



การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้  
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

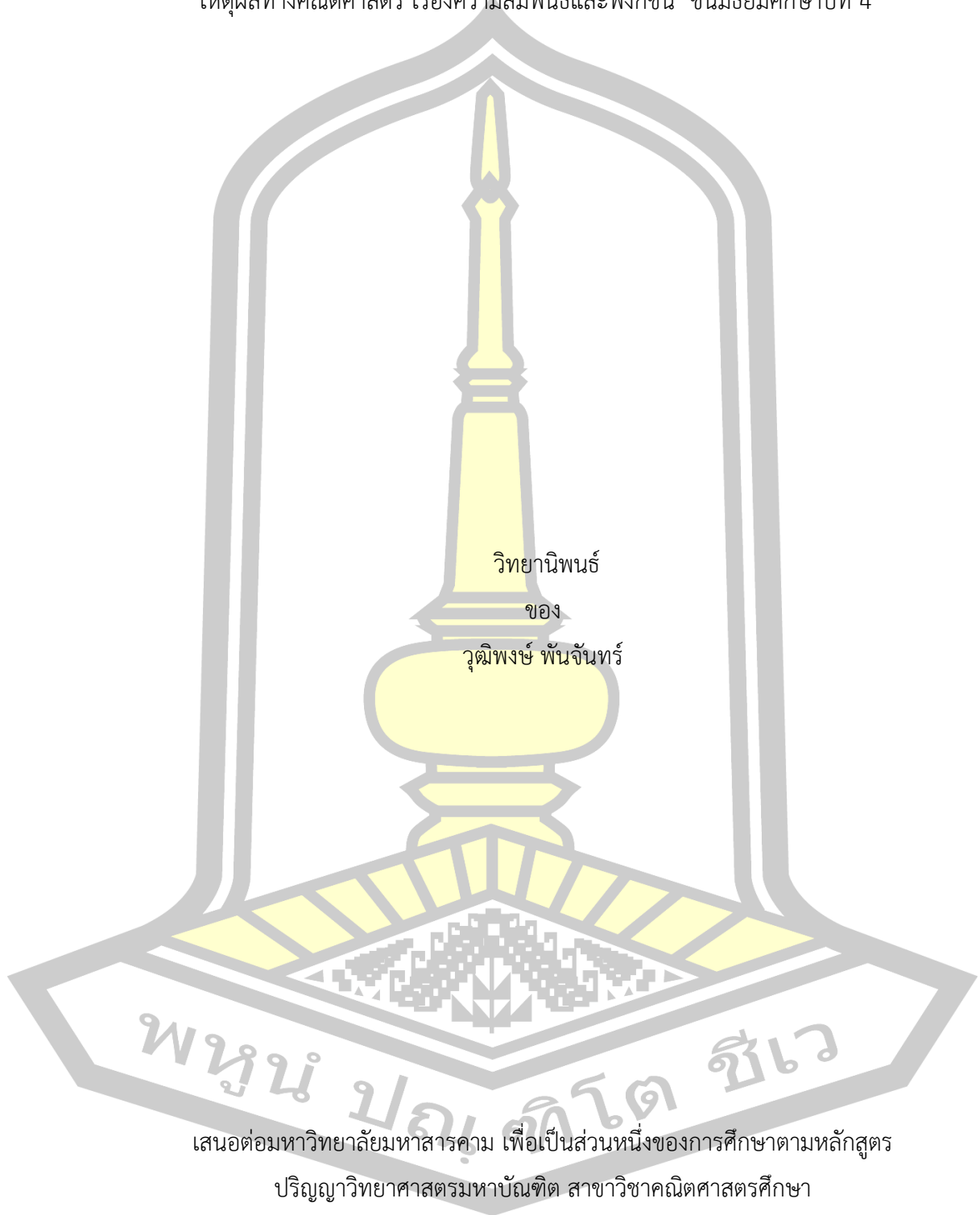
วิทยานิพนธ์  
ของ  
วุฒิพงษ์ พันจันทร์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ธันวาคม 2563

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้  
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

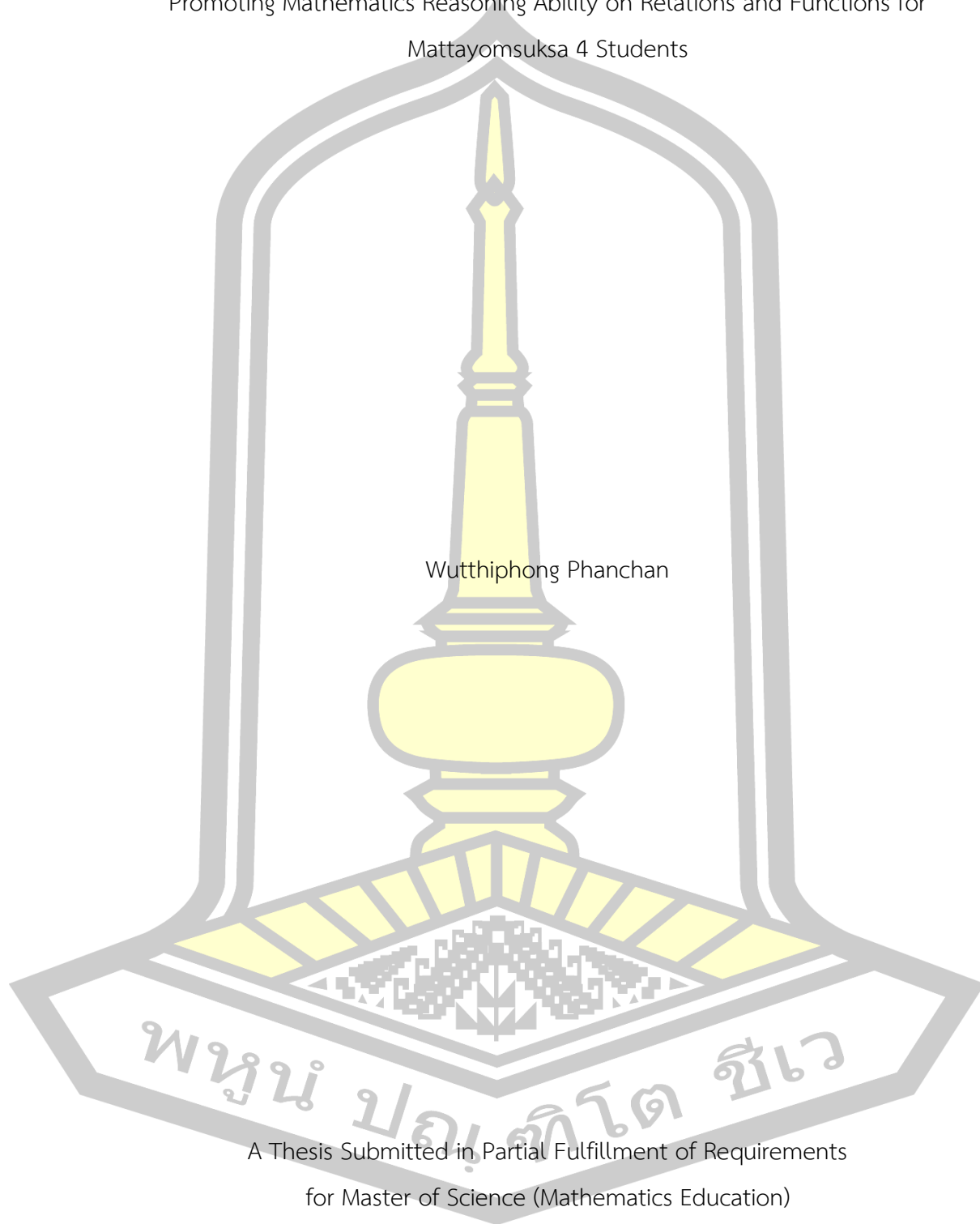


เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

ธันวาคม 2563

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

The Development of Mathematics Learning Activity by Using Inductive Method for  
Promoting Mathematics Reasoning Ability on Relations and Functions for  
Mattayomsuksa 4 Students



Wutthiphong Phanchan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements  
for Master of Science (Mathematics Education)

December 2020

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนายวุฒิพงษ์ พันจันทร์  
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผศ. ดร. ว่าที่ ร.ต. อรัญ ชูยกระเดื่อง )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผศ. ดร. มะลิวัลย์ ภูนาพรรณ )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รศ. ดร. นิภาพร ชูดีมันต์ )

กรรมการ

(ผศ. ดร. มนชยา เจียงประดิษฐ์ )

กรรมการ

(ผศ. ดร. มนต์รี ทองมูล )

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

(ศ. ดร. ไพโรจน์ ประมวล )

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(รศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

พหุ มหุ ที โด ซิว

<b>ชื่อเรื่อง</b>	การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริม ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		
<b>ผู้วิจัย</b>	วุฒิพงษ์ พันจันทร์		
<b>อาจารย์ที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มะลิวัลย์ ฤณาพรรณ รองศาสตราจารย์ ดร. นิภาพร ชุตินันต์		
<b>ปริญญา</b>	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต	<b>สาขาวิชา</b>	คณิตศาสตร์ศึกษา
<b>มหาวิทยาลัย</b>	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	<b>ปีที่พิมพ์</b>	2563

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อ 1) เพื่อพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เพื่อหาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย 3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 4) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 5) เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนอนุคุณนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 3 ชนิด ประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 18 แผน แผนละ 1 ชั่วโมง 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ (ก่อนเรียนและหลังเรียน) จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.41 ถึง 0.68 อำนาจจำแนกรายข้อ (B) ตั้งแต่ 0.22 ถึง 0.49 และความเชื่อมั่นทั้งฉบับ 0.93 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.54 ถึง 0.73 อำนาจจำแนกรายข้อ (B) ตั้งแต่ 0.32 ถึง 0.49 และความเชื่อมั่นทั้งฉบับ 0.81 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติ

ที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ t-test for one sample และ dependent sample t-test

ผลการวิจัยปรากฏ ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 78.56/77.59 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เท่ากับ 0.6812 ซึ่งมีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 68.12

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, ความคงทนในการเรียนรู้

พูน ปรณ ทิโต ชีเว

<b>TITLE</b>	The Development of Mathematics Learning Activity by Using Inductive Method for Promoting Mathematics Reasoning Ability on Relations and Functions for Mattayomsuksa 4 Students		
<b>AUTHOR</b>	Wutthiphong Phanchan		
<b>ADVISORS</b>	Assistant Professor Maliwan Tunapan , Ph.D. Associate Professor Nipaporn Chutiman , Ph.D.		
<b>DEGREE</b>	Master of Science	<b>MAJOR</b>	Mathematics Education
<b>UNIVERSITY</b>	Maharakham University	<b>YEAR</b>	2020

### ABSTRACT

The purposes of this research were: 1) to develop mathematics lesson plans on the topic of 'Relation and Function' for Matthayomsuksa 4 students using inductive learning activities with a required efficiency of 75/75, 2) to find out the effectiveness index of learning management by using the mathematics lesson plans, 3) to compare academic achievement on the topic of 'Relation and Function' using inductive learning activities with the criterion set at 75%, 4) to compare mathematical reasoning ability on the topic of 'Relation and Function' using inductive learning activities with the criterion set at 70%, 5) to study the academic retention of the students after learning with the inductive learning activity. The sample used in this study consisted of 36 Matthayomsuksa 4 students from a classroom of Anukoolnaree school, Muang district, Kalasin under the Office of Kalasin Educational Service Area Zone 24 in the first semester of the academic year 2019, obtained by the cluster random sampling technique. The instruments used in this study were 18 one-hour-lesson plans on the topic of 'Relation and Function' using inductive learning activities, Two 30-item multiple-choice learning achievement tests (Pre-test and Post-test) with difficulty index (p) ranging between 0.41-0.68, discrimination power (B) ranging between 0.22-0.49 and reliability of 0.93, and 6-item mathematical reasoning ability subjective test with difficulty index (p) ranging between 0.54-0.73, discrimination power (B) ranging between 0.32-0.49 and reliability

of 0.81. The statistics used for analyzing the collected data were percentage, mean, and standard deviation. The statistics used for hypothesis testing were t-test for one sample and dependent sample t-test.

The results of this study were as follows:

1. The mathematics lesson plans on the topic of 'Relation and Function' for Matthayomsuksa 4 students using inductive learning activities had an efficiency of 78.56/77.59, which was higher than the required efficiency criterion of 75/75.

2. The effectiveness index of learning management by using the mathematics lesson plans was 0.6812, showing that the students progressed their learning at 68.12 percentage.

3. The academic achievement of Matthayomsuksa 4 students on the topic of 'Relation and Function' after learning by using inductive learning activities was higher than the criterion set at 75 percentage with statistical significance at .05 level.

4. The mathematical reasoning ability of Matthayomsuksa 4 students on the topic of 'Relation and Function' after learning by using inductive learning activities was higher than the criterion set at 70 percentage with statistical significance at .05 level.

5. The students had the academic retention on the topic of 'Relation and Function' after learning by using inductive learning activities with statistical significance at .05 level.

Keyword : Inductive Learning Activity, Mathematical Reasoning Ability, Academic Retention



## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วย ความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ฤณาพรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.นิภาพร ชูติ มนต์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ว่าที่ร้อยตรีอรุณ ชูยกระเดื่อง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ทองมูล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนชยา เจียงประดิษฐ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาถ่ายทอดความรู้ แนวคิด วิธีการ คำแนะนำ และตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่ยิ่ง ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ที่กรุณาตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และได้กรุณาปรับปรุง แก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำในการสร้างเครื่องมือให้ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมทั้งบุคคลที่ผู้วิจัยได้อ้างอิงทางวิชาการตามที่ปรากฏในบรรณานุกรม

ขอขอบคุณ ผู้บริหาร คณะครูและนักเรียน โรงเรียนอนุกุลนารี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ทุกท่านที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัย ครั้งนี้

ขอขอบพระคุณสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่คอยช่วยเหลือสนับสนุนทั้งด้านกำลังใจ และกำลังทรัพย์แก่ผู้วิจัยตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาดำเนินการด้วยดีตลอดมา

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ และเพื่อนนิสิตสาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคามทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำและส่งเสริมกำลังใจตลอดมา ขอขอบคุณนางสาวจิราภา ภูพินนาสำหรับร่างกายและแรงใจในการช่วยเหลือเสมอมา นอกจากนี้ยังมีผู้ที่ให้ความร่วมมือช่วยเหลืออีกหลายท่าน ซึ่งผู้วิจัยไม่สามารถกล่าวนามในที่นี้ได้หมด จึงขอขอบคุณทุกท่านเหล่านั้นไว้ ณ โอกาสนี้ด้วย

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูแก่เวทิต์แต่บิดา มารดา และบูรพาจารย์ที่เคยอบรมสั่งสอน ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

พูน ปรณ ทิโต ชีเว

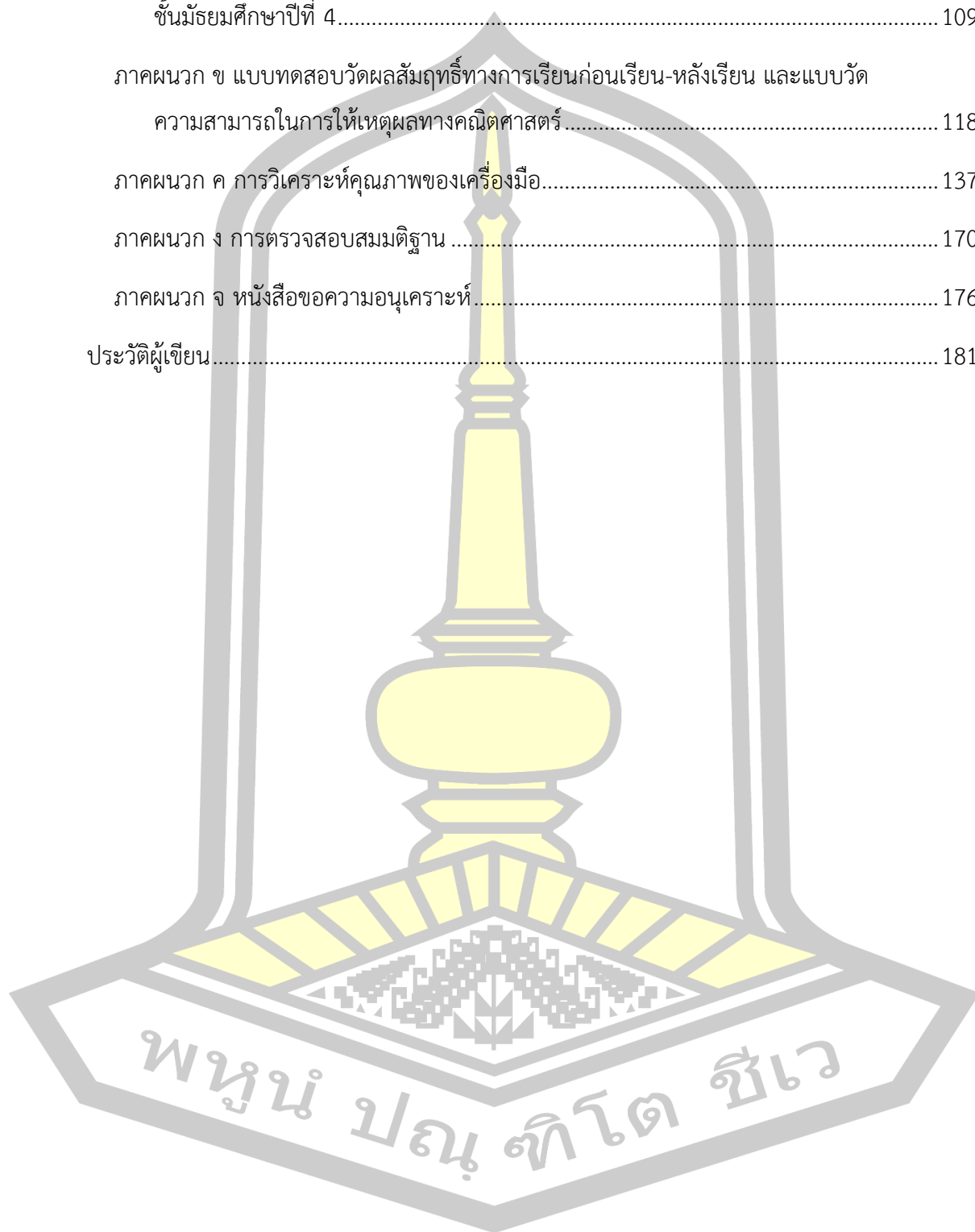
วุฒิพงษ์ พันจันทร์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
กิตติกรรมประกาศ.....	ช
สารบัญ.....	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญภาพประกอบ.....	ท
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ภูมิหลัง.....	1
1.2 ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
1.3 สมมติฐานของการวิจัย.....	4
1.4 ความสำคัญของการวิจัย.....	4
1.5 ขอบเขตของการวิจัย.....	5
1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
2.1 หลักการ แนวคิด และจุดเน้นการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	8
2.2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	15
2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (Induction Method).....	22
2.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	27
2.5 การหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้.....	29
2.6 ค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	30

2.7 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	32
2.8 ความคงทนในการเรียนรู้ .....	46
2.9 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ .....	50
2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	53
2.10.1 งานวิจัยในประเทศ .....	53
2.10.2 งานวิจัยต่างประเทศ .....	59
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	62
3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	62
3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	63
3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ .....	63
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	76
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล .....	78
3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	78
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	85
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	85
4.2 ลำดับขั้นตอนในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	85
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	86
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	92
5.1 ความมุ่งหมายของการวิจัย .....	92
5.2 สรุปผล .....	93
5.3 อภิปรายผล .....	93
5.4 ข้อเสนอแนะ .....	97
บรรณานุกรม .....	99
ภาคผนวก .....	108

ภาคผนวก ก ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	109
ภาคผนวก ข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน-หลังเรียน และแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	118
ภาคผนวก ค การวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ.....	137
ภาคผนวก ง การตรวจสอบสมมติฐาน.....	170
ภาคผนวก จ หนังสือขอความอนุเคราะห์.....	176
ประวัติผู้เขียน.....	181



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 1 .....	16
ตาราง 2 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 2 .....	17
ตาราง 3 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 3 .....	18
ตาราง 4 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระการวัดและเรขาคณิตข้อที่ 1.....	20
ตาราง 5 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระการวัดและเรขาคณิตข้อที่ 2.....	20
ตาราง 6 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระสถิติและความน่าจะเป็นข้อที่ 1.....	21
ตาราง 7 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระแคลคูลัสข้อที่ 1.....	22
ตาราง 8 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสาระการเรียนรู้ สาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	64
ตาราง 9 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 4.....	67
ตาราง 10 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	71
ตาราง 11 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของกิจกรรมการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	74
ตาราง 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	75
ตาราง 13 แสดงรูปแบบการวิจัย .....	77
ตาราง 14 ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน .....	86
ตาราง 15 แสดงค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	89
ตาราง 16 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ ร้อยละ 75 (คะแนน 22.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน).....	89

ตาราง 17 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 .....	90
ตาราง 18 แสดงการเปรียบเทียบคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนและหลังเรียน 14 วัน ด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 .....	91
ตาราง 19 แสดงค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	140
ตาราง 20 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	153
ตาราง 21 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	155
ตาราง 22 วิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์โดยใช้วิธีของโลเวท (Lovett Method) กำหนดคะแนน C (70% ของคะแนนเต็ม) .....	158
ตาราง 23 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	165
ตาราง 24 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	166
ตาราง 25 แสดงผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	167
ตาราง 26 แสดงคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนและคะแนนหลังเรียน 14 วัน .....	173

## สารบัญภาพประกอบ

หน้า

ภาพประกอบ 1 แสดงการนำเสนอเนื้อหาสาระเกี่ยวกับ หลักการ แนวคิด และจุดเน้นการจัดการ  
เรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 : คืออะไร..... 9



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ ให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจสังคมและความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561) ทั้งนี้คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิด ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างหรือข้อตกลงชัดเจน การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอนต้องเป็นไปตามโครงสร้างหรือข้อตกลงหรือตามแบบแผนที่วางไว้ และการสรุปทุกขั้นตอนต้องมีเหตุผลอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผลด้วย ความมีเหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์คิดค้นสิ่งใหม่ ๆ ได้เสมอ (สมเดช บุญประจักษ์, 2551) ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่สำคัญต่อการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนคือ ทักษะการให้เหตุผล อันเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น (Russell, 1999) จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญ แต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังประสบปัญหาหลายด้าน เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ ดังจะเห็นได้จากคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2561 ของประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ยในรายวิชาคณิตศาสตร์ 30.72 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนนและโรงเรียนอนุกุลนารี สังกัดสำนักเขตพื้นที่การศึกษามัธยม เขต 24 มีคะแนนเฉลี่ยในรายวิชาคณิตศาสตร์เป็น 27.64 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ และค่าสถิติระดับโรงเรียนแยกตามมาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐาน ค 4.1 เป็น 37.49 ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศที่ 39.12 (สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2561) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และจากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



โรงเรียนอนุกุลนารี ปีการศึกษา 2561 มีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์อยู่ที่ 2.99 ซึ่งต่ำกว่ากลุ่มสาระการเรียนรู้ อื่น และถ้าจำแนกเป็นรายวิชาจะเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีค่าเฉลี่ย ผลสัมฤทธิ์อยู่ที่ 2.93 ซึ่งถ้าจึงจำเป็นจะต้องพัฒนาให้มีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น (โรงเรียนอนุกุลนารี, 2561)

การจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) มีมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดเป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนและนำพาผู้เรียน ให้เกิดสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ในการจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนต้อง คำนึงถึงการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล พัฒนาการ ทางสมองและเน้นคุณธรรมจริยธรรม ค่านิยมที่พึงประสงค์ ใช้สื่อการเรียนรู้แหล่งการเรียนรู้ ภูมิปัญญาท้องถิ่น ศูนย์สื่อการเรียนรู้ ระบบสารสนเทศ เครือข่ายการเรียนรู้เป็นเครื่องมือสำคัญต่อ การพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ สถานศึกษาจึงต้องมีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้และ นำผลที่ได้เป็นข้อมูลเพื่อพัฒนาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้เกิดคุณภาพสูงสุดต่อผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561) ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความคงทน ในการเรียนรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลักการที่สำคัญ คือ ควรจัด ประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น โดยสอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน (อรุณี ศรีวงษ์ชัย, 2551)

วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคือ การจัดการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย (Inductive Instruction) เป็นการสอนมนทัศน์ซึ่งมี ความสำคัญและสามารถใช้ได้กับทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ การสอนโดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบ อุปนัยนี้สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนได้ในขั้นตอนต่าง ๆ ของการสอน และยังสามารพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านความรู้ คุณธรรม การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดแก้ปัญหา ทักษะทางวิชาชีพ ทักษะการสื่อสาร และทักษะทางคณิตศาสตร์และสถิติ (วิชัย เสวกงาม, 2557) ซึ่งวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่าง มุ่งให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการ เรียนรู้หลักการ แนวคิดหรือข้อความต่าง ๆ อย่างเข้าใจ (ทีศนา แคมมณี, 2553) ประกอบด้วย ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวผู้เรียน ทบทวน ความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้ ขั้นที่ 2 ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่พูดสอนนำเสนอดตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้ผู้เรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิดหรือกฎเกณฑ์ ขั้นที่ 3 ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ ผู้เรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบใน ตัวอย่างแยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน ขั้นที่ 4 ขั้นสรุป กฎเกณฑ์ เป็นการให้ผู้เรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการกฎเกณฑ์หรือนิยาม

ด้วยตัวผู้เรียนเอง และขั้นที่ 5 ชื่อนำไปใช้ เป็นการส่งเสริมให้นำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวัน จะทำให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจว่าหลักการที่ได้รับนั้น สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่ หรือเป็นการประเมินว่าได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง ซึ่งวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ การสังเกต การวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ด้วยตนเอง (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) ซึ่งมีข้อดี คือทำให้ผู้เรียนสามารถ ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน เป็นวิธีการที่ฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนา ทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปลงด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล อันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชา วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ และยังเป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการ ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) ซึ่งเนื้อหา ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม มีหลักเกณฑ์และทฤษฎีมากมาย ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ยาก จึงต้องอาศัยกระบวนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่มีการฝึกทักษะการสังเกต ตีความ หาข้อสรุปได้ มีการฝึกทักษะโดยการทำใบงาน และมีกระบวนการวัดและประเมินผลที่มีประสิทธิภาพ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่กำหนด ดังนั้นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยจึงเป็นวิธีการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมตามกระบวนการข้างต้น

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยได้เห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ จึงมีความสนใจที่จะ นำเอาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมาทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความคงทนใน การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น สำคัญในการเรียนเรื่องต่างๆในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเป็นคนดี มีปัญญา มีเหตุผลและอยู่ร่วมในสังคมได้อย่างมีความสุข

## 1.2 ความมุ่งหมายของการวิจัย

1.2.1 เพื่อพัฒนาแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75

1.2.2 เพื่อหาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

1.2.3 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75

1.2.4 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

1.2.5 เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

### 1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1.3.1 นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดคือร้อยละ 75

1.3.2 นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดคือร้อยละ 70

1.3.3 นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนในการเรียนรู้

### 1.4 ความสำคัญของการวิจัย

1.4.1 ผลของการวิจัยในครั้งนี้ จะได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1.4.2 ผลของการวิจัยในครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการนำรูปแบบการสอนไปใช้ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับตัวผู้เรียนในการเรียนรู้

1.4.3 การวิจัยในครั้งนี้ จะเป็นแนวทางสำหรับผู้บริหาร ครู ฝ่ายวิชาการและผู้นิเทศ การศึกษาในการปรับปรุงการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

## 1.5 ขอบเขตของการวิจัย

### 1.5.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุคุณนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 7 ห้อง รวมนักเรียนทั้งสิ้น 268 คน

### 1.5.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุคุณนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้อง รวมนักเรียนทั้งสิ้น 36 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

### 1.5.3 ตัวแปร

1.5.3.1 ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) ได้แก่ วิธีการจัดการเรียนรู้ คือ วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

1.5.3.2 ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ได้แก่

- 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3) ความคงทนในการเรียนรู้

### 1.5.4 เนื้อหาที่ใช้สำหรับการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทำวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุงพุทธศักราช 2560) จำนวน 18 ชั่วโมง

## 1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.6.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง กระบวนการที่ผู้สอน สอนจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือ กฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือสรุป โดยการนำเอาตัวอย่าง ข้อมูลเหตุการณ์ สถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้ผู้เรียนศึกษา สังเกต ทดลองเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.6.1.1 ขั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวผู้เรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้

1.6.1.2 ชั้นเสนอตัวอย่าง เป็นชั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้ผู้เรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิดหรือกฎเกณฑ์

1.6.1.3 ชั้นเปรียบเทียบ เป็นชั้นที่ผู้เรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่าง มองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน

1.6.1.4 ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้ผู้เรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่าง มาสรุปเป็นหลักการกฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวผู้เรียนเอง

1.6.1.5 ชั้นนำไปใช้ ในชั้นนี้ผู้สอนควรจัดเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้ผู้เรียนใช้ในการฝึกนำความรู้หรือข้อสรุปไปใช้ หรือผู้สอนอาจให้โอกาสผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ของตนเองเปรียบเทียบก็ได้ เป็นการส่งเสริมให้นำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวันจะทำให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจว่าหลักการที่ได้รับนั้นสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัด ได้หรือไม่ หรือเป็นการประเมินว่าได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง

1.6.2 ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง คุณลักษณะด้านกระบวนการและ ผลลัพธ์ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยไปทดลองใช้ แล้วส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เป็นไปตามเกณฑ์ 75/75

75 ตัวแรก หมายถึง ประสิทธิภาพของกระบวนการซึ่งหาได้จากร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทุกคนที่ได้จากคะแนนแบบทดสอบย่อย และใบงานที่ระบุไว้ในแต่ละแผน (ซึ่งมีอัตราส่วนคะแนนทดสอบย่อยกับใบงานเป็นอัตราส่วน 70 : 30 คะแนน) มีค่าตั้งแต่ ร้อยละ 75 ขึ้นไป

75 ตัวหลัง หมายถึง ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ซึ่งหาได้จากร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทุกคนที่ได้จากคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่าตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไป

1.6.3 ดัชนีประสิทธิผล (The Effectiveness Index) หมายถึง ค่าที่แสดงความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่คำนวณจากคะแนนก่อนเรียน-หลังเรียน เมื่อเทียบกับคะแนนเต็ม

1.6.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนความรู้ และความสามารถตามผลการเรียนรู้ในบทเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

1.6.5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย หรือการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปความสัมพันธ์ ความเชื่อมโยงจากเหตุและผลได้อย่าง

เหมาะสม และสมเหตุสมผล เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อประโยชน์ในการดำเนินการแก้ปัญหา การตัดสินใจจะประเมินคุณค่าของคำตอบและสร้างความรู้ใหม่ของผู้เรียนด้วยการวิเคราะห์หลักสูตร กฎเกณฑ์ การสรุปความรู้และประยุกต์ใช้ความรู้และตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการแก้ปัญหาและความรู้ความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

1.6.6 ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง การคงไว้ซึ่งผลการเรียนรู้หลังจากการเรียนมาระยะเวลาหนึ่ง ซึ่งได้จากผลต่างของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนเสร็จและคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับคู่ขนานหลังการทดลอง 14 วัน วัดโดยการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับคู่ขนาน





## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อประกอบการวิจัย เรื่อง การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดังนี้

2.1 หลักการ แนวคิด และจุดเน้นการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2.2 ตำรชีวัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (Induction Method)

2.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.5 การหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

2.6 ค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.7 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.8 ความคงทนในการเรียนรู้

2.9 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

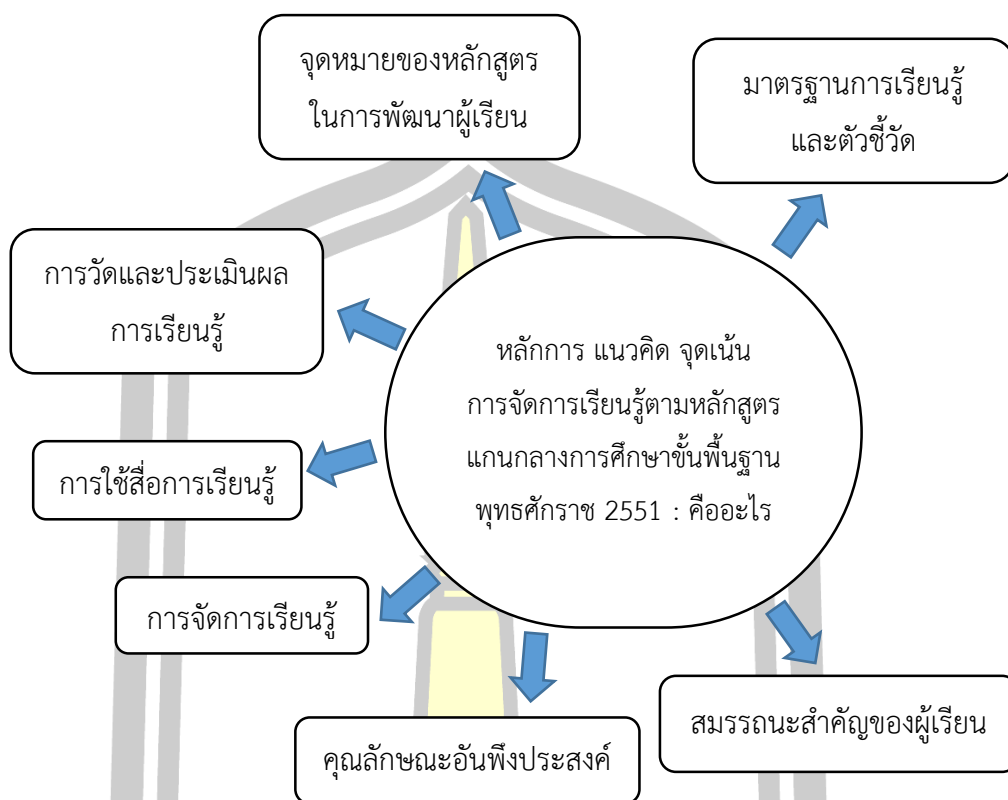
2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.10.1 งานวิจัยในประเทศ

2.10.2 งานวิจัยต่างประเทศ

**2.1 หลักการ แนวคิด และจุดเน้นการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**

การจัดการเรียนรู้ เป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำหลักสูตรสู่การปฏิบัติในชั้นเรียนให้ผู้เรียนมีคุณภาพตามที่หลักสูตรกำหนด และเพื่อให้การจัดการเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในการพัฒนาผู้เรียน ครูผู้สอนจึงต้องมีความรู้ความเข้าใจในหลักการ แนวคิด และจุดเน้นที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยในบทนี้จะนำเสนอเนื้อหาสาระซึ่งเกี่ยวข้องกับเรื่องดังกล่าว ปรากฏดังภาพประกอบต่อไปนี้



ภาพประกอบ 1 แสดงการนำเสนอเนื้อหาสาระเกี่ยวกับ หลักการ แนวคิด และจุดเน้นการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 : คืออะไร

การจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำหลักสูตรสู่การปฏิบัติ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่มีมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์เป็นเป้าหมายสำคัญสำหรับการพัฒนาเด็กและเยาวชน โดยยึดหลักว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด เชื่อว่าทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ยึดประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล และพัฒนาการทางสมอง เน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้และคุณธรรม ผู้สอนต้องพยายามคัดสรรกระบวนการเรียนรู้ ออกแบบการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับศักยภาพและบริบทของผู้เรียน

การกำหนดบทบาทของผู้สอนและผู้เรียน การใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย และการออกแบบการวัดและประเมินผล เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ และนำไปสู่การพัฒนาสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ดังนี้



### 1. จุดหมายของหลักสูตรในการพัฒนาผู้เรียน

หลักสูตรการกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีจุดเน้นที่สำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีสติปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ โดยกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าในตนเอง มีวินัย และปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ หรือยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้อันเป็นสากลและมีความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยีและมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิตและการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

### 2. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้ คือ เป้าหมายสำคัญต่อการพัฒนาผู้เรียน โดยระบุสิ่งที่ผู้เรียนควรรู้และปฏิบัติได้มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมที่พึงประสงค์ ทั้งนี้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อเป็นเป้าหมายสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนไว้ทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้

ตัวชี้วัด คือการระบุสิ่งที่ผู้เรียนควรรู้และปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น ซึ่งสะท้อนถึงคุณภาพผู้เรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้ สำหรับนำไปกำหนดเนื้อหาจัดทำหน่วยการเรียนรู้จัดการเรียนรู้ และเป็นเกณฑ์สำคัญสำหรับการวัดและประเมินผล เพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน ซึ่งหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดตัวชี้วัดเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ตัวชี้วัดชั้นปี เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนแต่ละชั้นปี ในระดับการศึกษาภาคบังคับ(ประถมศึกษาปีที่ 1-มัธยมศึกษาปีที่ 3)
2. ตัวชี้วัดช่วงชั้น เป็นเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีลักษณะสำคัญที่ควรทำความเข้าใจ เพื่อเชื่อมโยงไปสู่การจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดระบุคุณภาพของผู้เรียนว่า “ควรรู้อะไรและทำอะไรได้” โดยมีการระบุความรู้ ทักษะ กระบวนการ เจตคติและค่านิยมไว้ การพิจารณามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดแต่ละตัวให้เข้าใจและชัดเจนก่อนออกแบบการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นด้วย ได้แก่

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ ที่เป็นปลายทางของตัวชี้วัดนั้น

1.2 ตัวชี้วัดแต่ละตัว ได้ออกแบบเรียงลำดับคุณภาพของผู้เรียนเป็นเส้นพัฒนาการ จากระดับง่ายหรือระดับพื้นฐาน และมีความซับซ้อนมากขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่งบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้

2. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด สามารถใช้กับผู้เรียนทุกกลุ่มเป้าหมาย และทุกบริบทของประเทศทำให้สามารถใช้กับเด็กทุกคน และสามารถกำกับ ควบคุมคุณภาพจากหน่วยงานส่วนกลางที่รับผิดชอบการประกันคุณภาพได้อย่างเป็นระบบ มีความสำคัญสำหรับผู้เรียน การนำตัวชี้วัดไปสู่การจัดการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องพิจารณานำบริบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนผนวกเข้าไปในมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดซึ่งเป็นหลักการสำคัญของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การพัฒนาเพิ่มเติมบริบทเข้าไปในตัวชี้วัดสามารถนำมาจาก 2 ส่วน ดังนี้

2.1 ข้อมูลของผู้เรียน การจัดการเรียนรู้ควรคำนึงถึงความถนัดความสนใจของผู้เรียน ครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องมีข้อมูลของผู้เรียนอย่างรอบด้าน และเพียงพอในการออกแบบให้เหมาะสมกับผู้เรียนและมีการปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสม

2.2 ข้อมูลบริบทตามสภาพสังคมของผู้เรียน ข้อมูลบริบทของสถานศึกษา ข้อมูลเกี่ยวกับชุมชนและสังคมของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ข้อมูลเหล่านั้นเป็นสื่อในการเรียนรู้ให้บรรลุคุณภาพตามที่มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกำหนดไว้

3. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดไม่ได้ระบุวิธีหรือกระบวนการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดระบุไว้แต่เพียงคุณภาพของผู้เรียน แสดงเจตนารมณ์หรือความมุ่งหวังคุณภาพของผู้เรียนที่ต้องการเปิดโอกาสให้ครูผู้สอนได้ออกแบบการเรียนรู้ เลือกรูปแบบวิธีการ และเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลาย เพื่อนำพาผู้เรียนไปสู่เป้าหมายด้วยวิธีที่แตกต่างกันไป การจัดการเรียนรู้จึงมีลักษณะเป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ ครูผู้สอนจึงควรทำความเข้าใจในศาสตร์ของการสอนที่มีอยู่อย่างหลากหลาย และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม ขณะเดียวกันก็มีศิลปะในการปรับใช้ให้เหมาะสมกับสภาพของผู้เรียน

4. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีทางที่มีเนื้อหาสาระ ทักษะ กระบวนการ ตัวชี้วัดบางตัวมีเนื้อหาสาระที่ชัดเจน บางตัวเน้นกระบวนการ ในการนำไปออกแบบหน่วยการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องมีการจัดกลุ่มตัวชี้วัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ทั้งเนื้อหาสาระ และกระบวนการอย่างสมดุลกัน

### 3. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุ มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดที่กำหนดนั้น จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้รู้จักเลือกรับและส่งสาร โดยใช้หลักเหตุผล พร้อมทั้งใช้วิธีการสื่อสารที่มี ประสิทธิภาพ
2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้าง องค์ความรู้ หรือสารสนเทศในการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและ อุปสรรคบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรม และข้อมูลสารสนเทศ พร้อมทั้งมีการตัดสินใจที่มี ประสิทธิภาพ
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการ ต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและ สภาพแวดล้อม
5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

### 4. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มี คุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็น พลเมืองไทยและพลโลก ดังนี้

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการเป็นพลเมืองดี ของชาติ อารังไว้ซึ่งความเป็นชาติไทย ศรัทธา ยึดมั่นในศาสนา และเคารพเทิดทูนสถาบัน พระมหากษัตริย์
2. ซื่อสัตย์สุจริต หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการยึดมั่นในความถูกต้อง ประพฤติตรงตามความเป็นจริงต่อตนเองและผู้อื่น ทั้งทางกาย วาจา ใจ
3. มีวินัย หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการยึดมั่นในข้อตกลง กฎเกณฑ์ และระเบียบข้อบังคับของครอบครัว โรงเรียน และสังคม

4. ใฝ่เรียนรู้ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน แสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน
5. อยู่อย่างพอเพียง หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการดำเนินชีวิตอย่างพอประมาณ มีเหตุผลรอบคอบ มีคุณธรรม มีภูมิคุ้มกันในตัวที่ดี และปรับตัวเพื่ออยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข
6. มุ่งมั่นในการทำงาน หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความตั้งใจและรับผิดชอบในการทำหน้าที่ที่งาน ด้วยความเพียรพยายาม อดทนเพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย
7. รักความเป็นไทย หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความภาคภูมิใจ เห็นคุณค่า ร่วมอนุรักษ์สืบทอดภูมิปัญญาไทย ขนบธรรมเนียมประเพณี ศิลปะและวัฒนธรรม ใช้ภาษาไทยในการสื่อสารได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
8. มีจิตสาธารณะ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการมีส่วนร่วมในกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้อื่น ชุมชน และสังคม ด้วยความเต็มใจ กระตือรือร้น โดยไม่หวังผลตอบแทน

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ เป็นคุณธรรม จริยธรรมที่บูรณาการอยู่ในการจัดการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด ทั้งนี้คุณลักษณะเหล่านี้ได้กำหนดเป็นส่วนหนึ่งของเกณฑ์การจบหลักสูตรด้วยเหตุนี้ในการจัดการเรียนรู้จึงต้องพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ควบคู่ไปพร้อมกัน

#### 5. การจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สู่การปฏิบัติ ทั้งนี้ การที่ผู้เรียนจะมีคุณภาพและบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดหรือไม่ ขึ้นอยู่กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้วยเหตุนี้ครูผู้สอนต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งเป็นเป้าหมายการจัดการเรียนรู้ โดยมีหลักการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักการทางสมอง ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นคุณธรรมจริยธรรม

ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ครูผู้สอนต้องจัดกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมายของหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในการเตรียมเข้าสู่โลกอนาคต เช่น การเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการทางสังคม กระบวนการเผชิญสถานการณ์และแก้ปัญหา กระบวนการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง กระบวนการปฏิบัติ กระบวนการจัด การกระบวนการวิจัย กระบวนการเรียนรู้การเรียนรู้ของตนเองและกระบวนการพัฒนาลักษณะนิสัย เป็นต้น อีกทั้งต้องให้ความสำคัญกับ

การใช้สื่อ การพัฒนาสื่อ การใช้แหล่งเรียนรู้ ภูมิปัญญาท้องถิ่น และการวัดและประเมินผลอย่างหลากหลายคู่กัน เพื่อให้เกิดการพัฒนาผู้เรียนอย่างแท้จริง

#### 6. การใช้สื่อการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้เป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ ตามความมุ่งหวังของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญยิ่งในการจัดทำพัฒนาและเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ที่ดีและมีประสิทธิภาพ เหมาะสมตามความแตกต่างของผู้เรียน ด้วยเหตุนี้สถานศึกษาควรให้การส่งเสริมสนับสนุนให้มีการนำไปใช้ในการพัฒนาการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อผู้เรียนอย่างหลากหลายและเพียงพอโดยจัดให้มีแหล่งเรียนรู้ ศูนย์สื่อการเรียนรู้ ระบบสารสนเทศ และเครือข่ายการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพทั้งในสถานศึกษาและชุมชน รวมทั้งการศึกษาค้นคว้าวิจัยและพัฒนาสื่อการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้และศักยภาพของผู้เรียน

#### 7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียนและเพื่อตัดสินผลการเรียน ซึ่งผู้เรียนจะต้องได้รับการพัฒนาและประเมินตามตัวชี้วัด เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ สะท้อนสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนซึ่งเป็นเป้าหมายหลักในการวัดประเมินผลการเรียนรู้ในทุกระดับ

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ประกอบด้วย ระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา ระดับเขตพื้นที่การศึกษา และระดับชาติ มีรายละเอียด ดังนี้

1. การประเมินระดับชั้นเรียน เป็นการตรวจสอบว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการ ความก้าวหน้าในการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด อันเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หรือไม่ และมากน้อยเพียงใด มีสิ่งที่จะต้องได้รับการพัฒนาปรับปรุงและส่งเสริมในด้านใด นอกจากนี้ยังเป็นข้อมูลให้ครูผู้สอนใช้ปรับปรุงการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของตน
2. การประเมินระดับสถานศึกษา เป็นการตรวจสอบผลการเรียนของผู้เรียนเป็นรายปี/รายภาค ผลการประเมินการอ่าน คิดวิเคราะห์และเขียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ และกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน ซึ่งเป็นการประเมินเกี่ยวกับการจัดการศึกษาของสถานศึกษา รวมทั้งสามารถนำผลการเรียนของผู้เรียนในสถานศึกษาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ระดับชาติและระดับเขตพื้นที่การศึกษา
3. การประเมินระดับเขตพื้นที่การศึกษา เป็นการประเมินคุณภาพผู้เรียนในระดับเขตพื้นที่การศึกษาตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดเพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของเขตพื้นที่การศึกษา
4. การประเมินระดับชาติ เป็นการประเมินคุณภาพผู้เรียนในระดับชาติตามมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนด



ผลการประเมินใช้เป็นข้อมูลในการเทียบเคียงคุณภาพการศึกษาในระดับต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนยกระดับคุณภาพการจัดการศึกษา ตลอดจนใช้เป็นข้อมูลสนับสนุนการตัดสินใจในระดับนโยบายของประเทศ

## 2.2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ในการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ผู้เรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญ ดังนี้  
(สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2561)

1. จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ เซต ตรรกศาสตร์ จำนวนจริงและพหุนาม จำนวนเชิงซ้อน ฟังก์ชันฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
2. การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ในสามมิติ และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
3. สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น และการนำความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ
4. แคลคูลัส เรียนรู้เกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน พีชคณิต ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต และการนำความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เป้าหมายของการพัฒนาผู้เรียนในคณิตศาสตร์เพิ่มเติมมี 2 ลักษณะ คือ เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้สาระนั้นอย่างลึกซึ้ง ได้แก่ สาระจำนวนและพีชคณิต และสาระสถิติและความน่าจะเป็น และไม่ได้เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน ได้แก่ สาระการวัดและเรขาคณิต และสาระแคลคูลัส

สาระจำนวนและพีชคณิต

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้
2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้
3. ใช้นิพจน์ สมการ อสมการและเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระการวัดและเรขาคณิต

1. เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้
2. เข้าใจเวกเตอร์ การดำเนินการของเวกเตอร์ และนำไปใช้

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

สาระแคลคูลัส

เข้าใจลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชัน

และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

สาระจำนวนและพีชคณิต

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตาราง 1 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 1

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ในการสื่อสารและสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์	เซต - ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต - ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ ของเซต
	2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับ ตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการ สื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล	ตรรกศาสตร์ - ประพจน์และตัวเชื่อม - ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว - การอ้างเหตุผล
	3. เข้าใจจำนวนจริงและใช้สมบัติ จำนวนจริงในการแก้ปัญหา	จำนวนจริงและพหุนาม - จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง - ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงและสมบัติของ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง - จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริง ในรูปเลขยกกำลัง

ตาราง 1 (ต่อ)

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.5	1. เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและ ใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อน ในการแก้ปัญหา  2. ทหารากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1	จำนวนเชิงซ้อน - จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของ จำนวนเชิงซ้อน - จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว - รากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็น จำนวนนับที่มากกว่า 1

2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม  
และนำไปใช้

ตาราง 2 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 2

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณการหารฟังก์ชัน หา ฟังก์ชันประกอบและฟังก์ชันผกผัน  2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการ แก้ปัญหา  3. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึมและนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา	ฟังก์ชัน - การบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน - ฟังก์ชันประกอบ - ฟังก์ชันผกผัน  ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม - ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล - ฟังก์ชันลอการิทึม
ม.5	1. เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและ ลักษณะกราฟของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติและนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ - ฟังก์ชันตรีโกณมิติ - ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน



ตาราง 2 (ต่อ)

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.6	<ol style="list-style-type: none"> <li>ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็น ลำดับคู่เข้าหรือคู่ออก</li> <li>หาผลบวก <math>n</math> พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต</li> <li>หาผลบวกอนุกรมอนันต์</li> <li>เข้าใจแล้วนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้</li> </ol>	ลำดับและอนุกรม <ul style="list-style-type: none"> <li>- ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์</li> <li>- ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต</li> <li>- ลิมิตของลำดับอนันต์</li> <li>- อนุกรมจำกัดและอนุกรมอนันต์</li> <li>- อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต</li> <li>- ผลบวกอนุกรมอนันต์</li> <li>- การนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ในการแก้ปัญหามูลค่าของเงินและค่ารายงวด</li> </ul>

3. ใช้นิพจน์สมการอนุกรมและเมทริกซ์อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตาราง 3 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิตข้อที่ 3

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	<ol style="list-style-type: none"> <li>แก้สมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> <li>แก้สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> <li>แก้สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา</li> </ol>	จำนวนจริงและพหุนาม <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตัวประกอบของพหุนาม</li> <li>- สมการและอสมการพหุนาม</li> <li>- สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนาม</li> <li>- สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนาม</li> </ul>

ตาราง 3 (ต่อ)

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
	4. แก่สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม - สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม
ม.5	1. แก่สมการตรีโกณมิติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา 2. ใช้กฎของโคไซน์และกฎของไซน์ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ - เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ - กฎของโคไซน์และกฎของไซน์
	3. เข้าใจความหมาย หาผลลัพธ์ของการบวกเมทริกการคูณ เมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์ และหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน 4. หาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์ $2 \times 2$ 5. แก่ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ผกผันและดำเนินการตามแถว	เมทริกซ์ - เมทริกซ์และเมทริกซ์สลับเปลี่ยน - การบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์ - ดีเทอร์มิแนนต์ - เมทริกซ์ผกผัน - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์
	6. แก่สมการต้องนำตัวแปรเดียว ดิกรีไม่เกินสี่ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มบวกและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	จำนวนเชิงซ้อน - สมการตัวแปรเดียว
ม.6	-	-

สาระการวัดและเรขาคณิต

1. เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้

พหุ ม. บ. ท. ช. เว

ตาราง 4 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระการวัดและเรขาคณิตข้อที่ 1

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา	เรขาคณิตวิเคราะห์ - จุดและเส้นตรง - วงกลม - พาราโบลา - วงรี - ไฮเพอร์โบลา
ม.5	-	-
ม.6	-	-

## 2. เข้าใจเวกเตอร์ การดำเนินการของเวกเตอร์ และนำไปใช้

ตาราง 5 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระการวัดและเรขาคณิตข้อที่ 2

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	-	-
ม.5	1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ หาผลคูณเชิงสเกลาร์ และผลคูณเชิงเวกเตอร์ 2. นำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา	เวกเตอร์ในสามมิติ - เวกเตอร์ นิเสธของเวกเตอร์ - การบวก การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ - ผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลคูณเชิงเวกเตอร์
ม.6	-	-

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

1. เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตาราง 6 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระสถิติและความน่าจะเป็นข้อที่ 1

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	-	-
ม.5	1. เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	<p>หลักการนับเบื้องต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- หลักการบวกและการคูณ</li> <li>- การเรียงสับเปลี่ยน การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด</li> <li>- การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด</li> <li>- ทฤษฎีบททวินาม</li> </ul>
	2. หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	<p>ความน่าจะเป็น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- การทดลองสุ่มและเหตุการณ์</li> <li>- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์</li> </ul>
ม.6	1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูบ การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	<p>การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- การแจกแจงเอกรูบ</li> <li>- การแจกแจงทวินาม</li> <li>- การแจกแจงปกติ</li> </ul>

สาระแคลคูลัส

1. เข้าใจนิยามและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชัน และนำไปใช้

ตาราง 7 ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระแคลคูลัสข้อที่ 1

ชั้น	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ม.4	-	-
ม.5	-	-
ม.6	1. ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนดให้ 2. หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา 3. หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตและจำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา	แคลคูลัสเบื้องต้น - ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน - อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต - ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

### 2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (Induction Method)

ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ (2547) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย คือ กระบวนการที่ผู้สอนสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือ กฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือสรุป โดยการนำเอาตัวอย่าง ข้อมูลเหตุการณ์ สถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้ผู้เรียนศึกษา สังเกต ทดลองเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุป หลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537) ได้เสนอว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีการสอนที่ผู้สอนยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้เห็นรูปแบบ เมื่อนักเรียนใช้การสังเกต เปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปได้

วิณา ประชากุล และประสาท เนื่องเฉลิม (2553) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหาข้อสรุป เพื่อให้ให้นักเรียนรู้จักค้นหา ข้อเท็จจริง และหลักการต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่สัมพันธ์กันอย่างเพียงพอ

ทิตนา แคมมณี. (2556) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง

ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรัชญาการที่มีหลักการ แนวคิดที่ต้องการสอนให้แก่ นักเรียนมาให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ใน สถานการณ์อื่นๆต่อไป กล่าวอย่างสั้นๆว่า เป็นการสอนที่ให้นักเรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้น ทำให้ผู้วิจัย สามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยอาศัย ข้อมูล ตัวอย่าง สถานการณ์ เหตุการณ์ที่มีลักษณะร่วมกัน นำมาวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักการ และเหตุผลเพื่อค้นหาข้อสรุป

#### วัตถุประสงค์

สุวิทย์ มูลคำ (2547) กล่าวว่า เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ ด้วยตนเอง

#### องค์ประกอบสำคัญ

องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีดังนี้

1. ตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เป็นลักษณะย่อย ๆ ของหลักการแนวคิด ทฤษฎีที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
2. การวิเคราะห์ตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์หรือปรากฏการณ์ เพื่อสรุปเป็นหลักการแนวคิด ทฤษฎีร่วมกัน
3. การสรุปหลักการ แนวคิดทฤษฎีที่ได้จากการวิเคราะห์

#### ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวผู้เรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้
2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่พูดสอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้ผู้เรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณา เปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิดหรือกฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้มากพอที่ผู้เรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ได้
3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่างแยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน

ในขั้นนี้หากตัวอย่างที่ให้แกผู้เรียนเป็นตัวอย่างที่ดี ครอบคลุมลักษณะหรือ คุณสมบัติสำคัญ ๆ ของหลักการ ทฤษฎีก็ย่อมจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถศึกษาและวิเคราะห์ได้ตรงตาม

วัตถุประสงค์ได้รวดเร็ว แต่หากผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จผู้สอนอาจให้ข้อมูลเพิ่มเติม หรือใช้วิธีการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นต่อไปโดยการตั้งคำถามกระตุ้นแต่ไม่ควรให้ในลักษณะบอกคำตอบ เพราะวิธีสอนนี้มุ่งให้ผู้เรียนได้คิดทำความเข้าใจด้วยตนเอง ควรให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิดวิเคราะห์ เป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยเน้นให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มอย่างทั่วถึงและผู้สอนไม่ควรรีบร้อนหรือเร่งเร้าผู้เรียนจนเกินไป

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้ผู้เรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการกฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวผู้เรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ผู้สอนควรจัดเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้ผู้เรียนใช้ในการฝึกนำความรู้หรือข้อสรุปไปใช้ หรือผู้สอนอาจให้โอกาสผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ของตนเองเปรียบเทียบก็ได้ เป็นการส่งเสริมให้นักความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวันจะทำให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจว่าหลักการที่ได้รับนั้นสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่ หรือเป็นการประเมินว่าได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ
2. ขั้นเสนอตัวอย่าง
3. ขั้นเปรียบเทียบ
4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์
5. ขั้นนำไปใช้

ข้อดีและข้อจำกัด

ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มีดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน
2. เป็นวิธีการที่ฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์
3. เป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีการที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก อาจทำให้เกิดความเบื่อหน่าย



2. เป็นวิธีการที่อาศัยตัวอย่างที่ดีที่สุดและผู้สอนต้องเข้าใจเทคนิควิธีการสอนแบบนี้  
 อย่างดี ต้องมีการเตรียมการที่รัดกุม ไม่ควรด่วนสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เสียเอง จึงจะทำให้การสอนเกิด  
 สัมฤทธิ์ผล

3. เป็นวิธีการที่อาศัยทักษะพื้นฐานในการคิดและการทำงานเป็นกลุ่มของผู้เรียน  
 หากผู้เรียนขาดทักษะดังกล่าวการสอนแบบนี้อาจไม่เกิดผลสัมฤทธิ์เท่าที่ควร

ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

เรื่องข่าวและเหตุการณ์ประเภทข้อเท็จจริงข้อคิดเห็น

สาระสำคัญ

ข่าวและเหตุการณ์อาจเป็นไปได้ทั้งข้อเท็จจริง และข้อคิดเห็น ผู้อ่านจะเกิดความ  
 เข้าใจและเลือกที่จะนำไปใช้ได้ถูกต้อง จะต้องแยกได้ว่าข้อความของข่าวและเหตุการณ์นั้น ๆ

ส่วนใดเป็นข้อเท็จจริงหรือข้อคิดเห็น โดยพิจารณาจากการใช้ภาษา เนื้อหาสาระที่น่าเสนอ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ผู้เรียนสามารถจำแนกข่าวและเหตุการณ์ที่พบเห็นเป็นข้อเท็จจริงหรือ  
 ข้อคิดเห็นได้ถูกต้อง

2. ผู้เรียนสามารถสรุปลักษณะสำคัญของข่าวข้อเท็จจริงหรือข้อคิดเห็น  
 ซึ่งมีความแตกต่างกันได้

เนื้อหา

การจำแนกข่าวและเหตุการณ์ออกเป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้สอนนำเสนอข่าวหรือคอลัมน์ที่หลากหลายของข่าวหรือคอลัมน์ต่าง ๆ  
 ในหนังสือพิมพ์รายวันและถามถึงประสบการณ์การอ่านของผู้เรียน

1.2 ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจศึกษาลักษณะของข่าวหรือคอลัมน์ที่มีความ  
 แตกต่างกัน

2. ขั้นเสนอตัวอย่าง

2.1 ผู้สอนนำเสนอข่าวหรือคอลัมน์ที่มีลักษณะข้อเท็จจริงแล้วซักถามผู้เรียน  
 ให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้ภาษา เนื้อหาที่เรียน

2.2 ผู้สอนนำเสนอข่าวหรือคอลัมน์ที่เป็นข้อคิดเห็นแล้วซักถามผู้เรียน  
 เช่นเดียวกับข้อ 2.1

2.3 ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบ

3. ขั้นเปรียบเทียบ



3.1 แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย ผู้สอนแจกข่าวหรือคอลัมน์ที่มีลักษณะเป็นข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น ประเภทละ 2 เรื่อง (โดยแจกรวมกัน ไม่แยกประเภท) ให้แก่ผู้เรียนทุกคน

3.2 ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม จัดแยกข่าวที่ได้รับออกเป็น 2 กลุ่ม คือ ข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น และให้บอกด้วยว่าใช้เกณฑ์อะไร อย่างไรในการจำแนก

#### 4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

4.1 ผู้เรียนเสนอผลงานของกลุ่ม

4.2 ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายการรายงานของแต่ละกลุ่มว่าแต่ละกลุ่มมองเห็นลักษณะของข่าวอย่างไร จึงสามารถจัดแยกได้ หากคำตอบยังไม่ชัดให้ผู้สอนกระตุ้นด้วยคำถาม

4.3 ผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันสรุปเกณฑ์หรือลักษณะร่วมของข้อบ่งชี้แต่ละประเภท เช่น ลักษณะการใช้ภาษา คำ ข้อความที่ใช้ด้านเนื้อหาที่น่าเสนอ แล้วช่วยกันเขียนความหมายหรือนิยามข่าวแต่ละประเภทและระบุลักษณะการเสนอข่าวแต่ละประเภทที่สรุปได้

#### 5. ขั้นนำไปใช้

5.1 ผู้เรียนช่วยกันอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้ว่าจะนำไปใช้ในสถานการณ์ชีวิตประจำวันอย่างไรการเข้าใจลักษณะของข่าวมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต

5.2 ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดจำแนกข้อความ ข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น ด้วยการให้ค้นหาข่าวแต่ละประเภทจากห้องสมุดให้ถูกต้อง

#### สื่อการเรียนรู้

1. ตัวอย่าง ข่าวหรือคอลัมน์ที่มีลักษณะข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น เช่น
  - นักวิทยาศาสตร์เตือนให้ทราบถึงผลกระทบจากอุณหภูมิของโลกที่เพิ่มสูงขึ้นทำให้น้ำแข็งจากขั้วโลกที่เริ่มละลาย และอาจเกิดน้ำท่วมอย่างฉับพลันได้ โดยเฉพาะประเทศที่อยู่ติดกับฝั่งทะเลหรือมหาสมุทร
  - กรมควบคุมมลพิษชี้ตัวการก่อปัญหาสภาพแวดล้อมเป็นพิษว่าเกิดจากระบบเครื่องยนต์ของรถยนต์ไร้คุณภาพ
  - ธุรกิจการท่องเที่ยวควรเร่งรัดการประชาสัมพันธ์เพื่อเพิ่มรายได้ให้กับประเทศและควรเน้นการท่องเที่ยวเชิงอนุรักษ์ การเชิดชูศิลปะวัฒนธรรมไทยมากกว่าที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน
  - รัฐบาลปล่อยให้ราคาน้ำมันลอยตัวถือว่าการโยนภาระให้กับประชาชน การขึ้นราคาน้ำมันชนิดต่าง ๆ ลิตรละ 30 สตางค์ บางครั้งขึ้นติดต่อกันสัปดาห์ละ 2-3 ครั้งทำให้ราคาสินค้าถีบตัวสูงขึ้นแม้ว่าราคาน้ำมันลดลง ราคาสินค้าก็ไม่ได้ลดลงอย่างที่คิด

2. หนังสือพิมพ์/วารสารตัวอย่างเช่น

- หนังสือพิมพ์ คม ชัด ลึก
- หนังสือพิมพ์ โพสต์ทูเดย์
- นิตยสาร เล่มโปรด สานปฏิรูป

#### การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนจาก
  - 1.1 การแสดงความคิดเห็น
  - 1.2 ความสนใจเรียน
  - 1.3 ความร่วมมือในกิจกรรม
  - 1.4 การรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบความถูกต้องของการสรุปกฎเกณฑ์ ลักษณะสำคัญของข่าว
3. ตรวจสอบความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดรวบรวมข่าว

ทั้ง 2 ประเภท

## 2.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Good (1973) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ หมายถึง การประสบความสำเร็จ (Accomplish) หรือสมรรถภาพ (Performance) ในการใช้ทักษะหรือใช้ความรู้ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การได้รับความรู้ (Knowledge Attained) การพัฒนาทักษะทางการเรียน ในโรงเรียน ซึ่งสามารถสังเกตและวัดได้โดยใช้แบบทดสอบมาตรฐานหรือใช้แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น หรืออาจใช้แบบทดสอบทั้งสองชนิด

จากความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนความรู้ และความสามารถตามผลการเรียนรู้ในบทเรียน ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือในการที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

เยาวตี วิบูลย์ศรี (2540) ให้นิยามว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ คือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดผลของการเรียนหรือการสอน

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว

ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกลับให้นักเรียนปฏิบัติจริง ซึ่งแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้ได้เป็น 2 พวก คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งเป็นข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บทพร้อมส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดดูความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู
2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา หรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้นสามารถใช้เป็นหลักเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลผลคะแนนด้วยทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกันเป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามวัดได้ซึ่งควรวัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้

- 2.1 วัดด้านความรู้ความจำ
- 2.2 วัดด้านความเข้าใจ
- 2.3 วัดด้านการนำไปใช้
- 2.4 วัดด้านการวิเคราะห์
- 2.5 วัดด้านการสังเคราะห์
- 2.6 วัดด้านการประเมินค่า

สมนึก ภัททิยธนี (2546) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว อาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐาน

คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการ คือ

1. ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ หรือวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ความเที่ยงตรง จึงเปรียบเสมือนหัวใจของการทดสอบ
2. ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบทั้งฉบับที่สามารถวัดได้คงเส้นคงวาไม่เปลี่ยนแปลง ไม่ว่าจะทำการสอบใหม่อีกครั้งก็ตาม
3. ความยุติธรรม (Fair) หมายถึง ลักษณะของแบบทดสอบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการได้เปรียบเสียเปรียบในกลุ่มผู้เข้าสอบด้วยกัน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนทำข้อสอบได้โดยการเดา

4. ความลึกของคำถาม (Searching) หมายถึง ข้อสอบแต่ละข้อนั้นจะต้องไม่ถามผิวเผิน หรือถามประเภทความรู้ความจำ แต่ต้องให้นักเรียนนำความรู้ความเข้าใจไปคิดดัดแปลง แก้ปัญหาแล้วจึงตอบได้

5. ความยั่วยุ (Exemplary) หมายถึง แบบทดสอบที่นักเรียนทำด้วยความสนุก เพลิดเพลิน ไม่เบื่อหน่าย

6. ความจำเพาะเจาะจง (Definition) หมายถึง ข้อสอบที่มีแนวทาง หรือทิศทางการถามตอบชัดเจน ไม่คลุมเครือ ไม่แฝงกลเม็ดให้นักเรียนงง

7. ความเป็นปรนัย (Objective) แบบทดสอบชนิดใดจะเป็นปรนัยจะต้องมีคุณสมบัติ 3 ประการ คือ

7.1 ตั้งคำถามให้ชัดเจน ทำให้ผู้เข้าสอบทุกคนเข้าใจความหมายตรงกัน

7.2 ตรวจสอบให้คะแนนได้ตรงกัน แม้ว่าจะตรวจหลายครั้งหรือตรวจหลายคน

ก็ตาม

7.3 แปลความหมายของคะแนนได้เหมือนกัน

8. ประสิทธิภาพ (Efficiency) หมายถึง แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมากพอประมาณ ใช้เวลาสอบพอเหมาะ ประหยัดค่าใช้จ่าย จัดทำแบบทดสอบด้วยความประณีต ตรวจสอบให้คะแนนได้รวดเร็ว รวมถึงสิ่งแวดล้อมในการสอบที่ดี

9. อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกผู้สอบ ข้อสอบที่ดีจะต้องมีอำนาจจำแนกสูง

10. ความยาก (Difficulty) ขึ้นอยู่กับทฤษฎีที่เป็นหลักยึด เช่น ตามทฤษฎีการวัดผลแบบอิงกลุ่ม ข้อสอบที่ดีคือข้อสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป หรือมีความยากง่ายพอเหมาะ ส่วนทฤษฎีการวัดผลแบบอิงเกณฑ์นั้นความยากง่ายไม่ใช่สิ่งที่สำคัญ สิ่งสำคัญอยู่ที่ข้อสอบนั้นได้ในจุดประสงค์ที่ต้องการวัดได้จริงหรือไม่ ถ้าวัดได้จริงก็นับว่าเป็นข้อสอบที่ดีได้แม้ว่าจะเป็นข้อสอบที่ง่ายก็ตาม

## 2.5 การหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

การหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้หรือวิธีการหาประสิทธิภาพเชิงประจักษ์ (Empirical Approach) (เผซิณู กิจการ, 2544) วิธีการนี้จะนำสืบไปทดลองใช้กับกลุ่มนักเรียน เป้าหมาย การหาประสิทธิภาพของสื่อ เช่น บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI) บทเรียนโปรแกรม ชุดการสอน แผนการจัดการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะ เป็นต้น ส่วนมากใช้วิธีการหาประสิทธิภาพ โดยวิธีนี้ประสิทธิภาพที่วัดส่วนใหญ่จะพิจารณาจากเปอร์เซ็นต์การทำแบบฝึกหัด หรือกระบวนการ

เรียนการสอน หรือแบบทดสอบย่อยโดยแสดงเป็นค่าตัวเลข 2 ตัว เช่น  $E_1/E_2 = 80/0$ ,  
 $E_1/E_2 = 85/85$ ,  $E_1/E_2 = 90/90$  เป็นต้น เกณฑ์ประสิทธิภาพมีความหมายแตกต่างกันหลายลักษณะ  
 ในที่นี้จะยกตัวอย่าง  $E_1/E_2 = 80/80$  ดังนี้

เกณฑ์ 80/80 ในความหมายที่ 1 ตัวเลข 80 ตัวแรก ( $E_1$ ) คือ นักเรียนทั้งหมดทำ  
 แบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบย่อยได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80 ถือเป็นประสิทธิภาพของกระบวนการ  
 ส่วนตัวเลข 80 ตัวหลัง คือ นักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบหลังเรียนได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80  
 ส่วนการหาค่า  $E_1$  และ  $E_2$  ใช้สูตรดังนี้

$$E_1 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}}{A} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการ  
 $X_i$  แทน คะแนนของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนและแบบทดสอบย่อย  
 $A$  แทน คะแนนเต็มของแบบประเมินพฤติกรรมการเรียน  
 และแบบทดสอบย่อยทุกชุดรวมกัน  
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$E_2 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์  
 $X_i$  แทน คะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน  
 $B$  แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน  
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

## 2.6 ค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เมธา พงษ์ศาสตร์ (2549) ได้กล่าวถึง ดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index) ไว้ว่า  
 เป็นค่าสถิติที่ใช้ในการประเมินสื่อการเรียนการสอน ซึ่งอาจเป็นบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนต่าง ๆ  
 แบบเรียนสำเร็จรูปแบบฝึกทักษะหรือแผนการจัดการเรียนรู้โดยกลวิธีการสอนต่าง ๆ ก็ได้  
 จึงถือว่าเป็นค่าที่แสดงความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งเรียนรู้จากสื่อหรือแผนการจัดการ

เรียนรู้ที่ผู้สอนพัฒนาขึ้นมาด้วยกลวิธีสอนที่เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาการพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นของนักเรียน โดยอาศัยการหาค่าดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index : E.I.) มีสูตรดังนี้ (เผชญิ กิจระการ และสมนึก ภัททิยธนี, 2545)

$$\text{ดัชนีประสิทธิผล} = \frac{\text{ผลรวมของคะแนนสอบหลังเรียนทุกคน} - \text{ผลรวมของคะแนนสอบก่อนเรียนทุกคน}}{(\text{จำนวนนักเรียน} \times \text{คะแนนเต็ม}) - \text{ผลรวมของคะแนนสอบก่อนเรียนทุกคน}}$$

หรือ

$$E.I. = \frac{P_2 - P_1}{\text{Total} - P_1}$$

เมื่อ  $P_1$  แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน

$P_2$  แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน

Total แทน ผลคูณของคะแนนนักเรียนกับคะแนนเต็ม

หรือสูตรการหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) จะเขียนในรูปร้อยละก็ได้ ซึ่งผลการคำนวณจะได้เท่ากับผลการคำนวณจากคะแนนดิบ สูตรเป็นดังนี้

$$\text{ดัชนีประสิทธิผล} = \frac{\text{ร้อยละผลรวมของคะแนนสอบหลังเรียนทุกคน} - \text{ร้อยละผลรวมของคะแนนก่อนเรียน}}{100 - \text{ร้อยละผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน}}$$

หรือ

$$E.I. = \frac{P_2\% - P_1\%}{100 - P_1\%}$$

เมธา พงษ์ศาสตร์ (2549) ข้อสังเกตบางประการเกี่ยวกับ ค่าดัชนีประสิทธิผล ได้ให้ข้อสังเกตดังนี้

1. ถ้าดัชนีประสิทธิผลมีค่าเป็นลบ จะเกิดขึ้นได้ในกรณีที่ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคนมีค่าน้อยกว่าผลรวมของคะแนนก่อนเรียน ซึ่งหมายความว่า แผนการจัดการเรียนรู้ของเราไม่มีประสิทธิภาพ เพราะทำให้ผู้เรียนสับสนและยังไปทำลายความรู้อีกด้วย จึงไม่มีความก้าวหน้าทางการเรียน
2. ถ้าดัชนีประสิทธิผลมีค่าเป็นศูนย์ จะเกิดขึ้นในกรณีที่ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคนมีค่าเท่ากับผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน ซึ่งหมายความว่าก่อนเรียนผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานติดตัวมาอยู่ระดับหนึ่งตามคะแนนที่ได้ในการสอบก่อนเรียน หลังจากการเรียนจาก



แผนการจัดการเรียนรู้ของเราแล้วสอบหลังเรียนปรากฏว่า ผลรวมของคะแนนสอบหลังเรียนทุกคน เท่ากันกับผลรวมของคะแนนสอบก่อนเรียนทุกคน สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้ของเราไม่มี ประสิทธิภาพเพราะความรู้ของผู้เรียนไม่มีความก้าวหน้าขึ้นเลยถึงแม้ว่าจะไม่ไปทำไรความรู้เดิมของ ผู้เรียนเหมือนกรณีแรกก็ตาม

3. ถ้าดัชนีประสิทธิผลมีค่าเป็นบวก จะเกิดขึ้นในกรณีที่ผลรวมของคะแนนหลังเรียน มีค่ามากกว่าผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน ซึ่งเราต้องการประเด็นนี้มากที่สุดเพราะสรุปได้ว่า แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ของเรามีประสิทธิภาพ คือ ผลการสอบหลังเรียนสูงกว่าการสอบก่อน เรียน แสดงว่าหลังเรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เราจัดให้ทำให้ผู้เรียนมีความก้าวหน้าในการเรียน

## 2.7 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผล

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) และการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกันโดยถือว่าการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วน หนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสอง ดังนี้

ครูลิก และ รุดนิก (Ktulik and Rudnick, 1993) กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น

โอดเฟนเฟอร์นิเจอร์ และ ธอนควิสท์ (O' Daffer and Thornquist, 1993) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่าง หลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือ สนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

กรีนวูด (Greenwood, 1993) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหาระบุข้อผิดพลาดและการสร้าง ยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของ การเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบ หรือผลลัพธ์ซึ่งถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่ การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย จากทัศนะและแนวคิดดังที่กล่าวมาจะเห็นว่า การคิดและการให้เหตุผลมีส่วนที่เกี่ยวข้องกันครูลิกและ รุดนิก (Ktulik and Rudnick) ได้อธิบายถึงความเกี่ยวข้องนี้โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ระดับ คือ



ขั้นระลึกได้ (Recall) ขั้นพื้นฐาน (Basic) ขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) และขั้นสร้างสรรค์ (Creative) โดยได้จัดให้ การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากระดับขั้นระลึกได้

ครูลิก และรูตนิค อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนแต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันอย่างสิ้นเชิง โดยแต่ละขั้นจะมีส่วนที่เหลื่อมล้ำทับซ้อนกันบ้าง จะเห็นว่า การให้เหตุผลจะอยู่ในการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นวิจารณ์ญาณ และขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดอย่างสร้างสรรค์นั้น ครูลิก และรูตนิค เรียกว่า เป็นการคิดระดับสูง (Higher-order Thinking) ซึ่งสอดคล้องกับ โอแดฟเฟอร์ (O'Daffer, 1990) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหลักการการวิเคราะห์และสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

นอกจากนี้ ยังมีกรกล่าวถึงความหมายของทักษะการให้เหตุผลในแง่ความสามารถของนักเรียนที่มีทักษะการให้เหตุผลดังที่ กรมวิชาการ (2546) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียน ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม สำหรับสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics, 2000) ได้กำหนดมาตรฐานความสามารถในการให้เหตุผลข้อหนึ่งไว้ว่า เป็นความสามารถของนักเรียนในการสร้างข้อคาดการณ์และตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนด

จากความหมายของการคิด ความสัมพันธ์ของการคิด และการให้เหตุผล สามารถสรุปเป็นความหมายของทักษะการให้เหตุผลสำหรับงานวิจัยนี้ ดังนี้

ทักษะการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการตัดสินใจ การรับรู้ทางคณิตศาสตร์ สามารถเขียนอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ประกอบการตัดสินใจนั้น ๆ และสรุปเหตุผลเกี่ยวกับข้อคิดเห็นได้อย่างเหมาะสม

ความสำคัญของการให้เหตุผล

“คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล” (National Council of Teacher of Mathematics, 1989) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993) ดังนั้น

การให้เหตุผลจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่เน้นในการจัดการเรียนรู้ และความสามารถในการให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ (National Council of Teacher of Mathematic, 2000 ; Russell, 1999 ; Hanna and Yackel, 2003)

อีกทั้งการจัดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการให้เหตุผลจะทำให้ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจ

เข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ข้อสรุป หรือสามารถตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ อีกทั้งการให้ผู้เรียนได้อธิบาย หรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนอีกด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547 ; National Council of Teacher of Mathematics, 1991) ซึ่งการแสดงเหตุผลที่ตีนั้นมีคุณค่ามากกว่าคำตอบที่ถูกต้อง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547 ; National Council of Teacher of Mathematics, 1989) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่าการที่ผู้เรียนได้คำตอบถูกต้อง แต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแล้วผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสผู้เรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนไม่ทราบว่ามีที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการให้คำตอบถูก แต่เหตุผลผิดคือ การได้คำตอบที่ผิดแต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิด และผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคะนอง, 2546) นอกจากนี้ทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในสาขาอื่น ๆ (Baroody, 1993) เพราะการเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคลจะไม่มีใครคอยบอกว่าถูกหรือผิดจะต้องใช้การพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองด้วยเหตุและผล (Lappan and Schaum, 1989)

จากที่กล่าวมาพบว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผลดังกล่าวในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล และนำเหตุผลนั้นไปประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์จริงได้

แนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

ทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนา ทักษะการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนดังนี้

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักว่าการเรียนให้คณิตศาสตร์ควรเรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่ว ๆ ไปมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่องไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องให้การจดจำจำขั้นตอนวิธีการจำสูตร เพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าทำไมจึงทำเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้ทำให้เป็วิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวความคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้

นักเรียนรู้สึกว่ายากเกินไป อีกทั้งควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิด และให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547)

2. ครูต้องจัดบรรยากาศที่นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว หากแต่ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูด อธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจาด้วยการเขียนโดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง (Gal and Garfield, 1999)

3. ควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้นพร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วนักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547)

4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ซึ่งแจ้งเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบแสดงด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาดการณ์ทดสอบและปรับแต่ง โดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบายซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547 ; Lappan and Schram, 1989)

5. ครูให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปราย และเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และครูต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์ หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งครูต้องมีความอดทน ใจกว้าง ให้โอกาสแก่นักเรียน (Gal and Garfield, 1999)

6. ครูควรส่งเสริมนักเรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม (Guilford and Hoepfner, 1971)

7. ครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจ และการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ครูควรให้การเสริมแรงทันทีอีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547)

8. ในเนื้อหาการวิเคราะห์ข้อมูล ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสในการทำงานที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลจริงโดยนักเรียนมีโอกาสได้แก้ปัญหาที่ตนเองสนใจ หรือได้มีโอกาสตั้งปัญหาด้วยตนเอง โดยผ่านขั้นตอนการสืบสวนทางสถิติ นักเรียนควรสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับการเลือกข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนได้มีโอกาสพิสูจน์ถึง การตัดสินใจของพวกเขา (Gal and Garfield, 1999)

เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการให้เหตุผลจะช่วยให้เกิดพฤติกรรม ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547)

1. นักเรียนเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้ดีและสามารถปรับแนวคิดให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้ง
  2. นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผล
  3. นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเรียนรู้จากกันและกัน
  4. นักเรียนสามารถอธิบาย และสรุปผลที่ได้เหมาะสม
  5. นักเรียนยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม
  6. เป็นพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป
- อีกทั้ง ข้อมูลการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปได้ (อัมพร ม้าคะนอง, 2546)
1. อธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมนทัศน์เฉพาะใด ๆ
  2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล
  3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ
  4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน
  5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลซึ่งเป็นงานวิจัยของเพอไรน์ (Perrine, 2001) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีเหตุผลเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและการแก้ปัญหามีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ และมีข้อเสนอแนะว่าครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบดั้งเดิมที่นักเรียนไม่เคยประสบมาก่อน กล่าวโดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูด อธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาและชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิด และการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

National Council of Teacher of Mathematics (1989) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นการสร้างข้อคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้และจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

Krulik และ Rudnick (1993) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถของนักเรียนที่ได้มาซึ่งข้อสรุปที่มาจากความสมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากปัญหาแล้วแสดงผลอธิบายถึงข้อสรุปและยืนยันผลสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปนั้นคือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับโดยได้แบ่งการคิดออกเป็นสี่ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ในส่วนการให้เหตุผลนั้น ครูลิกและรูดนิค มองว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ โดยการคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและแต่ละขั้นตอนไม่ได้แยกขาดจากกันการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐานการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ โดยที่การคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดสร้างสรรค์เรียกว่าเป็นการเสียระดับสูง (Higher-Order Thinking)

Wilson (1993) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสามารถการทำความเข้าใจการอ้างสรุปและการตรวจสอบข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่ง ๆ



Stiff (1999) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องตั้งอยู่บนศูนย์กลางการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้นและการให้เหตุผลคือสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของวัตถุประสงควิชาคณิตศาสตร์

เมธี ลิ้มอักษร (2521) กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงเป็นการคิดที่ก่อให้เกิดข้อสรุปซึ่งได้มาจากเหตุหรือข้อเสนอด่าง ๆ ซึ่งการสรุปนั้นเป็นผลติดตามมาจากข้อเสนอที่ให้

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้แสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการวิเคราะห์แจกแจงเหตุการณ์ หรือสมมติฐานที่กำหนดขึ้นมา ทำให้ได้ผลหรือข้อเท็จจริงใหม่ขึ้นมาได้

ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล (2528) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงการอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันว่าข้อสรุปของเราเป็นความจริง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้สรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าง

สมเหตุสมผล

O'Daffer (1990) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

กรมวิชาการ (2544) ได้กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.2 ที่กำหนดให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในมาตรฐานช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไว้ว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สมเดช บุญประจักษ์ (2544) ได้สรุปความหมายของ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป

### 3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าง

สมเหตุสมผล

ปทีป เมธาคุณวุฒิ (2544) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลประกอบด้วยกระบวนการที่บุคคลหนึ่งได้รับสิ่งที่มีความหมายจากปัญหาที่เกิดขึ้น ไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นข้อเท็จจริงหรือความคิดเห็นแล้วนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์ตรวจสอบพิสูจน์ทดลองอธิบายเหตุผลและสรุปพร้อมทั้งเริ่มนำไปสู่ปัญหาต่อไป

กรมวิชาการ (2546) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถด้านเหตุผลและการคิด การตัดสินใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และในชีวิตประจำวันจะช่วยให้เด็กนักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในคณิตศาสตร์มีตรรกะในการคิด และสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริง การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางด้านเชาวน์ปัญญาและการใช้ภาษาของนักเรียน โดยระดับชั้น ม.4-6 ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึงการนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความรู้และข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจในบางอย่าง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีประโยชน์ในด้านที่ต้องใช้ความคิด ความมีเหตุผลและเป็นเครื่องมือพัฒนาความคิด ได้ฝึกสมอง การคิดอย่างมีเหตุผลนับเป็นปัจจัยสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจ จะมีความสามารถในการปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ใหม่และสามารถจำได้ดีกว่านานกว่า เพราะนักเรียนรู้กระบวนการที่ได้หลักการมาเพื่อใช้สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ทำให้รู้ว่าเนื้อหา แนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกัน

สำราญ มีแจ้ง (2548) กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการนำเอาข้อความหรือเหตุการณ์ตั้งแต่หนึ่งข้อความ หรือหลายข้อความมาเป็นเหตุ และมีข้อความที่สัมพันธ์กับข้อความเหล่านั้นอยู่หนึ่งข้อความมาสรุป

สุดี โพธิ์สิตา (2552) ได้ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง กระบวนการของเหตุและผลหรือกระบวนการให้เหตุผลโดยทั่ว ๆ ไป เป็นการนำข้อความหรือปรากฏการณ์ที่เป็นเหตุ (Hypothesis) อาจมีหลายสาเหตุหรือเหตุเดียว มาเป็นต้องอ้างสนับสนุนมาอธิบายความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ ซึ่งเรียกว่าผลสรุปหรือผล (Conclusion)

พีชานิกา เพชรสังข์ (2557) ได้ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการคิดวิเคราะห์ความคิด



สร้างสรรค์หรือกรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง ข้อมูล ข้อความ แนวคิดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ และหาความสัมพันธ์เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากแนวคิดต่าง ๆ ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปความหมายในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายวิธีการทางคณิตศาสตร์หรือเหตุผลด้วยการอ้างอิงหลักฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อยืนยันข้อสรุปว่าเป็นจริงหรือความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและมีเหตุผล

การสอนคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล

National Council of Teacher Mathematics (1989) ได้กล่าวถึงการสอนให้เกิดการให้เหตุผลว่า คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จึงจำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทั้งในศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาจัดประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดให้และประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคอง (2547) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้กับการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลของนักเรียนมักเป็นไปตามสิ่งที่ตาเห็นและรับรู้และมีการพัฒนาให้เป็นรูปธรรมมากขึ้นตามวัย โดยนักเรียนต้องเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนัยทั่วไปของกรณีต่าง ๆ โดยใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ผู้สอนจึงต้องยกตัวอย่างทั้งกรณีสนับสนุนและคัดค้านเพื่อให้นักเรียนไม่สรุปเร็วเกินไป นักเรียนต้องเรียนรู้การพิจารณาสิ่งต่าง ๆ บนพื้นฐานข้อมูล การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในขณะที่เรียนเนื้อหาและในขณะที่ทำกิจกรรมมากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการให้เหตุผล ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่านักเรียนทำไมถึงได้คำตอบเหล่านั้นและคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกหรือผิด เพราะเหตุใดให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงาน เพื่อสะท้อนความคิดของตนเองและที่สำคัญ คือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปและการตัดความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าจะเชื่อตามที่ผู้สอนบอก

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักจิตวิทยา นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษา ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเรียกว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนี้ว่า ข้อความคาดการณ์ ถ้าต้องการยืนยันว่าข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นจริงก็ต้องสืบเสาะค้นหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนให้มากพอหรือแสดงเหตุผลที่ทำให้ยอมรับได้ว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริงใน ทางคณิตศาสตร์เรายืนยันว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริง โดยการแสดงหรือพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่า ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็น ทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้ามถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้แต่เพียงกรณีเดียวข้อความคาดการณ์นั้นจากเป็นเท็จทันที

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับได้ว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

2.1 เหตุหรือสมมุติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ได้แก่ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ

2.2 ผลหรือสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมุติฐาน สมัย เหล่าวานิชย์ (2525) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกันและเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะรวมเป็นสรุปที่เป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปในวงกว้าง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจะทำให้เกิดข้อสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสัทัญญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลซึ่งเกิดจากความคิดที่เกิดขึ้นมาในขณะที่ขณะหนึ่งความคิดที่เกิดขึ้นในลักษณะเช่นนี้ของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานประสบการณ์และจิตใต้สำนึก ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ทฤษฎีเกิดจากการให้เหตุผลที่เกิดจากความคิดแบบนี้มาก่อน หลังจากนั้นจึงพยายามพิสูจน์ให้เป็นจริง โดยกำหนด นิยาม นิยาม และสัจพจน์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ศุกกิจ เฉลิวิสุตม์กุล (2528) แบ่งประเภทการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างหลักฐานจากประสบการณ์ กล่าวคือ เราเชื่อว่าสิ่งนั้นเป็นจริงเพราะเราเคยพบว่ามันเป็น

เช่นนั้นมาก่อนและเมื่อมีประสบการณ์แบบเดียวกันหลาย ๆ ครั้ง เราก็สรุปเป็นกฎหรือเป็นความจริงทั่ว ๆ ไปเกี่ยวกับสิ่งนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยนำเอาความจริงจากความรู้เดิมมาพิจารณาตามหลักของเหตุผลแล้วสรุปความจริงใหม่ออกมาโดยไม่ต้องอาศัยการทดลองหรือการสังเกตจากประสบการณ์

ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร (2529) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น

2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลซึ่งเป็นผลสรุปที่ได้จากการพบเห็นปรากฏการณ์ที่ซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลซึ่งยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างอิงจากสิ่งที่รู้นั้นว่ารู้อะไรเพิ่มเติมขึ้นอีก

O' Daffer (1990) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น

2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์วิเคราะห์สถานการณ์และการอธิบาย สมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิยามหรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะเป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานคือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎี ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Baroody (1993) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) เป็นอีกประเภทหนึ่งซึ่งเป็นลักษณะการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจหรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนหรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของ O' Daffer

เลิศ สิทธิโกศล (2540) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท

คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผล โดยสรุปผลจากเหตุย่อย ๆ หลาย ๆ ความรู้โดยที่แต่ละเหตุคือความรู้นั้นเป็นอิสระต่อกัน
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผล โดยสรุปจากเหตุใหญ่หรือความรู้ใหญ่มาเป็นความรู้อย่อย (ผลสรุป) จะเห็นได้ว่าผลสรุปที่ได้จากการให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้ถูกบังคับจากเหตุหรือความรู้เดิมที่ยอมรับกันมาแล้วอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ดังนั้น ผลสรุปที่ได้จึงอยู่ในวงจำกัดเฉพาะเหตุเท่านั้นจะสรุปผลกว้างกว่านี้ไม่ได้ การให้เหตุผลแบบนี้พบมาก ในวิชาคณิตศาสตร์โดยจะนำเอาอนิยาม สัจพจน์ และหลักทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป ซึ่งถ้าหากสมเหตุสมผล (Valid) ก็จะเป็นกฎ (Law) หรือทฤษฎีบท (Theorem) ตามมา

จากที่มีผู้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้จะเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยพอสรุปได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้งแล้วนำไปสู่ข้อสรุป
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป โดยจะนำเอา อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์และหลักทางตรรกศาสตร์มาช่วยให้ได้ผลสรุป

หลักในการพัฒนาการให้เหตุผล

อรุณี ศรีวงษ์ชัย (2551) ได้กล่าวถึงการพัฒนาการให้เหตุผลมีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้

ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ

ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีผู้กล่าวไว้พอสังเขป ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาโดยใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์นั้นมิใช่จะเกี่ยวข้องกับตัวเลขนั้นแต่มีขอบเขตที่กว้างขวางกว่ามาก เด็กที่คิดเลขคล่องเพียงอย่างเดียวเชื่อว่าต้องเก่งคณิตศาสตร์ และเด็กที่คิดเลขไม่คล่องก็อาจจะพัฒนาจนเรียนคณิตศาสตร์เก่งได้

2. การแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลบางปัญหา ถ้าใช้ตารางช่วยในการแก้ปัญหาเหล่านั้น จะสะดวกและรวดเร็วขึ้น

3. ในบางกรณีการใช้แผนภาพช่วยให้เข้าใจการให้เหตุผลสะดวกยิ่งขึ้น นอกจากนั้น แผนภาพยังช่วยให้เห็นว่ากรณีใดส่งผลสรุปไม่สมเหตุสมผล

4. การใช้เหตุผลตามรูปแบบ ช่วยให้การให้เหตุผลเป็นไปอย่างมีระบบชัดเจน และเป็นลำดับขั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) และมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีต่อไปนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นวิธีการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบ ความถูกต้องถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่

2. ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และแบบจำลอง ช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง ทำให้เกิดแนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหา

3. ยุทธวิธีการสร้างตาราง การจัดกระทำข้อมูลอย่างเป็นระบบระเบียบ โดยนำมาเขียนในตาราง ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการได้ ซึ่งวิธีการใช้ตารางในการแก้ปัญหาอาจทำได้ 4 วิธี ดังนี้

3.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

3.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี

3.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด หรือมากกว่า

3.4 สร้างตารางเพื่อค้นหารูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์

4. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ ผู้แก้ปัญหามองศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหา ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านี้ แล้วคาดเดาคำตอบโดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและทำการยืนยัน คำตอบโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย

5. ยุทธวิธีแบ่งเป็นกรณี เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยการให้เหตุผลพื้นฐาน เมื่อแบ่งกรณีมากกว่า 1 กรณี ซึ่งแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้นกว่าปัญหาเดิม เมื่อแก้ปัญหา คำตอบทุกกรณีได้แล้ว พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกันจะได้ภาพรวม ซึ่งเป็นคำตอบของ ปัญหาเดิม

6. ยุทธวิธีการให้เหตุผลทางตรง โดยทั่วไปปัญหามักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่กำหนด ผสมผสานกับความรู้และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่มีแก้ปัญหามี อยู่ นำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

7. ยุทธวิธีการให้เหตุผลทางอ้อม ใช้เมื่อไม่สามารถใช้การให้เหตุผลทางตรงได้



8. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ เป็นการพิจารณาจากผลลัพธ์ครั้งสุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาที่ตัวปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน เป็นการใช้กระบวนการวิเคราะห์โดยวิธีพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่ปัญหากำหนดให้

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคะนอง (2546) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

2. สอนให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไรและเรียนอย่างไรต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียนการสอน

4. สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผลเชื่อมโยงสื่อสารและคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปติดต่อ

8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้กิจกรรมการสอนที่สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยากและมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกตและประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้องโดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

## 2.8 ความคงทนในการเรียนรู้

ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้

ประสาธ อิศรปริดา (2523) กล่าวถึงความคงทนในการเรียนรู้ว่าหมายถึง การรักษาไว้ซึ่งผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมหรือการเรียนรู้ให้คงอยู่ต่อไป นอกจากนั้นการปรับปรุงประสิทธิภาพในการจำก็มีอยู่หลายวิธีด้วยกันที่สำคัญ ได้แก่

1. การให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย
2. การทบทวนการอ่านหรือการท่องอยู่เสมอ
3. หลีกเลียงไม่ให้มีผลการเรียนรู้อื่นสอดแทรก ซึ่งจะเป็นอุปสรรคต่อการจดจำหรือเกิดการจดจำสับสนขึ้นได้
4. ให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เรียน วิธีการนี้จะทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาเข้ากันได้ ก็จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการจดจำในสิ่งที่เรียนได้นาน หรือมีความคงทนในการเรียนรู้ได้นานยิ่งขึ้น

กมลรัตน์ หล้าสุดวงษ์ (2528) ให้ความหมายว่า ความสามารถสะสมประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม แล้วสามารถถ่ายทอดออกมาในรูปของการระลึกได้หรือจำได้

สุนีย์ อิศรดากร (2525) กล่าวถึง ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่า หมายถึง ความสามารถของสมองที่จะเก็บสะสม (Retention) ในสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้วสามารถระลึกได้ (Recall) สามารถถ่ายทอดออกมาได้ถูกต้อง หรือสามารถทำงานและกิจกรรมต่าง ๆ ได้โดยประหยัดเวลาพลังงานประสาท

พยอม วงศ์สารศรี (2526) ได้ให้ความหมายว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง การที่สมองของบุคคลทำการสะสมประสบการณ์ต่าง ๆ ไว้ได้ สามารถระลึกได้และถ่ายทอดออกมาได้

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541) กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หรือความคงทนในการจำ เป็นความสามารถของสมองที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้เป็นเวลานาน และสามารถค้นคว้าออกมาใช้ได้หรือระลึกได้ในสถานที่จำเป็น

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541) กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้หรือความจำ หมายถึง ความสามารถในการระลึกรู้ออกสิ่งที่ได้เรียนรู้ ได้มีประสบการณ์ ได้รับรู้มาแล้วความจำเป็น ความสามารถพื้นฐานอย่างหนึ่งของมนุษย์ ซึ่งจะขาดเสียไม่ได้ ความคิดทั้งหลายก็มาจากการหาความสัมพันธ์ของความจำนั่นเอง

Adams (1967) ให้ความหมายว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ความคงไว้ซึ่งผลของการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกถึงสิ่งเร้าที่เคยเรียนหลังจากที่ได้ทิ้งไว้ช่วงระยะเวลาหนึ่ง



จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาได้ให้ไว้พอสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถของสมองในการเก็บรักษาสิ่งที่รับรู้ให้คงอยู่ไว้ได้เป็นเวลานานและถ่ายทอดหรือนำออกมาใช้ได้

#### ประเภทของความจำ

การเรียนคณิตศาสตร์อาศัยความจำ ผู้เรียนจะต้องจำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ มากมาย การที่ผู้เรียนสามารถจำเนื้อหาและความรู้ที่ได้เรียนผ่านมาแล้ว เมื่อมาเรียนเรื่องใหม่ที่ต้องอาศัยความรู้เดิม ผู้เรียนยังสามารถจำได้ และนำความรู้ที่จำได้มาใช้แก้ปัญหาในการเรียนเรื่องใหม่ได้ถูกต้อง ถือว่าผู้เรียนมีความสามารถในการจำได้เป็นเวลานาน ๆ ซึ่งในทางการศึกษาถือว่าผู้เรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ การศึกษาความคงทนในการเรียนรู้จึงเป็นการศึกษาความสามารถในการจำได้ของผู้เรียนนั่นเอง

สฤณี ยีรดากร (2525) ได้แบ่งประเภทของความจำเป็นเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. การจำได้จากการปะติดปะต่อเหตุการณ์ (Reintegration) เป็นความจำเป็นเบื้องต้นของมนุษย์ ความจำเป็นประเภทนี้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีเหตุการณ์ หรือสิ่งใดสิ่งหนึ่งมากระตุ้นให้นึกถึง
2. การระลึกได้ (Recall) คือการที่เราสามารถทำสิ่งที่เคยเรียนมาแล้วได้อย่างถูกต้อง
3. การจำได้หรือการรู้จัก (Recognition) หมายถึง การแสดงว่าเคยรู้จักหรือเคยเห็นสิ่งนั้นมาก่อน และสามารถแสดงพฤติกรรมได้อีก เมื่อสิ่งเรานั้นมาปรากฏเฉพาะหน้า
4. การเรียนใหม่หรือการเรียนรู้ซ้ำ (Relearning) หมายถึง การที่บุคคลสามารถเรียนรู้สิ่งที่เคยเรียนมาก่อนได้รวดเร็วยิ่งกว่าเดิม

ชัยพร วิชชาวุธ (2525) กล่าวถึงเกี่ยวกับความจำของมนุษย์ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระบบสรุปได้ดังนี้

1. ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory memory) หมายถึง ความคงอยู่ของความรู้สึกหลังจากที่เสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง การสัมผัสนี้อาจเป็นการสัมผัสด้วยอวัยวะทั้ง 5 ได้แก่ หู ตา จมูก ลิ้น และผิวหนัง หรือส่วนใดส่วนหนึ่ง
2. ระบบความจำระยะสั้น (Short-term memory ย่อว่า STM) เป็นความจำหลังการเรียนรู้ซึ่งคงอยู่ในระยะเวลาสั้น ๆ หลังจากนั้นก็จะเลือนหายไป
3. ระบบความจำระยะยาว (Long-term memory ย่อว่า LTM) เป็นความจำที่มีความคงทนมากกว่าความจำระยะสั้น ไม่ว่าจะทิ้งระยะเวลาไว้นานเพียงใด เมื่อต้องการรื้อฟื้นความจำนั้น ๆ ก็จะระลึกได้ทันทีและถูกต้อง

กระบวนการเรียนรู้และองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความคงทนในการเรียนรู้

การที่คนเราจะจำสิ่งที่เคยเรียนรู้ได้มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ ซึ่ง พรรรณี ช. เจนจิต (2528) กล่าวว่า Gagne' ได้อธิบายขั้นตอนกระบวนการที่กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

1. การจูงใจ เป็นการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนสนใจ ต้องการที่จะเรียนรู้
2. ความสัมพันธ์ของการรับรู้กับการคาดหวัง ซึ่งนักเรียนจะเลือกเรียนรู้สิ่งที่สอดคล้องกับความตั้งใจของตนเอง
3. การปรับขยายการรับรู้ เป็นการจัดขยายการรับรู้ ซึ่งมีทั้งการจำระยะสั้น และการจำระยะยาว
4. การสะสมสิ่งที่เป็นการเรียนรู้ เป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงอยู่ หรือเป็นการจำระยะยาวซึ่งคงทนถาวร
5. การระลึกได้ เป็นความสามารถของสมองที่ระลึกสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว
6. การประยุกต์ใช้ความรู้เป็นความสามารถในการนำความรู้หรือกฎเกณฑ์ที่ได้จากการเรียนรู้ ไปใช้ในชีวิตประจำวัน
7. การแสดงพฤติกรรมสนองตอบการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนได้แสดงออกถึงความรู้ความสามารถที่ได้เรียนรู้มา
8. การแสดงผลย้อนกลับ เป็นการแจ้งผลการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบเพื่อนักเรียนจะเกิดกำลังใจ หรือปรับปรุงให้ดีขึ้น
9. การฝังตัวในความจำระยะยาว เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่มีอยู่ในความจำระยะยาวกับสิ่งที่ต้องจำ

เอนกกุล กริแสง (2522) ได้เสนอแนะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้ออำนวยต่อการช่วยให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. จัดบทเรียนให้มีความหมาย เช่น
  - 1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์
  - 1.2 การจัดเป็นระบบล่วงหน้า
  - 1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น
  - 1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่
2. การจัดสถานการณ์ช่วยการเรียนรู้ ทำได้ดังนี้
  - 2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนที่ฝึกฝนอยู่
  - 2.2 การเรียนเพิ่ม
  - 2.3 การทบทวนบทเรียน

2.4 การจำอย่างมีหลักเกณฑ์

2.5 การท่องจำ

2.6 การใช้จินตนาการ

3. การทบทวน เราไม่สามารถทบทวนทุกสิ่งเข้ามาอยู่ในความทรงจำระยะสั้นได้ ดังนั้นจำนวนสิ่งที่เราจะจำได้ในความจำระยะสั้นจึงมีจำกัด

4. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นยิ่งนานสิ่งนั้นก็ยิ่งมีโอกาสฝังตัวในความทรงจำระยะยาวมากขึ้น

5. การฝังตัวในความจำระยะยาว เป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวแล้วกับสิ่งที่เราจะต้องการจำ

การวัดความคงทนในการเรียนรู้

การวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การทดสอบพฤติกรรมภายในโดยอาศัยเครื่องมือในการวัด เช่น การจำได้ (Recognition) การระลึกได้ (Recall) และการเรียนซ้ำ (Relearning) มีผลสรุปดังนี้

ชัยพร วิชชาวุธ (2525) กล่าวว่า การศึกษาทบทวนสิ่งที่จำได้อยู่แล้วซ้ำแ่กจะช่วยให้ความจำถาวรมากยิ่งขึ้น และถ้าได้ทบทวนอยู่เสมอแล้วช่วงระยะเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในการจำ ประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้ผ่านการเรียนรู้ไปแล้ว

ชวาล แพร์ตกุล (2529) กล่าวว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ที่ใช้การทดสอบฉบับเดียวกันไปทดสอบกับกลุ่มเดียวกัน เวลาในการทดสอบครั้งแรกและครั้งที่สองควรเว้นห่างกันประมาณ 2-4 สัปดาห์ ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง และจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

Nunnally (1970) ได้กล่าวว่า เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

ในการดำเนินการครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดระยะเวลาในการจัดความคงทนในการเรียนรู้โดยมีการวัดผลหลังการทดลองสิ้นสุดลงและทิ้งระยะเวลาหลังการทดลอง เป็นเวลา 14 วัน แล้วทำการวัดผลซ้ำเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

## 2.9 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

ในการแปลความหมายผลลัพธ์จากการประมวลผลข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป มีข้อที่นักวิจัยต้องทราบถึงวิธีการที่แตกต่างจากการทดสอบสมมติฐานในตำราสถิติแบบเดิม ดังนี้ (กรมตรวจบัญชีสหกรณ์, 2562)

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานทางสถิติแบบเดิม

1. ตั้งสมมติฐานเดิม ( $H_0$ ) และสมมติฐานอื่น ( $H_1$ )
2. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ หรือ  $\alpha$  ซึ่งก็คือกำหนดค่าความผิดพลาด

แบบที่ 1 (Type I error) ของการตัดสินใจไม่เกิน  $\alpha$

3. เลือกตัวสถิติที่เหมาะสมกับสมมติฐานที่ทดสอบ
4. สร้างกฎการตัดสินใจ ซึ่งขึ้นอยู่กับความแรงของตัวสถิติที่ทดสอบเมื่อ

สมมติฐาน  $H_0$  เป็นจริง (การแจกแจงที่สำคัญได้แก่ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบทวิภาค การแจกแจงแบบโคสเคอร์ การแจกแจงแบบเอฟ) นั่นคือ การหาบริเวณวิกฤต (Critical region) เพื่อการตัดสินใจซึ่งขึ้นอยู่กับระดับของ  $\alpha$  ที่กำหนดในข้อ 2

กฎการตัดสินใจ : ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่างตกอยู่ในบริเวณวิกฤต เราจะปฏิเสธสมมติฐาน  $H_0$  ไม่เช่นนั้นเราจะไม่ปฏิเสธสมมติฐาน  $H_0$  นั่นคือเราจะสรุปว่ามีข้อมูลหรือหลักฐานไม่เพียงพอที่จะปฏิเสธ  $H_0$  (แต่ไม่ใช่ยอมรับ  $H_0$  เพราะจุดมุ่งหมายของการวิจัยคือการปฏิเสธ  $H_0$  ซึ่งเป็นความเชื่อเดิมและให้มายอมรับหรือนำเสนอความเชื่อใหม่หรือความรู้ใหม่ที่นักวิจัยค้นพบ นั่นคือ สมมติฐานอื่น  $H_1$ )

5. คำนวณค่าสถิติจากกลุ่มตัวอย่าง
6. ตัดสินใจเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐาน พร้อมทั้งตีความหมายของการตัดสินใจ

นั้น ๆ

ตัวอย่างการทดสอบสมมติฐานสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม : t-test

ตัวแปรต้น : กลุ่มตัวอย่างมี 2 ระดับ ได้แก่

1. กลุ่มทดลอง (ให้ความรู้สุขศึกษา)
2. กลุ่มควบคุม (ไม่ให้ความรู้สุขศึกษา)

ตัวแปรตาม : คะแนนความรู้ทางสุขศึกษาหลังการทดลอง (x)

ให้  $\bar{x}_1$ , SD1 แทน คะแนนเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มทดลอง

(n = 20)

$\bar{x}_2$ , SD2 แทน คะแนนเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุม  
(n = 20)

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

1. ตั้งสมมติฐาน

$H_0$  : ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มเท่ากัน คือ  $\mu_1 = \mu_2$

$H_1$  : ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มแตกต่างกัน คือ  $\mu_1 \neq \mu_2$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ  $\alpha = 0.05$

3. เลือกตัวสถิติที่เหมาะสม

ถ้าความแปรปรวนของประชากรเท่ากันคือ  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$\text{ตัวสถิติ : } t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

t มีการแจกแจงแบบ t ด้วยดีกรีอิสระ  $n_1 + n_2 - 2$  เมื่อ  $H_0$  เป็นจริง

ถ้าความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน คือ  $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ในการทดสอบว่า  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  หรือไม่ จะใช้การทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ,  $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$  ด้วยสถิติ F สมมติว่าใน

ตัวอย่างนี้ความแปรปรวนของประชากรเท่ากัน

4. สร้างกฎการตัดสินใจ นั่นคือ ปฏิเสธ  $H_0$  ถ้า  $t > t_{[0.025,38]} \approx 1.96$

หรือ  $t < -t_{[0.025,38]} \approx -1.96$  (ค่าได้จากตาราง t)

5. คำนวณค่าสถิติจากกลุ่มตัวอย่าง จากกลุ่มตัวอย่างค่า  $t = 2.85$

6. ตัดสินและตีความ  $t > 1.96$  ดังนั้น เราปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือผลของการให้ความรู้  
สุศึกษาของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.5 และค่าเฉลี่ยของ  
คะแนนสอบของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

หากผลการทดสอบสมมติฐานได้ผลว่าเราไม่ปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือค่าเฉลี่ยของกลุ่ม

ตัวอย่างแตกต่างกันแต่ค่าเฉลี่ยของประชากรไม่แตกต่างกัน โดยที่ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่แตกต่าง  
กันเป็นความคลาดเคลื่อน จากกลุ่มตัวอย่าง (sampling error) เราจะสรุปว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนน  
สอบของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ ที่ระดับ 0.05 (ค่าเฉลี่ยในที่นี้จะ

หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง) หรือเราจะพูดว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน (ค่าเฉลี่ยในที่นี้จะหมายถึงค่าเฉลี่ยของประชากร)

การทดสอบสมมติฐานด้วยค่าพีจากโปรแกรมการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการแปลความหมายการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานด้วยคอมพิวเตอร์มีข้อที่แตกต่างกันไปเล็กน้อย ดังนี้

โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติจะคำนวณค่าสถิติจากกลุ่มตัวอย่างในข้อ 5 ให้ เช่น สำหรับ  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  ในการตัดสินใจ ผู้วิจัยไม่ต้องสร้างกฎการตัดสินใจโดยการเปิดตารางสถิติ แต่ผู้วิจัยต้องเข้าใจการประยุกต์ใช้โดยการเปรียบเทียบค่าพี (p - value) หรือค่า probability ที่โปรแกรมสำเร็จรูปคำนวณให้กับค่าของระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ที่กำหนดไว้

โปรแกรมสำเร็จรูปจะให้ค่าสถิติ t ที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง สมมติว่าเป็น 2.85 พร้อมทั้งให้ค่าความน่าจะเป็นแบบ 2 ทางสำหรับค่าสถิติ 2.85 นั่นคือ ถ้าค่าสถิติมากกว่าค่าวิกฤต 1.96 ค่าพีที่โปรแกรมสำเร็จรูปคำนวณให้จะต้องน้อยกว่าค่า 0.05 ดังนั้น ในการสรุปการตัดสินใจจะเป็นดังนี้

ให้เปรียบเทียบค่า P-value กับค่า  $\alpha$  ที่กำหนดไว้  
ถ้า  $p < \alpha$  จะปฏิเสธ  $H_0$  แต่ถ้า  $p > \alpha$  จะไม่ปฏิเสธ  $H_0$

โปรแกรมสำเร็จรูปจะให้ค่าพี ซึ่งละเอียดและมีประโยชน์มากกว่าการทดสอบแบบเดิมซึ่งเพียงแต่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  หรือไม่ ขึ้นอยู่กับระดับ  $\alpha$  ที่กำหนดไว้ก่อน แต่ถ้าเราทราบค่าพี จะทำให้เราทราบข้อเท็จจริงของกลุ่มตัวอย่างได้ละเอียดขึ้นและสามารถเลือกระดับนัยสำคัญในการทดลองสมมติฐานได้ตามความเหมาะสม ในการนำเสนอผลงานการวิจัย ผู้วิจัยจะรายงานว่าผลการทดสอบสมมติฐานมีนัยสำคัญ (นั่นคือปฏิเสธ  $H_0$ ) ที่ระดับ p-value เท่าใด เช่น แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่  $p < 0.05$  หรือ  $p < 0.01$  หรือ  $p < 0.001$  เป็นต้น

พูน ปณ ทิโต ชิว



## 2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.10.1 งานวิจัยในประเทศ

สุดารัตน์ หมั่นไธสง (2553) ได้ศึกษาค้นคว้าผลการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ ประกอบการสอนแบบอุปนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลัง ที่ใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ ประกอบการสอนแบบอุปนัย มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.69/76.98 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดคือ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลัง ที่ใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ ประกอบการสอนแบบอุปนัยเท่ากับ 0.6123 หรือ คิดเป็นร้อยละ 61.23

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากเรียนด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่ใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ ประกอบการสอนแบบอุปนัย โดยรวมอยู่ในระดับมาก

วันทนิย กะตะศิลา (2554) ได้ศึกษาผลการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดน้ำดิบ จังหวัดลำพูน ผลการวิจัยพบว่า 1. นักเรียนที่เรียนภายใต้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีคะแนนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าคะแนนก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2. นักเรียนมีคะแนนอัตราพัฒนาการด้านทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 0.52 คะแนนต่อครั้ง จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน ของผลการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาลำดับ 8 ครั้ง 3. นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยอยู่ในระดับมาก

เยาวพา สาครเจริญ (2555) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย มีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.95/80.91 และ 86.97/82.02 ตามลำดับ ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด คือ 75/75



2. แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย มีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.7221 และ 0.7319 แสดงว่านักเรียนมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนคิดเป็นร้อยละ 72.21 และ 73.19 ตามลำดับ

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ไม่แตกต่างกัน แต่นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัชรี กล้ายุทธ (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านเมืองบ้ำ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรสาคร ผลการศึกษาพบว่า

1. แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสอนแบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 92.25/84.35 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดคือ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเท่ากับ 0.6301 หรือคิดเป็นร้อยละ 63.013 นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ด้วยแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัยเรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยรวม และรายชื่อทุกข้ออยู่ในระดับมาก

ไพรวลัย สงวนแก้ว (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า

1. การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.96/82.07 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดคือ 80/80

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.6286

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมโดยรวมและรายชื่อทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้และด้านการวัดและประเมินผลอยู่ในระดับมาก

ฉัตรรัตน์ สังห (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัยเรื่องสถิติสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้และ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทศพร พรหมจารย์ (2556) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลการเรียนการสอนด้วยบทเรียนบนเว็บโดยใช้วิธีอุปนัยกับการเรียนแบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม การหาพื้นที่และปริมาตร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนบนเว็บโดยใช้วิธีอุปนัยมีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.18/81.67 และดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.5188 นักเรียนโดยรวมที่เรียนด้วยวิธีเรียนต่างกัันมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนและนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนบนเว็บโดยใช้วิธีอุปนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิเคราะห์เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้อุปนัย

ยุภา หลุมทอง (2557) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วยผังมโนทัศน์กับการจัดการเรียนรู้แบบ TGT ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วยผังมโนทัศน์กับการจัดการเรียนรู้แบบ TGT เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม มีค่าเท่ากับ 85.70/82.86 และ 83.72/80.00 ตามลำดับ

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วยผังมโนทัศน์กับการจัดการเรียนรู้แบบ TGT เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม มีค่าเท่ากับ 0.7477 และ 0.7092 ตามลำดับ

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วยผังมโนทัศน์มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบ TGT อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน  
ณัฐปริญญาณี พิชญามขันธ์ (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อนุรักษ์ วรกิจไพฑูรย์ (2558) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีค่าเท่ากับ 80.10/78.97

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. เจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากที่ได้เรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมากอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. การแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการคิดวิเคราะห์ต่างกันหลังได้รับการเรียนรู้ด้วยชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ไพศาล แผลงทับทอง (2558) ได้ทำการศึกษา ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อัมพร ไชยฤทธิ์ (2558) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยและแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยปรากฏพบว่า

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนและทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยมีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.15/82.03 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนและทศนิยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยแบบปกติมีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.7005 และ 0.5928

3. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยและแบบปกติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อการเรียนของคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

เอกภพ เฟื่องสำรวจ (2562) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โรงเรียน บึงกาฬ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ซึ่งจัดเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้อง กลุ่มควบคุม 1 ห้อง พบว่า

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 79.74/77.52 และ 77.93/76.48 ตามลำดับ ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.6560 และ 0.6378 ตามลำดับ ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.60 และ 63.78 ตามลำดับ

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ลำดับและอนุกรม มีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนและหลังเรียนผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

อุไรวรรณ คำเมือง (2562) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ส่งเสริมมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 80.41/77.63 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอุปนัย เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เท่ากับ 0.6175 ซึ่งมีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 61.75

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



### 2.10.2 งานวิจัยต่างประเทศ

การ์เน็ต (Garnett, 1991) ได้ศึกษาการพัฒนาการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการสอน แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่มีโครงสร้างในการทดลอง โดยใช้เทคนิคการสอนหลาย ๆ อย่าง รวมกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 60 คน ใช้เวลาในการทดลอง 5 เดือน การประเมินผลการสอนใช้วิธีหาข้อมูลเชิงคุณภาพและข้อมูลเชิงอุปนัย ผลการทดลองพบว่า หากไม่คำนึงถึงพื้นฐานระดับความสามารถเดิมของนักเรียน การพัฒนาการสอนโดยใช้ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่างๆได้ สามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างมีระบบมากขึ้น

Mansi (2004) ได้ศึกษาการให้เหตุผลและข้อพิสูจน์เรขาคณิตในวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา เพื่อตรวจสอบบทบาทการให้เหตุผลและข้อพิสูจน์เรขาคณิตที่ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยสำรวจคำถามวิจัย 4 ข้อ ดังนี้ 1) นักเรียนจำเป็นต้องมีความรู้ความสามารถในการให้เหตุผลอะไรบ้าง เพื่อให้มีความพร้อมในการพิสูจน์เรขาคณิต 2) มีหลักฐานอะไรบ้างที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายไม่ประสบผลสำเร็จกับข้อพิสูจน์และยึดถือแนวคิดที่ผิด ๆ 3) ความเชื่อและความเข้าใจของครูสามารถช่วยข้อพิสูจน์ของนักเรียนได้อย่างไรบ้าง 4) จะทำอะไรได้บ้างเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเพื่อปรับปรุงทักษะการเขียนข้อพิสูจน์ของนักเรียน โดยวิธีศึกษา ใช้การเปรียบเทียบตามทฤษฎีของเพียเจต์และแวนไฮเลอกลิปรายวิธีการที่นักเรียนได้ใช้ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนไม่อยู่ในระดับสูงพอสำหรับทฤษฎีของแวนไฮเล ที่จะทำให้การพิสูจน์ได้สำเร็จก่อนที่จะเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย นอกจากนี้ยังพบว่า การพิสูจน์ให้สัมพันธ์ผลได้ การสอนของครูมีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูผู้สอนจะสามารถช่วยเหลือนักเรียนได้ในการปรับปรุงและพัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผลและเรขาคณิตเพื่อความสำเร็จและความเข้าใจในการเรียนมากขึ้น

Canadas (2009) ได้ศึกษาผลการวิจัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาจำนวนเชิงเส้นและสมการมีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายลักษณะการให้เหตุผลอุปนัยของผู้เรียนสเปนอายุ 9 ปี และ 10 ปี ทดสอบการแก้ปัญหา 6 ลักษณะที่แตกต่างกันโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย 7 ขั้นตอน เพื่อวิเคราะห์การตอบสนองของผู้เรียนสรุปได้ว่ารูปแบบการให้เหตุผลอุปนัยเป็นประโยชน์ในการอธิบายการทำงานของนักเรียนและนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้นในระยะยาว

Canadas และ Castro (2009) ได้ศึกษาทบทวนสิ่งที่เกี่ยวข้องในการใช้ขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยโดยทั่วไป ซึ่งประกอบไปด้วยการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การเรียนแบบโครงการ การสอนแบบกรณีเป็นฐาน การเรียนรู้แบบค้นพบและการสอนแบบกระตือรือร้นร่วมกับการใช้เทคโนโลยีเป็นฐาน (Just in time teaching) งานวิจัยนี้ได้รับทุนแต่ละขั้นตอนโดยเน้นส่วนที่เหมือนกันและส่วนที่แตกต่างกันและทบทวนงานวิจัยที่มีผลต่อขั้นตอนนั้น



ซึ่งในหลักฐานทาง LINE แสดงได้ว่าวิธีการสอนแบบอุปนัยยังคงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ และเป็นวิธีการที่มีหลักการทั่วไปสำหรับการทำให้บรรลุผลทางการเรียนรู้

Patrick (2009) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้ผ่านระบบอิเล็กทรอนิกส์ของผู้เรียน โดยอาศัยกระบวนการเรียนรู้แบบอุปนัยที่สนับสนุนการจัดการเรียนรู้ที่ไม่ใช่การท่องจำการจัดกระบวนการเรียนรู้แบบอุปนัยผ่านระบบอิเล็กทรอนิกส์นี้ผู้เรียนที่เรียนสามารถโต้ตอบและคิดคำนวณได้จากการใช้เทคโนโลยีต้นแบบได้อย่างมีประสิทธิภาพทำให้เกิดการเรียนรู้และการทำงานร่วมกัน สรุปได้ว่า การเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผ่านระบบอิเล็กทรอนิกส์ทำให้การเรียนรู้เกิดขึ้นได้จริงเป็นการเรียนรู้ที่ไม่ใช่การท่องจำจึงทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้น

Brijlall และ Maharaj (2009) ได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยสำหรับการนิยามลำดับทางเดียวและลำดับที่มีขอบเขตการศึกษาครั้งนี้เป็นการตรวจสอบการสร้างนิยามของลำดับทางเดียวและลำดับที่มีขอบเขตของนิสิตชั้นปีที่ 4 วิทยาเขตเอจวูด มหาวิทยาลัยควาซูลูเนตส์ในแอฟริกาใต้ โดยใช้ใบกิจกรรมที่มีโครงสร้างผ่านกระบวนการแก้ปัญหาแบบชี้นำในการสร้างนิยามทั้งสองเรื่องโดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตจำนวน 23 คน มีความเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์และเข้ารับการฝึกอบรม (FET) สำหรับนักเรียนเกรด 10-12 หลักสูตรของโรงเรียนในการวิจัยครั้งนี้เน้นเกี่ยวกับเรื่องการตรวจสอบการสร้างนิยามบนพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้ในบริบทของความคิดทางคณิตศาสตร์ขั้นสูงและการมีส่วนร่วมในการทำความเข้าใจถึงวิธีการสร้างนิยามทั้งสองการวิจัยพบว่าเกือบทุกคำถามในใบกิจกรรมทำให้นิสิตสามารถที่จะสร้างนิยามทั้งสองได้แต่สามารถสร้างนิยามได้บางส่วนและได้บางคนเท่านั้น

Emanosky และ Brehovsky (2010) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบอุปนัยในโรงเรียนมัธยมศึกษาโดยใช้วิธีการสอนแบบบันไดในการเพิ่มความรู้อให้กับผู้เรียนซึ่งนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบอุปนัยมีคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลังเรียนดีกว่าทดสอบก่อนเรียนสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือ T-test และ F-test สรุปได้ว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยจะทำให้วิธีการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมมีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้นและน่าสนใจสำหรับผู้เรียนมากกว่าวิธีการสอนแบบเดิม

Gyongyve (2011) ได้ศึกษาเกี่ยวกับโปรแกรมการฝึกอบรมในการให้เหตุผลแบบอุปนัยสำหรับผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่แรกและนำเสนอผลโดยตรงที่เป็นผลกระทบระยะยาวของการศึกษาการประเมินผลโปรแกรมการฝึกอบรมประกอบด้วย 120 ปัญหา ที่จะสามารถแก้ได้โดยผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัยเครื่องมือสำหรับการฝึกอบรมได้รับเลือกให้สอดคล้องกับอายุของกลุ่มเป้าหมายกลุ่มทดลองในการศึกษา 90 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 162 คน การทดสอบการให้เหตุผลแบบอุปนัยถูกใช้ในการทดสอบก่อนและหลังการอบรมและจากการศึกษาติดตามภายหลังหนึ่งปีเมื่อทดสอบหลังเรียนกลุ่มทดลองทำคะแนนมีประสิทธิภาพสูงกว่ากลุ่มตัวอย่างอย่างมีนัยสำคัญการพัฒนา

ที่เห็นได้ชัดที่สุดที่พบในการสร้างระบบไม่มีความแตกต่างในเรื่อง เพศ ดังนั้นผลการฝึกอบรม การพิสูจน์แล้วว่าจะมีเสถียรภาพในช่วงเวลาที่เป็นอิสระจากระดับเดิม ผลการวิจัยปรากฏว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะสามารถพัฒนาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากในวัยเริ่มต้น

Martinez และ Pedemonte (2014) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการอภิปรายอย่างมีเหตุผลนำไปสู่กระบวนการตั้งสมมุติฐานซึ่งเป็นข้อพิสูจน์ที่มีหลักฐานในการหารูปของความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและการพิสูจน์ทฤษฎีพีชคณิตแบบนิรนัยได้นำเสนอไว้ว่าการวิเคราะห์องค์ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการให้เหตุผลที่จะนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้และข้อพิสูจน์ในการแก้ปัญหาตามวิธีการดำเนินการพีชคณิต นักเรียนได้ค้นพบสาเหตุของความซับซ้อนยุ่งยากสองประการคือความคลาดเคลื่อนจากการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและความคลาดเคลื่อนจากการหาข้อพิสูจน์การให้เหตุผลแบบอุปนัยนิรนัยด้วยเหตุผลดังกล่าววิธีการเปรียบเทียบปัญหาของนักเรียนกระบวนการแก้ปัญหาและความสอดคล้องของปัญหาทั้งสามจากบทเรียนตั้งแต่บทแรกจนถึงบทที่สี่กระบวนการดังกล่าวโดยใช้แบบจำลองของทูลมี

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศพอสรุปได้ว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้แบบบันไดช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้นเนื่องจากการจัดกิจกรรมที่ทำให้ให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหาแก้ปัญหาได้ดีขึ้นทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดที่ดีทำให้เป็นคนมีเหตุผลไม่เชื่ออะไรง่ายๆครูผู้สอนจะต้องเข้าใจขั้นตอนการสอนเป็นอย่างดีและชัดเจนและครูผู้สอนจะต้องมีแนวทางการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียนโดยคำนึงถึงความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคลความต้องการและความสนใจของผู้เรียนและแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยนั้นก็สอดคล้องกับคำกล่าวข้างต้นและเป็นอีกวิธีการที่จะช่วยให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้นดังนั้นต้องส่งเสริมให้ครูผู้สอนมีการพัฒนาและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

พูน ปณ ทิโต ชีเว

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่อไปนี้

- 3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
- 3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 3.3 การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3.5 การจัดการกระทำกับข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล
- 3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 3.1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุกุลนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 7 ห้อง รวมนักเรียนทั้งสิ้น 268 คน

##### 3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุกุลนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้อง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้หน่วยสุ่มเป็นห้องเรียน

##### 3.1.3 ระยะเวลาในการทำวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทำวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ใช้เวลาในการทำวิจัย 20 คาบ ประกอบด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ 18 คาบ และการทำแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน 2 คาบ โดยผู้วิจัยสอนด้วยตนเอง

## 3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 18 แผนการจัดการเรียนรู้
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ (ฉบับคู่ขนาน) จำนวน 30 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

## 3.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

3.3.1 แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

3.3.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) เกี่ยวกับหลักการ จุดหมาย โครงสร้าง การจัดเวลาเรียน สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้และการประเมินผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อให้ทราบรายละเอียดในการกำหนดเนื้อหาหน่วยการเรียนรู้

3.3.1.2 ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหา เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้ แล้วทำการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ และเวลาเรียน

3.3.1.3 ศึกษาวิธีเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3.1.4 ดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ตามเนื้อหาที่ได้วิเคราะห์ไว้

ปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสาระการเรียนรู้ สาระสำคัญและจุดประสงค์การเรียนรู้  
เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
คู่อันดับ ผลคูณ คาร์ทีเซียน (2 คาบ)	<p>1. ถ้าจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน แล้วเขียนแสดงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันในวงเล็บ สิ่งที่ได้เหล่านี้เรียกว่า คู่อันดับ ในวิชาคณิตศาสตร์จะเขียนคู่อันดับในรูป (a, b) โดยที่ a เป็นสมาชิกตัวหน้า และ b เป็นสมาชิกตัวหลัง</p> <p>2. ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian product) ของเซต A และ เซต B เขียนแทนด้วย <math>A \times B</math> คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดซึ่ง a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B</p>	<p>1. นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่อันดับที่เท่ากันได้</p>
ความสัมพันธ์ (4 คาบ)	<p>1. ความสัมพันธ์ คือ เซตของคู่อันดับและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต จะใช้ <math>r</math> แทนความสัมพันธ์ ถ้า <math>r</math> แทนความสัมพันธ์ที่ <math>r \subset A \times B</math> เรากล่าวว่า <math>r</math> เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ถ้า <math>r \subset A \times A</math> เรากล่าวว่า <math>r</math> เป็นความสัมพันธ์ใน A</p> <p>2. โดเมน (Domain) ของความสัมพันธ์ <math>r</math> คือ เซตที่มีสมาชิกตัวหน้าของทุกคู่อันดับในความสัมพันธ์ <math>r</math> ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย <math>D_r</math> ดังนั้น <math>D_r = \{x \mid (x, y) \in r\}</math> และเรนจ์ (Range) ของความสัมพันธ์ <math>r</math> คือ</p>	<p>2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้</p> <p>3. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้</p> <p>4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของความสัมพันธ์ได้</p>

ตาราง 8 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
	<p>เซตที่มีสมาชิกตัวหลังของทุกคู่อันดับในความสัมพันธ์ <math>r</math> ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย <math>R_r</math> ดังนั้น <math>R_r = \{y \mid (x, y) \in r\}</math></p> <p>3. อินเวอร์ส (ตัวผกผัน) ของความสัมพันธ์ <math>r</math> คือความสัมพันธ์ซึ่งเกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของ <math>r</math> อินเวอร์สของความสัมพันธ์ <math>r</math> เขียนแทนด้วย <math>r^{-1}</math></p>	
<p>ฟังก์ชัน (5 คาบ)</p>	<p>1. ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งในสองคู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน สมาชิกตัวหลังต้องเท่ากันด้วย นั่นคือ ความสัมพันธ์ <math>f</math> จะเป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ถ้า <math>(x, y_1) \in f</math> และ <math>(x, y_2) \in f</math> แล้ว <math>y_1 = y_2</math></p> <p>2. โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน <math>f</math> เขียนแทนด้วย <math>D_f</math> เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน <math>f</math> เขียนแทนด้วย <math>R_f</math></p> <p>3. กำหนดให้ <math>A</math> และ <math>B</math> เป็นเซต <math>f</math> เป็นฟังก์ชันจาก <math>A</math> ไป <math>B</math> (function from <math>A</math> to <math>B</math>) ก็ต่อเมื่อ</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน</li> <li>2. <math>D_f = A</math></li> </ol>	<p>5. นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน</p> <p>6. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้</p> <p>7. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้</p> <p>8. นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้</p>



ตาราง 8 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
	<p>3. <math>R_f \subset B</math></p> <p><math>f</math> เป็นฟังก์ชันจาก <math>A</math> ไป <math>B</math> เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ <math>f : A \rightarrow B</math> อ่านว่า <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน จาก <math>A</math> ไป <math>B</math></p>	
<p>การดำเนินการของฟังก์ชัน (2 คาบ)</p>	<p>1. ให้ <math>f</math> และ <math>g</math> เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์ เป็นสับเซตของ <math>R</math> ผลบวก (sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ <math>f</math> และ <math>g</math> เขียนแทนด้วย <math>f+g, f-g, fg, f/g</math> ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดโดย</p> $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$ $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ $(fg)(x) = f(x)g(x)$ $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$	<p>9. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ และการหารฟังก์ชันได้</p>
<p>ฟังก์ชันประกอบ (2 คาบ)</p>	<p>1. ให้ <math>f</math> และ <math>g</math> เป็นฟังก์ชัน และ <math>R_f \cap D_g</math> ไม่เป็นเซตว่าง ฟังก์ชันประกอบของ <math>f</math> และ <math>g</math> เขียนแทนด้วย <math>g \circ f</math> คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ <math>D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}</math> และกำหนดโดย <math>g \circ f(x) = g(f(x))</math></p>	<p>10. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้</p>
<p>ฟังก์ชันผกผัน (1 ชั่วโมง)</p>	<p>1. <math>f</math> มีฟังก์ชันผกผันก็ต่อเมื่อ <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน 1-1 แทนฟังก์ชันผกผันของ <math>f</math> ด้วย <math>f^{-1}</math> ซึ่งเกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของ <math>f</math></p>	<p>11. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้</p>

ตาราง 8 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้
การใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหา ( 2 คาบ )	<p>1. จากกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งเขียนในรูป <math>f(x) = x^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> ซึ่งลักษณะของ กราฟจะขึ้นอยู่กับค่าของ <math>a, b</math> และ <math>c</math> โดยเฉพาะค่า <math>a</math> ที่เป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบจะทำให้ได้กราฟหงายหรือคว่ำ เราสามารถนำความรู้ดังกล่าวไปช่วยในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือ ค่าสูงสุด</p> <p>2. ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป <math>y = ax + b</math> เมื่อ <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>a \neq 0</math> ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง</p>	12. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหาได้

ตาราง 9 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
1	คู่อันดับ และการเท่ากัน ของคู่อันดับ	1. นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่อันดับที่เท่ากันได้	1
2	ผลคูณคาร์ทีเซียน	1. นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่อันดับที่เท่ากันได้	1
3	โดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์จาก A ไป B	2. นักเรียนสามารถหาโดเมน และเรนจ์ ของความสัมพันธ์ได้	1
4	ตัวผกผันของความสัมพันธ์ และโดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์	3. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของ ความสัมพันธ์ได้	1

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
5	กราฟของความสัมพันธ์ และกราฟของตัวผกผัน ของความสัมพันธ์	4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของ ความสัมพันธ์ได้	1
6	ฟังก์ชัน และฟังก์ชันจาก A ไป B	5. นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน	1
7	ฟังก์ชัน และฟังก์ชันจาก A ไป B	5. นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน	1
8	โดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชัน	6. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันได้	1
9	ค่าของฟังก์ชัน และกราฟ ของฟังก์ชัน	7. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของ ฟังก์ชันได้	1
10	ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B	8. นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลดได้	1
11	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	8. นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลดได้	1
12	การดำเนินการของฟังก์ชัน	9. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการ บวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชัน ได้	1
13	การดำเนินการของฟังก์ชัน	9. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันได้	1
14	ฟังก์ชันประกอบ	10. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้	1
15	ฟังก์ชันประกอบ	10. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้	1

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัดการ การเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
16	ฟังก์ชันผกผัน	11. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้	1
17	ฟังก์ชันอื่น ๆ กราฟของ ฟังก์ชันอื่น ๆ และ การนำความรู้เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ไปใช้	12. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหา ได้	1
18	ฟังก์ชันอื่น ๆ กราฟของ ฟังก์ชันอื่น ๆ และ การนำความรู้เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ไปใช้	12. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหา ได้	1

3.3.1.4.1 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน จำนวน 18 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเตรียมการ 2) ขั้นเสนอตัวอย่าง 3) ขั้นเปรียบเทียบ 4) ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ และ 5) ขั้นนำไปใช้

1) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เขียนเสร็จแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการ ควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจสอบ แนะนำ เพื่อปรับปรุงแก้ไข

2) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่รับการตรวจสอบแก้ไขแล้ว เสนอผู้เชี่ยวชาญ พิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้องเหมาะสม ความชัดเจน ความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญประกอบด้วย

2.1) นางพิกุล ฤติย์อำไพ วุฒิ กศ.ม.หลักสูตรและการสอน

ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร

2.2) นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ วุฒิ กศ.ม.การวิจัยการศึกษา ตำแหน่งครู  
ชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญ  
ด้านการสอนคณิตศาสตร์

2.3) นางสาวแพรไหม สามารถ วุฒิ คม.การศึกษาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครู  
ชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญ  
ด้านการสอนคณิตศาสตร์

2.4) นางสาวปนัดดา แก้วเสทือน วุฒิ คม.คณิตศาสตร์ศึกษา ตำแหน่ง  
ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24  
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

2.5) อาจารย์อินทรีรา ไชยะ วุฒิ ปร.ด.คณิตศาสตร์ ตำแหน่งอาจารย์  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและพิจารณาประเมินคุณภาพและความเหมาะสม  
ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและแบบนิรนัย โดยใช้แบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น  
ใช้เกณฑ์ของลิเคิร์ต (Likert) เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ  
โดยใช้เกณฑ์ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

	มีคุณภาพและเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.51-5.00 คะแนน
	มีคุณภาพและเหมาะสมมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.51-4.50 คะแนน
2.51-3.50 คะแนน	มีคุณภาพและเหมาะสมปานกลาง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ
	1.51-2.50 คะแนน
	มีคุณภาพและเหมาะสมน้อย มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.51-2.50 คะแนน
1.00-1.50 คะแนน	มีคุณภาพและเหมาะสมน้อยที่สุด มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ

3) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับพิจารณาตรวจแก้ไขแล้วเสนอต่อประธานและ  
กรรมการวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง แล้วจึงพิมพ์เป็นแผนการจัดการเรียนรู้  
ฉบับสมบูรณ์

4) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่แก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (Try-Out) กับนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 37 คน เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดการเรียนรู้ การสื่อความหมาย  
และระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมแต่ละขั้นตอน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขจนเป็นแผนการจัดการ  
เรียนรู้ที่ใช้ได้ ก่อนนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง โดยแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 จำนวน 36 คน เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล

3.3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกหนึ่งชุด จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

3.3.2.1 ศึกษาทฤษฎีและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบ ปรนัยชนิดเลือกตอบจากเอกสาร

3.3.2.2 วิเคราะห์หลักสูตร สาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน ได้นำผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากตารางมากำหนดจำนวนข้อสอบที่ต้องการสร้างและ ต้องการจริงในแต่ละผลการเรียนรู้ ปรากฏดังตาราง 10

ตาราง 10 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
		สร้าง	ใช้
คู่อันดับ ผลคูณ คาร์ทีเซียน	1. นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่ อันดับที่เท่ากันได้	3	2
ความสัมพันธ์	2. นักเรียนสามารถหาโดเมน และเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ได้	4	3
	3. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้	2	1
	4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของความสัมพันธ์ได้	2	1
	5. นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน และไม่เป็นฟังก์ชัน	3	2
ฟังก์ชัน	6. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้	5	3
	7. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้	3	2
	8. นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้	5	3



ตาราง 10 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ	
		สร้าง	ใช้
การดำเนินการของ ฟังก์ชัน	9. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันได้	6	4
ฟังก์ชันประกอบ	10. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้	4	3
ฟังก์ชันผกผัน	11. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้	4	3
การใช้ความรู้เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์และ ฟังก์ชันในการ แก้ปัญหา	12. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชันในการแก้ปัญหาได้	4	3
รวม		45	30

3.3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้ครอบคลุม  
เนื้อหา เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก  
จำนวน 45 ข้อ ซึ่งต้องการใช้จริง จำนวน 30 ข้อ

3.3.2.4 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์  
เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจน  
ความครอบคลุมเนื้อหาและความเหมาะสมของข้อสอบ ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของ  
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

3.3.2.5 นำแบบทดสอบไปปรับปรุงแล้วเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญดังต่อไปนี้

- 1) นางพิกุล ฤติย์อำไพ วุฒิ กศ.ม.หลักสูตรและการสอน ตำแหน่งครูชำนาญการ  
พิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร
- 2) นายสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ วุฒิ กศ.ม.การวิจัยการศึกษา ตำแหน่งครูชำนาญการ  
พิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน  
คณิตศาสตร์
- 3) นางสาวแพรวไหม สามารถ วุฒิ คม.การศึกษาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครูชำนาญการ  
พิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน  
คณิตศาสตร์

4) นางสาวปนัดดา แก้วเสเทียน วุฒิ คม.คณิตศาสตร์ศึกษา ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

5) อาจารย์อินทรา ไชยะ วุฒิ ปร.ด.คณิตศาสตร์ ตำแหน่งอาจารย์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์

เพื่อพิจารณาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อวัดดัชนีความสอดคล้องและพิจารณาข้อสอบที่มีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 0.50 ถึง 1.00 มีเกณฑ์การประเมินดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่วัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

3.3.2.6 วิเคราะห์ข้อมูลการหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามของแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้สูตร IOC (สมนึก ภัททิยธนี, 2546) เพื่อหาผลรวมของคะแนนในข้อสอบแต่ละข้อของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อวัดดัชนีความสอดคล้องและพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50-1.00 เป็นแบบทดสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความตรงของเนื้อหา และนำไปปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

3.3.2.7 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 37 คน โรงเรียนอนุกุลนารี แล้วนำแบบทดสอบมาหาคุณภาพ ดังนี้

1) วิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนก (B) ตามวิธีของ Brennan (สมนึก ภัททิยธนี, 2546) นำผลการใช้เอามาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายชื่อเพื่อหาความยากและค่าอำนาจจำแนกแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากอยู่ระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ไปได้จำนวน 30 ข้อ

2) นำข้อสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับตามวิธีของโลเวท (Lovett) (สมนึก ภัททิยธนี, 2546) หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่มีค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

3.3.2.8 จัดพิมพ์แบบทดสอบที่ผ่านการทดสอบคุณภาพแล้ว เพื่อนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน

3.3.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.3.3.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของจุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3.3.2 ศึกษาวิธีการเขียนข้อสอบแบบเขียนตอบจากหนังสือวิจัยเบื้องต้นของ บุญชม ศรีสะอาด (2545)

3.3.3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อใช้ทดสอบหลังจากผู้เรียนได้เรียนจบเนื้อหา โดยเป็นแบบทดสอบแบบ อัตนัยจำนวน 9 ข้อ โดยต้องการจริงจำนวน 6 ข้อ ปรากฏดังตาราง 11

ตาราง 11 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของกิจกรรมการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบ	
			สร้าง	ใช้
คู่อันดับ ผลคูณคาร์ทีเซียน	1. นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่อันดับที่เท่ากันได้	แบบอุปนัย	3	2
ความสัมพันธ์	2. นักเรียนสามารถหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 3. นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้ 4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของความสัมพันธ์ได้			
ฟังก์ชัน	5. นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน 6. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้ 7. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้	แบบอุปนัย	3	2

ตาราง 11 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบ	
			สร้าง	ใช้
	8. นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้			
การดำเนินการของฟังก์ชัน	9. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันได้	แบบอุปนัย	3	2
ฟังก์ชันประกอบ	10. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้			
ฟังก์ชันผกผัน	11. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้			
การใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหา	12. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหาได้			
รวม			9	6

โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน แบบรวมองค์ประกอบ (Holistic Scoring) ปรากฏดังตาราง 12

ตาราง 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏเห็น
3 (ดี)	คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
2 (ผ่าน)	คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล บางส่วนหรือคำตอบผิดแต่มีการอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
1 (ปรับปรุง)	ตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดหรือแนวคิดไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบผิดแต่มีการอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0	คำตอบผิดและอธิบายผิดหรือไม่ตอบ

3.3.3.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ที่สร้างขึ้นเสนอประธานและกรรมการเป็นคณตรงสอบความถูกต้องและนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกันกับข้อ 2.5 พิจารณาตัดสินความสอดคล้องของข้อสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังโดยมีเกณฑ์การประเมินดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัดด้านการให้เหตุผล

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัดด้านการให้เหตุผล

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมชี้วัดด้านการให้เหตุผล

3.3.3.5 นำผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC แล้วพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป เป็นแบบวัดที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา จำนวน 6 ข้อ เป็นข้อสอบที่เข้าเกณฑ์จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3.3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 38 คน โรงเรียนอนุกุลนารี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หาค่าอำนาจจำแนกโดยวิธีของ Brennan สมนึก ภัททิยธนี (2546) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อที่คัดเลือกแล้วมาวิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของ Lovett สมนึก ภัททิยธนี (2546) แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

3.3.3.9 จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว เพื่อนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

### 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน (Pre-Test) โดยใช้เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 30 ข้อ

3. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนของแผนการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 18 แผน
  4. ดำเนินการทดสอบระหว่างเรียนเมื่อจบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละหน่วย โดยกำหนดการประเมินจากภาระงานและแบบทดสอบย่อย
  5. ทดสอบหลังเรียน (Post-Test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ฉบับคู่ขนาน) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
  6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบแบบ อัตนัย มาทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน กับกลุ่มตัวอย่าง หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
  7. ทดสอบวัดความคงทนในการเรียนรู้ หลังจากทดสอบหลังเรียน (Post-Test) ไปแล้ว 14 วัน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ฉบับคู่ขนาน) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
  8. ตรวจสอบผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน และหลังเรียน 14 วันแล้ว นำคะแนนมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน
  9. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวมเป็น 18 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อตรวจสอบ สมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test dependent
- แบบแผนการทดลองและดำเนินการทดลอง
- แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยเป็นการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538)

ตาราง 13 แสดงรูปแบบการวิจัย

กลุ่ม	Pre – Test	Treatment	Post - Test
E	T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

T<sub>1</sub> แทน การทดสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง

T<sub>2</sub> แทน การทดสอบหลังการจัดกระทำทดลอง



### 3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

3.5.1 วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 75/75

3.5.2 วิเคราะห์ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.5.3 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.5.4 ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.5.5 วิเคราะห์ความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

### 3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6.1 สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6.1.1 ร้อยละ (Percentage) โดยใช้สูตร ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ P แทน ร้อยละ

f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงร้อยละ

N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าคะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) (Arithmetic Mean) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$N$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

### 3.6.1.3 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) (Standard Deviation)

(บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

$$S.D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$X$  แทน คะแนนแต่ละตัว

$N$  แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม

$\sum X$  แทน ผลรวม

### 3.6.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือ

#### 3.6.2.1 การหาคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

1) การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ( $E_1/E_2$ ) ใช้สูตร ดังนี้ (เผชญิ กิจระการ, 2544)

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A}$$

เมื่อ  $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$  แทน คะแนนของแบบฝึกหัดหรือการทดสอบย่อยทุกชุดรวมกัน

$A$  แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดทุกชุดรวมกัน

$N$  แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$E_2 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{B}$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$  แทน คะแนนรวมของแบบทดสอบหลังเรียน

พหุ มณ ภัท ชิว

B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2) วิเคราะห์หาดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index : E.I.) มีสูตรดังนี้ (Goodman, Frecher and Schneider, 1980)

$$\text{ดัชนีประสิทธิผล} = \frac{\text{ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน} - \text{ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน}}{(\text{จำนวนนักเรียน} \times \text{คะแนนเต็ม}) - \text{ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน}}$$

$$\text{หรือ } E.I. = \frac{P_2 - P_1}{\text{Total} - P_1}$$

เมื่อ  $P_1$  แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน

$P_2$  แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน

Total แทน ผลคูณของจำนวนนักเรียนกับคะแนนเต็ม

### 3.6.2.2 การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1) หาค่าความตรง (Validity) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้สูตร ดัชนีความสอดคล้อง Index of Item Objective Congruence หรือ IOC (สมนึก ภัททิยธนี, 2546)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหา  
ระหว่างข้อทดสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$  แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2) การหาค่าความยากของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ โดยใช้สูตร  
(สมบัติ ท้ายเรือคำ, 2551)

$$P = \frac{P_H + P_L}{2n}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากของข้อสอบ
	$P_H$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกกลุ่มสูง
	$P_L$	แทน	จำนวนผู้ตอบถูกกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนผู้ตอบกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

3) การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ โดยใช้สูตรของ Brennan  
(B-Index หรือ Brennan Index) (สมนึก ภัททิยธนี, 2546) ดังนี้

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ	B	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	$N_1$	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์)
	$N_2$	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์)
	U	แทน	จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอบผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
	L	แทน	จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอบไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก

หมายเหตุ นักเรียนที่มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มสูงและ  
นักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มต่ำ

4) การหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของโลเวท (Lovett) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

$$r_{cc} = 1 - \frac{k \sum x_i - \sum x_i^2}{(K-1) \sum (x_i - C)^2}$$

เมื่อ	$r_{cc}$	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	K	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบทั้งสองฉบับ

$x_i$  แทน คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคน

C แทน คะแนนจุดตัด

การดำเนินการครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดคะแนนเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

### 3.6.2.3 การหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1) การหาค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้อง Index of Item Objective Congruence หรือ IOC (สมนึก ภัททิยธนี, 2546)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์กับเนื้อหา  
ระหว่างข้อทดสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$  แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2) วิเคราะห์หาค่าความยากของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนอร์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_l)(x_{min})}{(n)(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากของข้อสอบ

$s_h$  แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มสูง

$s_l$  แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มต่ำ

$x_{max}$  แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

$x_{min}$  แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

$n_l$  แทน จำนวนผู้สอบในกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนผู้สอบทั้งหมด

3) วิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนอร์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้ (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544)

$$r = \frac{S_h - S_l}{(n_h)(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	$S_h$	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มต่ำ
	$x_{max}$	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	$x_{min}$	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_h$	แทน	จำนวนผู้สอบในกลุ่มสูง

4) หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้ (สมบัติ ท้ายเรือคำ, 2551)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	$k$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ
	$s_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

พหุ ประถมศึกษา



### 3.6.3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.6.3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 75) และคะแนนวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 70) โดยใช้สูตร t-test for one sample (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2550)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

เมื่อ  $t$  แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t-distribute

$\bar{X}$  แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\mu_0$  แทน คะแนนเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

$s$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$n$  แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

พูนุ ปณุกิตโต ชีเว

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

- 4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
- 4.2 ลำดับขั้นตอนในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
- 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ในการแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$n$	แทน	จำนวนนักเรียน
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
$\mu$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
S.D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$E_1$	แทน	ประสิทธิภาพกระบวนการ
$E_2$	แทน	ประสิทธิภาพผลลัพธ์
E.I.	แทน	ค่าดัชนีประสิทธิผล

#### 4.2 ลำดับขั้นตอนในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 75/75

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์หาดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ ร้อยละ 75

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

### 4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 75/75 ผู้วิจัยวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้วิเคราะห์หาประสิทธิภาพ ( $E_1/E_2$ ) โดยคำนวณหาค่า  $E_1$  จากร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคะแนนนักเรียนทุกคนจากการทำใบงาน และการทดสอบย่อยระหว่างเรียนจากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ 18 แผน และคำนวณหาค่า  $E_2$  จากร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทุกคนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ปรากฏดังตาราง 14

ตาราง 14 ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

เลขที่	ทดสอบ ก่อนเรียน (30 คะแนน)	รวมคะแนนระหว่างเรียน (70 : 30)			ทดสอบ หลังเรียน (30 คะแนน)
		ใบงาน (70 คะแนน)	แบบทดสอบย่อย (30 คะแนน)	รวม (100 คะแนน)	
1	8	58	22	80	25
2	12	61	24	85	24
3	14	62	24	86	25
4	5	49	21	70	21
5	6	50	19	69	22
6	9	52	22	74	21

ตาราง 14 (ต่อ)

เลขที่	ทดสอบ ก่อนเรียน (30 คะแนน)	รวมคะแนนระหว่างเรียน (70 : 30)			ทดสอบ หลังเรียน (30 คะแนน)
		ใบงาน (70 คะแนน)	แบบทดสอบย่อย (30 คะแนน)	รวม (100 คะแนน)	
7	7	58	23	81	24
8	7	57	25	82	23
9	8	56	23	79	22
10	5	49	20	69	19
11	11	52	18	70	24
12	9	59	21	80	25
13	4	56	22	78	20
14	8	53	20	73	24
15	6	54	19	73	22
16	9	60	23	83	25
17	10	60	24	84	26
18	12	61	23	84	28
19	6	54	21	75	22
20	13	60	20	80	25
21	8	55	19	74	20
22	14	62	28	90	24
23	12	54	23	77	25
24	12	55	24	79	22
25	5	58	27	85	24
26	7	54	24	78	21
27	9	58	21	79	22
28	10	57	25	82	23
29	12	54	24	78	27
30	12	58	25	83	25

ตาราง 14 (ต่อ)

เลขที่	ทดสอบ ก่อนเรียน (30 คะแนน)	รวมคะแนนระหว่างเรียน (70 : 30)			ทดสอบ หลังเรียน (30 คะแนน)
		ใบงาน (70 คะแนน)	แบบทดสอบย่อย (30 คะแนน)	รวม (100 คะแนน)	
31	13	59	21	80	24
32	6	60	20	80	21
33	7	57	22	79	23
34	6	56	21	77	24
35	8	58	22	80	21
36	11	52	20	72	25
รวม	321	2028	800	2828	838
ค่าเฉลี่ย	8.92	56.33	2.22	78.56	23.28
S.D.	2.81	2.38	3.50	2.26	2.02
ร้อยละ	29.72	80.47	74.07	78.56	77.59
ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ ( $E_1/E_2$ ) เท่ากับ 78.56/77.59					

จากตาราง 14 พบว่า ประสิทธิภาพของกระบวนการ ( $E_1$ ) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ  
อุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เท่ากับ 78.56 ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ( $E_2$ ) เท่ากับ 77.59  
ดังนั้นแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีประสิทธิภาพ ( $E_1/E_2$ ) เท่ากับ  
78.56/77.59 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 75/75

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์หาค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์  
และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ผู้วิจัยได้วิเคราะห์หาค่าดัชนี  
ประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้ จากคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก่อนเรียน  
และหลังเรียนของนักเรียน ปราบกฐิต์ตาราง 15

ตาราง 15 แสดงค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

วิธีการจัดการเรียนรู้	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ผลรวมคะแนน		ดัชนีประสิทธิผล (E.I.)
			ทดสอบก่อนเรียน	ทดสอบหลังเรียน	
แบบอุปนัย	36	30	321	838	68.12

จากตาราง 15 พบว่า ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีค่าเท่ากับ 68.12 นั่นคือ มีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 68.12

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 75 (คะแนน 22.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน) โดยใช้สถิติ t-test for one sample ปรากฏดังตาราง 16

ตาราง 16 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 75 (คะแนน 22.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน)

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S.D.	t	p-value
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	36	30	23.28	2.05	2.28	.01*

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 16 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดคือร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ปรากฏดังตาราง 17

ตาราง 17 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S.D.	t	p-value
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	36	18	14.19	1.31	7.33	.00*

\*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 17 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดคือร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

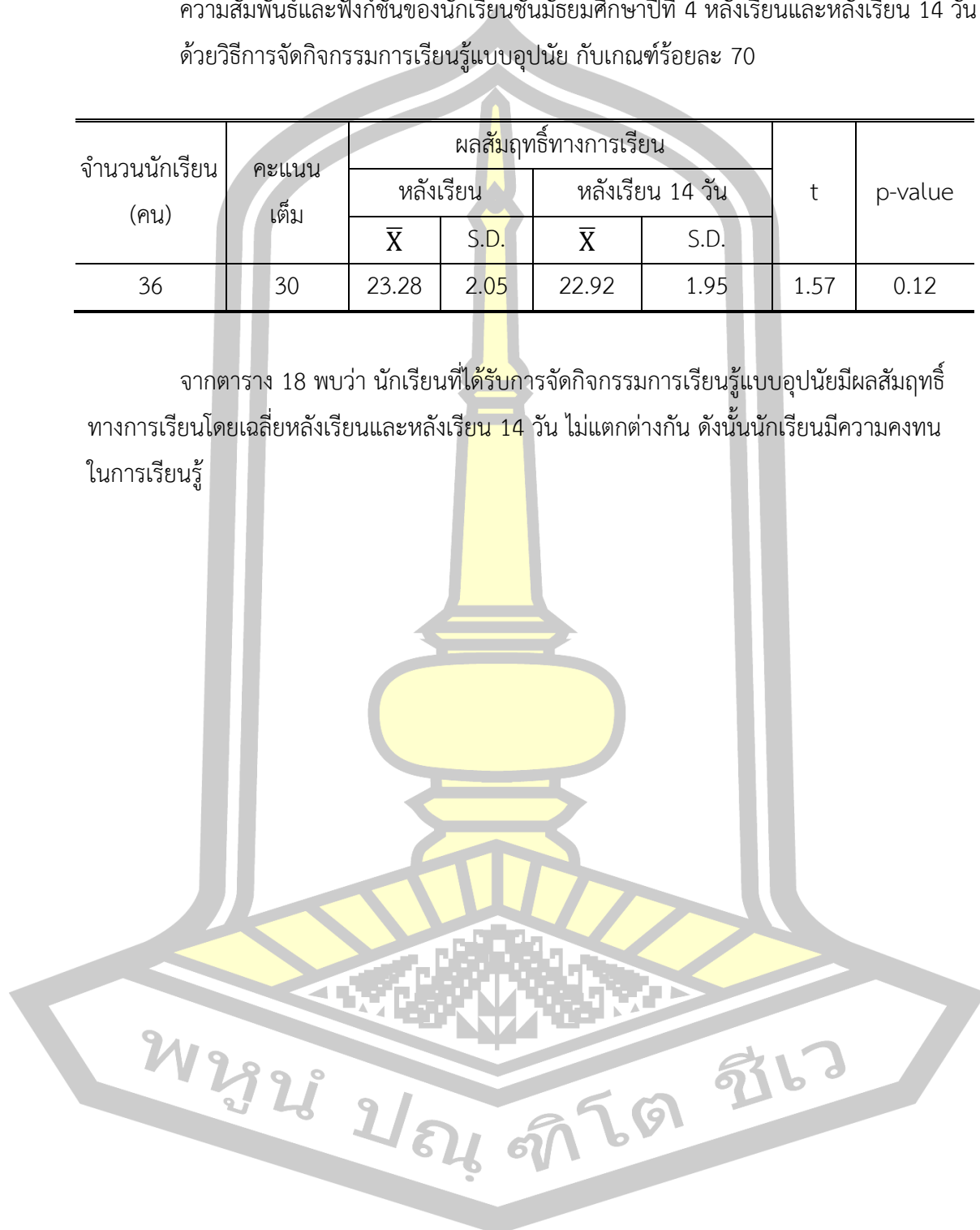
ตอนที่ 5 การศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความคงทนในการเรียนรู้จากคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียนและหลังเรียน 14 วัน ของนักเรียน โดยใช้สถิติ Dependent Sample t-test ปรากฏดังตาราง 18

พูน ปณ ทิโต ชิว

ตาราง 18 แสดงการเปรียบเทียบคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง  
ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนและหลังเรียน 14 วัน  
ด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน				t	p-value
		หลังเรียน		หลังเรียน 14 วัน			
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.		
36	30	23.28	2.05	22.92	1.95	1.57	0.12

จากตาราง 18 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนโดยเฉลี่ยหลังเรียนและหลังเรียน 14 วัน ไม่แตกต่างกัน ดังนั้นนักเรียนมีความคงทน  
ในการเรียนรู้



## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความคงทนของการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุกุลนารี อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่กำลังศึกษาอยู่ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีลำดับขั้นตอนในการนำเสนอและผลการวิจัย ดังนี้

- 5.1 ความมุ่งหมายของการวิจัย
- 5.2 สรุปผล
- 5.3 อภิปรายผล
- 5.4 ข้อเสนอแนะ

#### 5.1 ความมุ่งหมายของการวิจัย

5.1.1 เพื่อพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75

5.1.2 เพื่อหาดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

5.1.3 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75

5.1.4 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

5.1.5 เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

## 5.2 สรุปผล

การวิจัย เรื่อง การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สรุปผลได้ ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 78.56/77.59 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 75/75

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เท่ากับ 0.6812 ซึ่งมีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 68.12

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นไปตามเกณฑ์ที่ กำหนดไว้คือ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 5.3 อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 78.56/77.59 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 75/75 หมายความว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยทำให้นักเรียนมีคะแนนจาก การทำใบงาน และจากแบบทดสอบย่อย โดยเฉลี่ยร้อยละ 78.56 และทำให้นักเรียนมีคะแนนจาก

การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนโดยเฉลี่ยร้อยละ 77.59 แสดงว่าวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 สอดคล้องกับผลการวิจัยของอัมพร ชัยฤทธิ์ (2558) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยและแบบปกติ พบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนและทศนิยมชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยมีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.15/82.03 ซึ่งมีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 และ ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของอุไรวรรณ คำเมือง (2562) ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า มีประสิทธิภาพเท่ากับ 80.41/77.63 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 75/75 และ ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของเอกภพ เฟื่องสำรวจ (2562) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า มีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.74/77.52 และ 77.93/76.48 ตามลำดับ ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 เนื่องจากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่สร้างขึ้นได้ผ่านขั้นตอน กระบวนการสร้าง อย่างเป็นระบบและวิธีการเหมาะสม โดยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ จากการศึกษาโครงสร้างหลักสูตร วิเคราะห์หลักสูตร ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ แล้วนำไปแก้ไขตามข้อเสนอแนะ นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้เพื่อหาคุณภาพของแผน ก่อนที่จะทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง จึงทำให้แผนการจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

2. ดัชนีประสิทธิผลของการจัดการเรียนรู้ ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เท่ากับ 0.6541 ซึ่งมีความก้าวหน้าทางการเรียนร้อยละ 65.88 หมายความว่าหลังการเรียนรู้ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยแล้วนักเรียนมีคะแนนเพิ่มขึ้นร้อยละ 65.88 สอดคล้องกับผลการวิจัยของอุไรวรรณ คำเมือง (2562) ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่ามีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6175 และ ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของเอกภพ เฟื่องสำรวจ (2562) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า ดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.6560 และ 0.6378 ตามลำดับ ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคิดเป็นร้อยละ 65.60 และ 63.78 ตามลำดับ

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมที่มุ่งให้นักเรียนหาข้อสรุปด้วยตนเอง โดยการนำสถานการณ์หรือตัวอย่างหลาย ๆ อย่าง มาวิเคราะห์หาส่วนที่เหมือนส่วนที่ต่าง เพื่อหาข้อสรุปร่วมกันเกิดเป็นข้อสรุปหรือทฤษฎี เป็นการคิดแบบให้เหตุผลประกอบเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการให้เหตุผลจะช่วยให้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547) นักเรียนเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้ดีและสามารถปรับแนวคิด ให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้ง สามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผล โดยนักเรียนสามารถอธิบาย และสรุปผลที่ได้เหมาะสม สามารถยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิมและยังเป็นพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป จึงทำให้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผล

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 22.81 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน เป็นไปตามเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของธินันต์ สังห (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนิรนัยเรื่องสถิติสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) เป็นวิธีการที่ฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ซึ่งใช้ได้กับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้ และเป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถ



ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีและผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.19 จากคะแนนเต็ม 18 คะแนน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับผลการวิจัยของอุไรวรรณ คำเมือง (2562) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของณัฐปัญญานัน พิชญาชมชื่น (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของธินันต์ สังห (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้และอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลรูปแบบหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่มุ่งหาข้อสรุปจากการนำตัวอย่างหรือข้อมูลหลาย ๆ ข้อ มาผ่านการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป จึงทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของประยูร สันติ (2553) เรื่อง ปัจจัยเชิงสาเหตุที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 2 พบว่า ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความถนัดด้านภาษา ความถนัดด้านการใช้เหตุผล การเรียนรู้เชิงประสบการณ์ ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลทางตรงและทางอ้อม ได้แก่ พฤติกรรมการสอนของครูคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลทางอ้อม ได้แก่ ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของอัมพร ม้าคนอง (2546) โดยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์

หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป ทั้งยังเป็นการสอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น และเป็นการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผลเชื่อมโยงสื่อสารและคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ โดยมีครูเป็นผู้สังเกตและประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของผู้เรียน ขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยกติ

5. นักเรียนมีความคงทนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนหาข้อสรุปด้วยตนเอง จากความคิดแบบมีเหตุผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้ที่คงทน สอดคล้องกับผลการวิจัยของเอกภพ เฟื่องสำรวจ (2562) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ลำดับและอนุกรม มีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนและหลังเรียนผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

เนื่องจากวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (สุวิทย์ มูลคำ, 2547) เป็นวิธีการที่ฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์ และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ซึ่งใช้ได้กับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน

## 5.4 ข้อเสนอแนะ

### 5.4.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการศึกษาไปใช้

5.4.1.1 การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ก่อนนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาและสาระการเรียนรู้ เหมาะสมกับวัยและระดับชั้น โดยไม่ให้ซับซ้อนจนเกินไป

5.4.1.2 ในการเลือกสาระการเรียนรู้ที่จะนำมาใช้ในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ผู้ศึกษาจะต้องศึกษาหลักสูตรและปัญหาต่างๆที่เคยเกิดขึ้นในการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้ เพื่อจะได้นำปัญหาเหล่านั้นมาศึกษาหาแนวทางปรับปรุงแก้ไขกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นไป

5.4.1.3 การนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไปใช้ ผู้สอนควรศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เข้าใจ มีการวางแผน กำหนดกิจกรรมตามรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยให้ชัดเจนและกิจกรรมให้ต่อเนื่อง จึงจะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเกิดประโยชน์อย่างแท้จริง

5.4.1.4 ผู้สอนควรคำนึงถึงระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งอาจมีการคาดเคลื่อนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่วางไว้ อาจปรับเปลี่ยนเวลาได้ตามความเหมาะสม

5.4.1.5 ครูในระดับชั้นอื่น ๆ สามารถปรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้กับผู้เรียนได้

5.4.1.6 ครูผู้สอนต้องคอยให้กำลังใจและร่วมมือกับนักเรียน เช่น ร่วมปฏิบัติงานกับนักเรียน เพื่อให้บรรยากาศในการเรียนรู้เป็นกันเอง และทำให้นักเรียนมีความสุขกับการเรียน

5.4.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

5.4.2.1 ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพในสาระการเรียนรู้และต่างสาระการเรียนรู้ที่มีธรรมชาติวิชาเหมาะสมกับวิธีการสอนแบบอุปนัย เพื่อประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เกิดประสิทธิภาพต่อไป

5.4.2.2 ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่าง ๆ และเนื้อหาอื่น ๆ

5.4.2.3 ควรศึกษาเปรียบเทียบเจตคติของผู้เรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับวิธีการสอนแบบอื่น ๆ



บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสูงงษ์. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา* (Educational Psychology). กรุงเทพฯ :  
ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประสานมิตร.
- กรมตรวจบัญชีสหกรณ์. (2562). *การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ*. [ออนไลน์]. ได้จาก :  
<https://www.cad.go.th/main.php?filename=index>. [สืบค้นเมื่อ วันที่ 23 มิถุนายน  
2562].
- กรมวิชาการ. (2544). *การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น  
สำคัญ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2546). *การสอนแบบสรรคสร้างความรู้*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2561). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551  
(ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560) ตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. [ออนไลน์].  
ได้จาก : <http://academic.obec.go.th/newsdetail.php?id=75>. [สืบค้นเมื่อ วันที่  
23 มิถุนายน 2562].
- ชวาล แพร่ตกุล. (2529). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ชัยพร วิชชาวุธ. (2525). *ความจำมนุษย์*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี : ไทยเนรมิตกิจ  
อินเตอร์ โพรเกรสซิฟ.
- ณัฐฐาปัญหานันท์ พิษญาชมชื่น. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทาง  
คณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอน  
คณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทศพร พรหมจารย์. (2556). *การเปรียบเทียบผลการเรียนการสอนด้วยบทเรียนบทเว็บโดยใช้วิธีอุปนัย  
กับการเรียนแบบอุปนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม การหาพื้นที่และปริมาตรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์ เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการ  
เรียนรู้ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. จังหวัดมหาสารคาม. วิทยานิพนธ์ปริญญา  
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ทิตนา แฉมมณี. (2553) *รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย*. พิมพ์ครั้งที่ 5.  
กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ทศนา แคมมณี. (2556). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชินรัตน์ สัทร. (2556). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา มหาวิทยาลัย สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น*. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ปทีป เมธาคูณวุฒิ. (2544). *การจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : ธนาเพรส แอนด์ กราฟฟิค.
- ประยูร สันติ. (2553). *ปัจจัยเชิงสาเหตุที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา มหาวิทยาลัย สาขาวิชาการวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ประสาธ อิศรปริดา. (2523). *จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน*. กรุงเทพฯ : กราฟิกอาร์ต.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). *การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปิยรัตน์ จาตุรัตน์บุตร. (2529). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี วิทยาลัยครูสวนดุสิต
- เผชญู กิจระการ และสมนึก ภัททิยธนี. (2545). *การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา (E<sub>1</sub>/E<sub>2</sub>)*. *การวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 1(1), 44-46.
- เผชญู กิจระการ. (2544). *การวิเคราะห์ประสิทธิภาพสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา (E<sub>1</sub>/E<sub>2</sub>)*. *วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 8(1), 30-3.
- พยอม วงศ์สารศรี. (2526). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูสวนดุสิต.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2528). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อัมรินทร์การพิมพ์.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคอง. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวคิดการจัดการเรียนรู้สาระคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.



- พัชรี กล้ายุทธ. (2555). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านเหมืองป่า สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาชุมพวง. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- พีชานิกา เพชรสังข์. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา, 9(3), 16-30.
- ไพรวลัย สงวนแก้ว. (2555). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ไพศาล แผลงทับทอง. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนिरนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ชลบุรี : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). การพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. นนทบุรี : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- เมธา พงศ์ศาสตร์. (2549). การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. มหาสารคาม : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เมธี ลีอักษร. (2521). คณิตศาสตร์เบื้องต้น. สงขลา : ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.
- ยุภา หลุมทอง. (2557). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วยผังมโนทัศน์กับการจัดการเรียนรู้แบบ TGT. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2540). การวัดผลและการสร้างแบบสอบสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เยาวภา สาครเจริญ. (2555). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- โรงเรียนอนุกุลนารี. (2561). *รายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปีการศึกษา 2561*. ภาพสินธุ์ : โรงเรียนอนุกุลนารี.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- \_\_\_\_\_. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน*. กรุงเทพฯ : ชมรมเด็ก.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2540). *คณิตศาสตร์พื้นฐาน*. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊ก.
- วันทนี กะตะศิลา. (2554). *การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดน้ำดิบ จังหวัดลาพูน*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วันทนี บุญสุวรรณ. (2539). *ผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบกลุ่มช่วยเรียนรายบุคคล*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). *ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21*. *วารสารครุศาสตร์*, 42(2), 207-223.
- วิภาดา พินลา และวิภาพรรณ พินลา. (2560). *การศึกษาผลการเรียนรู้วิชาสัมมนาสังคมศึกษาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนิสิตระดับปริญญาตรีที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับการจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย*. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 19(2), 14-53.
- วีณา ประชากุล และประสาธต์ เนื่องเฉลิม. (2553) *รูปแบบการเรียนการสอน*. มหาสารคาม : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2528). *คณิตศาสตร์เบื้องต้น*. พิษณุโลก : ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์*.

กรุงเทพฯ : บริษัททรากขวิญจำกัด.

\_\_\_\_\_. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ส เจริญ การพิมพ์.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*

*โดยการเรียนแบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุสิตบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สมเดช บุญประจักษ์. (2544). แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 44(506-508), 33-38.

สมเดช บุญประจักษ์. (2551). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : พิทักษ์การพิมพ์.

สมนึก ภัททิยธนี. (2546). *การวัดผลการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กภาพสินธุ์ : ประสานการพิมพ์.

สมบัติ ท้ายเรือคำ. (2551). *ระเบียบวิธีวิจัยสำหรับมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กภาพสินธุ์ : ประสานการพิมพ์.

สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). *หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2561). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2561). *รายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2561*. [ออนไลน์]. ได้จาก : <http://www.niets.or.th>. [สืบค้นเมื่อ วันที่ 2 พฤษภาคม 2562].

สำราญ มีแจ้ง. (2548). *หนังสือเรียนพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.4*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

สุนีย์ ธีรดากร. (2525). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สถานสงเคราะห์หญิงปากเกร็ด.

สุดารัตน์ หมั่นไธสง. (2553). *ผลการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือประกอบการลอนแบบอุปนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สุรางค์ ไคว้ตกระกุล. (2541). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวดี โพธิ์สิตา. (2552). *การคิดและการตัดสินใจ*. กรุงเทพฯ : โอ.เอส. พรินติ้ง เฮ้าส์.

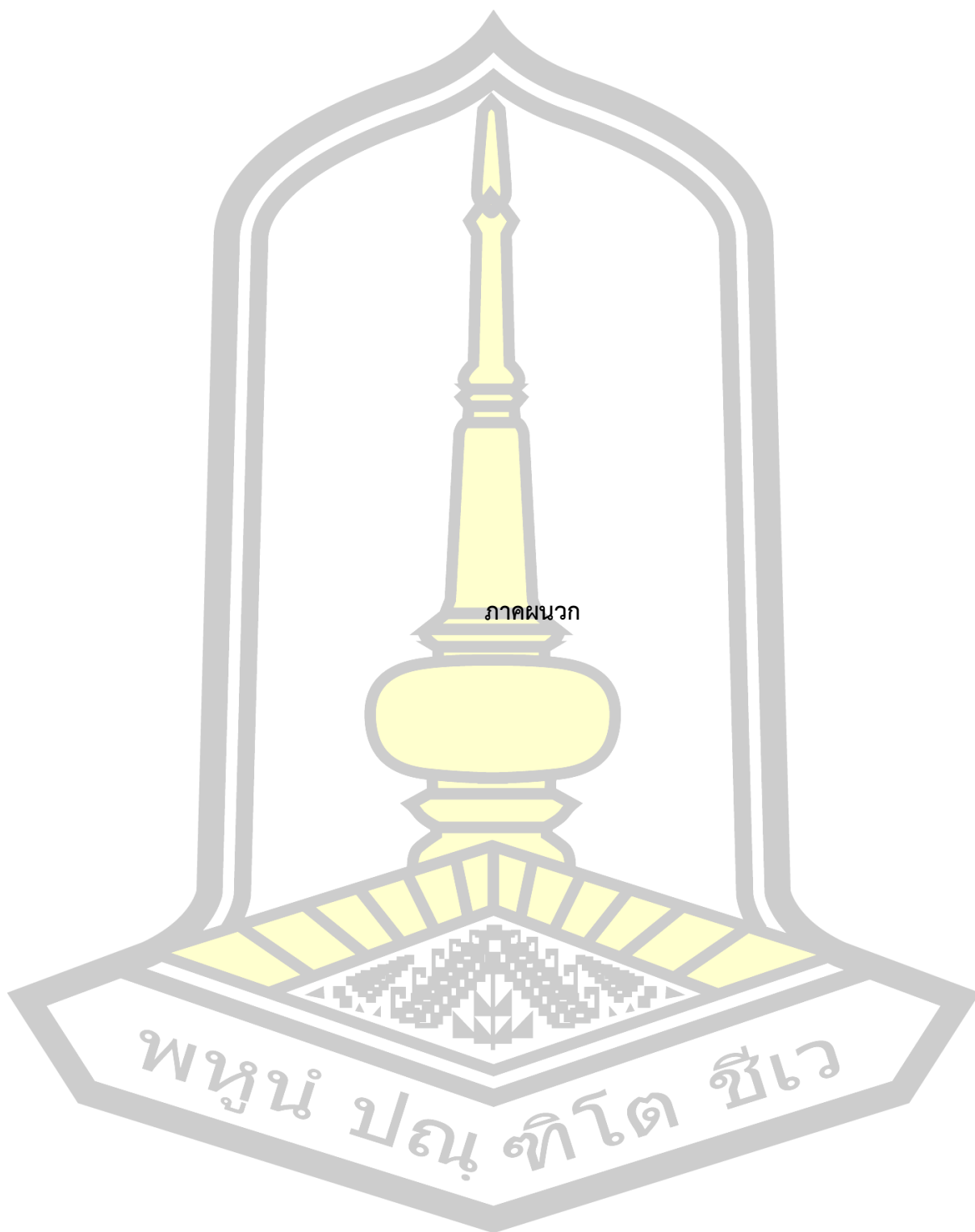
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัด ภาพพิมพ์.
- อนรรักษ์ วักดีเพชร. (2558). *ผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยา*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและพัฒนาการศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร.
- อรุณี ศรีวงษ์ชัย. (2551). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- อัมพร ชัยฤทธิ์. (2559). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับนิรนัยและแบบปกติ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุไรวรรณ คำเมือง. (2562). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เอกภพ เพ็ญสำราจ. (2562). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ*. *วารสารวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 25(2), 326-342.
- เอนกกุล กรี่แสง. (2522). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิษณุโลก : วิทยาลัยวิชาการศึกษาพิษณุโลก.
- Adams, J.A. (1967). *Human memory*. New York : McGraw-Hill.
- Baroody, A.J. (1993). *Children's Mathematical thinking*. New York : Teacher College.
- Brijlall, D. and Maharaj, A. (2009). Using and inductive approach for definition making : Monotonicity and boundedness of sequences. *Pythagoras*, 70, 68-79.

- Canadas, M.C. (2009). Encarnacion Castro And Enrique Castro. Using a Model to Describe Student' Inductive Reasoning in Problem Solving. *Lectronic Jurnal of Research in Education Psychology*, 7(1), 261-278. 2009.
- Canadas, M.C. and Castro, E. (2009). Encarnacion Castro A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning. *PNA*, 1(2), 67-78.
- Emanovsky, P. and Brehovsky, J. (2010). *On Affectivity of Inductive Method in Mathematical Education at Secondary School*. Ph.D. Thesis, Palacky University.
- Gal, I. and Garfield, I. (1999). Assessment and statistics education: Current challenges and directions. *International Statistical Review*, 67(1), 1-12.
- Ganett, K.F. (1991). Developing Heuristics in the Mathematics Problem-solving Processes of Sixth-grade Children : A Nonconstructivist Teaching Experiment. *Dissertation Abstracts International*, 52(1) 102-A, July.
- Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. New York : McGraw-Hill.
- Goodman R.I., Fletcher, K.A. and Schneider, E.W. (1980). The Effectiveness Index as Comparative Measure in Media Product Evaluation. *Educational Technology*, 20(09), 30-34, September.
- Greenwood, J.J. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing Mathematics Power and Mathematics Thinking. *Arithmetic Teacher*, 41(3), 144-152.
- Guilford, J.P. and Hoepfner, R. (1971). *The Analysis of intelligence*. New York : McGraw-Hill.
- Gyongyver, M. (2011). Playful Foster of 6-8 Year old Student' Inductive Reasoning. *Thinking Skills and Creativity*, 6(2), 91-99.
- Krulik, S. and Rudnick, J.A. (1993). *Reasoning and problem solving : A handbook for elementary school teachers*. Boston : Allyn and Bacon.
- Lappan, G. and Schram, P.W. (1989). *Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM.
- Mansi, K.E. (2004). Reasoning and Geometric Proof in Mathematics Education : A Review of the Literature. *Master Abstract International*, 42(4), 1111, August.



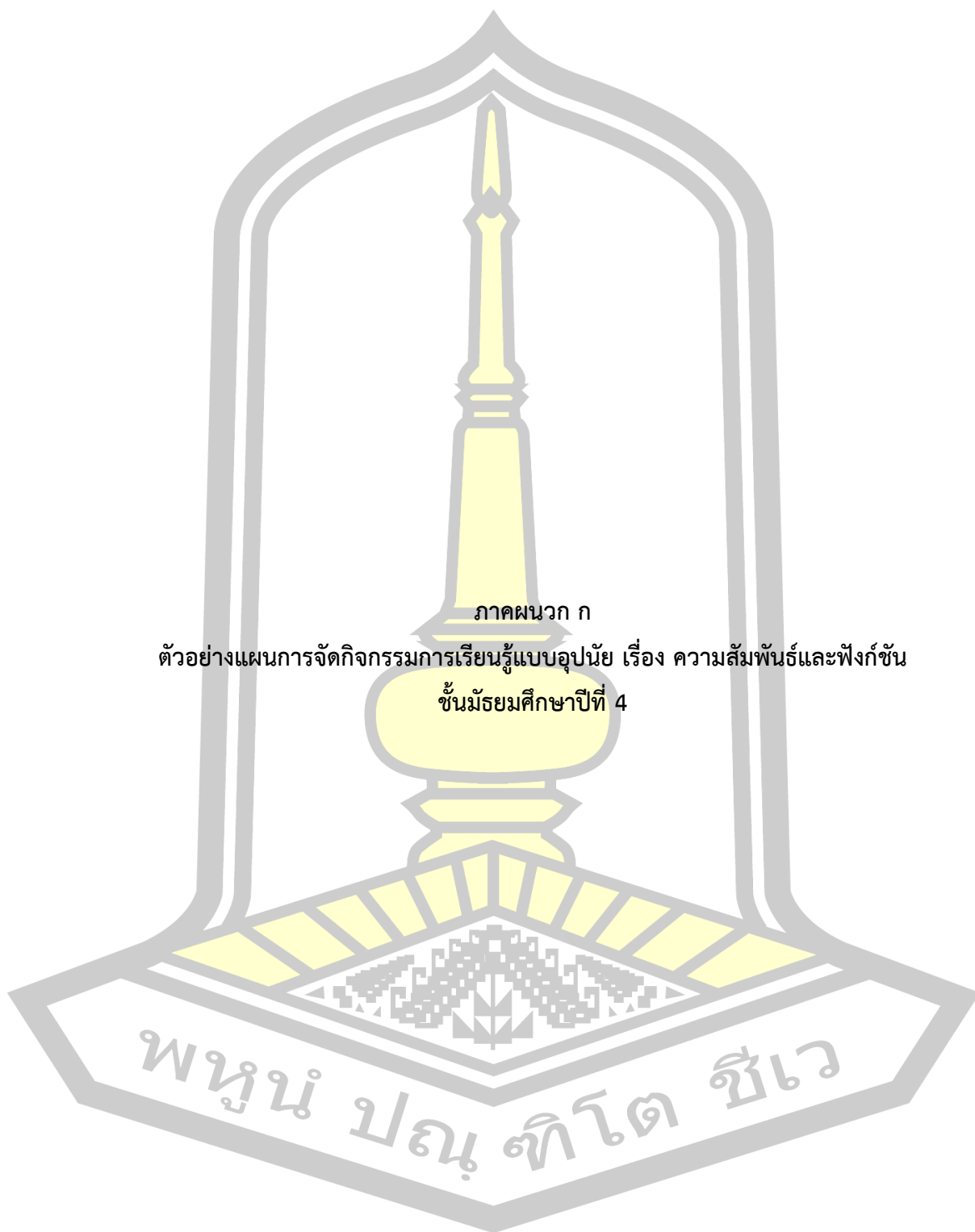
- Martinez, V.M. and Pedemonte, B. (2014). Relationship between Inductive Arithmetic Argumentation and Deductive Algebraic Proof. *Educ Stud Math*, 86(1), 125-149
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM.
- \_\_\_\_\_. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Va : NCTM.
- \_\_\_\_\_. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va : NCTM.
- Nunnally, J.C. (1970). *Test and measurement*. New York : McGraw-Hill.
- O'Daffer, P.G. (1990). Inductive and deductive reasoning. *Mathematics Teacher*, 84(5), 378-410.
- O'Daffer, P.G. and Thornquist, B.A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning, and proof. In *Research ideas for the classroom* (pp. 39-56). New York : Maxwell Macmillan International.
- Patrick, W. (2009). How Reproducible Research Leads to Non-Rote Learning within Socially Constructivist Statistics Education. *Electronic Journal of e-Learning*, 7(2), 173-182.
- Perrine, V. (2001). *Effect of a Problem-Solving-Based Mathematics Course on the Proportional Reasoning of Preservice Teachers*. Ph.D. Thesis, University of Northern Colorado.
- Russell, S. J. (1999). Mathematical Reasoning in the Elementary Grades. In L. V. Stiff. & F.R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.1-12). Reston, VA : NCTM.
- Stiff, L.V. (1999). *Developing Mathematical Reasoning in Grade K-12*. Virginia : National Council of Teacher of Mathematical.
- Yackel, E. and Hanna, G. (2003). *Reasoning and proof A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*. VA : NCTM.





ภาคผนวก

พหุณํ ปณฺ ทิโต ชีเว



ภาคผนวก ก

ตัวอย่างแผนการจัดการจัดการการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

พหุณฺ์ ปณฺุ ทิโต ชีเว



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รหัสวิชา ค31201 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ระดับชั้นมัธยมศึกษาที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง คู่อันดับ

เวลา 1 ชั่วโมง

#### 1. สาระสำคัญ

คู่อันดับแต่ละคู่อันดับประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนในวงเล็บ ( ) แล้วคั่นสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุลภาค คู่อันดับสองคู่อันดับจะเท่ากันก็ต่อเมื่อสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับเท่ากัน และสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับเท่ากัน

#### 2. ผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้เพิ่มเติม สาระจำนวนและพีชคณิต ข้อที่ 1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการและนำไปใช้

ผลการเรียนรู้ข้อที่ 1 หาโดเมน เรนจ์และตัวผกผัน และเขียนกราฟของความสัมพันธ์ได้

#### 3. จุดประสงค์การเรียนรู้ (K-P-A)

ความรู้ (K)

นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่หา

ทักษะกระบวนการ (P)

นักเรียนสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. มีระเบียบวินัย รอบคอบ

2. มีความรับผิดชอบ

3. การร่วมแสดง/ยอมรับฟังความคิดเห็นเพื่อน

#### 4. สาระการเรียนรู้

คู่อันดับ

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### 1. ขั้นเตรียมการ

1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ

- บอกความหมายของคู่อันดับได้
- บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่

1.2 ครูทบทวนการแก้สมการ

### 2. ขั้นเสนอตัวอย่าง

2.1 ให้นักเรียนพิจารณาพิจารณาตัวอย่าง

#### ตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นคู่อันดับ

เช่น (สมุด, ปากกา), (โต๊ะ, เก้าอี้), (ข้าง, กล้วย),  $(x, y)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(a, b)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(4, -5)$

#### ตัวอย่างต่อไปนี้ ไม่เป็นคู่อันดับ

เช่น (สมุด), (โต๊ะ, เก้าอี้, กระจก), (กล้วย),  $a, b + c, (y)$ ,  $(3, 4, 5)$ ,  $(a, b, c, d)$

#### ตัวอย่างการอ่านคู่อันดับ

$(a, b)$  อ่านว่า คู่อันดับเอ บี

$a$  เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ  $(a, b)$

$b$  เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ  $(a, b)$

(ข้าง, กล้วย) อ่านว่า คู่อันดับข้าง กล้วย

ข้าง เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (ข้าง, กล้วย)

กล้วย เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (ข้าง, กล้วย)

$(3, 9)$  อ่านว่า คู่อันดับสามเก้า

3 เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ  $(3, 9)$

9 เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ  $(3, 9)$

## 2.2 ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างคู่อันดับสองคู่อันดับที่เท่ากันและไม่เท่ากัน

**ตัวอย่างของคู่อันดับที่เท่ากัน**

สิ่งต่อไปนี้เป็นคู่อันดับที่เท่ากัน

(สมุทร , ปากกา) = (สมุทร , ปากกา)

(โต๊ะ , เก้าอี้) = (โต๊ะ , เก้าอี้)

(a , b) = (a , b)

(3 , 9) = (3 , 9)

(4 , 2) = (4 , 2)

**ตัวอย่างของคู่อันดับที่ไม่เท่ากัน**

(สมุทร , ปากกา)  $\neq$  (ดินสอ , ยางลบ)

(โต๊ะ , เก้าอี้)  $\neq$  (เก้าอี้ , โต๊ะ)

(a , b)  $\neq$  (b , a)

(3, 9)  $\neq$  (3, 6)

## 2.4 ครูติดแถบกระดาษที่ 2 แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

## 3. ชั้นเปรียบเทียบ

## 3.1 ครูติดแถบกระดาษที่ 1 แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

## แถบกระดาษที่ 1

คู่อันดับประกอบด้วยสมาชิกกี่ตัว .....(2 ตัว).....

คู่อันดับมีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนอื่นได้หรือไม่ .....(ไม่ได้).....

เพราะเหตุใด .....(คู่อันดับเป็นคู่ของวัตถุสองสิ่ง).....

สมาชิกแต่ละตัวในคู่อันดับ ถูกค้นด้วยเครื่องหมาย “ , ” ใช่หรือไม่ .....(ใช่).....

เพราะเหตุใด .....(เครื่องหมาย “ , ” ถูกใช้เป็นเครื่องหมายแบ่งสมาชิก  
ตัวหน้าและตัวหลังของคู่อันดับ).....

### 3.2 ครูดัดแถบกระดาษที่ 2 แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

#### แถบกระดาษที่ 2

( 4 , 5 ) กับ ( 3 , 6 ) เท่ากันหรือไม่ .....(ไม่เท่ากัน).....  
 เพราะเหตุใด .....(สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังไม่เท่ากัน).....  
 ( 3 , 5 ) กับ ( 3 , 6 ) เท่ากันหรือไม่ .....(ไม่เท่ากัน).....  
 เพราะเหตุใด .....(สมาชิกตัวหลังไม่เท่ากัน).....  
 ( 3 , 6 ) กับ ( 6 , 3 ) เท่ากันหรือไม่ .....(ไม่เท่ากัน).....  
 เพราะเหตุใด .....(สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังไม่เท่ากัน).....  
 ( 2 , 4 ) กับ ( 2 , 4 ) เท่ากันหรือไม่ .....(เท่ากัน).....  
 เพราะเหตุใด .....(สมาชิกตัวหน้าและตัวหลังเท่ากัน).....

#### 4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์

ให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่มๆละเท่ากัน แจกบัตรงานให้กลุ่มละ 1 บัตร แล้วให้ร่วมอภิปรายว่า คู่อันดับใดบ้างเท่ากัน เพราะเหตุใด ให้นำผลสรุปของการอภิปรายรายงานหน้าชั้นเรียน โดยควรสรุปว่า

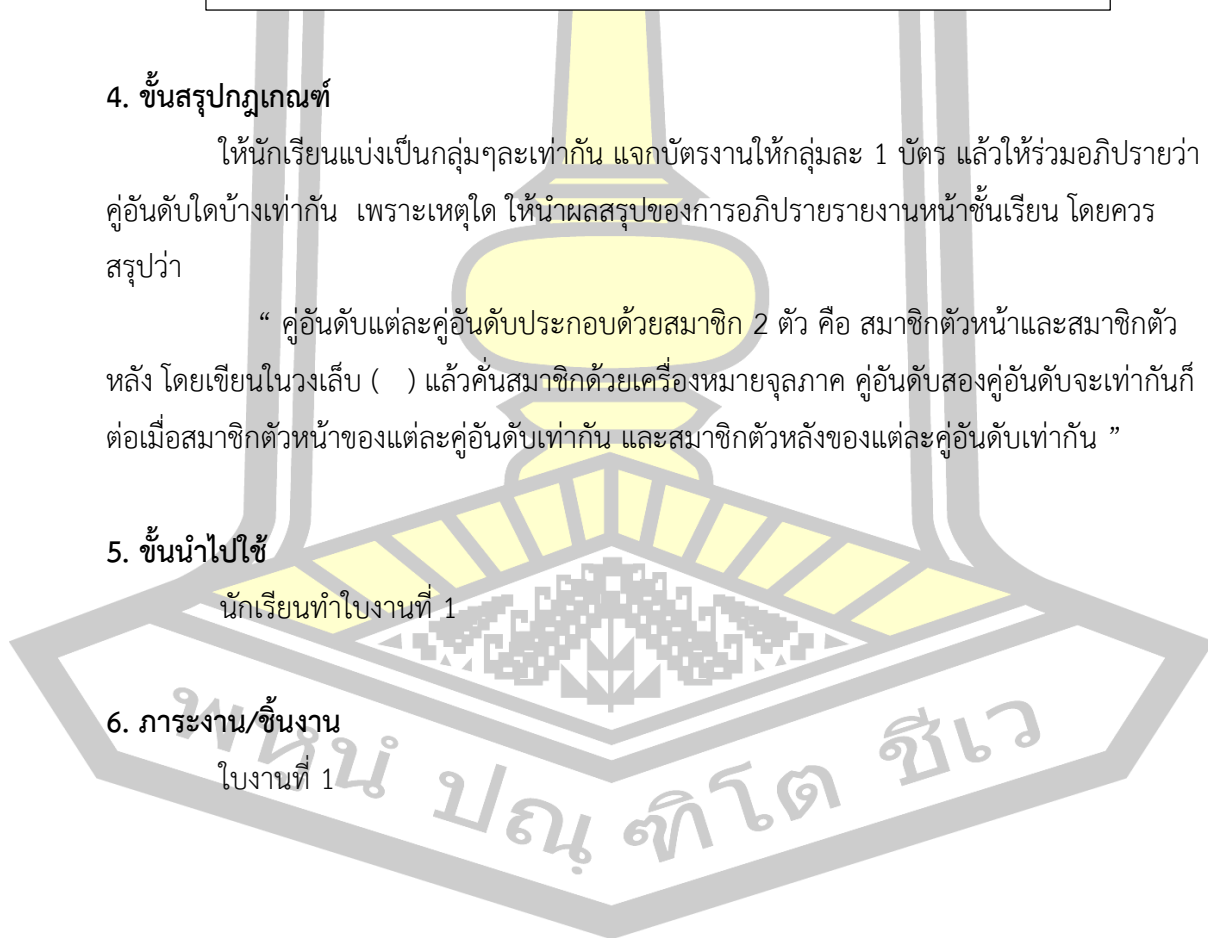
“ คู่อันดับแต่ละคู่อันดับประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนในวงเล็บ ( ) แล้วค้นสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุดภาค คู่อันดับสองคู่อันดับจะเท่ากันก็ต่อเมื่อสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับเท่ากัน และสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับเท่ากัน ”

#### 5. ชี้นำไปใช้

นักเรียนทำใบงานที่ 1

#### 6. ภาระงาน/ชิ้นงาน

ใบงานที่ 1





## 7. การวัดและประเมินผล (K-P-A)

การวัดและประเมินผล จุดประสงค์	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
ความรู้ (K)	ทำใบงานที่ 1	ใบงานที่ 1	นักเรียนทุกคนทำ ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
ทักษะกระบวนการ (P)	การสังเกตพฤติกรรม จากการทำงานกลุ่ม	ใบงานที่ 1	นักเรียนร้อยละ 70 ผ่านจุดประสงค์
คุณลักษณะ อันพึงประสงค์ (A)	ครูสังเกตพฤติกรรมใน ชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนร้อยละ 80 อยู่ในระดับดีขึ้นไป

## 8. สื่อ/แหล่งเรียนรู้

- ใบงานที่ 1
- แลกกระดาษ
- เอกสารรวบรวมข้อสอบของ [www.pec9.com](http://www.pec9.com)
- ห้องสมุด

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นายวุฒิพงษ์ พันจันทร์)

ตำแหน่ง ครู

พูน ปณ ทิโต ชีเว

### 9. ความเห็นผู้ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวธนา ขุนทิพย์ทอง)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### 10. ความเห็นหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายอุทัย ชาแสน)  
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### 11. ความเห็นของผู้บริหาร

- อนุมัติให้ใช้จัดการเรียนการสอนได้
- ข้อเสนอแนะ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายสิทธิชัย ยุกลวัฒน์)  
ผู้ช่วยผู้อำนวยการกลุ่มบริหารวิชาการ

พูน ปรณ ทิโต ชิว

บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

ระดับชั้น.....

ด้านความรู้(K)

.....  
.....  
.....

ด้านทักษะกระบวนการ (P)

.....  
.....  
.....

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

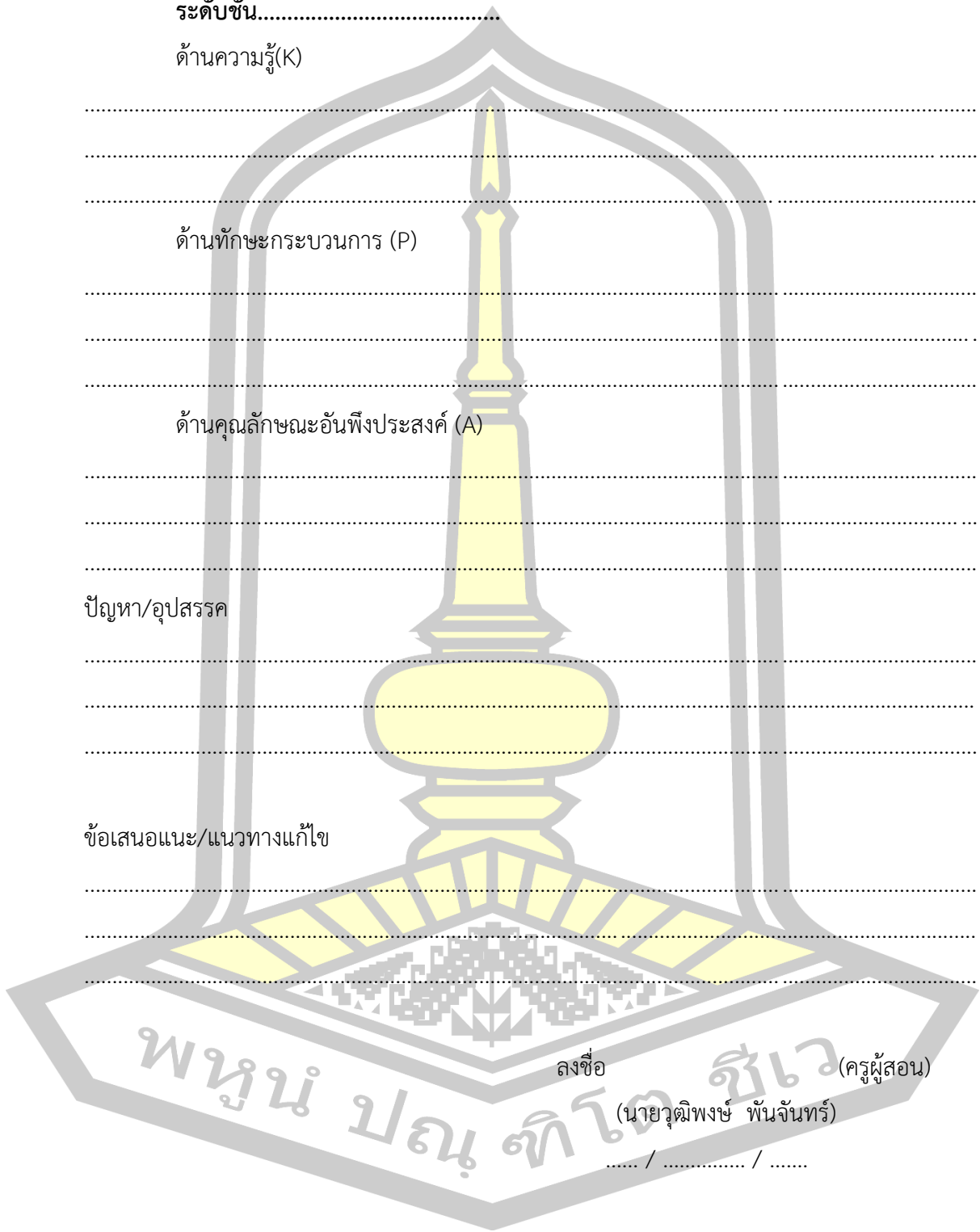
.....  
.....  
.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....  
.....  
.....



พูนันต์ ปณฺ ทิโต ชีเว (ครูผู้สอน)  
(นายวุฒิพงษ์ พันจันทร์)  
..... / ..... / .....

ใบงานที่ 1  
เรื่อง คู่อันดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	คู่อันดับสามแปด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด	
2.	(10, 6) อ่านว่าอย่างไร มีสมาชิกตัวหน้าคือจำนวนใด	
3.	คู่อันดับ (2, 3) และ $(\sqrt{4}, 3)$ เท่ากันหรือไม่	
4.	จงหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้	
	4.1 $(x, y) = (6, 9)$	4.1 .....
	4.2 $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$	4.2 .....
	4.3 $(-3, a) = (b - 4, 6)$	4.3 .....
	4.4 $(x + y, x - y) = (6, 4)$	4.4 .....
	4.5 $(2^x, y) = (16, 2)$	4.5 .....

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ ปัญหาทุกอย่างจะ  
หมดไป ถ้าใส่ใจ  
คณิตศาสตร์

พูน ปณ ทิโต ชีเว



ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน-หลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการให้  
เหตุผลทางคณิตศาสตร์

พหุ ประถม ศึกษาศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน

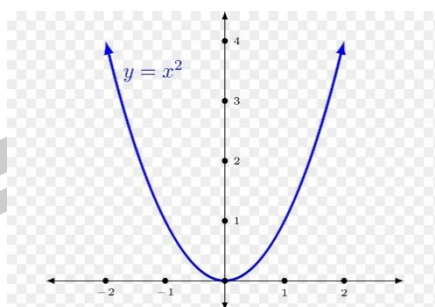
เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

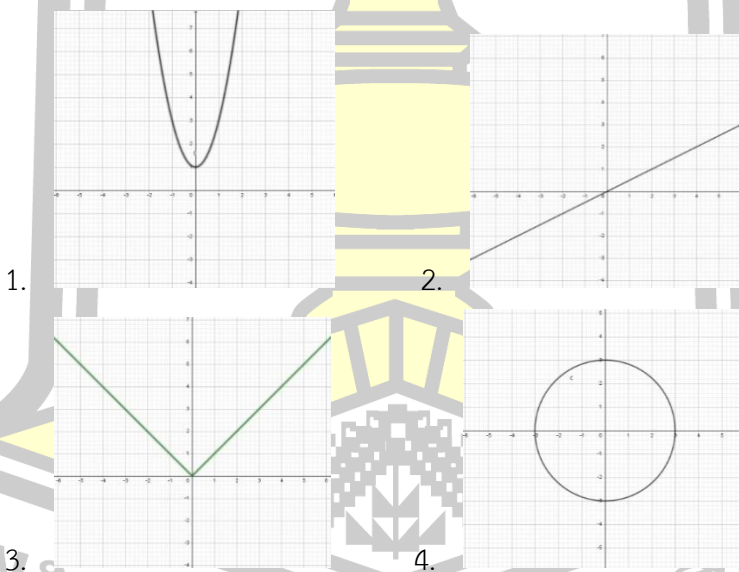
คำชี้แจง แบบทดสอบนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวนข้อสอบ 30 ข้อ 30 คะแนน เวลา 60 นาที ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- ถ้า  $(a-2, 4) = (-3, b+2)$  แล้ว  $a^2 - b^2$  มีค่าตรงกับข้อใด
  1. -3
  2. -2
  3. -1
  4. 0
- กำหนดให้  $A = \{x | x \in N \wedge -2 < x \leq 3\}$  และ  $B = \{-1, 0, 1, 3, 5\}$  คู่อันดับในข้อใด ไม่เป็น สมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน  $A \times B$ 
  1. (2, 3)
  2. (3, 5)
  3. (-1, 1)
  4. (1, -1)
- กำหนดให้  $A = \{-2, 2, 4, 6, 8\}$   $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  และ  $f$  คือ ความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” ใน  $B$  ข้อใดคือ  $R_f$ 
  1.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
  2.  $\{0, 1, 4\}$
  3.  $\{-1, 0, 1, 4\}$
  4.  $\{1, 4\}$
- ให้ความสัมพันธ์  $r = \left\{ (x, y) \in R \times R \mid y = \frac{x-3}{x} \right\}$  โดเมนของ  $r$  คือข้อใดต่อไปนี้
  1.  $R - \{0, -3\}$
  2.  $R - \{0, 3\}$
  3.  $R - \{0\}$
  4.  $R - \{3\}$
- อินเวอร์สของความสัมพันธ์  $y = \frac{x-1}{x+2}$  คือข้อใดต่อไปนี้
  1.  $\frac{2x-1}{x-1}$
  2.  $\frac{2x+1}{x-1}$
  3.  $\frac{2x-1}{x+1}$
  4.  $\frac{-2x-1}{x-1}$

6. จากกราฟของความสัมพันธ์ ข้อใดคือโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้



1. โดเมน คือ  $\mathbb{R}$  , เรนจ์ คือ 0
  2. โดเมน คือ  $\mathbb{R}$  , เรนจ์ คือ  $y \geq 0$
  3. โดเมน คือ  $-2 \leq x \leq 2$  เรนจ์ คือ  $\mathbb{R}$
  4. โดเมน คือ  $-2 \leq x \leq 2$  เรนจ์ คือ  $y \geq 0$
7. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน
1.  $\{(-1,0), (0,-1), (-1,0), (0,3)\}$
  2.  $\{(0,2), (2,0), (1,3), (4,3)\}$
  3.  $\{(1,3), (1,0), (1,2), (1,-1)\}$
  4.  $\{(4,2), (2,3), (3,4), (4,1)\}$
8. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน



9. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

1.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = x + 3\}$
2.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}$
3.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 1\}$
4.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}$



10. เรนจ์ของฟังก์ชัน  $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{x+3}{x-3} \right\}$  คือข้อใด

1.  $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 3\}$
2.  $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq -3\}$
3.  $\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 0\}$
4.  $\{3\}$

11. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 - 9} \right\}$  ข้อใดไม่เป็นสมาชิกในโดเมนของ  $r$

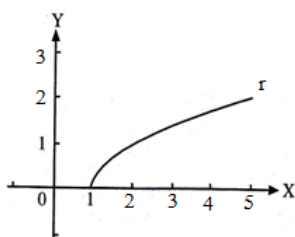
1. -4
2. -3
3. -2
4. 3

12. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f = \{(0,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$

$g = \{(0,0), (3,4), (5,6)\}$  ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

1.  $D_f \subset R_f$
2.  $R_f \subset D_g$
3.  $R_f \subset D_f$
4.  $D_f \subset D_g$

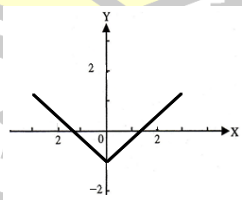
13.



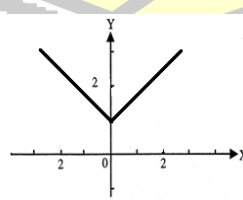
จากรูป โดเมนและเรนจ์ของกราฟตรงกับข้อใด

1.  $D_r = \mathbb{R}$  และ  $R_r = \{y \mid y \leq 1\}$
2.  $D_r = \mathbb{R}$  และ  $R_r = \{y \mid y \geq 1\}$
3.  $D_r = \{x \mid x \geq 0\}$  และ  $R_r = \{y \mid y \geq 1\}$
4.  $D_r = \{x \mid x \geq 1\}$  และ  $R_r = \{y \mid y \geq 0\}$

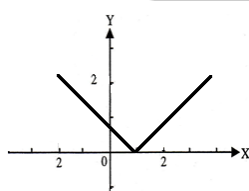
14. กราฟของสมการ  $y = |x| + 1$  ตรงกับข้อใด



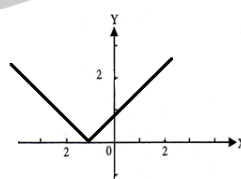
1.



2.



3.



4.

15. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$  ข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วไปจาก  $A$  ไป  $B$

1.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$
2.  $\{(1, a), (2, b), (3, b), (4, d)\}$
3.  $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
4.  $\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4)\}$

16. ข้อใดเป็นฟังก์ชัน  $f(x) = x^2 + 6x + 9$  เป็นฟังก์ชันลดในช่วงใด

1.  $(-\infty, -3)$
2.  $(-\infty, 3)$
3.  $(3, -\infty)$
4.  $R$

17. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$  ข้อใดคือฟังก์ชันจาก  $A$  ไปทั่วถึง  $B$

1.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, a)\}$
2.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (1, b)\}$
3.  $\{(1, a), (2, b), (3, c)\}$
4. มีข้อถูก 2 ข้อ

18. ถ้า  $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$  แล้ว  $f(-1) - f(2)$  คือข้อใดต่อไปนี้

1. -4
2. -3
3. 8
4. 9

19. ถ้า  $f(x+1) = 2x+3$  และ  $g(x) = \frac{3x-1}{5}$  แล้ว  $(f * g)(2)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 5
2. 7
3. 9
4. 11

20. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $g(x)$  เป็นดังกราฟ จงหา  $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$

1. 0.25
2. 0.50
3. 1
4. 2

21. ถ้า  $g = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 5), (3, -2), (5, 2)\}$  แล้ว  $g(-1) + g(5) - g(3)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 6
2. 5
3. 4
4. 2

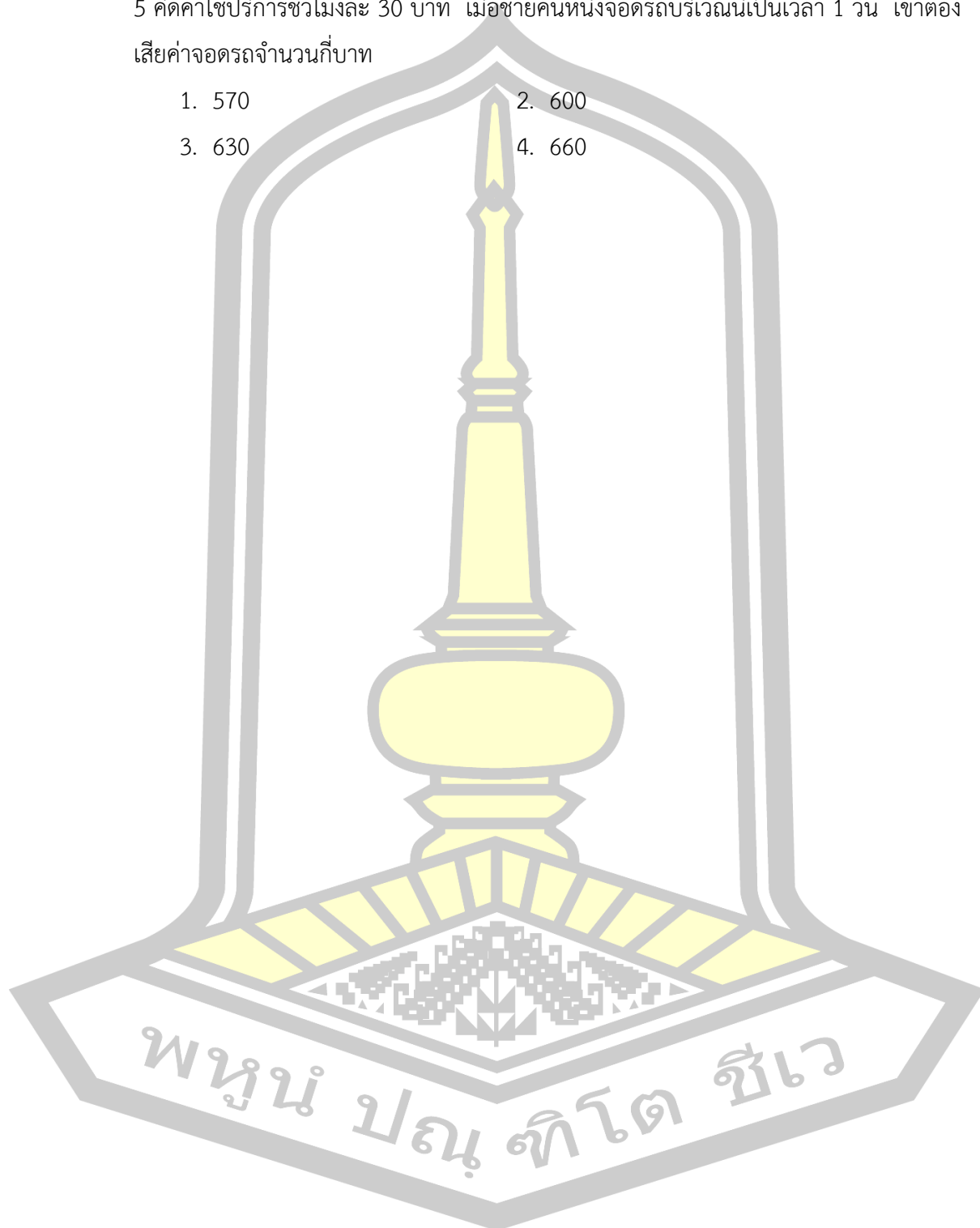
22. กำหนดให้  $f = \{(1, -1), (2, 3), (3, -2), (4, 0)\}$  และ  $g = \{(-2, 3), (-1, 5), (0, -4), (3, 7)\}$  เรนจ์ของ  $g \circ f$  คือข้อใด

1.  $\{1, 2, 3, 4\}$
2.  $\{-2, -1, 0, 3\}$
3.  $\{-4, 3, 5, 7\}$
4.  $\{-2, -1, 0, 3\}$

23. ถ้า  $f, g : R \rightarrow R$  โดย  $f(x) = x^2$  และ  $g(x) = 2x + 1$  ข้อใดคือ  $f \circ g(-1)$
1. -3
  2. -2
  3. -1
  4. 1
24. กำหนดให้  $f(x) = 3x + 2$   $g(x) = 4x - 1$  ค่าในข้อใดต่อไปนี้มีความมากที่สุด
1.  $(f \circ g)(1)$
  2.  $(g \circ f)(1)$
  3.  $(f \circ f)(1)$
  4.  $(g \circ g)(1)$
25. กำหนดให้  $g = \{(-1,1)(0,-3)(1,0), (2,4), (3,5), (4,11)\}$  ข้อใดเป็นสับเซตของ  $g^{-1}$
1.  $\{(-3,0), (0,-3)\}$
  2.  $\{(1,0), (1,-1)\}$
  3.  $\{(4,2), (-3,0)\}$
  4.  $\{(5,3), (0,-1)\}$
26. ถ้า  $f = \{(1,1), (4,2), (5,3), (-2,4)\}$  และ  $g = \{(2,-2), (1,0), (-1,2), (0,4)\}$  จงหาค่าของ  $f^{-1}(4) * g^{-1}(2)$
1. -4
  2. -2
  3. 0
  4. 2
  5. 8
27. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน 1-1 ถ้า  $f(x) = 2x + 5$  จงหา  $f^{-1}(9)$
1. 1
  2. 2
  3. 3
  4. 4
28. สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของเส้นรอบรูปเท่ากับ 40 เมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ทำให้พื้นที่มากที่สุด
1. 60
  2. 64
  3. 75
  4. 100
29. ฟังก์ชันแสดงราคาของรถยนต์ยี่ห้อหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไปเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น ถ้าปัจจุบันรถยนต์มีราคา 800,000 บาท และในอีก 4 ปีข้างหน้า รถยนต์จะมีราคา 520,000 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 2 ปี รถยนต์ยี่ห้อนี้จะมีราคาลดลงเหลือเท่าใด
1. 660,000
  2. 680,000
  3. 700,000
  4. 720,000

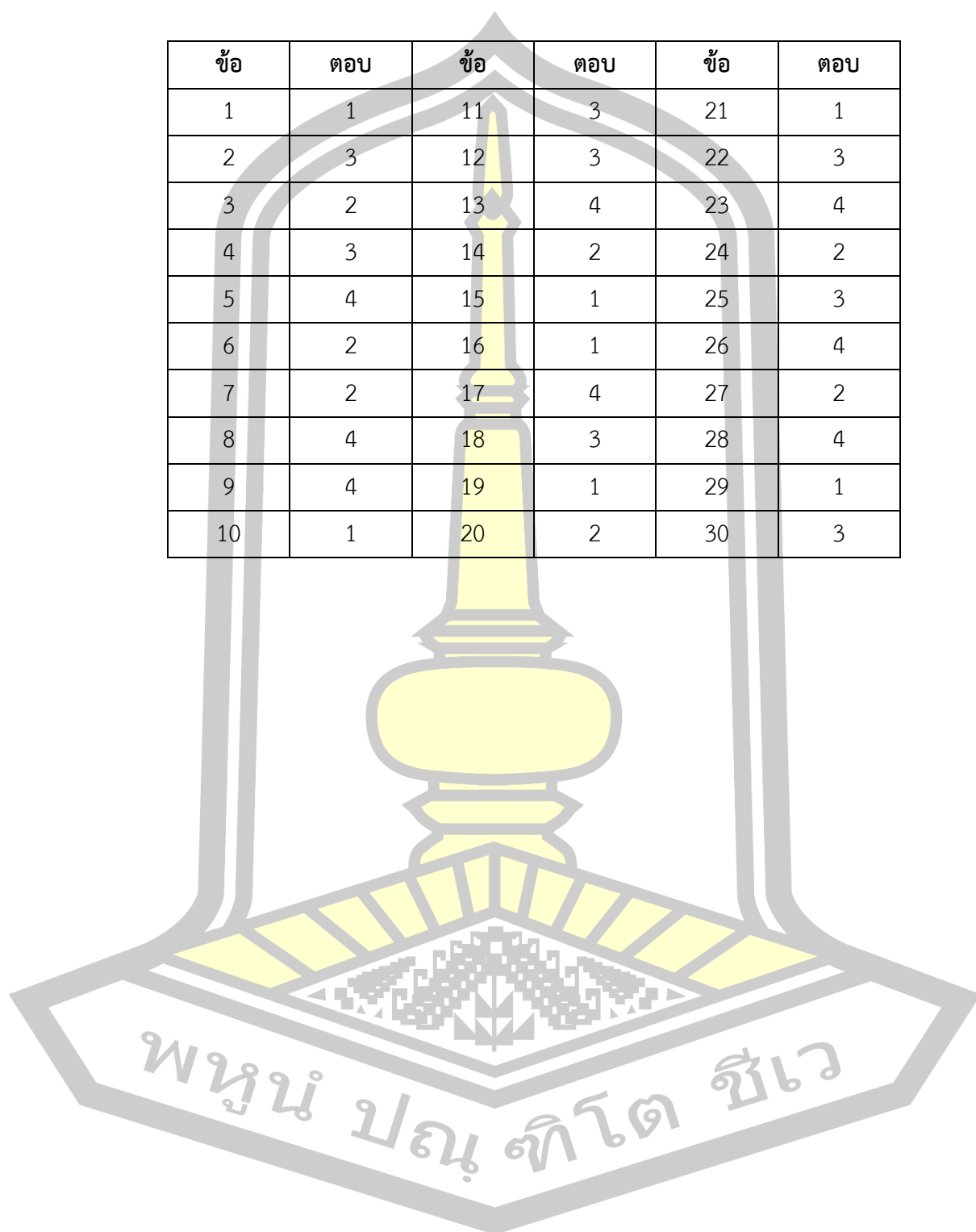
30. อาคารจอดรถแห่งหนึ่ง จอดฟรี 2 ชั่วโมงแรก ชั่วโมงต่อไปชั่วโมงละ 20 บาท หลังจากชั่วโมงที่ 5 คิดค่าใช้บริการชั่วโมงละ 30 บาท เมื่อชายคนหนึ่งจอดรถบริเวณนี้เป็นเวลา 1 วัน เขาต้องเสียค่าจอดรถจำนวนกี่บาท

1. 570
2. 600
3. 630
4. 660



เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
1	1	11	3	21	1
2	3	12	3	22	3
3	2	13	4	23	4
4	3	14	2	24	2
5	4	15	1	25	3
6	2	16	1	26	4
7	2	17	4	27	2
8	4	18	3	28	4
9	4	19	1	29	1
10	1	20	2	30	3



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวนข้อสอบ 30 ข้อ 30 คะแนน เวลา 60 นาที ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้  $A = \{-2, 2, 4, 6, 8\}$   $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$  และ  $f$  คือ ความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” ใน  $B$  ข้อใดคือ  $R_f$

- |                      |                            |
|----------------------|----------------------------|
| 1. $\{0, 1, 4\}$     | 2. $\{-1, 0, 1, 2\}$       |
| 3. $\{-1, 0, 1, 4\}$ | 4. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ |

2. ถ้า  $(a-2, 4) = (-3, b+2)$  แล้ว  $a^2 - b^2$  มีค่าตรงกับข้อใด

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 3  | 2. -3 |
| 3. -2 | 4. -1 |

3. อินเวอร์สของความสัมพันธ์  $y = \frac{x-1}{x+2}$  คือข้อใดต่อไปนี้

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| 1. $\frac{2x-1}{x-1}$  | 2. $\frac{2x+1}{x-1}$ |
| 3. $\frac{-2x-1}{x-1}$ | 4. $\frac{2x-1}{x+1}$ |

4. กำหนดให้  $A = \{x | x \in N \wedge -2 < x \leq 3\}$  และ  $B = \{-1, 0, 1, 3, 5\}$  คู่อันดับในข้อใดไม่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน  $A \times B$

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1. (2, 0) | 2. (3, 5)  |
| 3. (2, 3) | 4. (-1, 1) |

5. ให้ความสัมพันธ์  $r = \left\{ (x, y) \in R \times R \mid y = \frac{x-3}{x} \right\}$  โดเมนของ  $r$  คือข้อใดต่อไปนี้

- |                    |                                    |
|--------------------|------------------------------------|
| 1. $R - \{0, 3\}$  | 2. $R - \{0\}$                     |
| 3. $R - \{0, -3\}$ | 4. $(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$ |

6. เรนจ์ของฟังก์ชัน  $\left\{ (x, y) \in R \times R \mid y = \frac{x+3}{x-3} \right\}$  คือข้อใด

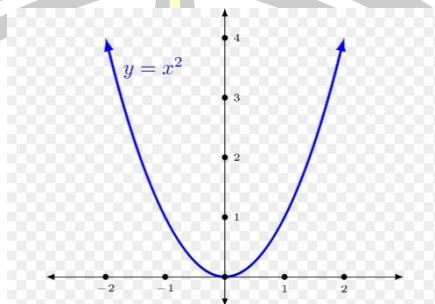
- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1. $\{y \in R   y \neq -3\}$ | 2. $\{-3\}$                 |
| 3. $\{y \in R   y \neq 0\}$  | 4. $\{y \in R   y \neq 3\}$ |

7. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

1.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}$     2.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = x + 3\}$

3.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}$     4.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 1\}$

8. จากกราฟของความสัมพันธ์ ข้อใดคือโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้



1. โดเมน คือ  $x \geq 0$  , เรนจ์ คือ  $y \geq 0$

2. โดเมน คือ  $-2 \leq x \leq 2$  เรนจ์ คือ  $\mathbb{R}$

3. โดเมน คือ  $\mathbb{R}$  , เรนจ์ คือ  $y \geq 0$

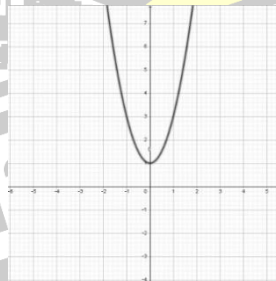
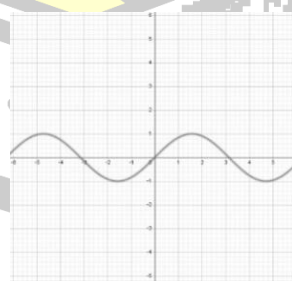
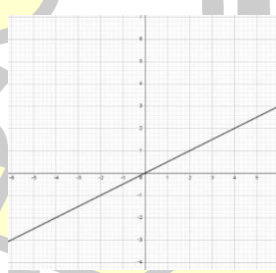
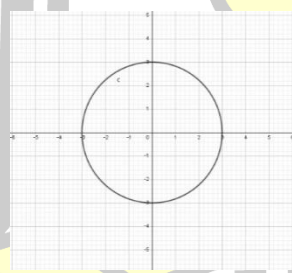
4. โดเมน คือ  $-2 \leq x \leq 2$  เรนจ์ คือ  $y \geq 0$

9. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 - 9}\}$  ข้อใดไม่เป็นสมาชิกในโดเมนของ  $r$

1. -3    2. -2

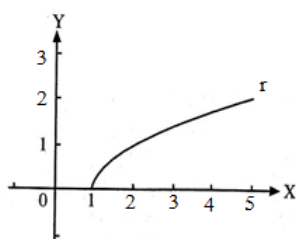
3. -4    4. 6

10. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน





11. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f = \{(0,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$   
 $g = \{(0,0), (3,4), (5,6)\}$  ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง
1.  $R_f \subset D_f$
  2.  $D_f \subset R_f$
  3.  $D_g \subset D_f$
  4.  $D_f \subset D_g$
12. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน
1.  $\{(-1,-2), (1,-2), (-2,3), (1,5)\}$
  2.  $\{(-1,0), (0,-1), (-1,0), (0,3)\}$
  3.  $\{(1,3), (1,0), (1,2), (1,-1)\}$
  4.  $\{(0,2), (2,0), (1,3), (4,3)\}$
13. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$  ข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วไประหว่าง  $A$  ไป  $B$
1.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$
  2.  $\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
  3.  $\{(1, a), (2, b), (3, b), (4, d)\}$
  4.  $\{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$



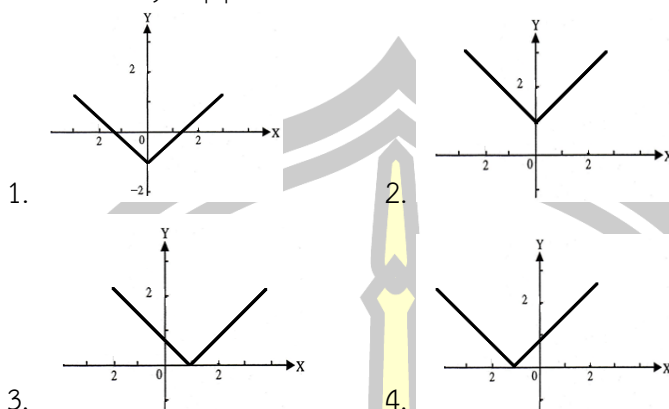
14.

จากรูป โดเมนและเรนจ์ของกราฟตรงกับข้อใด

1.  $D_f = R$  และ  $R_f = \{y | y \leq 1\}$
  2.  $D_f = \{x | x \geq 1\}$  และ  $R_f = \{y | y \geq 0\}$
  3.  $D_f = R$  และ  $R_f = \{y | y \geq 1\}$
  4.  $D_f = R$  และ  $R_f = R$
15. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$  ข้อใดคือฟังก์ชันจาก  $A$  ไปทั่วถึง  $B$
1.  $\{(1, a), (2, b), (3, c)\}$
  2.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (1, b)\}$
  3.  $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, a)\}$
  4. มีข้อถูก 2 ข้อ
16. ถ้า  $f(x+1) = 2x+3$  และ  $g(x) = \frac{3x-1}{5}$  แล้ว  $(f * g)(2)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 9
  2. 7
  3. 5
  4. 3
17. ถ้า  $g = \{(-1,2), (0,3), (2,5), (3,-2), (5,2)\}$  แล้ว  $g(-1) + g(5) - g(3)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด
1. 0
  2. 5
  3. 6
  4. 4

พูน ปรน ทิโต ชิว

18. กราฟของสมการ  $y = |x| + 1$  ตรงกับข้อใด



19. ข้อใดเป็นฟังก์ชัน  $f(x) = x^2 + 6x + 9$  เป็นฟังก์ชันลดในช่วงใด

1.  $(3, -\infty)$  2.  $(-\infty, 3)$   
3.  $(-\infty, -3)$  4.  $(-3, \infty)$

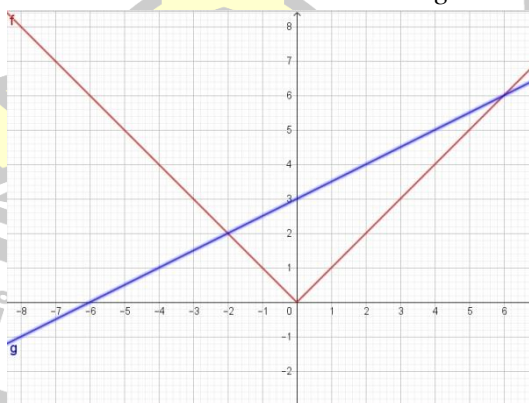
20. ถ้า  $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$  แล้ว  $f(-1) - f(2)$  คือข้อใดต่อไปนี้

1. -4 2. 8  
3. -3 4. 5

21. กำหนดให้  $g = \{(-1,1), (0,-3), (1,0), (2,4), (3,5), (4,11)\}$  ข้อใดเป็นสับเซตของ  $g^{-1}$

1.  $\{(1,0), (1,-1)\}$  2.  $\{(4,2), (-3,0)\}$   
3.  $\{(5,3), (0,-1)\}$  4.  $\{(-3,0), (0,-3)\}$

22. กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  และ  $g(x)$  เป็นดังกราฟ จงหา  $(\frac{f}{g})(2)$



1. 4 2. 2  
3. 1 4. 0.50

23. กำหนดให้  $f = \{(1,-1), (2,3), (3,-2), (4,0)\}$  และ  $g = \{(-2,3), (-1,5), (0,-4), (3,7)\}$

เรนจ์ของ  $gof$  คือข้อใด

1.  $\{-2, -1, 0, 3\}$
2.  $\{-2, -1, 0, 3\}$
3.  $\{-4, 3, 5, 7\}$
- 4.

24. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน 1-1 ถ้า  $f(x) = 2x + 5$  จงหา  $f^{-1}(9)$

1. 5
2. 4
3. 3
4. 2

25. ถ้า  $f = \{(1,1), (4,2), (5,3), (-2,4)\}$  และ

$g = \{(2,-2), (1,0), (-1,2), (0,4)\}$

จงหาค่าของ  $f^{-1}(4) * g^{-1}(2)$

1. -2
2. 2
3. 4
4. 8

26. อาคารจอดรถแห่งหนึ่ง จอดฟรี 2 ชั่วโมงแรก ชั่วโมงต่อไปชั่วโมงละ 20 บาท หลังจากชั่วโมงที่ 5 คิดค่าใช้จ่ายบริการชั่วโมงละ 30 บาท เมื่อชายคนหนึ่งจอดรถบริเวณนี้เป็นเวลา 1 วัน เขาต้องเสียค่าจอดรถจำนวนกี่บาท

1. 660
2. 630
3. 600
6. 690

27. ฟังก์ชันแสดงราคาของรถยนต์ยี่ห้อหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไปเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น ถ้าปัจจุบันรถยนต์มีราคา 800,000 บาท และในอีก 4 ปีข้างหน้า รถยนต์จะมีราคา 520,000 บาท เมื่อเวลาผ่านไป 2 ปี รถยนต์ยี่ห้อนี้จะมีการลดลงเหลือเท่าใด

1. 640,000
2. 680,000
3. 660,000
4. 720,000

28. กำหนดให้  $f(x) = 3x + 2$   $g(x) = 4x - 1$  ค่าในข้อใดต่อไปนี้มีค่ามากที่สุด

1.  $(gof)(1)$
2.  $f(2)$
3.  $(fof)(1)$
4.  $(fog)(1)$

29. ถ้า  $f, g : R \rightarrow R$  โดย  $f(x) = x^2$  และ  $g(x) = 2x + 1$  ข้อใดคือ  $fog(-1)$

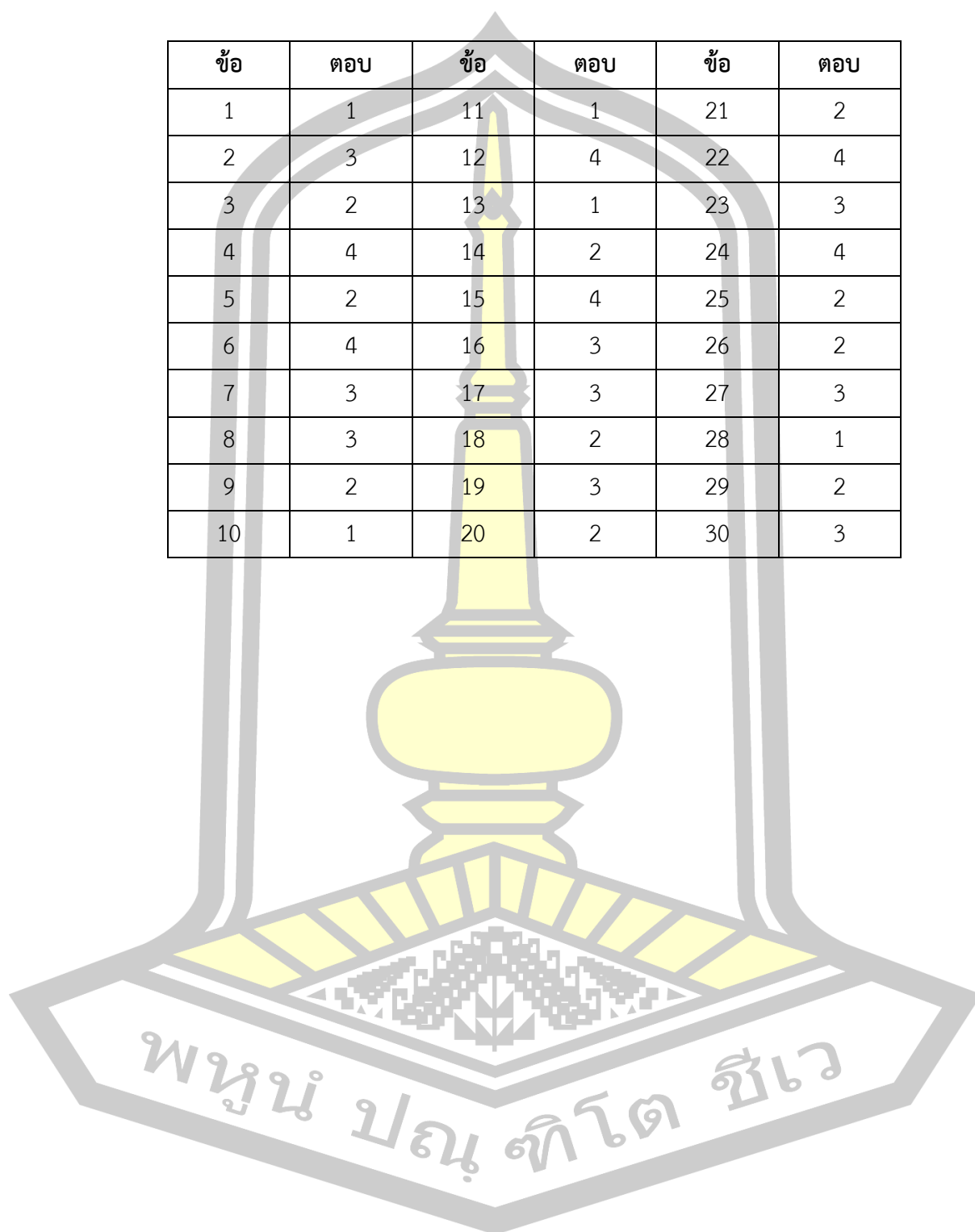
1. -1
2. 1
3. -3
4. -2

30. สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความยาวของเส้นรอบรูปเท่ากับ 40 เมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ทำให้พื้นที่มากที่สุด

1. 64
2. 75
3. 100
4. 125

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
1	1	11	1	21	2
2	3	12	4	22	4
3	2	13	1	23	3
4	4	14	2	24	4
5	2	15	4	25	2
6	4	16	3	26	2
7	3	17	3	27	3
8	3	18	2	28	1
9	2	19	3	29	2
10	1	20	2	30	3





3. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$  ถ้า  $r = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (4, 3), (4, 3), (5, 3)\}$  จงอธิบายว่า  $r$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

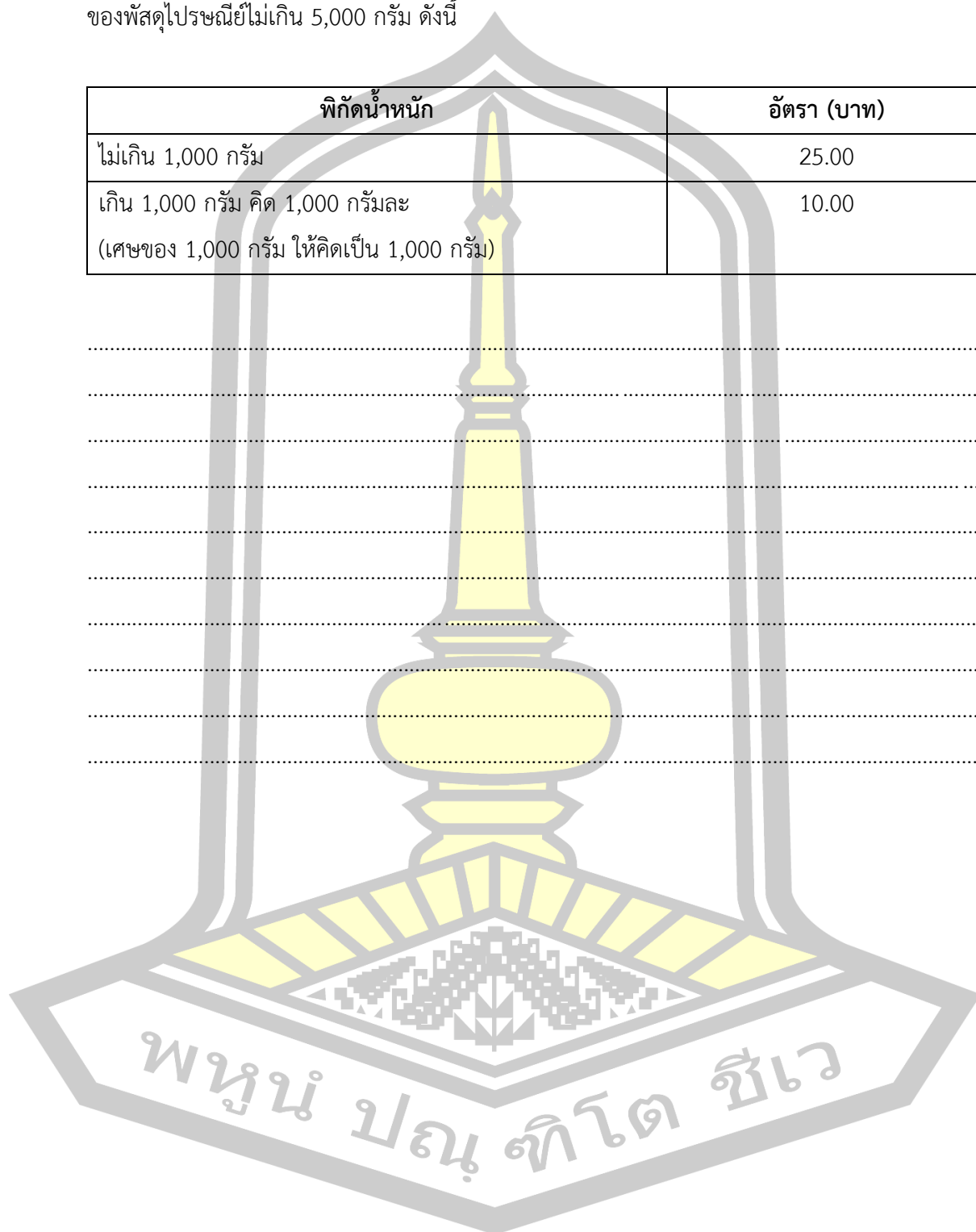
4. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน  $1-1$  ถ้า  $f(10) = 18$  จงหา  $f^{-1}(18)$

5. ให้  $f = \{(1, 5), (2, 4), (3, 6)\}$  และ  $g = \{(3, 8), (4, 10), (5, 9)\}$  จงพิจารณาว่าสามารถหาฟังก์ชัน  $g \circ f$  ได้หรือไม่ ถ้าหาได้จงหาฟังก์ชัน  $g \circ f$

พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์

6. จงหาค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ น้ำหนัก 3,238 กรัม เมื่อกำหนดค่าพัสดุไปรษณีย์ เมื่อกำหนดให้น้ำหนักของพัสดุไปรษณีย์ไม่เกิน 5,000 กรัม ดังนี้

พิกัดน้ำหนัก	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 1,000 กรัม	25.00
เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ (เศษของ 1,000 กรัม ให้คิดเป็น 1,000 กรัม)	10.00





### เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ โดยแสดงทั้งแนวคิด ขั้นตอนการแสดงวิธีทำ ประกอบการเขียนอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด ซึ่งอาจใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้งในรูปสัญลักษณ์ สมการหรือภาพ และมีการสรุปคำตอบที่ครบถ้วน

1. กำหนดให้  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  และ  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  โดยที่  $r = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1), (2, 2), (-2, 2)\}$  จงอธิบายการหาเซต  $B$  ที่สอดคล้องกับ  $r$  และเขียน  $r$  เป็นแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร

**แนวคิด** เนื่องจาก  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  โดยที่  $r = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1), (2, 2), (-2, 2)\}$  ดังนั้น สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ ใน  $r$  คือ  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  และสมาชิกตัวหลัง ต้องมาจาก  $B$  ซึ่ง สมาชิกตัวหลัง  $= \{0, 1, 2\}$  ดังนั้น สามารถเขียนเซต  $B$  จะต้องประกอบด้วยสมาชิกอย่างน้อยสามตัว คือ  $\{0, 1, 2\}$  หรืออีกนัยหนึ่งคือ  $\{0, 1, 2\}$  เป็นสับเซตของ  $B$  และสามารถเขียน  $r$  แบบบอกเงื่อนไข ได้เป็น  $\{(x, y) \in A \times B \mid y = |x|\}$  หรือ  $\{(x, y) \in A \times B \mid y = -x\}$  หรือ  $\{(x, y) \in A \times B \mid x = -y\}$  หรือ  $\{(x, y) \in A \times B \mid |y| = |x|\}$

2. กำหนดให้  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x \leq 4\}$  และ  $B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } -2 \leq x \leq 1\}$

**แนวคิด**  $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x - 4\}$  จงเขียนความสัมพันธ์  $r$  แบบแจกแจงสมาชิก เนื่องจาก  $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x - 4\}$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  ดังนั้นจะเขียน  $A$  แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  และจะเขียน  $B$  แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น  $\{-2, -1, 0, 1\}$  จะหา  $A \times B = \{(1, -2), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (2, 1), (3, -2), (3, -1), (3, 0), (3, 1), (4, -2), (4, -1), (4, 0), (4, 1)\}$  เมื่อพิจารณา  $A \times B$  ที่เป็นไปตามเงื่อนไขของ  $r$  ได้แก่  $\{(2, -2), (3, -1), (4, 0)\}$

ดังนั้น สามารถเขียน  $r$  แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น  $r = \{(2, -2), (3, -1), (4, 0)\}$

3. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$  ถ้า  $r = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (4, 3), (4, 3), (5, 3)\}$  จงอธิบายว่า  $r$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวคิด** จากนิยามของฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆของความสัมพันธ์นั้น

ถ้าสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน สมาชิกตัวหลังต้องเท่ากันด้วยและจาก  $r = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (4, 3), (4, 3), (5, 3)\}$  จะเห็นได้ว่า สมาชิกตัวหน้าของ  $r$  เป็นสับเซตของ  $A$  และสมาชิกตัวหลังของ  $R$  เป็นสับเซตของ  $B$  ดังนั้น  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  เมื่อพิจารณาสมาชิกของ  $r$  จะเห็นได้ว่า มี  $(4, 3)$  กับ  $(4, 3)$  ซึ่งสมาชิกตัวหน้าเท่ากันและสมาชิกตัวหลังเท่ากัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า ความสัมพันธ์  $r$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$

4. กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชัน 1-1 ถ้า  $f(10) = 18$  จงหา  $f^{-1}(18)$

แนวคิด จากบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน กำหนดให้  $f$  เป็นฟังก์ชันใดๆ จะได้ว่า  $f^{-1}$  เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ  $f$  เป็นฟังก์ชัน 1-1 และจาก  $f$  เป็นฟังก์ชัน 1-1 ทำให้ทราบว่า ถ้า  $f(a) = b$  แล้ว

$$f^{-1}(b) = a$$

$$\text{ดังนั้น จาก } f(10) = 18 \text{ จงหา } f^{-1}(18) = 10$$

5. ให้  $f = \{(1, 5), (2, 4), (3, 6)\}$  และ  $g = \{(3, 8), (4, 10), (5, 9)\}$  จงพิจารณาว่าสามารถหาฟังก์ชัน  $g \circ f$  ได้หรือไม่ ถ้าหาได้จงหาฟังก์ชัน  $g \circ f$

แนวคิด จะเห็นว่า  $D_f = \{1, 2, 3\}$  และ  $R_f = \{4, 5, 6\}$

$$D_g = \{3, 4, 5\} \text{ และ } R_g = \{8, 9, 10\}$$

จากนิยามของการหา  $g \circ f$  พิจารณา  $R_f \cap D_g = \{4, 5\}$  ไม่เป็นเซตว่าง หา  $g \circ f$  ได้

$$\text{เนื่องจาก } f(2) = 4 \text{ และ } g(4) = 10$$

$$\text{ดังนั้น } g \circ f(2) = g(f(2)) = g(4) = 10$$

$$\text{เนื่องจาก } f(1) = 5 \text{ และ } g(5) = 9$$

$$\text{ดังนั้น } g \circ f(1) = g(f(1)) = g(5) = 9$$

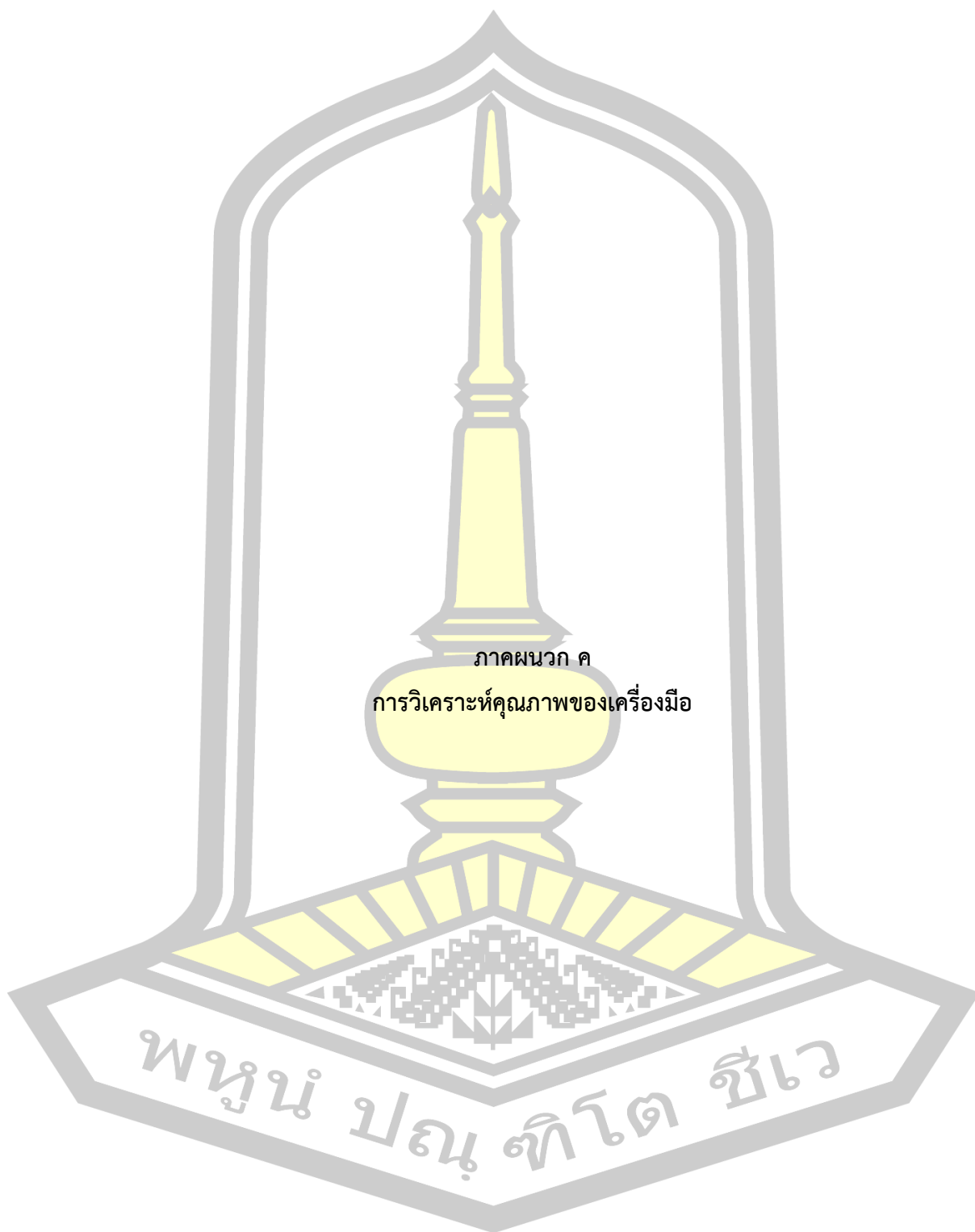
$$\text{ดังนั้น } g \circ f = \{(2, 10), (1, 9)\}$$

6. จงหาค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ น้ำหนัก 3,238 กรัม เมื่อกำหนดค่าพัสดุไปรษณีย์ เมื่อกำหนดให้น้ำหนักของพัสดุไปรษณีย์ไม่เกิน 5,000 กรัม ดังนี้

พิกัดน้ำหนัก	อัตรา (บาท)
ไม่เกิน 1,000 กรัม	25.00
เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ (เศษของ 1,000 กรัม ให้คิดเป็น 1,000 กรัม)	10.00

แนวคิด การคิดค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ตามน้ำหนักเป็นช่วงค่า ดังนั้นน้ำหนักพัสดุ 3,238 กรัม จะถูกคิดแยกตามช่วง เป็น 1,000 กรัมแรก คิดค่าบริการ 25 บาท และ 2,238 กรัม หลัง คิดเป็น 3,000 กรัม ซึ่งค่าบริการ 1,000 กรัมละ 10 บาท คิดเป็นเงิน 30 บาท

$$\text{ดังนั้น ค่าส่งพัสดุน้ำหนัก 3,238 กรัม ค่าบริการรวมทั้งสิ้น } 25 + (3 \times 10) = 55 \text{ บาท}$$



ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
การวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

พูน ปณ ทิโต ชีเว

แบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่.....

**คำชี้แจง** ขอความอนุเคราะห์ท่านพิจารณาข้อความแต่ละข้อ ว่าท่านมีความคิดเห็นในระดับใด แล้วโปรดทำ เครื่องหมาย/ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาเพื่อตรวจสอบความเหมาะสม ของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้ตลอดจนตรวจภาษาที่ถูกต้อง โดยใช้แบบประเมินชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) แบ่งเป็น 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด โดยใช้เกณฑ์ต่อไปนี้

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
5	มากที่สุด
4	มาก
3	ปานกลาง
2	น้อย
1	น้อยที่สุด

รายการการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ				
	5	4	3	2	1
<b>1. ด้านเนื้อหา</b>					
1.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษา ขั้น พื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง พ.ศ. 2560)					
1.2 มีประโยชน์ต่อชีวิตประจำวัน					
1.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
1.4 มีความชัดเจนเข้าใจ					
<b>2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้</b>					
2.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
2.2 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่าย					
2.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
<b>3. ด้านสาระการเรียนรู้</b>					
3.1 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่ายและน่าสนใจ					

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ				
	5	4	3	2	1
3.2 สอดคล้องกับตัวชี้วัดและ จุดประสงค์การเรียนรู้					
3.3 เหมาะสมกับระดับชั้นและวัยของเรียน					
3.4 กำหนดสาระการเรียนรู้เนื้อหา เหมาะกับเวลาเรียน					
<b>4. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>					
4.1 ได้รับความสนใจ					
4.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.3 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.4 เหมาะสมกับเวลาที่สอน					
4.5 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
4.6 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม					
<b>5. ด้านสื่อการเรียนการสอน</b>					
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
5.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้					
5.4 ได้รับความสนใจของผู้เรียน					
5.5 เหมาะสมกับระดับชั้นและ วัยของผู้เรียน					
<b>6. ด้านการวัดผลประเมินผล</b>					
6.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
6.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้					
6.3 ส่งเสริมการวัดพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย					
6.4 การวัดที่ระบุไว้สามารถประเมินได้					
6.5 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม					

ข้อเสนอแนะ

.....

(ลงชื่อ).....

ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตาราง 19 แสดงค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย  
เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่	ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสม โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน		ระดับความเหมาะสม
	$\bar{X}$	S.D.	
1	4.71	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
2	4.65	0.20	เหมาะสมมากที่สุด
3	4.61	0.21	เหมาะสมมากที่สุด
4	4.59	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
5	4.68	0.25	เหมาะสมมากที่สุด
6	4.67	0.25	เหมาะสมมากที่สุด
7	4.62	0.21	เหมาะสมมากที่สุด
8	4.75	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
9	4.70	0.22	เหมาะสมมากที่สุด
10	4.72	0.21	เหมาะสมมากที่สุด
11	4.75	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
12	4.75	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
13	4.69	0.24	เหมาะสมมากที่สุด
14	4.68	0.21	เหมาะสมมากที่สุด
15	4.67	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
16	4.67	0.20	เหมาะสมมากที่สุด
17	4.72	0.20	เหมาะสมมากที่สุด
18	4.62	0.21	เหมาะสมมากที่สุด
เฉลี่ย	4.68	0.22	เหมาะสมมากที่สุด

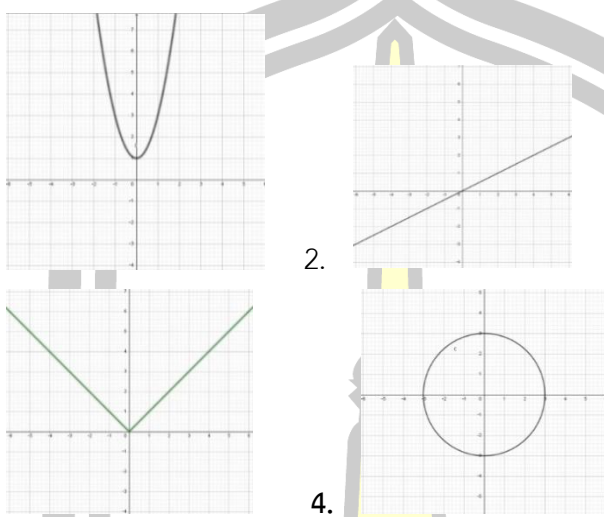
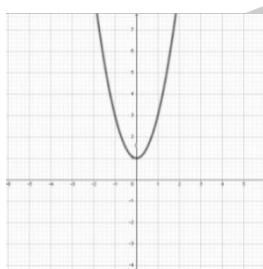
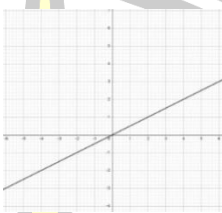
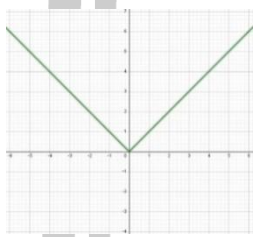
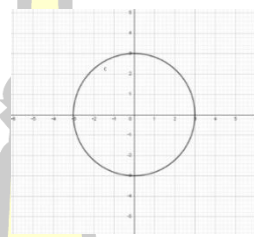
จากตาราง 19 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดกิจกรรม  
การเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้เชี่ยวชาญ  
จำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.68$ ) เมื่อพิจารณารายข้อ  
พบว่า อยู่ในระดับเหมาะสมมาก และเหมาะสมมากที่สุด



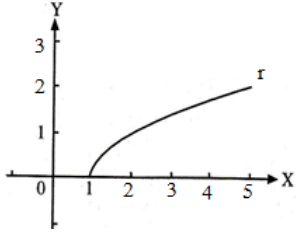
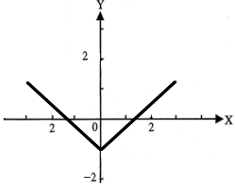
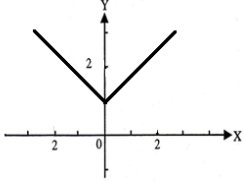
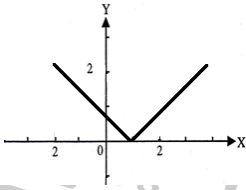
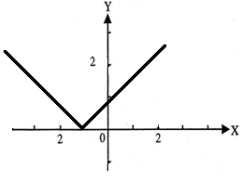


จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
(2) นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้				
<p>1. กำหนดให้ <math>A = \{-2, 2, 4, 6, 8\}</math> <math>B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}</math> และ <math>f</math> คือ ความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” ใน <math>B</math> ข้อใดคือ <math>R_f</math></p> <p>1. <math>\{-1, 0, 1, 2\}</math>                      2. <math>\{0, 1, 4\}</math>  3. <math>\{-1, 0, 1, 4\}</math>                      4. <math>\{1, 4\}</math></p>				
<p>2. ให้ความสัมพันธ์ <math>r = \left\{ (x, y) \in R \times R \mid y = \frac{x-3}{x} \right\}</math>  โดเมนของ <math>r</math> คือข้อใดต่อไปนี้</p> <p>1. <math>R - \{0, -3\}</math>                      2. <math>R - \{0, 3\}</math>  3. <math>R - \{0\}</math>                              4. <math>R - \{3\}</math></p> <p>3. กำหนดให้ <math>A = \{1, 2, 4, 5\}</math> และ <math>B = \{1, 3, 5, 7\}</math> และ  <math>r = \{(x, y) \in A \times B \mid x = y\}</math> ข้อใดคือ <math>D_r</math></p> <p>1. <math>\{1, 2, 4, 5\}</math>                      2. <math>\{1, 3, 5, 7\}</math>  3. <math>\{1, 5, \}</math>                              4. <math>\{1, 5, 7\}</math></p> <p>4. กำหนดให้ <math>A = \{-1, 0, 3, 5\}</math> และ <math>B = \{0, 2, 4\}</math> ข้อใดต่อไปนี้  ถูกต้อง</p> <p>1. <math>\{(-1, 0), (3, 0), (3, 2), (0, 3)\}</math> เป็นความสัมพันธ์จาก  A ไป B  2. <math>\{(0, 0), (0, 2), (2, 3), (4, 4)\}</math> เป็นความสัมพันธ์จาก B ไป A  3. <math>\{(5, 0), (0, 0), (-1, 0), (3, 0)\}</math> เป็นความสัมพันธ์ใน A  4. <math>\{(0, 0), (2, 0), (2, 3), (2, 2)\}</math> เป็นความสัมพันธ์ใน B</p>				
(3) นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้				
<p>1. อินเวอร์สของความสัมพันธ์ <math>y = \frac{x-1}{x+2}</math> คือข้อใดต่อไปนี้</p> <p>1. <math>\frac{2x-1}{x-1}</math>                              2. <math>\frac{2x+1}{x-1}</math>  3. <math>\frac{2x-1}{x+1}</math>                              4. <math>\frac{-2x-1}{x-1}</math></p>				



จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
<p>2. กราฟในข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน</p>  <p>1. </p> <p>2. </p> <p>3. </p> <p>4. </p>				
<p>3. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน</p> <p>1. <math>\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid  y  = x + 3\}</math></p> <p>2. <math>\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}</math></p> <p>3. <math>\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 1\}</math></p> <p>4. <math>\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}</math></p>				
<p>(6) นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้</p>				
<p>1. เรนจ์ของฟังก์ชัน <math>\left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{x+3}{x-3} \right\}</math> คือข้อใด</p> <p>1. <math>\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 3\}</math></p> <p>2. <math>\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq -3\}</math></p> <p>3. <math>\{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 0\}</math></p> <p>4. <math>\{3\}</math></p>				
<p>2. กำหนดให้ฟังก์ชัน <math>r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x^2 - 9}\}</math></p> <p>ข้อใดไม่เป็นสมาชิกในโดเมนของ <math>r</math></p> <p>1. -4</p> <p>2. -3</p> <p>3. -2</p> <p>4. 3</p>				



จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
<p>2.</p>  <p>จากรูป โดเมนและเรนจ์ของกราฟตรงกับข้อใด</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>D_r = R</math> และ <math>R_r = \{y y \leq 1\}</math></li> <li>2. <math>D_r = R</math> และ <math>R_r = \{y y \geq 1\}</math></li> <li>3. <math>D_r = \{x x \geq 0\}</math> และ <math>R_r = \{y y \geq 1\}</math></li> <li>4. <math>D_r = \{x x \geq 1\}</math> และ <math>R_r = \{y y \geq 0\}</math></li> </ol> <p>3. กราฟของสมการ <math>y =  x  + 1</math> ตรงกับข้อใด</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.  </li> <li>2.  </li> <li>3.  </li> <li>4.  </li> </ol>				

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
(8) นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้				
<p>1. ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มเมื่อกำหนดเซต <math>A</math></p> <p>1. <math>f(x) = \frac{2-x}{3} : A = R</math></p> <p>2. <math>g(x) = \frac{5-3x}{4} : A = R</math></p> <p>3. <math>h(x) = x^2 + 6x + 9 : A = (-\infty, -4]</math></p> <p>4. <math>k(x) = 5 + 4x - x^2 : A = [2, \infty)</math></p> <p>2. กำหนดให้ <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math>, <math>B = \{a, b, c, d\}</math> ข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วไปจาก <math>A</math> ไป <math>B</math></p> <p>1. <math>\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}</math></p> <p>2. <math>\{(1, a), (2, b), (3, b), (4, d)\}</math></p> <p>3. <math>\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}</math></p> <p>4. <math>\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4)\}</math></p> <p>3. ข้อใดเป็นฟังก์ชัน <math>f(x) = x^2 + 6x + 9</math> เป็นฟังก์ชันลดในช่วงใด</p> <p>1. <math>R</math></p> <p>2. <math>(-\infty, 3)</math></p> <p>3. <math>(3, -\infty)</math></p> <p>4. <math>(-\infty, -3)</math></p> <p>4. กำหนดให้ <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math>, <math>B = \{a, b, c\}</math> ข้อใดคือฟังก์ชันจาก <math>A</math> ไปทั่วถึง <math>B</math></p> <p>1. <math>\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, a)\}</math></p> <p>2. <math>\{(1, a), (2, b), (3, c), (1, b)\}</math></p> <p>3. <math>\{(1, a), (2, b), (3, c)\}</math></p> <p>4. มีข้อถูก 2 ข้อ</p>				

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
5. ข้อใดเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $R$ ไป $R$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>y = 2x + 1</math></li> <li>2. <math>y = -4</math></li> <li>3. <math>x^2 + y^2 = 1</math></li> <li>4. <math>y =  x - 2 </math></li> </ol>				
(9) นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันได้				
1. ถ้า $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 3x, & x > 1 \end{cases}$ แล้ว $f(-1) - f(2)$ คือข้อใดต่อไปนี้ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. -4</li> <li>2. -3</li> <li>3. 8</li> <li>4. 9</li> </ol> 2. ถ้า $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ แล้ว $f(3) + f(-1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. -6</li> <li>2. -5</li> <li>3. 5</li> <li>4. <math>\frac{11}{2}</math></li> </ol> 3. จงหา $f(2) + f(0) - f(-1)$ เมื่อ กำหนดให้ฟังก์ชัน $f = \{(-3,5), (2,-1), (4,3), (0,-2), (-1,-4), (5,-3), (6,0), (8,2)\}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. -2</li> <li>2. 1</li> <li>3. 3</li> <li>4. 9</li> </ol> 4. ถ้า $f(x+1) = 2x + 3$ และ $g(x) = \frac{3x-1}{5}$ แล้ว $(f * g)(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 1</li> <li>2. 3</li> <li>3. 5</li> <li>4. 7</li> </ol>				













ตาราง 20 (ต่อ)

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์					IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
25	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
26	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
27	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
28	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
29	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
30	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
31	1	1	1	1	1	1	ใช้ไม่ได้
32	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
33	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
34	1	1	0	1	1	0.8	ใช้ได้
35	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
36	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
37	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
38	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
39	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
40	1	1	1	0	0	0.6	ใช้ได้
41	1	0	1	0	1	0.6	ใช้ได้
42	0	0	1	0	1	0.4	ใช้ไม่ได้
43	1	1	0	0	1	0.6	ใช้ได้
44	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
45	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้

จากการนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิมพิจารณา ตรวจสอบคุณภาพด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ (Index of item objective congruence หรือ IOC) ได้ค่าเฉลี่ย 0.5 ขึ้นไป จำนวน 43 ข้อ และมีจำนวน 2 ข้อ ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ คือ ข้อ 7 และ 42 และได้ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 21 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อ	จำนวนคนที่ตอบถูก		ค่าความยากง่าย P	ค่าอำนาจจำแนก B	การแปลความหมาย		หมายเหตุ
	กลุ่มสูง	กลุ่มต่ำ			P	B	
1	6	5	0.30	0.05	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	
2	16	9	0.68	0.38	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
3	12	7	0.51	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
4	16	8	0.65	0.43	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
5	14	7	0.57	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
6	8	7	0.41	0.05	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
7	9	7	0.43	0.11	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	
8	13	6	0.51	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
9	5	4	0.24	0.05	ค่อนข้างยาก	จำแนกไม่ได้	
10	11	6	0.46	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
11	7	5	0.32	0.11	ค่อนข้างยาก	จำแนกไม่ได้	
12	10	7	0.46	0.16	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	*
13	10	6	0.43	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
14	12	7	0.51	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
15	12	6	0.49	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
16	8	4	0.32	0.22	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	*
17	12	5	0.46	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
18	10	7	0.46	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
19	13	7	0.54	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
20	1	0	0.03	0.05	ยากมาก	จำแนกไม่ได้	
21	9	4	0.35	0.27	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	*
22	13	8	0.57	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*



ตาราง 21 (ต่อ)

ข้อ	จำนวนคนที่ตอบถูก		ค่าความ ยากง่าย	ค่าอำนาจ จำแนก	การแปลความหมาย		หมายเหตุ
	กลุ่มสูง	กลุ่มต่ำ	P	B	P	B	
23	11	4	0.41	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
24	11	6	0.46	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
25	11	6	0.46	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
26	11	7	0.49	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
27	9	6	0.41	0.16	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	
28	12	6	0.49	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
29	9	7	0.43	0.11	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	
30	11	5	0.43	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
31	11	4	0.41	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
32	11	6	0.46	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
33	10	3	0.35	0.38	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	*
34	5	3	0.22	0.11	ค่อนข้างยาก	จำแนกไม่ได้	
35	14	5	0.51	0.49	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
36	9	4	0.35	0.27	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	*
37	10	5	0.41	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
38	12	6	0.49	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
39	0	6	0.43	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
40	7	8	0.41	-0.05	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกกลับ	
41	11	5	0.43	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
42	8	5	0.35	0.16	ค่อนข้างยาก	จำแนกไม่ได้	
43	12	7	0.51	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
44	12	7	0.51	0.27	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
45	11	4	0.41	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*

หมายเหตุ \* ข้อที่เลือกใช้

จากตาราง 21 พบว่า ค่าความยากง่าย (P) จะต้องอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 (ค่อนข้างยาก ยากง่ายปานกลาง ค่อนข้างง่าย) ซึ่งมีทั้งหมด 45 ข้อ และ ค่าอำนาจจำแนก (B) จะต้องมามีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงจะสามารถจำแนกเด็กเก่งและเด็กอ่อนได้ซึ่งมีทั้งหมด 38 ข้อ การประเมินคุณภาพของ ข้อสอบว่าข้อใดเป็นข้อสอบที่ใช้ได้หรือใช้ไม่ได้ ควรพิจารณาทั้งค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจ จำแนก (B) ควบคู่กัน ปรากฏว่า มีข้อสอบที่ใช้ได้ทั้งหมด 36 ข้อ และใช้ไม่ได้ 9 ข้อ โดยผู้วิจัย พิจารณาเลือกข้อสอบสำหรับใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 ข้อ



ตาราง 22 วิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์โดยใช้วิธีของโลเวท (Lovett Method)  
กำหนดคะแนน C (70% ของคะแนนเต็ม)

นักเรียน	$x$	$x^2$	$(X - C)$	$(x - c)^2$
1	23	529	2	4
2	23	529	2	4
3	21	441	0	0
4	20	400	-1	1
5	20	400	-1	1
6	22	484	1	1
7	22	484	1	1
8	16	256	-5	25
9	17	289	-4	16
10	19	361	-2	4
11	16	256	-5	25
12	17	289	-4	16
13	19	361	-2	4
14	16	256	-5	25
15	19	361	-2	4
16	17	289	-4	16
17	18	324	-3	9
18	15	225	-6	36
19	19	361	-2	4
20	12	144	-9	81
21	15	225	-6	36
22	13	169	-8	64
23	11	121	-10	100
24	13	169	-8	64
25	13	169	-8	64

ตาราง 22 (ต่อ)

นักเรียน	$x$	$x^2$	$(X - C)$	$(x - c)^2$
26	11	121	-10	100
27	8	64	-13	169
28	6	36	-15	225
29	10	100	-11	121
30	11	121	-10	100
31	10	100	-11	121
32	9	81	-12	144
33	9	81	-12	144
34	10	100	-11	121
35	8	64	-13	169
36	5	25	-16	256
37	10	100	-11	121
	$\sum x_i = 543$	$\sum x_i^2 = 8885$	-234	$\sum(x_i - c) = 2396$

จากการหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยวิธีของ Lovett จากสูตรดังนี้  
(สมนึก ภัททิยธนี, 2546)

$$r_{cc} = 1 - \frac{k \sum X_i - \sum X_i^2}{(k-1) \sum (X_i - C)^2}$$

เมื่อ  $r_{cc}$  แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์

$k$  แทน จำนวนข้อสอบทั้งหมด

$X_i$  แทน คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคน

$C$  แทน คะแนนจุดตัดหรือคะแนนเกณฑ์

$$\text{ดังนั้น } r_{cc} = 1 - \frac{30(543) - 8585}{(30-1)(2396)} = 0.89$$

นั่นคือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ โดยใช้วิธีของโลเวท (Lovett Method)  
กำหนดคะแนน  $C$  (70% ของคะแนนเต็ม) เท่ากับ 0.89

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

**คำชี้แจง** ให้ผู้ที่ได้รับมอบหมาย พิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้น สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่ โดยการพิจารณาให้นำหนักดังนี้

-1 คือ แน่ใจ ว่าข้อสอบนั้นไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด

0 คือ ไม่แน่ใจ ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนดหรือไม่

+1 คือ แน่ใจ ว่าข้อสอบนั้นสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่กำหนด

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อ เสนอแนะ
	+1	0	-1	
(1) นักเรียนสามารถหาผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกคู่อันดับที่เท่ากันได้(2) นักเรียนสามารถหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ (3) นักเรียนสามารถหาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้ (4) นักเรียนสามารถเขียนกราฟของความสัมพันธ์ได้				
1. กำหนดให้ $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ และ $r$ เป็นความสัมพันธ์จาก $A$ ไป $B$ โดยที่ $r = \{(0,0), (1,1), (-1,1), (2,2), (-2,2)\}$ จงอธิบายการหาเซต $B$ ที่สอดคล้องกับ $r$ และเขียน $r$ เป็นแบบบอกเงื่อนไขได้อย่างไร <u>แนวคิด</u> เนื่องจาก $r$ เป็นความสัมพันธ์จาก $A$ ไป $B$ โดยที่ $r = \{(0,0), (1,1), (-1,1), (2,2), (-2,2)\}$ ดังนั้น สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ ใน $r$ คือ $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ และสมาชิกตัวหลัง ต้องมาจาก $B$ ซึ่ง สมาชิกตัวหลัง $= \{0,1,2\}$ ดังนั้น สามารถเขียนเซต $B$ จะต้องประกอบด้วยสมาชิกอย่างน้อยสามตัว คือ $\{0,1,2\}$ หรืออีกนัยหนึ่งคือ $\{0,1,2\}$ เป็นสับเซตของ $B$ และสามารถเขียน $r$ แบบบอกเงื่อนไข ได้เป็น $\{(x,y) \in A \times B \mid y =  x \}$ หรือ $\{(x,y) \in A \times B \mid y = -x\}$ หรือ $\{(x,y) \in A \times B \mid x = -y\}$ หรือ $\{(x,y) \in A \times B \mid  y  =  x \}$				
2. กำหนดให้ $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x \leq 4\}$ และ $B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } -2 \leq x \leq 1\}$ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x - 4\}$ จงเขียนความสัมพันธ์ $r$ แบบแจกแจงสมาชิก <u>แนวคิด</u> เนื่องจาก $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x - 4\}$ เป็นความสัมพันธ์จาก $A$ ไป $B$ ดังนั้นจะเขียน $A$ แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น				

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อ เสนอแนะ
	+1	0	-1	
<p><math>A = \{ 1,2,3,4 \}</math> และจะ เขียน <math>B</math> แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น <math>\{-2,-1,0,1\}</math></p> <p>จะหา <math>A \times B = \{(1, -2), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (2, 1), (3, -2), (3, -1), (3, 0), (3,1), (4, -2), (4, -1), (4, 0), (4, 1)\}</math> เมื่อพิจารณา <math>A \times B</math> ที่เป็นไปตามเงื่อนไขของ <math>r</math> ได้แก่ <math>\{(2, -2), (3, -1), (4, 0)\}</math></p> <p>ดังนั้น สามารถเขียน <math>r</math> แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น <math>r = \{(2, -2), (3, -1), (4, 0)\}</math></p> <p>3. กำหนดให้ <math>A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x \leq 3\}</math> และ <math>B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } -3 \leq x \leq 0\}</math> <math>r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}</math> จงเขียน ความสัมพันธ์ <math>r</math> แบบแจกแจงสมาชิก</p> <p><u>แนวคิด</u> เนื่องจาก <math>r = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}</math> เป็น ความสัมพันธ์จาก <math>A</math> ไป <math>B</math> ดังนั้นจะเขียน <math>A</math> แบบแจกแจงสมาชิกได้ เป็น <math>A = \{ 1,2,3 \}</math> และจะ เขียน <math>B</math> แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น <math>\{-3,-2,-1,0\}</math></p> <p>จะหา <math>A \times B = \{(1,-3), (1,-2), (1,-1), (1,0), (2,-3), (2,-2), (2,-1), (2,0), (3,-3), (3,-2), (3,-1), (3,0)\}</math> เมื่อพิจารณา <math>A \times B</math> ที่เป็นไปตามเงื่อนไขของ <math>r</math> ไม่มีสมาชิกที่เป็นไปตามเงื่อนไข</p> <p>ดังนั้น สามารถเขียน <math>r</math> แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น <math>r = \{ \}</math></p>				
<p>(5) นักเรียนสามารถจำแนกความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน</p> <p>(6) นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้</p> <p>(7) นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้</p> <p>(8) นักเรียนสามารถตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้</p>				

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อ เสนอแนะ
	+1	0	-1	
<p>1. กำหนดให้ <math>A = \{ 1,2,3,4,5 \}</math>, <math>B = \{ 1,2,3 \}</math> ถ้า <math>r = \{ (1,2), (2,2), (3,1), (4,3), (4,3), (5,3) \}</math> จงอธิบายว่า <math>r</math> เป็นฟังก์ชันจาก <math>A</math> ไป <math>B</math> หรือไม่ เพราะเหตุใด <u>แนวคิด</u> จากนิยามของฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งในสองคู่อันดับ ใดๆของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน สมาชิกตัวหลังต้องเท่ากันด้วยและจาก <math>r = \{ (1,2), (2,2), (3,1), (4,3), (4,3), (5,3) \}</math> จะเห็นได้ว่า สมาชิกตัวหน้าของ <math>r</math> เป็นสับเซตของ <math>A</math> และสมาชิกตัวหลังของ <math>r</math> เป็นสับเซตของ <math>B</math> ดังนั้น <math>r</math> เป็นความสัมพันธ์จาก <math>A</math> ไป <math>B</math> เมื่อพิจารณาสมาชิกของ <math>r</math> จะเห็นได้ว่า มี <math>(4,3)</math> กับ <math>(4,3)</math> ซึ่งสมาชิกตัวหน้าเท่ากันและสมาชิกตัวหลังเท่ากัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า ความสัมพันธ์ <math>r</math> เป็นฟังก์ชันจาก <math>A</math> ไป <math>B</math></p> <p>2. กำหนดให้ <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> ถ้า <math>f(10) = 18</math> จงหา <math>f^{-1}(18)</math> <u>แนวคิด</u> จากบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน กำหนดให้ <math>f</math> เป็นฟังก์ชันใดๆ จะได้ว่า <math>f^{-1}</math> เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> และจาก <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> ทำให้ทราบว่า ถ้า <math>f(a) = b</math> แล้ว <math>f^{-1}(b) = a</math> จาก <math>f(10) = 18</math> ดังนั้น <math>f^{-1}(18) = 10</math></p> <p>3. กำหนดให้ <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> ถ้า <math>f(x+1) = 6</math> จงหา <math>f^{-1}(6)</math> <u>แนวคิด</u> จากบทนิยามของฟังก์ชันผกผัน กำหนดให้ <math>f</math> เป็นฟังก์ชันใดๆ จะได้ว่า <math>f^{-1}</math> เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> และจาก <math>f</math> เป็นฟังก์ชัน <math>1-1</math> ทำให้ทราบว่า ถ้า <math>f(a) = b</math> แล้ว <math>f^{-1}(b) = a</math> จาก <math>f(x+1) = 6</math> จะได้ว่า <math>f(5) = 6</math> ดังนั้น <math>f^{-1}(6) = 5</math></p>				



จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อ เสนอแนะ						
	+1	0	-1							
<p>(9) นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันได้</p> <p>(10) นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบได้</p> <p>(11) นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้</p> <p>(12) นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันในการแก้ปัญหาได้</p>										
<p>1. ให้ <math>f = \{ (1,5) , (2,4) , (3,6) \}</math> และ <math>g = \{ (3,8) , (4,10) , (5,9) \}</math> จงพิจารณาว่าสามารถหาฟังก์ชัน <math>g \circ f</math> ได้หรือไม่ ถ้าหาได้จงหาฟังก์ชัน <math>g \circ f</math></p> <p><u>แนวคิด</u> จะเห็นว่า <math>D_f = \{1,2,3\}</math> และ <math>R_f = \{4,5,6\}</math>  <math>D_g = \{3,4,5\}</math> และ <math>R_g = \{8,9,10\}</math>  จากนิยามของในการหา <math>g \circ f</math> พิจารณา <math>R_f \cap D_g = \{4,5\}</math>  ไม่เป็นเซตว่าง หา <math>g \circ f</math> ได้</p> <p>เนื่องจาก <math>f(2) = 4</math> และ <math>g(4) = 10</math>  ดังนั้น <math>g \circ f(2) = g(f(2)) = g(4) = 10</math>  เนื่องจาก <math>f(1) = 5</math> และ <math>g(5) = 9</math>  ดังนั้น <math>g \circ f(1) = g(f(1)) = g(5) = 9</math>  ดังนั้น <math>g \circ f = \{ (2,10) , (1,9) \}</math></p> <p>2. จงหาค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ น้ำหนัก 3,238 กรัม เมื่อกำหนดค่าพัสดุไปรษณีย์ เมื่อกำหนดให้น้ำหนักของพัสดุไปรษณีย์ไม่เกิน 5,000 กรัม ดังนี้</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;"><b>พิกัดน้ำหนัก</b></td> <td style="width: 50%;"><b>อัตรา (บาท)</b></td> </tr> <tr> <td>ไม่เกิน 1,000 กรัม</td> <td>25.00</td> </tr> <tr> <td>เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ</td> <td>10.00</td> </tr> </table> <p>(เศษของ 1,000 กรัม ให้คิดเป็น 1,000 กรัม)</p>	<b>พิกัดน้ำหนัก</b>	<b>อัตรา (บาท)</b>	ไม่เกิน 1,000 กรัม	25.00	เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ	10.00				
<b>พิกัดน้ำหนัก</b>	<b>อัตรา (บาท)</b>									
ไม่เกิน 1,000 กรัม	25.00									
เกิน 1,000 กรัม คิด 1,000 กรัมละ	10.00									

จุดประสงค์การเรียนรู้/ข้อสอบ	ผลการพิจารณา			ข้อ เสนอแนะ
	+1	0	-1	
<p><u>แนวคิด</u> การคิดค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ตามน้ำหนักเป็นช่วงค่า ดังนั้น น้ำหนักพัสดุ 3,238 กรัม จะถูกคิดแยกตามช่วง เป็น 1,000 กรัมแรก คิดค่าบริการ 25 บาท และ 2,238 กรัม หลัง คิดเป็น 3,000 กรัม ซึ่ง ค่าบริการ 1,000 กรัมละ 10 บาท คิดเป็นเงิน 30 บาท ดังนั้น ค่าส่งพัสดุน้ำหนัก 3,238 กรัม ค่าบริการรวมทั้งสิ้น <math>25 + (3 \times 10) = 55</math> บาท</p>				
<p>ถ้า <math>f(x) = x^2 + 3x - 2</math> และ <math>g(x) = 5 - 3x</math> จงแสดงว่า <math>(f + g)(2) = 7</math></p> <p><u>แนวคิด</u> จาก <math>(f + g)(x) = f(x) + g(x)</math> จะได้ว่า <math>(f + g)(x) = (x^2 + 3x - 2) + (5 - 3x)</math></p> $(f + g)(x) = (x^2 + 3)$ <p>ดังนั้น <math>(f + g)(2) = (2^2 + 3)</math></p> $(f + g)(2) = 7$				

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ).....

(.....)

ผู้เชี่ยวชาญ

พูน ปรณ ทิโต ชิว

ตาราง 23 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์					IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	0	0.8	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
5	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
6	0	1	1	0	1	0.6	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
9	0	1	0	1	1	0.6	ใช้ได้

จากตาราง 23 พบว่า การนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดิม พิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ (Index of item objective congruence หรือ IOC) ได้ค่าเฉลี่ย 0.5 ขึ้นไป ทั้ง 9 ข้อ สามารถใช้ข้อสอบได้ทั้ง 9 ข้อ อาจมีบ้างข้อที่จะต้องปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

พูน ปณ ทิโต ชีเว

ตาราง 24 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อ	จำนวนคนที่ตอบถูก		ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	การแปลความหมาย		หมายเหตุ
	กลุ่มสูง	กลุ่มต่ำ	P	B	P	B	
1	14	8	0.60	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
2	18	9	0.73	0.49	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
3	10	6	0.43	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
4	16	9	0.67	0.38	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
5	13	7	0.54	0.32	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	*
6	12	5	0.46	0.38	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	
7	16	9	0.68	0.38	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
8	15	9	0.65	0.32	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	*
9	10	6	0.43	0.22	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	

หมายเหตุ \* ข้อที่เลือกใช้

จากตาราง 24 พบว่า ค่าความยากง่าย (P) จะต้องอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 (ค่อนข้างยาก ยากง่าย ปานกลาง ค่อนข้างง่าย) ซึ่งมีทั้งหมด 15 ข้อ และ ค่าอำนาจจำแนก (B) จะต้องมามีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงจะสามารถจำแนกเด็กเก่งและเด็กอ่อนได้ซึ่งมีทั้งหมด 15 ข้อ การประเมินคุณภาพของข้อสอบว่าข้อใดเป็นข้อสอบที่ใช้ได้หรือใช้ไม่ได้ ควรพิจารณาทั้งค่าความยากง่าย(P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ควบคู่กัน ปรากฏว่า มีข้อสอบที่ใช้ได้ทั้งหมด 15 ข้อ โดยผู้วิจัยพิจารณาเลือกข้อสอบสำหรับใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 25 แสดงผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่/ข้อ	1	2	3	4	5	6	$x$	$x^2$
1	3	2	2	2	3	3	15	225
2	3	2	2	2	2	2	13	169
3	1	2	1	1	1	1	7	49
4	2	1	2	1	1	1	8	64
5	1	1	2	1	1	0	6	36
6	3	2	1	2	2	2	12	144
7	2	2	1	2	2	2	11	121
8	1	0	1	1	2	1	6	36
9	3	2	1	2	3	2	13	169
10	3	2	2	2	2	3	14	196
11	1	2	1	1	1	1	7	49
12	1	3	1	2	1	2	10	100
13	2	2	2	2	3	2	13	169
14	1	1	1	1	0	0	4	16
15	0	0	0	1	0	0	1	1
16	3	3	3	3	2	3	17	289
17	1	3	1	1	1	2	9	81
18	1	3	1	2	1	0	8	64
19	3	3	2	3	2	3	16	256
20	3	2	2	3	2	2	14	196
21	3	3	3	2	3	3	17	289
22	2	3	3	2	3	3	16	256
23	3	2	3	2	2	2	14	196
24	1	1	2	2	1	1	8	64
25	2	3	1	2	0	2	10	100

ตาราง 25 (ต่อ)

คนที่/ข้อ	1	2	3	4	5	6	$x$	$x^2$
26	1	2	1	3	2	2	11	121
27	2	2	2	1	2	1	10	100
28	2	3	1	2	2	2	12	144
29	1	1	2	1	1	1	7	49
30	3	3	1	2	2	1	12	144
31	3	3	3	3	2	2	16	256
32	1	1	2	1	2	1	8	64
33	3	3	2	2	2	1	13	169
34	2	3	2	3	2	2	14	196
35	2	3	2	2	3	2	14	196
36	3	2	1	3	2	2	13	169
37	1	1	0	1	1	1	5	25
รวม	73	77	60	69	64	61	404	
ความแปรปรวน	0.9149	0.8816	0.7833	0.7037	0.8269	0.8766	4.9871	

$$\sum x = 404 \quad \sum x^2 = 4968$$

จากค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของคอนนาค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right]$$

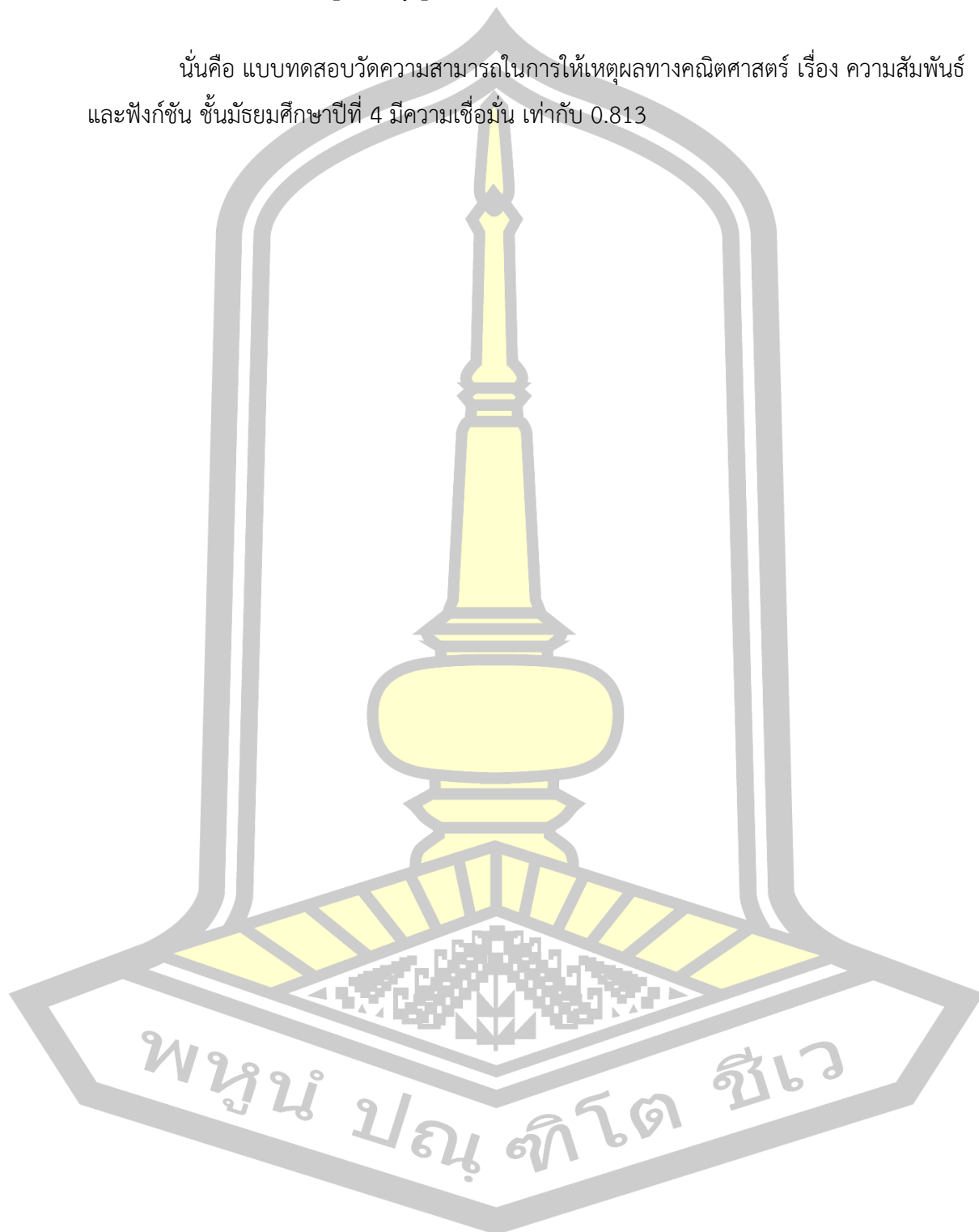
โดย  $s_i^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$

และ  $k$  แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

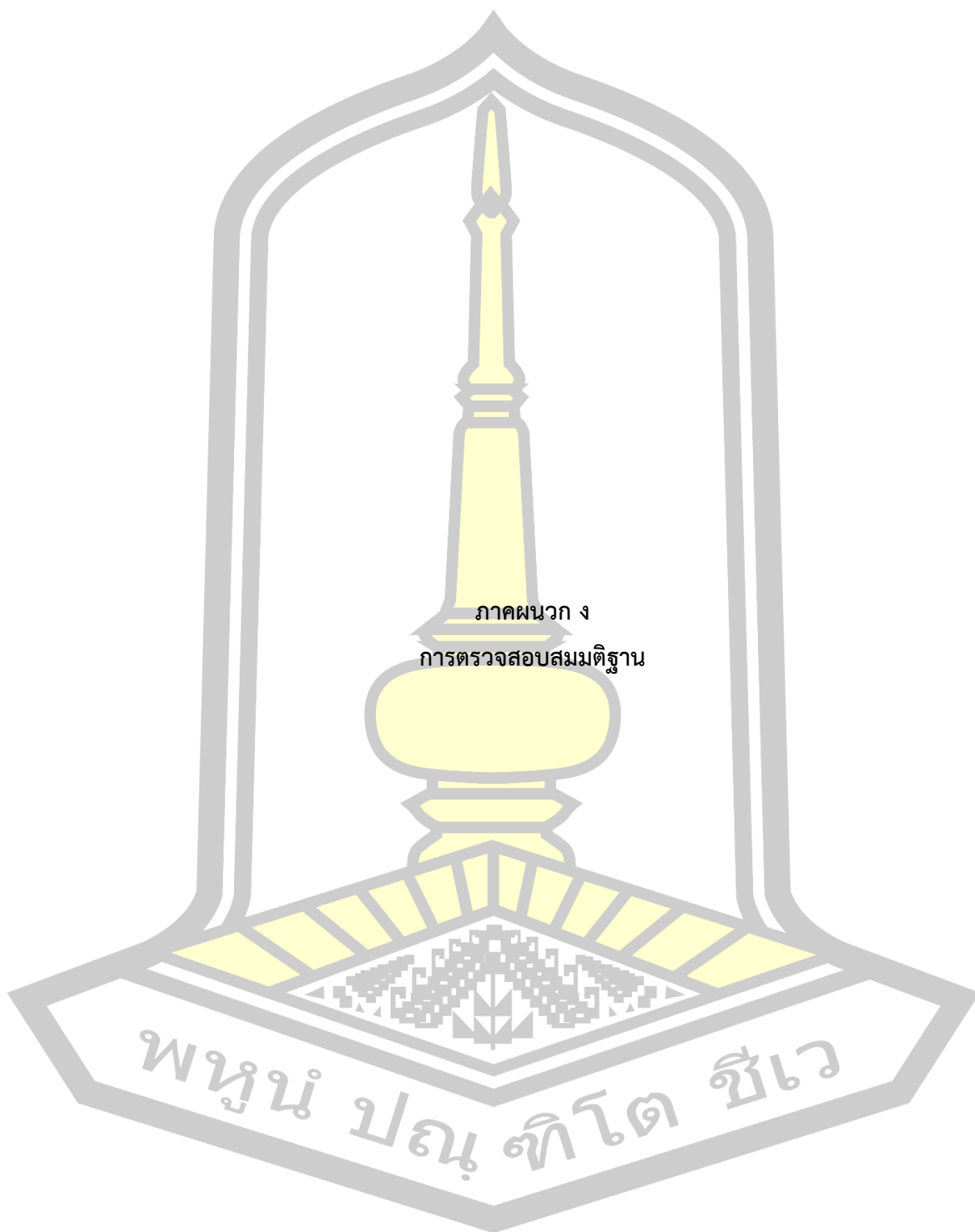
จะได้  $s_i^2 = \frac{37(4968) - (404)^2}{37(37-1)} = 15.4655$

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right] = \frac{6}{6-1} \left[ 1 - \frac{4.9871}{15.4655} \right] = 0.813$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.813







ภาคผนวก ง  
การตรวจสอบสมมติฐาน

พหุคูณ ปณ ทิโต ชีเว

สมมติฐานทางการวิจัย : คะแนนทดสอบหลังเรียนของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75

(22.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน)

สมมติฐานทางสถิติ :  $H_0 : \mu \leq 22.5$

$H_1 : \mu > 22.5$

### One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
คะแนนทดสอบหลังเรียน	36	23.28	2.051	.342

### One-Sample Test

	Test Value = 22.5					
	T	Df	Sig. (2- tailed)	Mean Differenc e	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
คะแนนทดสอบหลังเรียน	2.275	35	.029	.778	.08	1.47

ปฏิเสธ  $H_0$  ยอมรับ  $H_1$

ดังนั้น นักเรียนมีคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยเฉลี่ยมากกว่า 22.5 คะแนน

พหุ ประถมศึกษา

สมมติฐานทางการวิจัย : คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่า  
เกณฑ์ ร้อยละ 70

สมมติฐานทางสถิติ :  $H_0 : \mu \leq 12.6$

$H_1 : \mu > 12.6$

### One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	36	14.19	1.305	.218

### One-Sample Test

	Test Value = 12.6					
	t	Df	Sig. (2- tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	7.329	35	.000	1.594	1.15	2.04

ปฏิเสธ  $H_0$  ยอมรับ  $H_1$

ดังนั้น นักเรียนมีคะแนนวัดความสามารถในการให้เหตุผลโดยเฉลี่ยมากกว่า 12.6 คะแนน

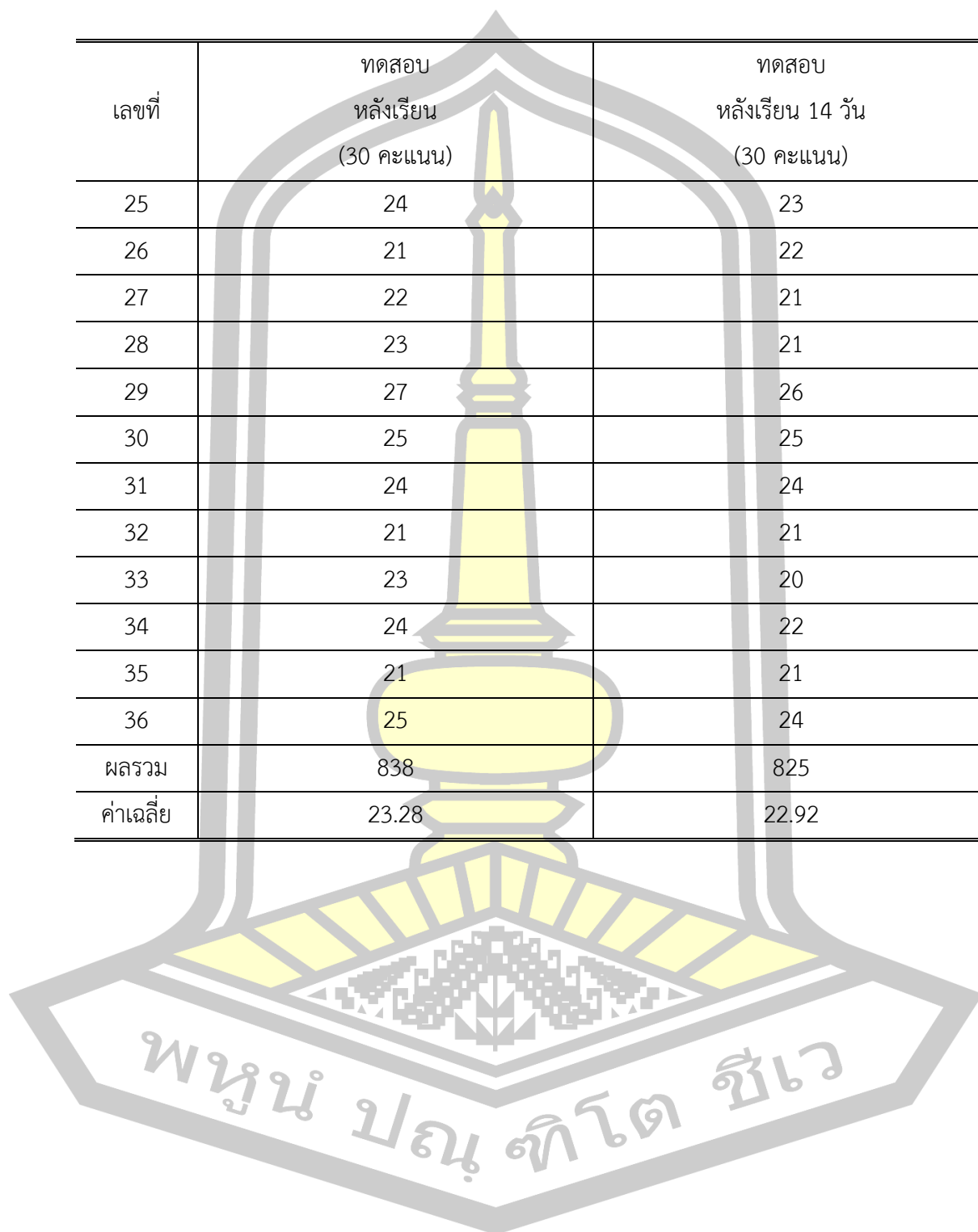
พหุบัณฑิต ชีวะ

ตาราง 26 แสดงคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนและคะแนนหลังเรียน 14 วัน

เลขที่	ทดสอบ หลังเรียน (30 คะแนน)	ทดสอบ หลังเรียน 14 วัน (30 คะแนน)
1	25	24
2	24	24
3	25	25
4	21	20
5	22	23
6	21	21
7	24	23
8	23	22
9	22	21
10	19	20
11	24	22
12	25	24
13	20	21
14	24	22
15	22	21
16	25	24
17	26	27
18	28	27
19	22	23
20	25	24
21	20	25
22	24	25
23	25	25
24	22	22

ตาราง 26 (ต่อ)

เลขที่	ทดสอบ หลังเรียน (30 คะแนน)	ทดสอบ หลังเรียน 14 วัน (30 คะแนน)
25	24	23
26	21	22
27	22	21
28	23	21
29	27	26
30	25	25
31	24	24
32	21	21
33	23	20
34	24	22
35	21	21
36	25	24
ผลรวม	838	825
ค่าเฉลี่ย	23.28	22.92



สมมติฐานทางการวิจัย : คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียนของนักเรียนเท่ากับคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์

หลังเรียน 14 วัน

กำหนดให้  $\mu_1$  = คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

$\mu_2$  = คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน 14 วัน

สมมติฐานทางสถิติ :  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

#### Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 คะแนนทดสอบหลังเรียน	23.28	36	2.051	.342
คะแนนทดสอบหลังเรียน 14 วัน	22.92	36	1.948	.325

#### Paired Samples Correlations

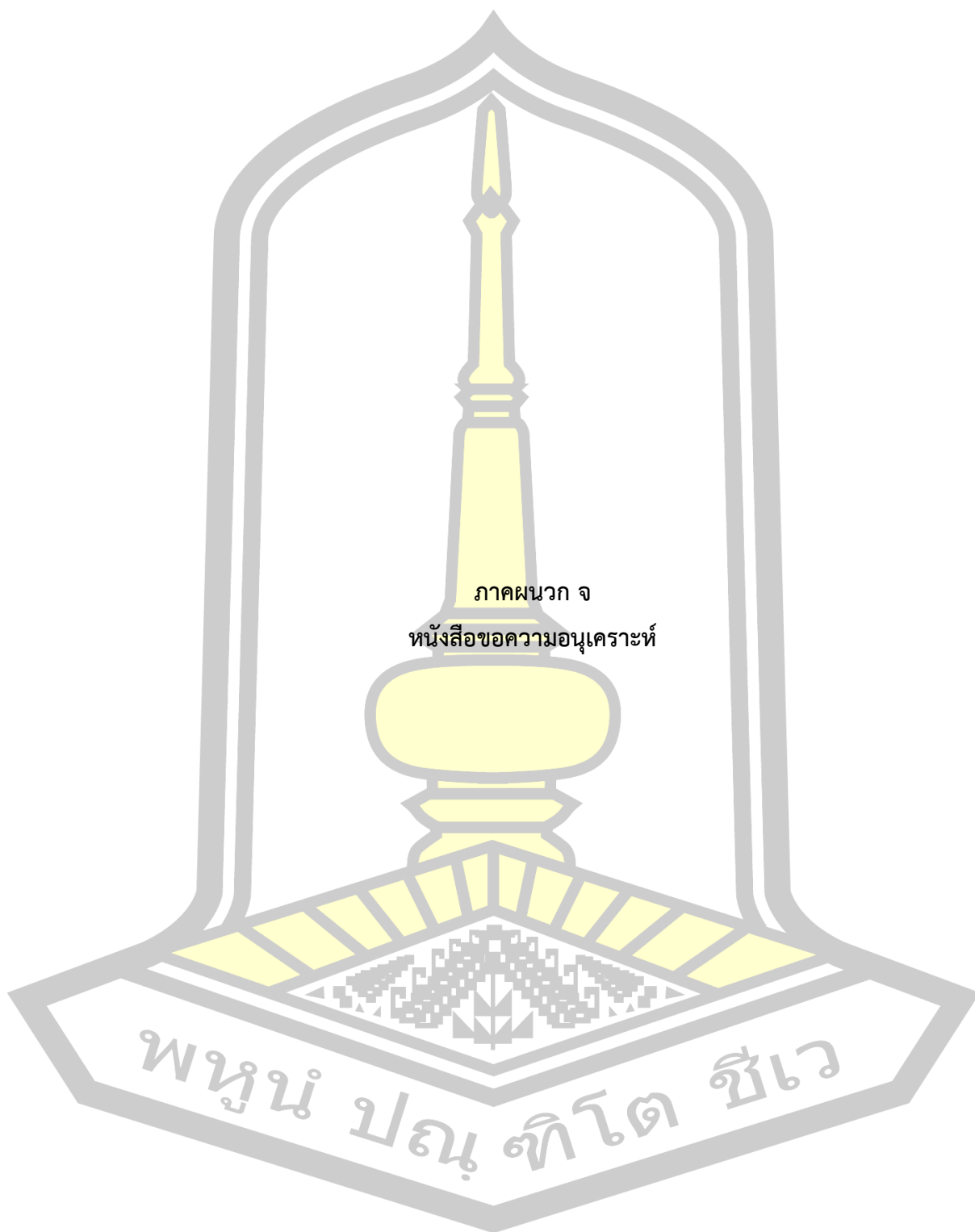
	N	Correlation	Sig.
Pair 1 คะแนนทดสอบหลังเรียน & คะแนนทดสอบหลังเรียน 14 วัน	36	.764	.000

#### Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 คะแนนทดสอบ	.361	1.376	.229	-.105	.827	1.574	35	.124

ยอมรับ  $H_0$

ดังนั้น นักเรียนความคงทนในการเรียนรู้



ภาคผนวก จ  
หนังสือขอความอนุเคราะห์

พหุบัน ปณ ทิโต ชีเว





ที่ อว 0605.4(2)/๐1๒๒

คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
ตำบลขามเรียง อำเภอกันทรวิชัย  
จังหวัดมหาสารคาม 44150

21 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน คุณครูสิทธิชัย ยุบลวัฒน์ ครูชำนาญการพิเศษ

ด้วยนายวุฒิพงษ์ พันจันทร์ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) โดยมี ผศ.มะลิวัลย์ ภูนาพรรณ เป็นกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

เพื่อให้การวิจัยเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถและมีประสบการณ์ในเรื่องนี้ เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่จะใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อที่นิตจะได้ดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ศาสตราจารย์ไพโรจน์ ประมวล)  
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน  
ผู้รักษาราชการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ภาควิชาคณิตศาสตร์  
โทร./ โทรสาร. 0-4375-4244



ที่ อว 0605.4(2)/๑1๖3

คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
ตำบลขามเรียง อำเภอกันทรวิชัย  
จังหวัดมหาสารคาม 44150

21 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน คุณครูแพรไหม สามารถ ครูชำนาญการพิเศษ

ด้วยนายวุฒิพงษ์ พันจันทร์ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) โดยมี ผศ.มะลิวัลย์ ฤนาพรณ์ เป็นกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

เพื่อให้การวิจัยเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถและมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่จะใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อที่นิตจะได้ดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ศาสตราจารย์ไพโรจน์ ประมวล)

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน  
ผู้รักษาราชการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ภาควิชาคณิตศาสตร์  
โทร./ โทรสาร. 0-4375-4244



ที่ อว 0605.4(2)/จ1๒๖

คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม  
ตำบลขามเรียง อำเภอกันทรวิชัย  
จังหวัดมหาสารคาม 44150

๒1 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน คุณครูปนัดดา แก้วเสื่อน ครูชำนาญการพิเศษ

ด้วยนายวุฒิพงษ์ พันจันทร์ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) โดยมี ผศ.มะลิวัลย์ ภูนาพรรณ เป็นกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

เพื่อให้การวิจัยเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถและมีประสบการณ์ในเรื่องนี้ เป็นอย่างยิ่ง จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่จะใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อที่นิตจะได้ดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ศาสตราจารย์ไพโรจน์ ประมวล)  
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน  
ผู้รักษาราชการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ภาควิชาคณิตศาสตร์  
โทร./โทรสาร. 0-4375-4244



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ คณะวิทยาศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-4375-4244 ภายใน 1102

ที่ อว 0605.4(2) / ๑ ๒๑๑

วันที่ 21 สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน อาจารย์อินทรา ไชยะ

ด้วยนายวุฒิพงษ์ พันจันทร์ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำการวิจัยเรื่อง “การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) โดยมี ผศ.มะลิวัลย์ ฤณาพรณ์ เป็นกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

เพื่อให้การวิจัยเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรู้ ความสามารถและมีประสบการณ์ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่จะใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อที่นิตจะได้ดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์นิภาพร ชูติมันต์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นายวุฒิพงษ์ พันจันทร์
วันเกิด	วันที่ 19 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2535
สถานที่เกิด	อำเภอแกดำ จังหวัดมหาสารคาม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 60 หมู่ที่ 14 ตำบลวังแสง อำเภอแกดำ จังหวัดมหาสารคาม รหัสไปรษณีย์ 44190
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ข้าราชการครู
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอนุกุลนารี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 24 เลขที่ 159 ถนนภิรมย์ ตำบลกาฬสินธุ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์ รหัสไปรษณีย์ 46000
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2547 ประถมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบ้านวังแสง อำเภอแกดำ จังหวัดมหาสารคาม พ.ศ. 2550 มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม พ.ศ. 2553 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม พ.ศ. 2558 ปริญญาการศึกษาบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พ.ศ. 2563 ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

พูนันท์ ปณฺฑิต โท ชีเว