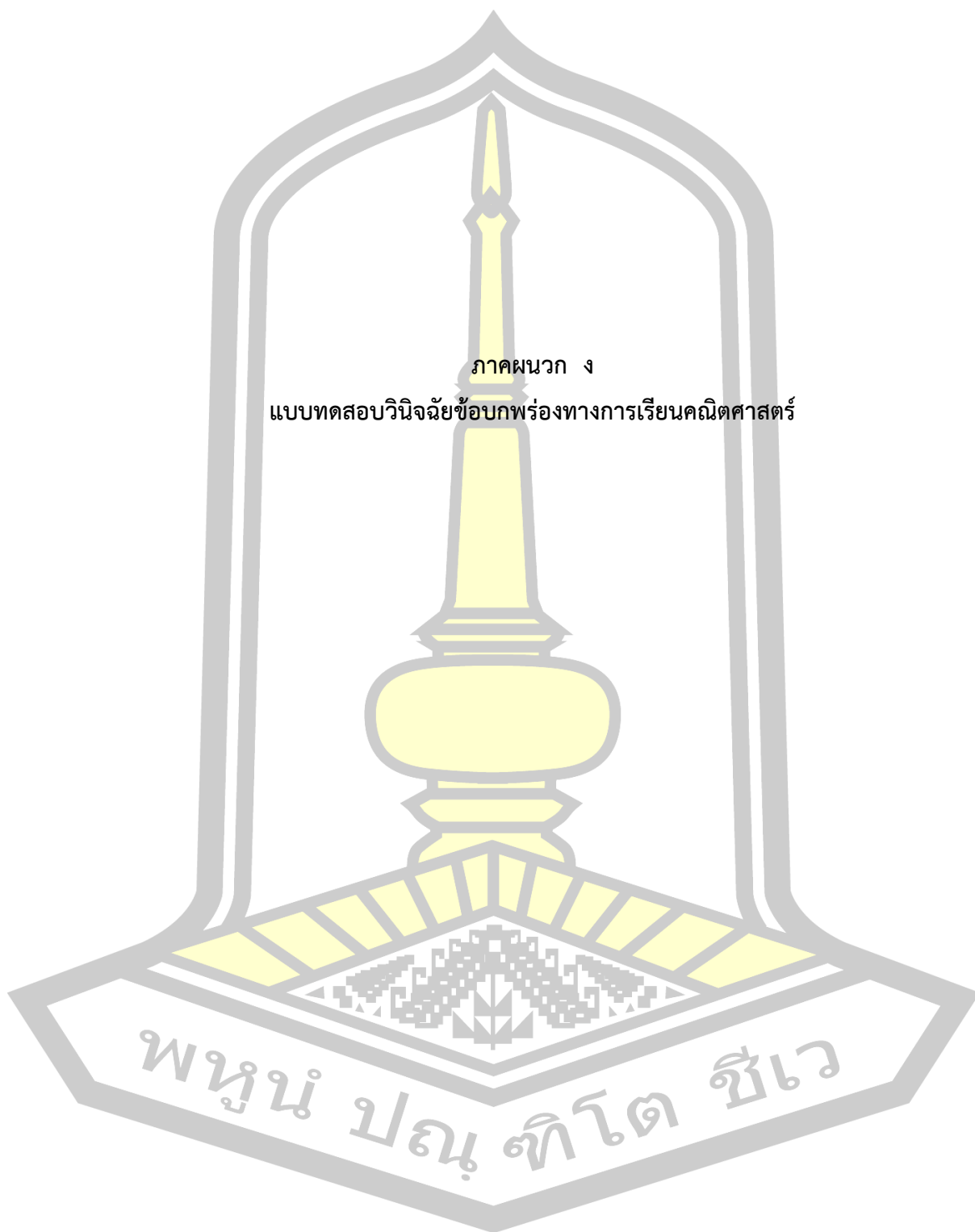
จงแสดงวิธีหาคำตอบ

50. กำหนดให้ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ จงวิธีแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งตั้งเต็มหาค่า y

จงแสดงวิธีหาคำตอบ



พพพณ ปณณ พจโจต สชเว



ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

พหุ ประถมศึกษา

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่องเมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

- คำชี้แจง**
- ข้อสอบเป็นแบบปรนัยมีทั้งหมด 3 ตอน ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ
 - ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบ
 - เวลาใช้ในการสอบ 1.30 ชั่วโมง

ฉบับที่ 1 เรื่องเมทริกซ์ จำนวน 18 ข้อ

<p>1. เมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ มีมิติเท่าใด</p> <p>ก. 3×2 ข. 2×3 ค. 3×3 ง. 2×2</p> <p>2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 1 & 4 & 7 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ สมาชิกของ $a_{11} + a_{23}$ มีค่าตรงกับข้อใด</p> <p>ก. 6 ข. 7 ค. 8 ง. 9</p>	<p>5. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$</p> <p>จงหาค่า $A-B$</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} -8 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} 8 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -7 \\ 3 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$</p>
<p>3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$</p> <p>จงหาค่า $A+B$</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} 6 & -14 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$</p> <p>4. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & x \\ 1 & y \end{bmatrix}$</p> <p>ค่า $x + y$ มีค่าเท่าใด เมื่อ $A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$</p> <p>ก. 1 ข. 3 ค. 5 ง. 7</p>	<p>6. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $4A-2B$</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 4 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 6 & 16 & -16 \\ 18 & 2 & 8 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} -10 & 16 & 0 \\ 14 & 2 & 22 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 2 & 16 & -16 \\ 18 & -18 & 8 \end{bmatrix}$</p>

7. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาค่า $5A$

ก. $\begin{bmatrix} 10 & 5 & 5 \\ 0 & 5 & 15 \\ 15 & 20 & 10 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -10 & 5 & 5 \\ 0 & -5 & 15 \\ 15 & -20 & 10 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 8 \\ 8 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 5 & 6 & 2 \\ 2 & 9 & 3 \end{bmatrix}$

8. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$,

$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่า $2(A+B)$

ก. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 11 \\ 2 & -6 & 4 \\ 3 & 11 & 1 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 13 \\ 4 & -9 & 2 \\ -3 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & -5 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 6 & 4 & 16 \\ 4 & -10 & 4 \\ 0 & 12 & 2 \end{bmatrix}$

9. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

จงหาค่า AB

ก. $\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -16 & 8 \\ -14 & 7 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 18 & -9 \end{bmatrix}$

10. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

จงหา BA

ก. $\begin{bmatrix} -20 & 4 & 6 \\ 0 & -4 & 6 \\ -20 & 0 & 12 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -24 & -12 & -20 \\ -12 & -4 & 30 \\ -20 & 5 & 52 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 10 & 46 & 22 \\ 10 & 6 & 1 \\ 50 & 22 & 8 \end{bmatrix}$

11. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -4 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ ค่า A^t คือ

ก. $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 10 \\ 5 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ 3 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 10 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 10 & 46 & 22 \\ 10 & 6 & 1 \\ 50 & 22 & 8 \end{bmatrix}$

12. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 6 & -8 \\ 3 & 2 & -5 & 7 \\ 7 & 0 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

ค่า $(A^t)^t$ คือข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} -3 & 4 & -8 & 6 \\ 2 & 3 & 7 & -5 \\ 0 & 7 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 4 & -3 & 6 & -8 \\ 3 & 2 & -5 & 7 \\ 7 & 0 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 4 & -3 & 6 & -8 \\ 3 & 2 & -5 & 7 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} -8 & 7 & 1 \\ 6 & -5 & 9 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

<p>13. กำหนด $\det(A) = \begin{vmatrix} x & 5 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 14$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด</p> <p>ก. 1 ข. -1 ค. 6 ง. -6</p>	<p>17. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 6 \\ -6 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $\det(A)$</p> <p>ก. -652 ข. 652 ค. -212 ง. -132</p>
<p>14. ข้อใดคือค่า x จาก $\begin{bmatrix} x & x+4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = 1$</p> <p>ก. 7 ข. -7 ค. $\frac{19}{3}$ ง. $-\frac{19}{3}$</p>	<p>18. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $\det(A)$</p> <p>ก. 21 ข. -21 ค. 39 ง. -39</p>
<p>15. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 8 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า $\det(A)$</p> <p>ก. 102 ข. -102 ค. 106 ง. -106</p>	
<p>16. กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & 4 & -1 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(A) = -4$ ข้อใดคือค่า x</p> <p>ก. -1 ข. -3 ค. 1 ง. 3</p>	



ฉบับที่ 2 เรื่องอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ จำนวน 7 ข้อ

<p>19. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า A^{-1}</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$</p>	<p>23. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 8 & -2 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>ข้อใดคือค่า $C_{33}(A)$</p> <p>ก. -18 ข. 18 ค. -9 ง. 9</p>
<p>20. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ ข้อใดคือค่า A^{-1}</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} -\frac{4}{11} & -\frac{3}{11} \\ \frac{1}{11} & -\frac{2}{11} \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} \frac{4}{11} & \frac{3}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix}$</p>	<p>24. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>ข้อใดคือค่า $\text{adj}(A)$</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \\ -4 & 6 & -9 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -2 & -3 & -4 \\ 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -6 \\ 3 & -4 & -9 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ -4 & -6 & -9 \end{bmatrix}$</p>
<p>21. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$</p> <p>ข้อใดคือค่า $2A^{-1}$</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$</p> <p>22. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -6 \\ 1 & 8 & -4 \\ 5 & 2 & 5 \end{bmatrix}$</p> <p>ข้อใดคือค่า $M_{12}(A)$</p> <p>ก. 15 ข. -17 ค. -25 ง. 25</p>	<p>25. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>ข้อใดคือค่า A^{-1}</p> <p>ก. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>ค. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$</p>

ฉบับที่ 3 เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยเมทริกซ์ จำนวน 5 ข้อ

26. กำหนดให้ $2x - 3y = 4$, $5x + 4y = 1$

เมื่อแก้ระบบสมการโดยใช้กฎของคราเมอร์จะได้
 $x + y$ มีค่าเท่าใด

- ก. 1 ข. $\frac{1}{23}$ ค. $-\frac{1}{23}$ ง. $-\frac{5}{23}$

27. ถ้า x, y, z เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

แล้ว x, y, z คือค่าในข้อใดต่อไปนี้

- ก. $x = 0, y = 1, z = 2$
ข. $x = 1, y = 0, z = 2$
ค. $x = 1, y = 2, z = 0$
ง. $x = 2, y = 0, z = 1$

28. ถ้าเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x, y และ z และค่าคงตัวของระบบสมการเชิงเส้นระบบหนึ่งเขียนเป็น

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -4 & 1 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array} \right]$$

ค่าสัมบูรณ์ของ x เท่ากับข้อใด

- ก. -1 ข. 0 ค. 1 ง. 2

29. ระบบสมการหนึ่งมี x, y และ z เป็นตัวแปรเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงตัวของระบบสมการดังกล่าวคือ

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

$x + y + z$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด

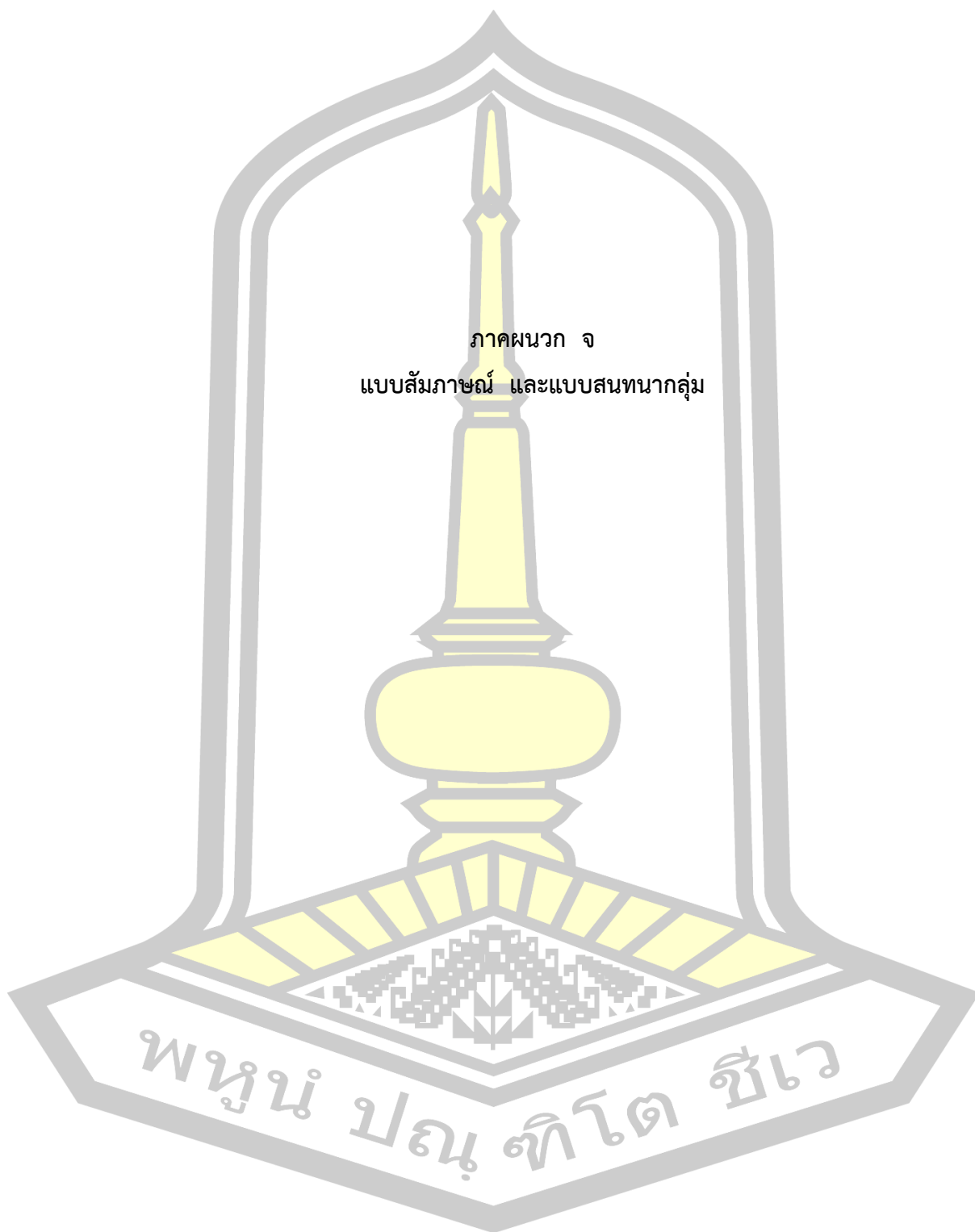
- ก. -1 ข. 0 ค. 1 ง. 2

30. กำหนดให้

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นวิธีแก้สมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเต็ม
หาค่า y

- ก. $\frac{1}{2}R_3, R_3+R_2, (-1)R_2$
ข. $\frac{1}{2}R_3, (-1)R_2, R_3+R_2$
ค. $(-1)R_2, R_3+R_2, \frac{1}{2}R_3$
ง. $R_3+R_2, \frac{1}{2}R_3, (-1)R_2$



ภาคผนวก จ
แบบสัมภาษณ์ และแบบสนทนากลุ่ม

พหุบัณฑิตยสถาน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบสัมภาษณ์ครู

เรื่องการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน
คณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อผู้วิจัย นางสาวพรเพชร พิศคำ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิจัยและประเมินผลการศึกษา

อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน

ข้อมูลทั่วไปของผู้ให้สัมภาษณ์

1. ประวัติส่วนตัว

ชื่อ.....

เพศ..... อายุ.....

2. ประวัติการศึกษา

.....

3. ประวัติการทำงาน

ตำแหน่ง.....

ประสบการณ์ทำงาน.....

.....

ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. ครูพบปัญหาในเนื้อหาใดบ้างในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

2. ระบุปัญหาในการใช้สื่อการสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

3. ระบุปัญหาในวิธีสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

4. ระบุปัญหาในการวัดผลประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ หรือไม่

.....

.....

.....

แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหามิติและสมาชิกของเมทริกซ์อย่างไร
ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด

.....

.....

.....

พูน บุญเกิด ชีวะ

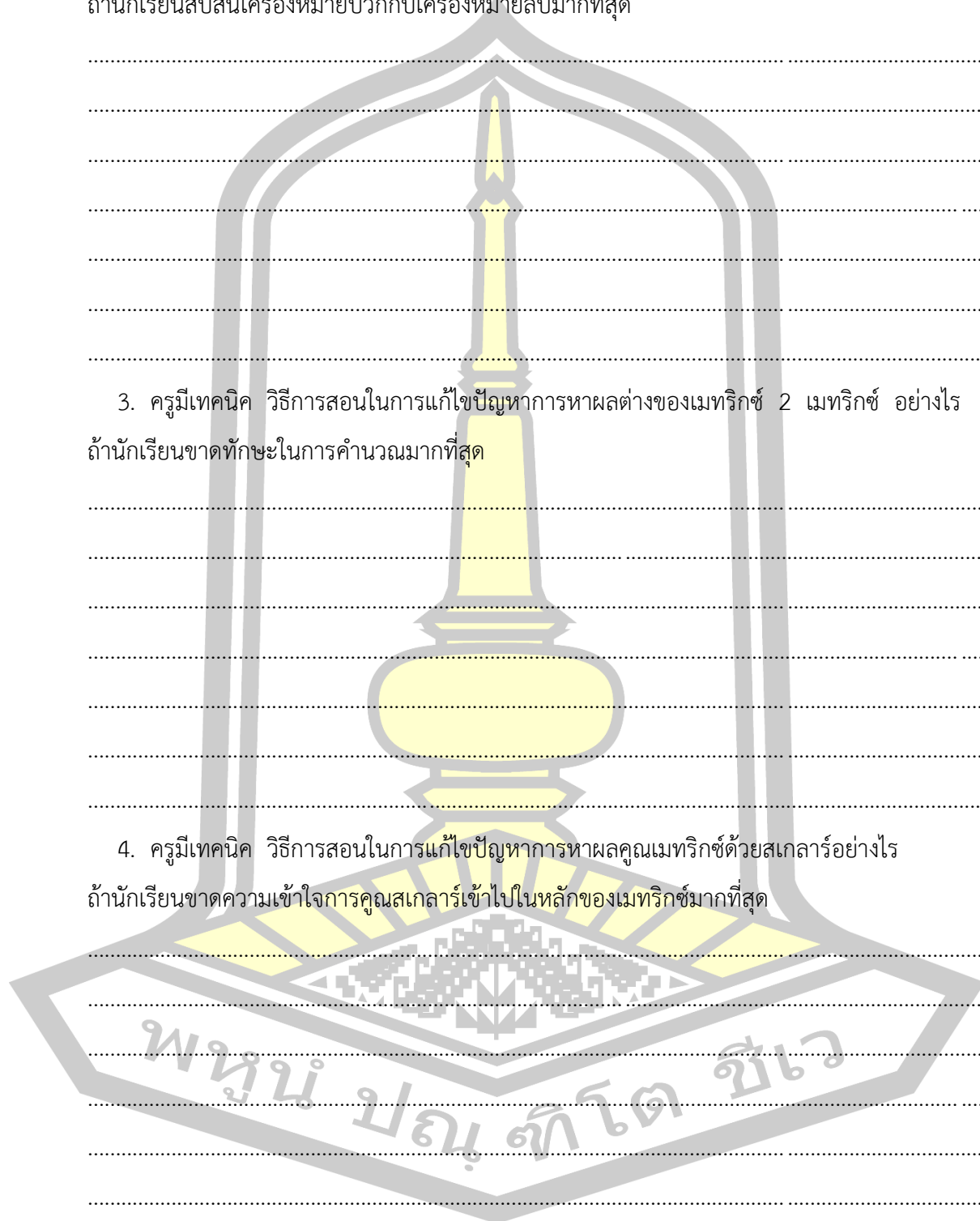
.....

.....

2. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ อย่างไร
ถ้านักเรียนสับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบมากที่สุด

3. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ อย่างไร
ถ้านักเรียนขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด

4. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์อย่างไร
ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด



5. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์อย่างไร
 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด

6. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนอย่างไร ถ้านักเรียน
 ขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด

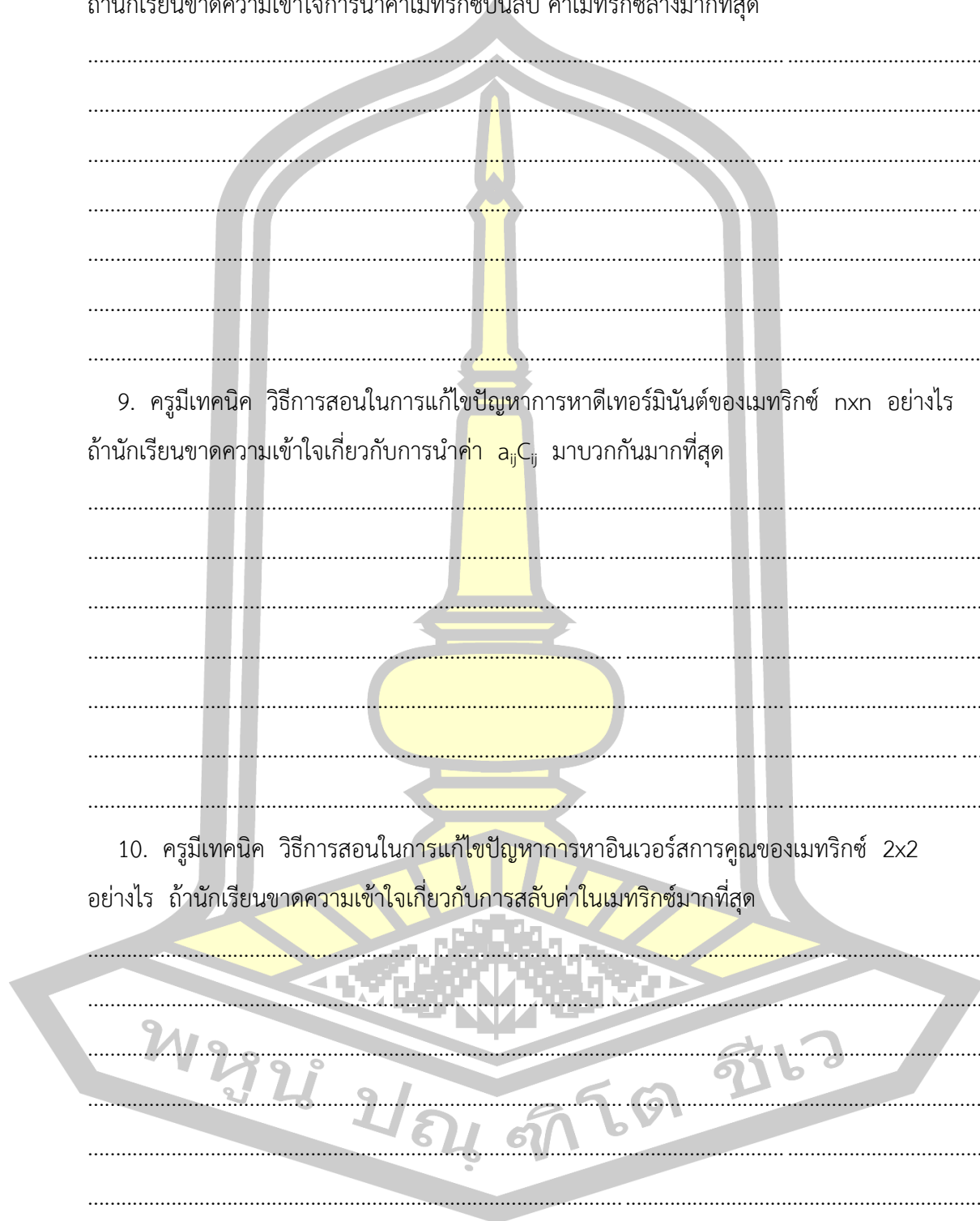
7. ครูมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 อย่างไร
 ถ้านักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด

พจนันท์ ปณฺฑิต ชีวะ

8. ครุมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาค่าเมทริกซ์ 3x3 อย่างไร
 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบ ค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด

9. ครุมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาค่าเมทริกซ์ $n \times n$ อย่างไร
 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด

10. ครุมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาค่าอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2
 อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด



11. ครุมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาค่าการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. ครุมีเทคนิค วิธีการสอนในการแก้ไขปัญหาค่าการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ อย่างไร ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด

.....

.....

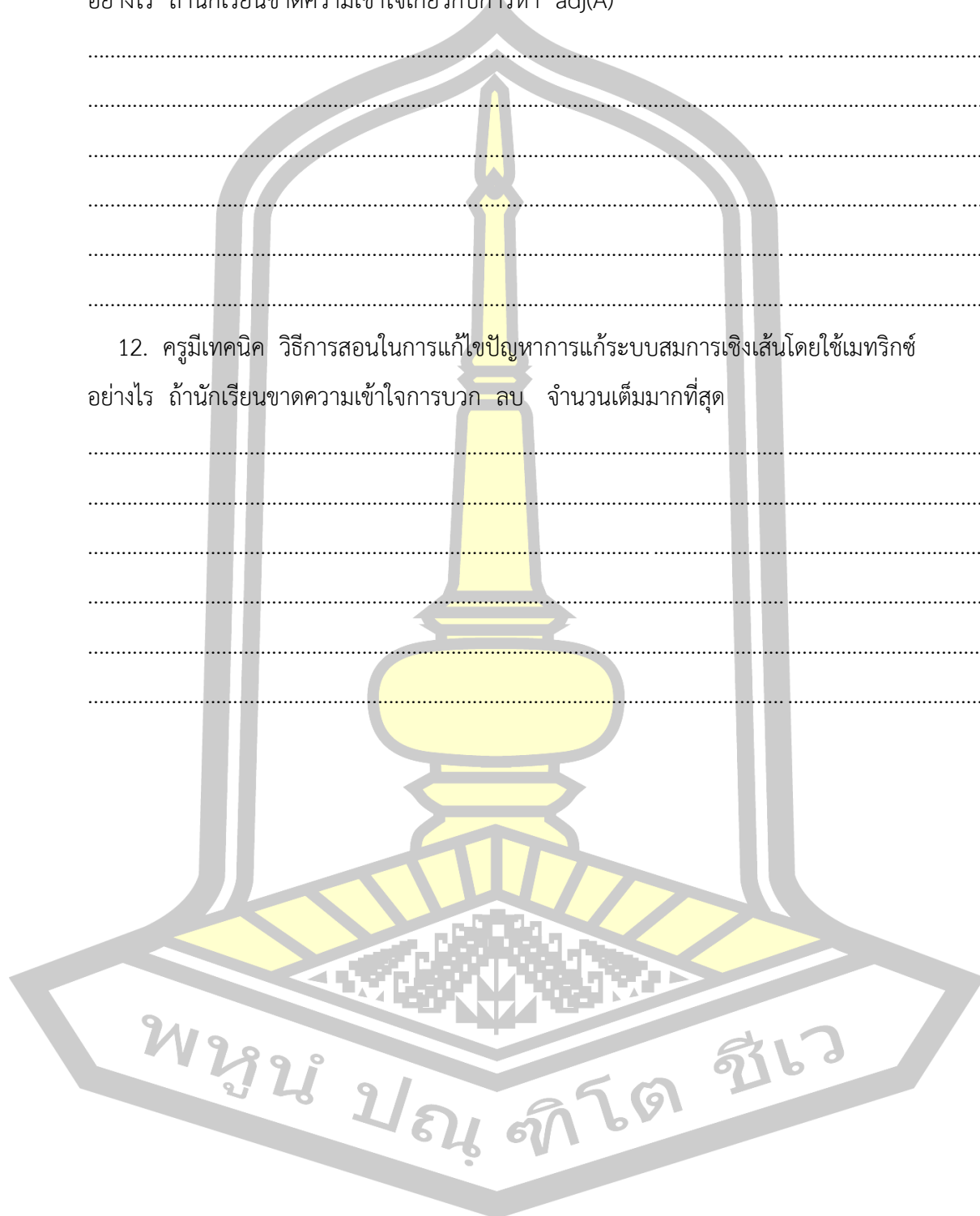
.....

.....

.....

.....

.....



แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม

แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม เรื่องการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแนวทางการแก้ไข
ข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อผู้วิจัย นางสาวพรเพชร พิศคำ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิจัยและประเมินผลการศึกษา

อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน

ดำเนินการสนทนาเมื่อวันที่..... เดือน..... พ.ศ.2561

พิธีกร.....ผู้จัดบันทึก.....

ผู้ช่วยผู้วิจัยดำเนินการสนทนากลุ่ม.....

คำชี้แจง แบบบันทึกการสนทนากลุ่มนี้ เป็นการศึกษาแนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการ
เรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเป็น 3 ส่วน ดังนี้

รายชื่อสมาชิกผู้ร่วมสนทนากลุ่ม

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

พจนันท์ ปณฺฑิต โตะ ชีวะ

ปัญหาการเรียนการสอน ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. นักเรียนพบปัญหาในเนื้อหาใดบ้างในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

.....

2. นักเรียนพบปัญหาในการใช้สื่อการสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

.....

3. นักเรียนพบปัญหาในวิธีสอนใดบ้างในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

.....

.....

.....

.....

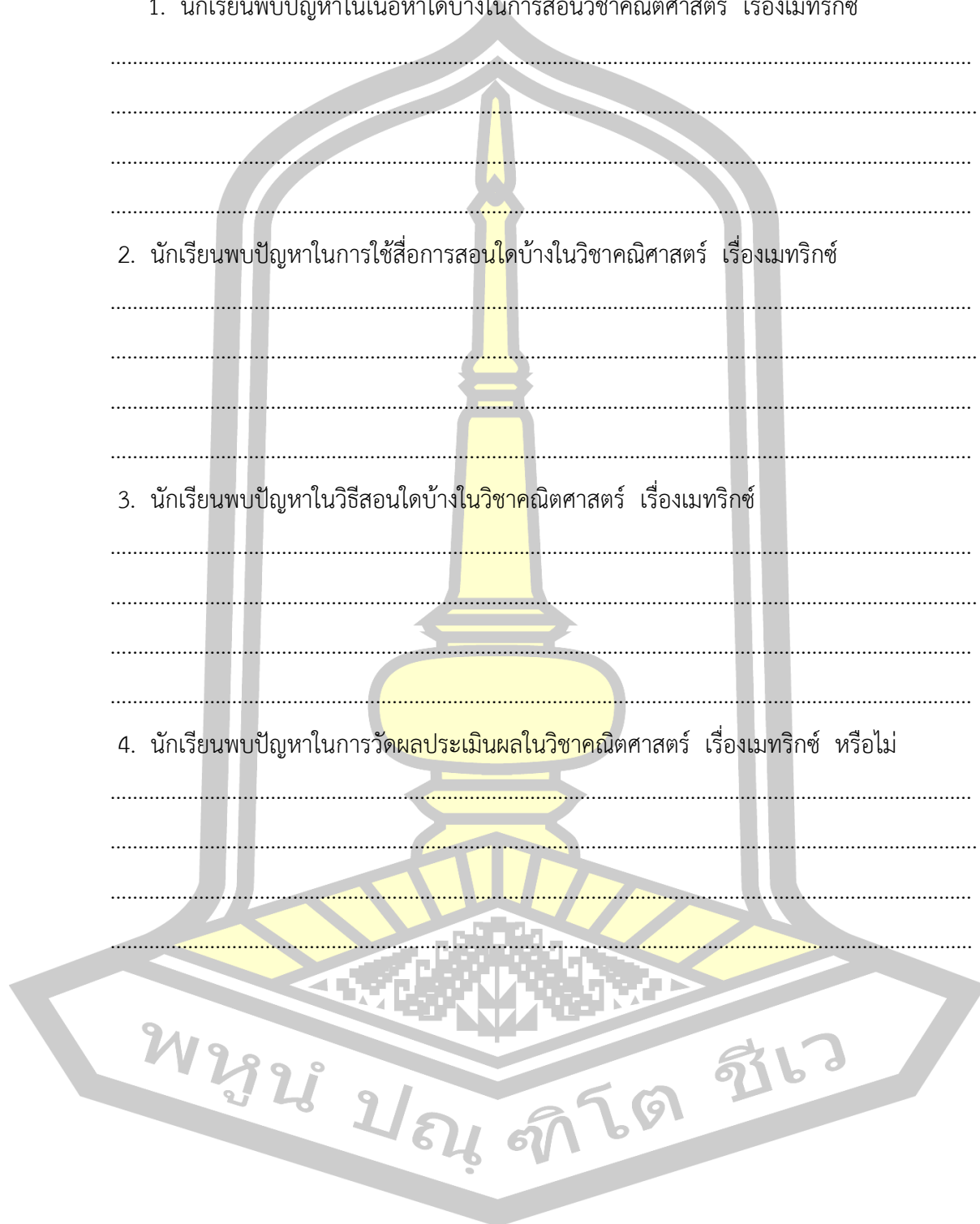
4. นักเรียนพบปัญหาในการวัดผลประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ หรือไม่

.....

.....

.....

.....



แนวทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

1. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหามิติและสมาชิกของเมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแถวและหลักของเมทริกซ์มากที่สุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาผลบวกของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ถ้านักเรียนสับสนเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบมากที่สุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาผลต่างของเมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดทักษะในการคำนวณมากที่สุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

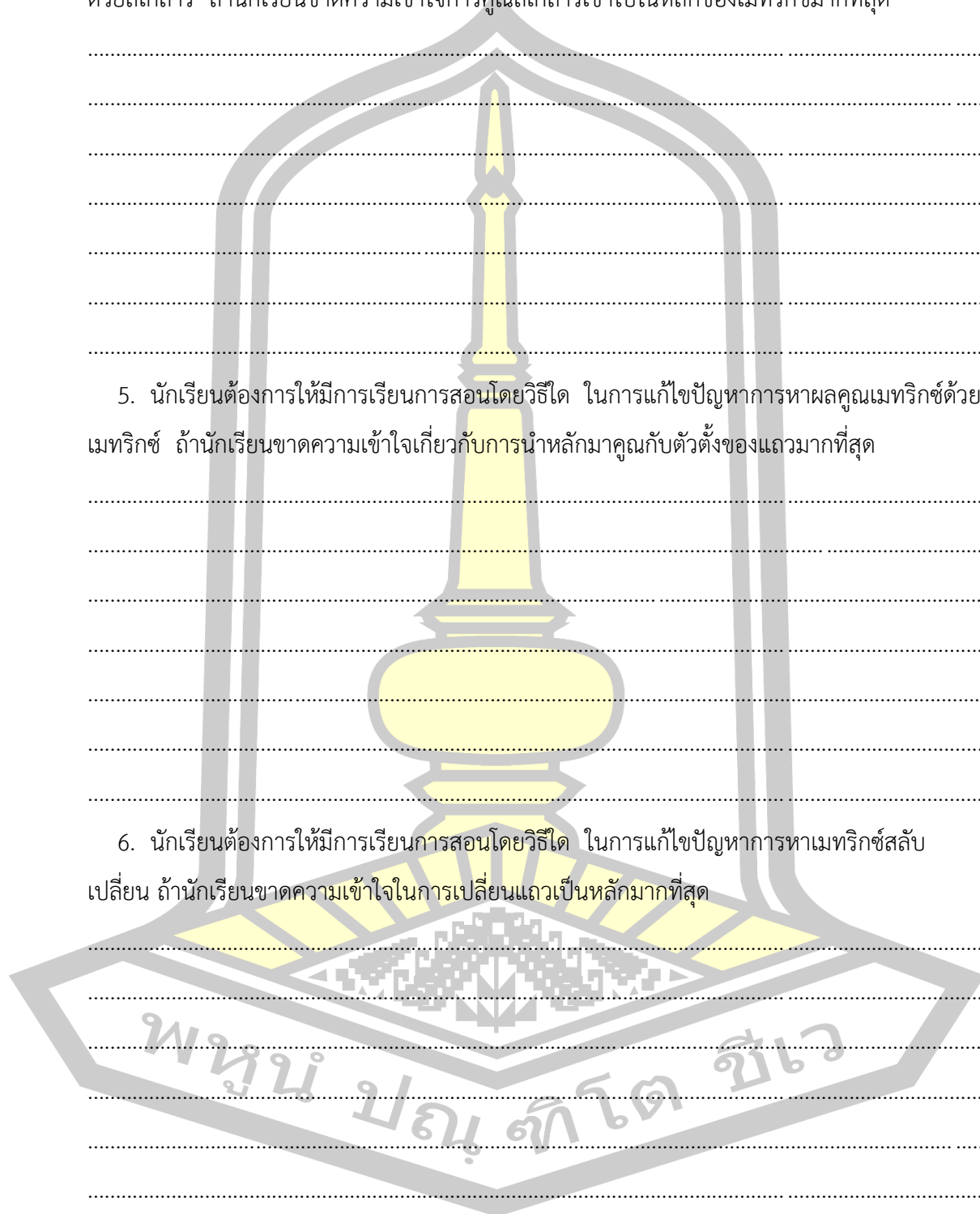
.....

พหุบัน ปณฺ ติโต ชิว

4. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาค่าผลคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการคูณสเกลาร์เข้าไปในหลักของเมทริกซ์มากที่สุด

5. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาค่าผลคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำหลักมาคูณกับตัวตั้งของแถวมากที่สุด

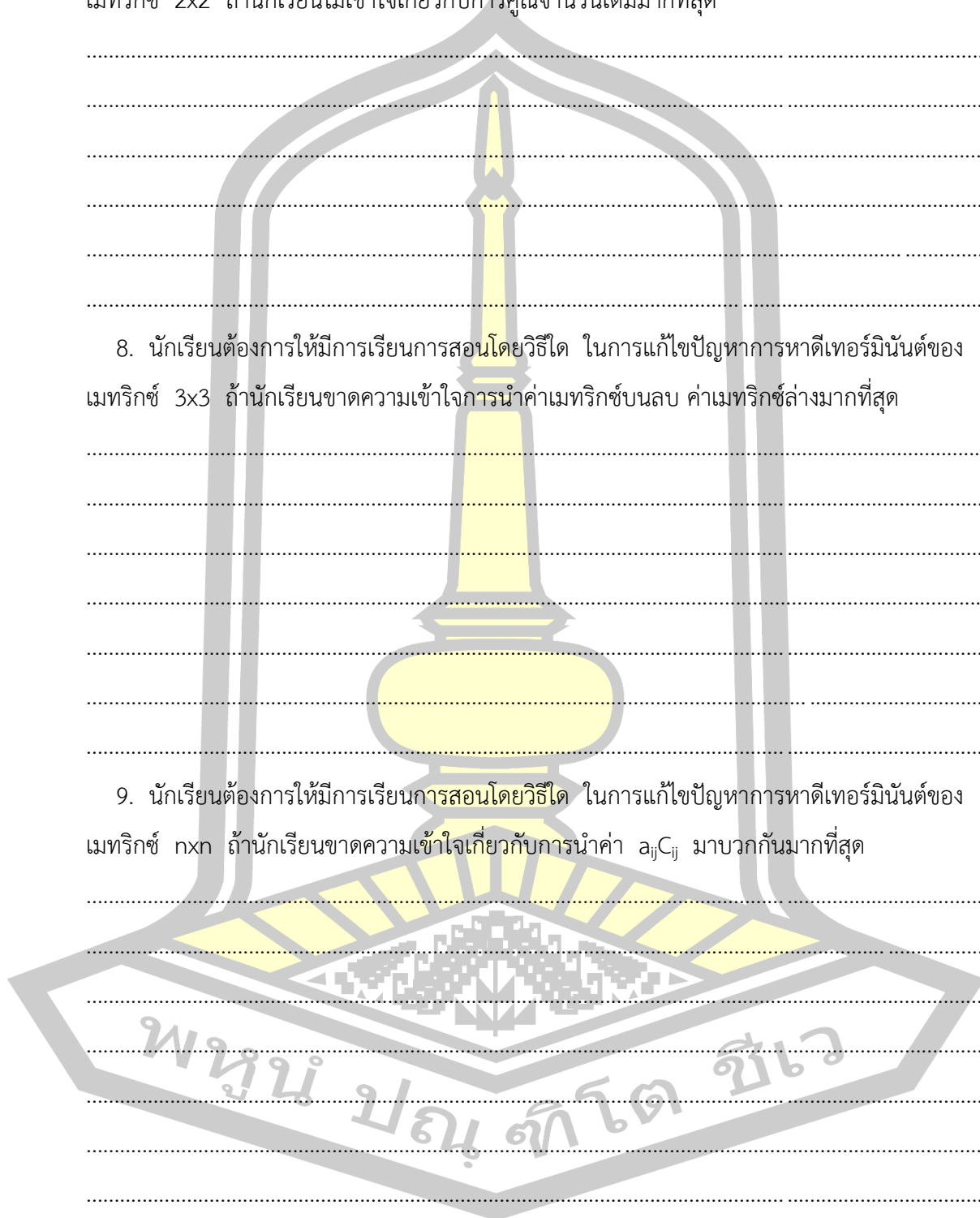
6. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาค่าเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจในการเปลี่ยนแถวเป็นหลักมากที่สุด



7. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 2×2 ถ้านักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มมากที่สุด

8. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3×3 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการนำค่าเมทริกซ์บนลบ ค่าเมทริกซ์ล่างมากที่สุด

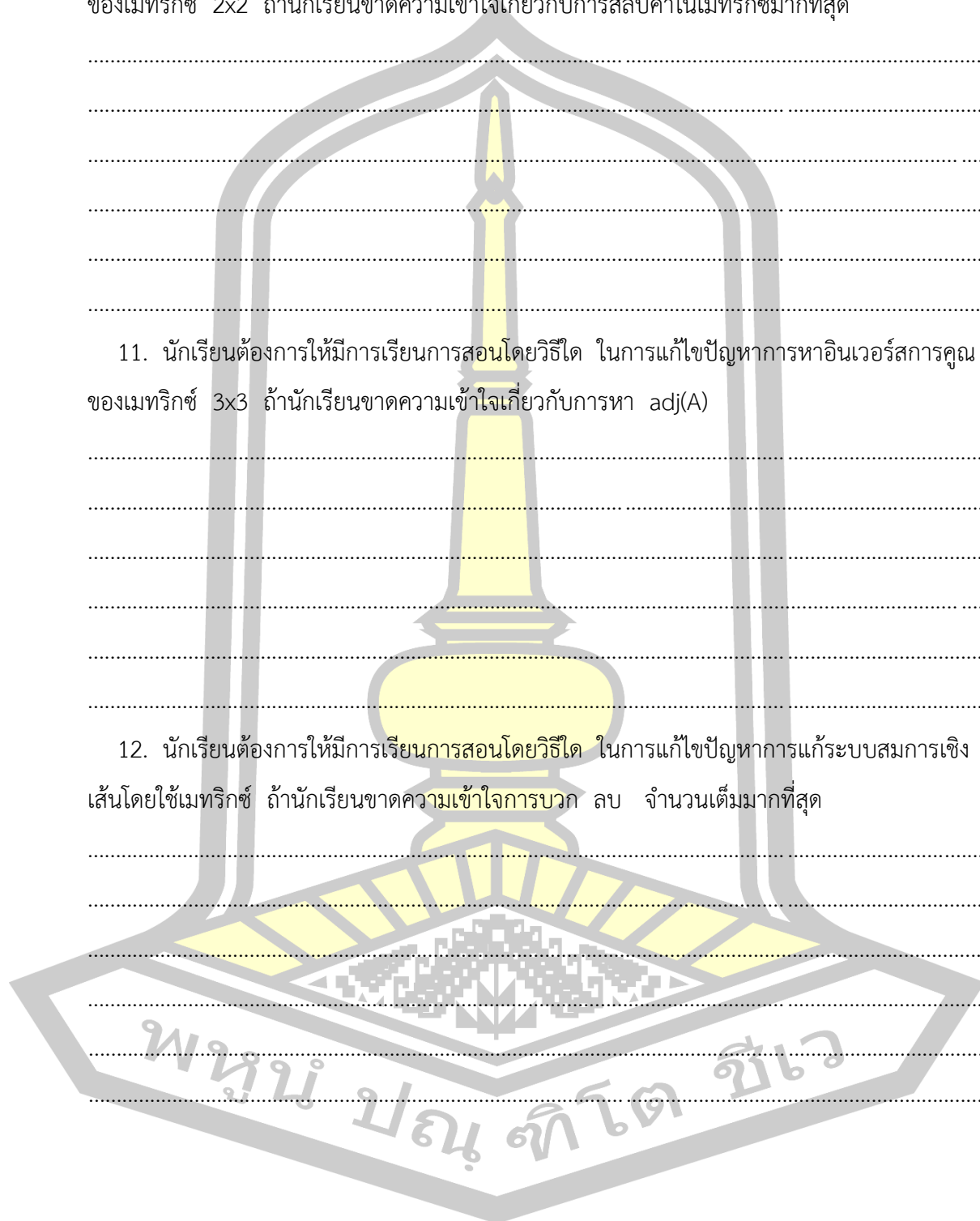
9. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการนำค่า $a_{ij}C_{ij}$ มาบวกกันมากที่สุด



10. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการสลับค่าในเมทริกซ์มากที่สุด

11. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3×3 ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการหา $\text{adj}(A)$

12. นักเรียนต้องการให้มีการเรียนการสอนโดยวิธีใด ในการแก้ไขปัญหาการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจการบวก ลบ จำนวนเต็มมากที่สุด



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นางสาวพรเพชร พิศคำ
วันเกิด	วันที่ 17 มีนาคม พ.ศ. 2531
สถานที่เกิด	อำเภอบุงคล้า จังหวัดหนองคาย
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 30 หมู่ 3 ตำบลบุงคล้า อำเภอบุงคล้า จังหวัดบึงกาฬ รหัสไปรษณีย์ 38000
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครูโรงเรียนบึงกาฬ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบึงกาฬ เลขที่ 211 หมู่ 1 ตำบลบึงกาฬ อำเภอเมืองบึงกาฬ จังหวัดบึงกาฬ รหัสไปรษณีย์ 38000
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2550 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบุงคล้านคร จังหวัดบึงกาฬ พ.ศ. 2555 ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี พ.ศ. 2561 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาวิจัยและ ประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

พูนัน ปณฺ ทิโต ชีเว

